

# Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας (ΜΥΕ037)

## 2η σειρά ασκήσεων

Ακαδημαϊκό έτος: 2016-2017  
Διδάσκων: Γιώργος Σφήκας

Ημερομηνία παράδοσης: 21 Δεκεμβρίου 2016

### Άσκηση 1

Να απαντήσετε στα παρακάτω ζητήματα.

(α) Τι λέει το θεώρημα της συνέλιξης; Να το αποδείξετε για 1Δ σήματα συνεχούς χρόνου.

(β) Πως μπορούμε να γράψουμε το θεώρημα της συνέλιξης, για 1Δ σήματα διακριτού χρόνου, χρησιμοποιώντας αναπαράσταση με πίνακες; Να θεωρήσετε γνωστή την σχέση  $\Lambda = A^{-1}HA$  (θεώρημα διαγωνιοποίησης κυκλοτικών πινάκων).

Σημείωση : Και για το (α) και για το (β), να δείξετε πως πάμε από το πεδίο του χώρου στις συχνότητες αλλά και αντίστροφα.

(γ) Τι συμβαίνει στην αναπαράσταση Fourier όταν πολλαπλασιάσουμε ένα 2Δ αρχικό σήμα μεγέθους στον χώρο με έναν πίνακα που ορίζεται το κάθε στοιχείο του σαν  $(-1)^{x+y}$ ? (θεωρώντας ότι η αρίθμηση σε κάθε άξονα αρχίζει από το 0). Το σήμα είναι μεγέθους  $M \times N$ , και  $x = 0..M-1, y = 0..N-1$ . Να αποδείξετε γιατί συμβαίνει αυτό, και να παρουσιάσετε ένα παράδειγμα χρησιμοποιώντας μια εικόνα της επιλογής σας. Να κάνετε την οπτικοποίηση με MATLAB.

(δ) Να αποδείξετε πως ο δισδιάστατος (συνεχής) μετασχηματισμός Fourier της συνάρτησης

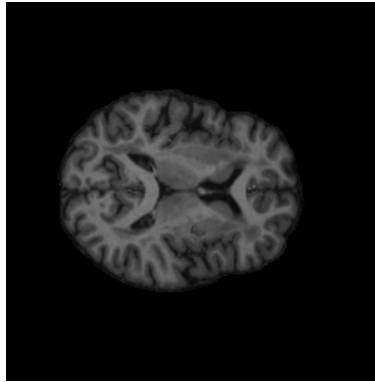
$$f(x, y) = A \cos(u_0 x + v_0 y)$$

είναι

$$F(u, v) = \frac{A}{2} \left[ \delta\left(u - \frac{u_0}{2\pi}, v - \frac{v_0}{2\pi}\right) + \delta\left(u + \frac{u_0}{2\pi}, v + \frac{v_0}{2\pi}\right) \right]$$

### Άσκηση 2

Έστω τα 2Δ σήματα



Εικ 1: Τομή μαγνητικής τομογραφίας.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

(α) Να υπολογίσετε την συνέλιξη  $A*B$ . (β) Να υπολογίσετε την συνέλιξη  $A*C$ .  
 Να κάνετε όσο zero-padding χρειάζεται. Να κάνετε και να παρουσιάσετε όλες τις πράξεις αναλυτικά. Προσέξτε ότι το σημείο  $(0,0)$  σε κάθε σήμα συμβολίζεται με μία υπογράμμιση κάτω από την αντίστοιχη θέση.

### Άσκηση 3

Σε αυτή την άσκηση καλείστε να επεξεργαστείτε μια τομή από μια μαγνητική τομογραφία εγκεφάλου. Κατεβάστε το αρχείο [http://www.cs.uoi.gr/~sfikas/teaching/bseira\\_brains.mat](http://www.cs.uoi.gr/~sfikas/teaching/bseira_brains.mat) και ανοίξτε το στη MATLAB. Θα βρείτε δύο τομές, από τις οποίες η μία ονομάζεται degraded και είναι υποβαθμισμένη με θόρυβο.

**Οι επεξεργασίες σας θα γίνουν πάνω σε αυτή την τομή.**

Όλα τα φιλτραρίσματα που ζητούνται πρέπει να γίνουν ξεχωριστά το καθένα από τα άλλα, πάνω στην τομή που δίνεται.

Να γίνουν τα παρακάτω φιλτραρίσματα στο πεδίο του χώρου:

(α) φίλτρο διάμεσου,  $3 \times 3$ .

(β) φίλτρο min,  $3 \times 3$ .

(γ) φίλτρο max,  $3 \times 3$ .

(δ) φίλτρο προσαρμοζόμενου διάμεσου (adaptive median filter) με μέγιστη γειτονιά μεγέθους  $15 \times 15$ .

(ε) αντιαρμονικό (contraharmonic) φίλτρο με τρεις διαφορετικές τιμές παραμέτρου  $Q$  δικής σας επιλογής.

Επίσης:

(στ) Να γίνει φιλτράρισμα με Gaussian φίλτρο στο πεδίο των συχνοτήτων με παράμετρο της επιλογής σας.

(ζ) Να γίνει φιλτράρισμα με φίλτρο μέσου, γειτονιάς  $5 \times 5$ , στο πεδίο του χώρου αλλά και στο πεδίο των συχνοτήτων. Θυμηθείτε ότι το αποτέλεσμα θα πρέπει να είναι το ίδιο και για τις δύο περιπτώσεις.

Να κάνετε zero-padding όπου, όσο και αν χρειάζεται. Περικόψτε κάθε εικόνα-αποτέλεσμα ώστε να έχει τις διαστάσεις της αρχικής.

Να τυπώσετε τις εικόνες-αποτελέσματα, όπου θα φαίνεται η αρχική κατάσταση (με θόρυβο), και μια εικόνα τομής για την κάθε φιλτραρισμένη εικόνα.

Μαζί με τις διορθωμένες εικόνες να φαίνονται και μία αριθμητική αποτίμηση της διόρθωσης. Για αυτό χρησιμοποιήστε την μετρική Mean Square Error (MSE), με είσοδο την εκάστοτε διόρθωση σας και την τομή brain0030slice150 (εικόνα 1). Οι εικόνες, μετά την αρχική (με τον θόρυβο), να παρουσιαστούν κατά σειρά αυξανόμενου MSE.

Παραδώστε επίσης τον κώδικα που απαιτήθηκε για όλα τα βήματα που ζητούνται.

## Άσκηση 4

Υπολογίστε μια τυχαία ψηφιακή εικόνα διαστάσεων  $2 \times 3$ , με χρήση της εντολής rand της MATLAB. Να έχει ακέραιες τιμές στο εύρος 0..255 .

(i) Υπολογίστε τον 2D DFT της, χρησιμοποιώντας πολλαπλασιασμούς πινάκων. Έχουμε παρουσιάσει 2 τρόπους στο μάθημα για να το κάνουμε αυτό. Εδώ θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε τον τρόπο που βολεύει περισσότερο για να απαντηθούν τα ζητούμενα.

Όπως έχουμε πει στο μάθημα, ο 2D DFT είναι 'διαχωρίσιμος', με την έννοια της έκφρασης του σαν μια σειρά από δύο 1D DFT. Κάντε τον υπολογισμό εκτελώντας πρώτα τον 1D DFT κατά στήλες και μετά κατά γραμμές.

(ii) Κάντε τον υπολογισμό εκτελώντας πρώτα τον 1D DFT κατά γραμμές και μετά κατά στήλες. Συγκρίνετε με το αποτέλεσμα που πήρατε στο (i).

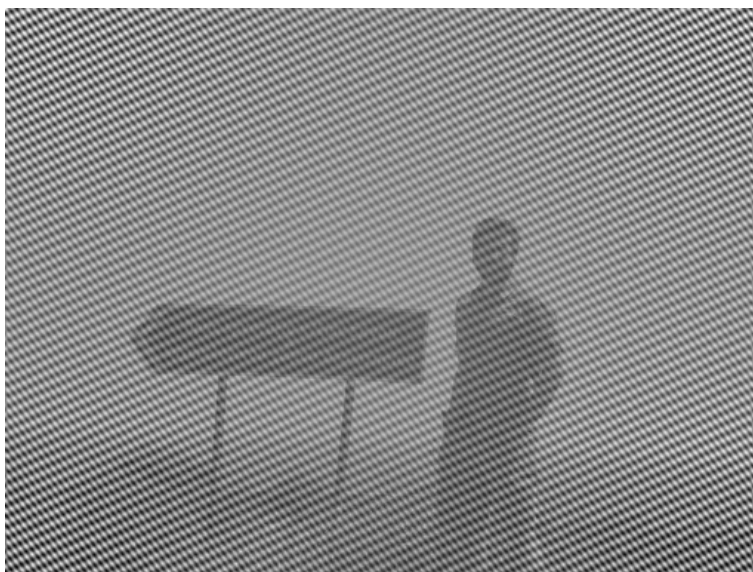
(iii) Γράψτε την αρχική εικόνα σαν άθροισμα γινομένων. Κάθε όρος του αθροίσματος πρέπει να είναι το γινόμενο ενός όρου της αναπαράστασης του σήματος στο πεδίο των συχνοτήτων και ενός πίνακα  $2 \times 3$ .

(iv) Ποιος από τους όρους που υπολογίσατε στο (iii) αντιστοιχεί στην χαμηλότερη συχνότητα;

Μπορείτε να χρησιμοποιήσετε την MATLAB για να κάνετε υπολογισμούς, αλλά όλοι οι υπολογισμοί πρέπει να παρουσιαστούν αναλυτικά.

## Άσκηση 5. Bonus

Ανακάλυψα στο αρχείο μου μια εκτυπωμένη φωτογραφία, την οποία σκάναρα και αποθήκευσα σαν ψηφιακή εικόνα (εικόνα 2, <http://www.cs.uoi.gr/~sfikas/teaching/degraded.png>).



Εικ 2: Εικόνα άσκησης 5.

Μπορείτε να βελτιώσετε την εικόνα κατάλληλα και σε τέτοιο βαθμό ώστε να γίνει προφανές που έχω βγάλει αυτή τη φωτογραφία;

Η τελευταία άσκηση μετράει σαν bonus +0.5 στην τελική βαθμολογία εξαμήνου.