Microeconomía I

Preferencias y Posibilidades

Santiago Foguet

Versión 0.1: 2024-08-11

Instituto de Investigaciones Económicas
Facultad de Ciencias Económicas
Universidad Nacional de Tucumán

Tabla de Contenido

Introducción

Modelo de Elección del Consumidor

Hay 4 elementos presentes en cualquier modelo de elección del consumidor:

(a) El conjunto de consumo.
(b) El conjunto de consumo factible (o posible).
(c) La relación de preferencia.
(d) Supuestos sobre el comportamiento del consumidor.

Conjunto de Consumo

Conjunto de Consumo : X representa el conjunto de todas las alternativas, o planes de consumo completos, que el consumidor puede concebir, ya sea que algunas de ellas sean realizables en la práctica o no.

Conjunto de Consumo

Conjunto de Consumo : X representa el conjunto de todas las alternativas, o planes de consumo completos, que el consumidor puede concebir, ya sea que algunas de ellas sean realizables en la práctica o no.

Simbólicamente

x_i representa el número de unidades del bien i donde $x_i \in \mathbb{R}_+$ y $i = 1, 2, \ldots, n$.

$\mathbf{x} = \vec{x} = (x_1, x_2, \ldots, x_n)$ representa una cesta de consumo que contiene las distintas cantidades de los n diferentes bienes.

$\mathbf{x} \in X$ se representa por un punto $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+$.

Conjunto de Consumo

Propiedades del Conjunto de Consumo

Los requisimos mínimos para el conjunto de consumo son:

1. $X \subseteq \mathbb{R}^n_+$.
2. X es un conjunto cerrado.
3. X es un conjunto convexo.
4. $0 \in X$.

De ahora en más vamos a suponer por simplicidad que el conjunto de consumo coincidirá con todo el ortante no negativo, es decir, $X = \mathbb{R}^n_+$

Conjunto de Consumo Factible

El conjunto de consumo factible B representa aquellas alternativas o planes de consumo no solo concebibles por el consumidor sino que además dadas las circunstancias del consumidor las mismas son alcanzables (o realizables).

$$B \subset X$$

Relación de Preferencia

Preferencias del Consumidor

Se representa con la *relación binaria*, $\succsim$, definida sobre el conjunto de consumo, X. Si $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$, diremos que $\mathbf{x}^1$ es al menos tan bueno como $\mathbf{x}^2$ para este consumidor.

Relaciones de Preferencia

Preferencias del Consumidor

Se representa con la *relación binaria*, $\succsim$, definida sobre el conjunto de consumo, X. Si $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$, diremos que $\mathbf{x}^1$ es al menos tan bueno como $\mathbf{x}^2$ para este consumidor.

Axioma 1. Completitud

Para todo $\mathbf{x}^1$ y $\mathbf{x}^2$ en X, será $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$ o $\mathbf{x}^2 \succsim \mathbf{x}^1$.

Preferencias del Consumidor

Se representa con la *relación binaria*, $\succsim$, definida sobre el conjunto de consumo, X. Si $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$, diremos que $\mathbf{x}^1$ es al menos tan bueno como $\mathbf{x}^2$ para este consumidor.

Axioma 1. Completitud

Para todo $\mathbf{x}^1$ y $\mathbf{x}^2$ en X, será $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$ o $\mathbf{x}^2 \succsim \mathbf{x}^1$.

Axioma 2. Transitividad

Para cualquiera tres cestas $\mathbf{x}^1$, $\mathbf{x}^2$ y $\mathbf{x}^3$ en X, si $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2$ y $\mathbf{x}^2 \succsim \mathbf{x}^3$ entonces $\mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^3$.

Relación de Preferencia

La relación binaria, $\succsim$, sobre el conjunto de consumo X se llama relación de preferencia si cumple con los Axiomas 1 (Completitud) y 2 (Transitividad).

Relación Estricta de Preferencia

La relación binaria $\succ$ sobre el conjunto de consumo X definida por

$$\mathbf{x}^1 \succ \mathbf{x}^2 \quad \text{si y solo si} \quad \mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2 \quad \text{and} \quad \mathbf{x}^2 \not\succsim \mathbf{x}^1$$

se llama relación de preferencia estricta y se lee como "$\mathbf{x}^1$ es estrictamente preferida a $\mathbf{x}^2$".

Relación de Indiferencia

La relación binaria $\sim$ sobre el conjunto de consumo X definida por

$$\mathbf{x}^1 \sim \mathbf{x}^2 \quad \text{si y solo si} \quad \mathbf{x}^1 \succsim \mathbf{x}^2 \quad \text{and} \quad \mathbf{x}^2 \succsim \mathbf{x}^1$$

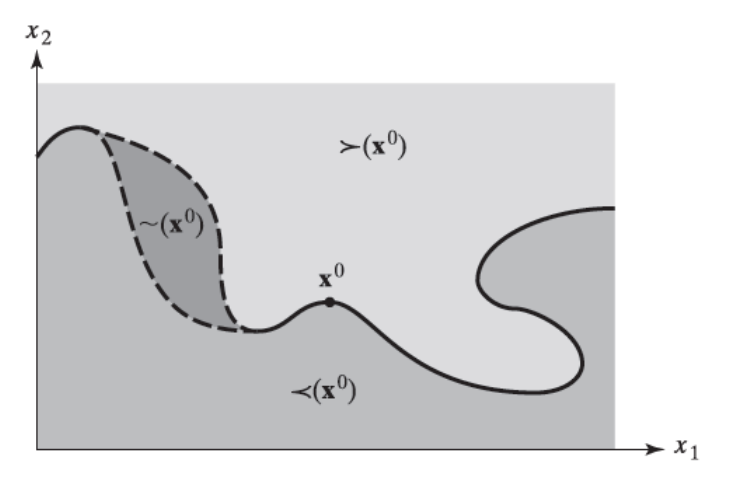
se llama relación de indiferencia y se lee como “$\mathbf{x}^1$ es indifirente a $\mathbf{x}^2$”.

Subconjuntos de Consumo definidos por la Relación de Preferencia

Sea $\mathbf{x}^0$ cualquier punto en el conjunto de consumo, X. Relativo a este punto podemos definir los siguientes subconjuntos de X:

1. $\succsim(\mathbf{x}^0) \equiv \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in X, \mathbf{x} \succsim \mathbf{x}^0\}$, llamdo el conjunto “al menos tan bueno como”.
2. $\precsim(\mathbf{x}^0) \equiv \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in X, \mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}\}$, llamdo el conjunto “no mejor que”.
3. $\prec(\mathbf{x}^0) \equiv \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in X, \mathbf{x}^0 \succ \mathbf{x}\}$, llamdo el conjunto “peor que”.
4. $\succ(\mathbf{x}^0) \equiv \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in X, \mathbf{x} \succ \mathbf{x}^0\}$, llamdo el conjunto “mejor que”.
5. $\sim(\mathbf{x}^0) \equiv \{\mathbf{x} \mid \mathbf{x} \in X, \mathbf{x} \sim \mathbf{x}^0\}$, llamdo el conjunto “de indiferencia”.

Ejemplo con dos bienes

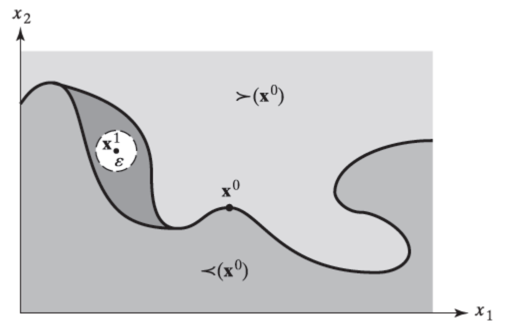


Axioma 3. Continuidad

Para todo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+$, el conjunto “al menos tan bueno como”, $\succsim(\mathbf{x})$, y el conjunto “no mejor que”, $\precsim(\mathbf{x})$, son cerrados en $\mathbb{R}^n_+$.

Axioma 3. Continuidad

Para todo $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n_+$, el conjunto “al menos tan bueno como”, $\succsim (\mathbf{x})$, y el conjunto “no mejor que”, $\precsim (\mathbf{x})$, son cerrados en $\mathbb{R}^n_+$.



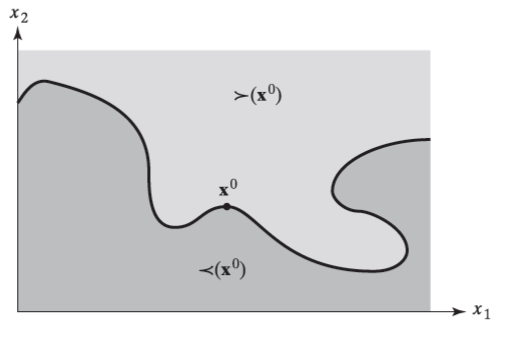
Axiomas adicionales

Axioma 4'. No saciedad local

Para todo $\mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}^n_+$, y para todo $\varepsilon > 0$ existe algún $\mathbf{x} \in B_\varepsilon(\mathbf{x}^0) \cap \mathbb{R}^n_+$ tal que $\mathbf{x} \succ \mathbf{x}^0$.

Axioma 4'. No saciedad local

Para todo $\mathbf{x}^0 \in \mathbb{R}^n_+$, y para todo $\varepsilon > 0$ existe algún $\mathbf{x} \in B_\varepsilon(\mathbf{x}^0) \cap \mathbb{R}^n_+$ tal que $\mathbf{x} \succ \mathbf{x}^0$.



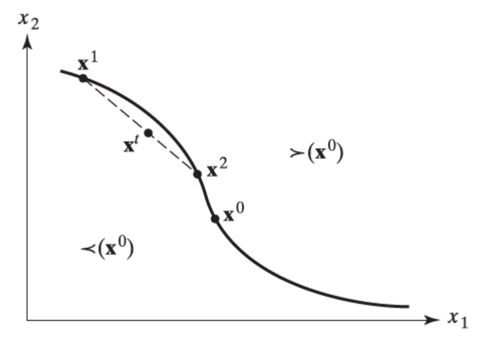
Axiomas adicionales

Axioma 4. Monotonicidad estricta

Para todo $\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 \in \mathbb{R}^n_+$, si $\mathbf{x}^0 \geq \mathbf{x}^1$ entonces $\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$ mientras que si $\mathbf{x}^0 \gg \mathbf{x}^1$ entonces $\mathbf{x}^0 \succ \mathbf{x}^1$.

Axioma 4. Monotonicidad estricta

Para todo $\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 \in \mathbb{R}^n_+$, si $\mathbf{x}^0 \geq \mathbf{x}^1$ entonces $\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$ mientras que si $\mathbf{x}^0 \gg \mathbf{x}^1$ entonces $\mathbf{x}^0 \succ \mathbf{x}^1$.



Axiomas adicionales

Axioma 5'. Convexidad

Si $\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$ entonces $t\mathbf{x}^1 + (1-t)\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^0$ para todo $t \in [0,1]$

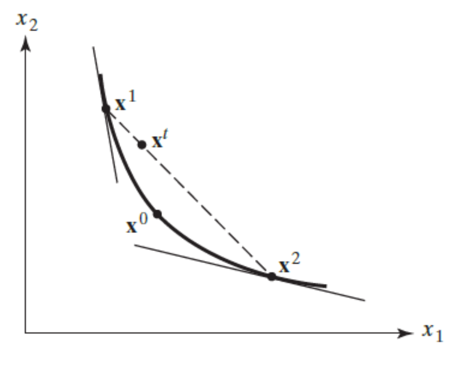
Axiomas adicionales

Axioma 5. Convexidad Estricta

Si $\mathbf{x}^0 \neq \mathbf{x}^1$ y $\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$ entonces $t\mathbf{x}^1 + (1-t)\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^0$ para todo $t \in (0,1)$

Axioma 5. Convexidad Estricta

Si $\mathbf{x}^0 \neq \mathbf{x}^1$ y $\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$ entonces $t\mathbf{x}^1 + (1-t)\mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^0$ para todo $t \in (0,1)$



Función de Utilidad

Función de Utilidad que Representa la Relación de Preferencia

Una función real $U : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$ se llama función de utilidad que representa la relación de preferencia, $\succsim$, si para todo $\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 \in \mathbb{R}^n_+$, $U(\mathbf{x}^0) \geq U(\mathbf{x}^1) \iff \mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$

Función de Utilidad

Función de Utilidad que Representa la Relación de Preferencia

Una función real $U : \mathbb{R}^n_+ \rightarrow \mathbb{R}$ se llama función de utilidad que representa la relación de preferencia, $\succsim$, si para todo $\mathbf{x}^0, \mathbf{x}^1 \in \mathbb{R}^n_+$, $U(\mathbf{x}^0) \geq U(\mathbf{x}^1) \iff \mathbf{x}^0 \succsim \mathbf{x}^1$

Teorema 1. Existencia de una Función Real que represente $\succsim$

Si la relación binaria $\succsim$ es completa, transivita, continua y estrictamente monotónica entonces existe una función real continua $U : \mathbb{R}^n_+ \rightarrow \mathbb{R}$ la cual representa a $\succsim$.

Teorema 2. Invariancia de la Función de Utilidad

Sea $\succsim$ la relación de preferencia en $\mathbb{R}^n_+$ y suponga que $U(\mathbf{x})$ es una función de utilidad que representa esa relación. Entonces $V(\mathbf{x})$ también representa a $\succsim$ si y solo si $V(\mathbf{x}) = f(U(\mathbf{x}))$ para cada $\mathbf{x}$, donde $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es estrictamente creciente en el conjunto de valores adoptados por U.

Función de Utilidad

Teorema 2. Invariancia de la Función de Utilidad

Sea $\succsim$ la relación de preferencia en $\mathbb{R}^n_+$ y suponga que $U(\mathbf{x})$ es una función de utilidad que representa esa relación. Entonces $V(\mathbf{x})$ también representa a $\succsim$ si y solo si $V(\mathbf{x}) = f(U(\mathbf{x}))$ para cada $\mathbf{x}$, donde $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ es estrictamente creciente en el conjunto de valores adoptados por U.

Teorema 3. Propiedades de las Preferencias y Función de Utilidad

Sea $\succsim$ representada por $U : \mathbb{R}^n_+ \to \mathbb{R}$. Entonces:

1. $U(\mathbf{x})$ es estrictamente creciente si y solo si $\succsim$ es estrictamente monotonica.
2. $U(\mathbf{x})$ es cuasicóncava si y solo si $\succsim$ es convexa.
3. $U(\mathbf{x})$ es estrictamente cuasicóncava si y solo si $\succsim$ es estrictamente convexa.

Conjunto de Consumo Factible

Bibliografía

Bibliografía i