Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

Αποκατάσταση εικόνας: Απομάκρυνση θορύβου

Γιώργος Σφήκας

sfikas@cs.uoi.gr

Περίληψη διάλεξης

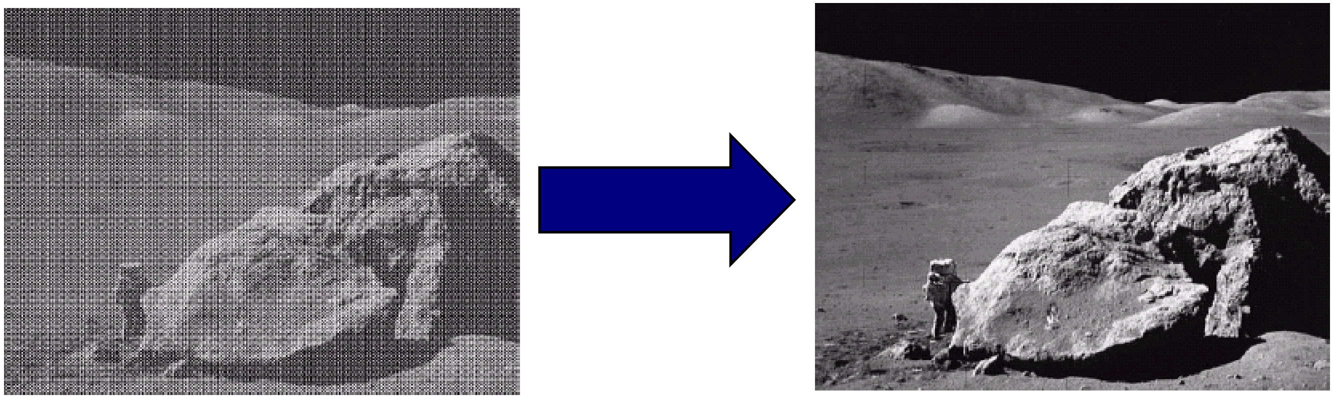
Σε αυτή την διάλεξη θα μιλήσουμε για:

- Γενικά για αποκατάσταση εικόνας
- Μοντέλα θορύβου στις ψηφιακές εικόνες
- Απομάκρυνση θορύβου με χωρικό φιλτράρισμα
- Απομάκρυνση θορύβου με φιλτράρισμα στο πεδίο των συχνοτήτων

Τι είναι αποκατάσταση εικόνας

Αποκατάσταση εικόνας (Image restoration) είναι η τεχνική με την οποία βελτιώνουμε-αποκαθιστούμε μια εικόνα που έχει 'υποβαθμιστεί' (degraded)

- Ταυτοποιούμε / μοντελοποιούμε την διαδικασία υποβάθμισης
- Επιχειρούμε να αντιστρέψουμε την διαδικασία



Θόρυβος και εικόνες

Ο θόρυβος στις ψηφιακές εικόνες εμφανίζεται σαν μέρος της..

- Μετάδοσης της εικόνας από το εικονιζόμενο αντικείμενο στην συσκευή λήψης
- Λήψης της εικόνας / ψηφιοποίησης

Θόρυβος και εικόνες

Ο θόρυβος στις ψηφιακές εικόνες αντιστοιχεί σε..

- Παρεμβολές κατά την μετάδοση της πληροφορίας στην συσκευή λήψης (ακτινοβολία κλπ)
- Ατέλειες στην συσκευή απεικόνισης

Μοντέλο θορύβου

Μπορούμε να μοντελοποιήσουμε την παρατηρούμενη εικόνα σε σχέση με τον θόρυβο ως:

$$g(x, y) = f(x, y) + \eta(x, y)$$

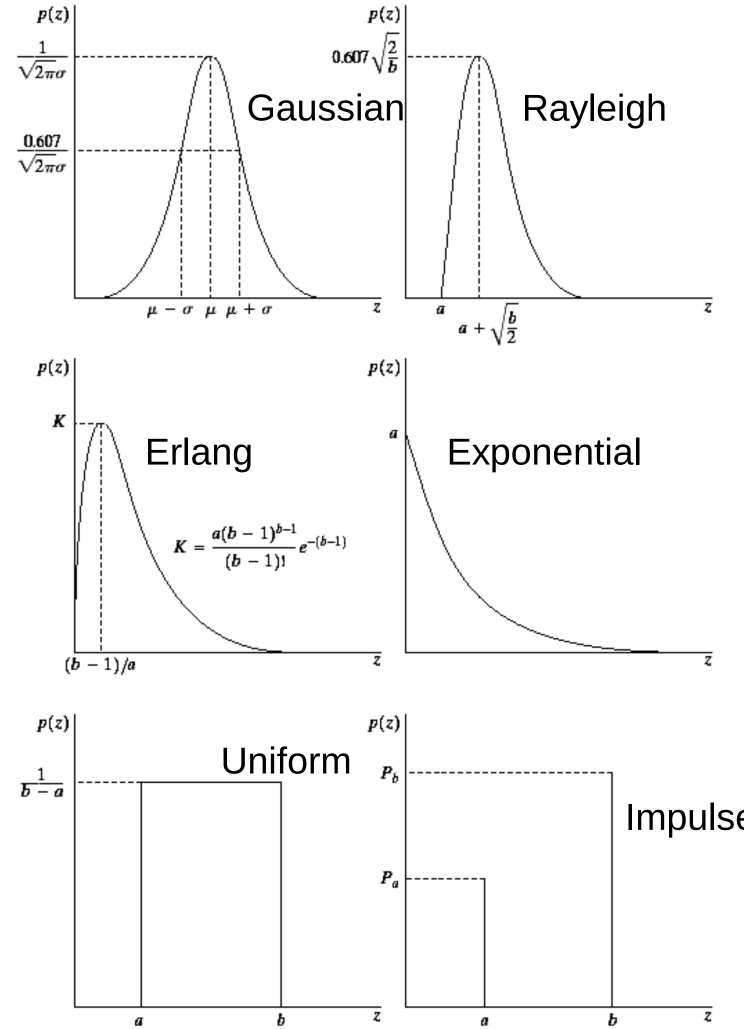
όπου $f(x, y)$ είναι η αρχική εικόνα, $\eta(x, y)$ είναι η εικόνα θορύβου, $g(x, y)$ είναι η παρατηρούμενη εικόνα

Μοντέλο θορύβου

Πολλοί τρόποι να οριστεί η *τυχαία* $\eta(x, y)$. Για $z = \eta(x, y)$:

– Gaussian

$$p(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-(z-\mu)^2/2\sigma^2}$$

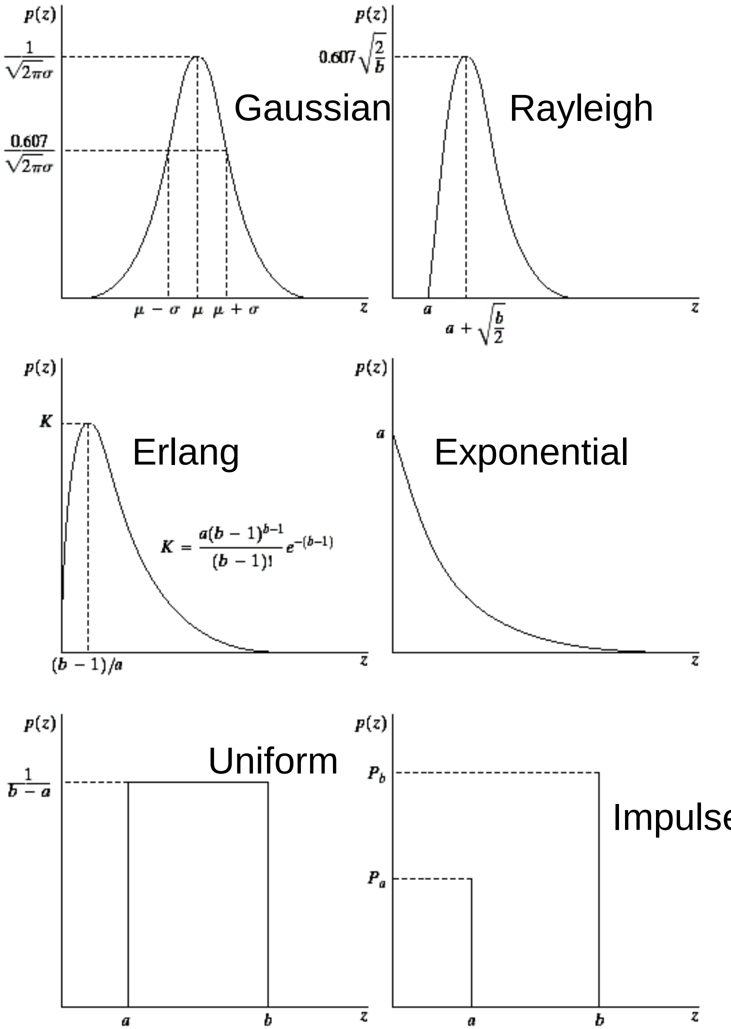


Μοντέλο θορύβου

Πολλοί τρόποι να οριστεί η *τυχαία* $\eta(x, y)$. Για $z = \eta(x, y)$:

– Rayleigh

$$p(z) = \begin{cases} \frac{2}{b}(z-\alpha)e^{-(z-\alpha)^2/b}, z \geq \alpha \\ 0, z < \alpha \end{cases}$$

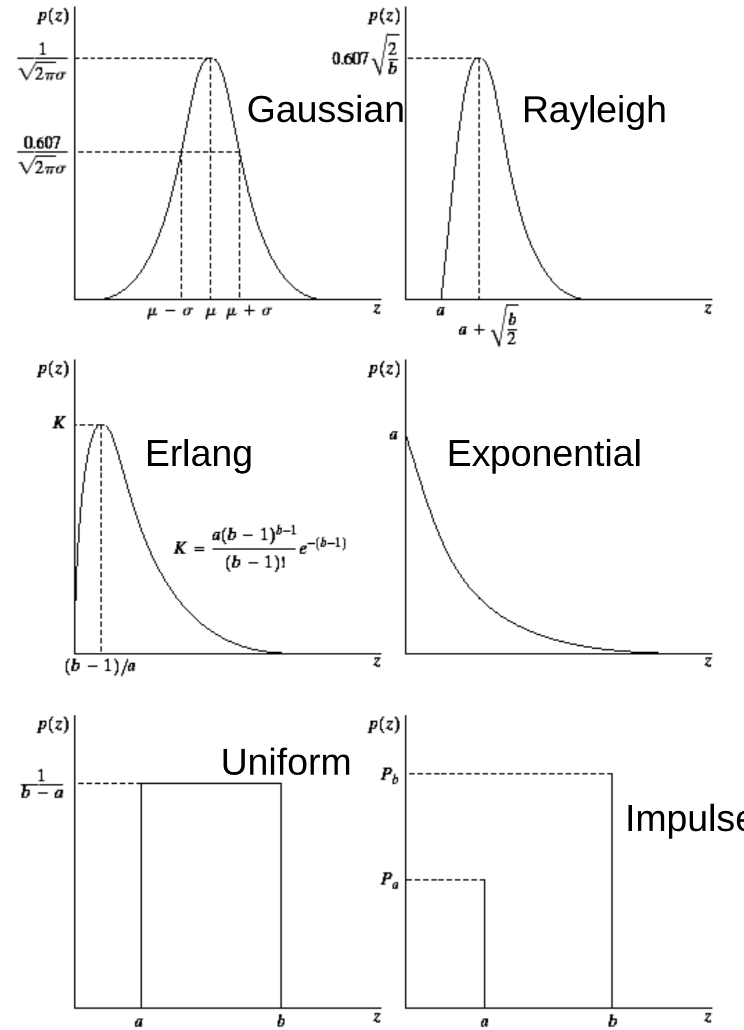


Μοντέλο θορύβου

Πολλοί τρόποι να οριστεί η *τυχαία* $\eta(x, y)$. Για $z = \eta(x, y)$:

– Erlang (Gamma)

$$p(z) = \begin{cases} \dfrac{\alpha^b z^{b-1}}{(b-1)!} e^{-\alpha z}, z \geq 0 \\ 0, z < 0 \end{cases}$$

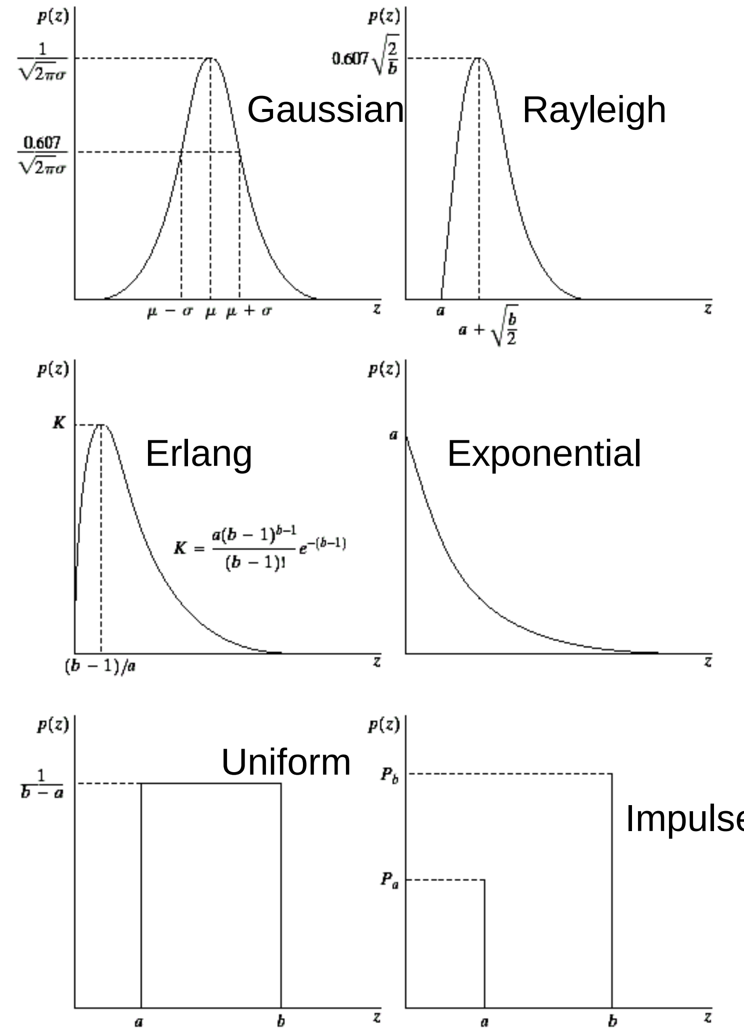


Μοντέλο θορύβου

Πολλοί τρόποι να οριστεί η *τυχαία* $\eta(x, y)$. Για $z = \eta(x, y)$:

- Exponential

$$p(z) = \begin{cases} \alpha e^{-\alpha z}, z \geq 0 \\ 0, z < 0 \end{cases}$$

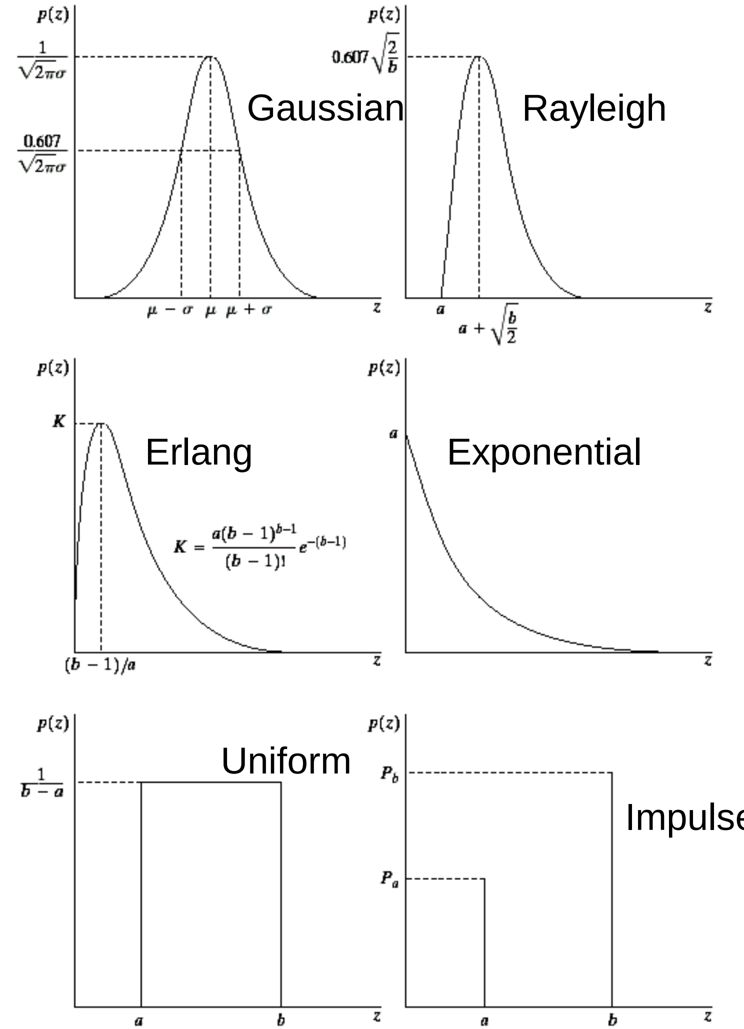


Μοντέλο θορύβου

Πολλοί τρόποι να οριστεί η *τυχαία* $\eta(x, y)$. Για $z = \eta(x, y)$:

– Uniform

$$p(z) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-\alpha}, \alpha \le z \le b \\ 0, \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma \end{cases}$$

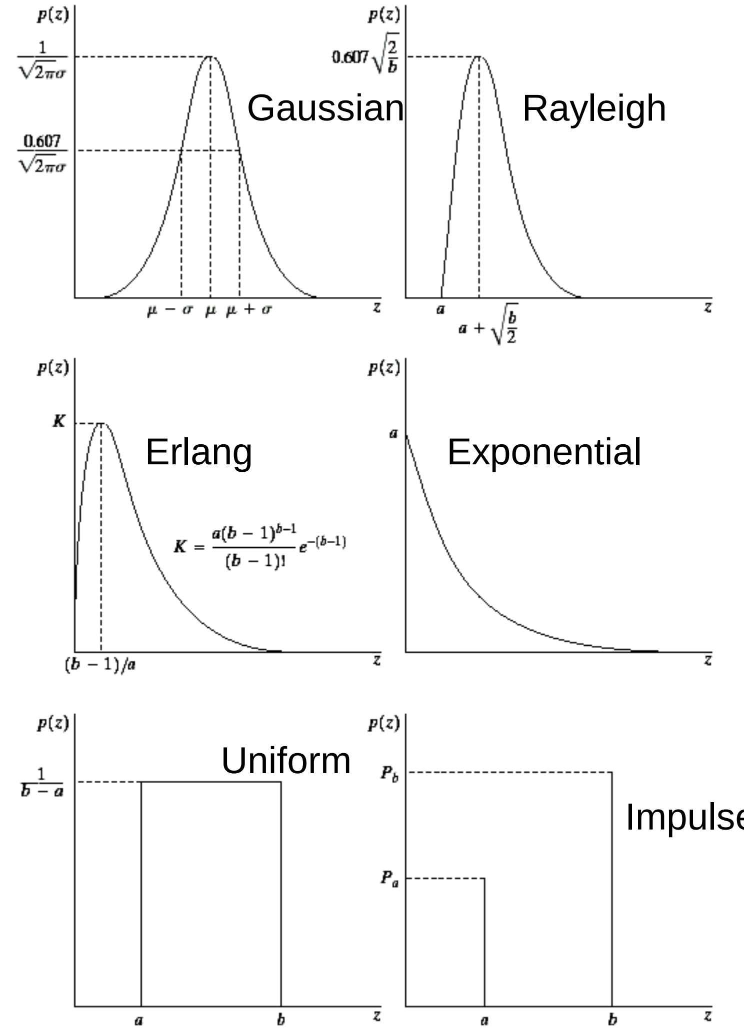


Μοντέλο θορύβου

Πολλοί τρόποι να οριστεί η *τυχαία* $\eta(x, y)$. Για $z = \eta(x, y)$:

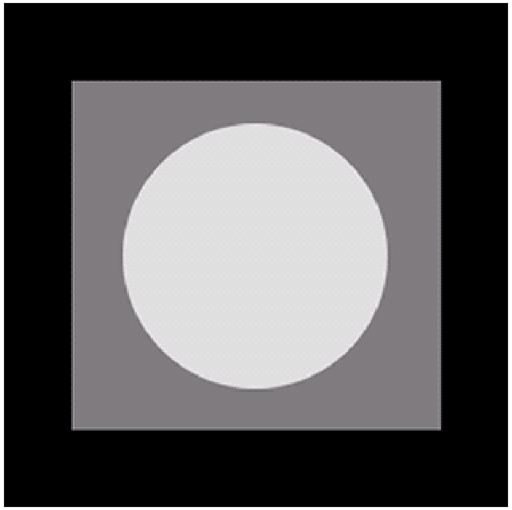
- Impulse

$$p(z) = \begin{cases} P_\alpha, z = \alpha \\ P_b, z = b \\ 0, \alpha\lambda\lambda\iota\acute{\omega}\varsigma \end{cases}$$

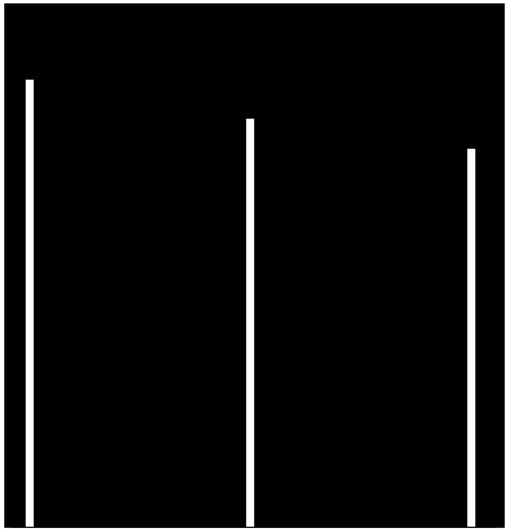


Μοντέλο θορύβου

- Παράδειγμα :
  - Θα χρησιμοποιήσουμε την εικόνα πάνω δεξιά σαν την f στην οποία θα προσθέσουμε διαφόρων τύπου θόρυβου κάθε φορά



Image



Histogram

Μοντέλο θορύβου

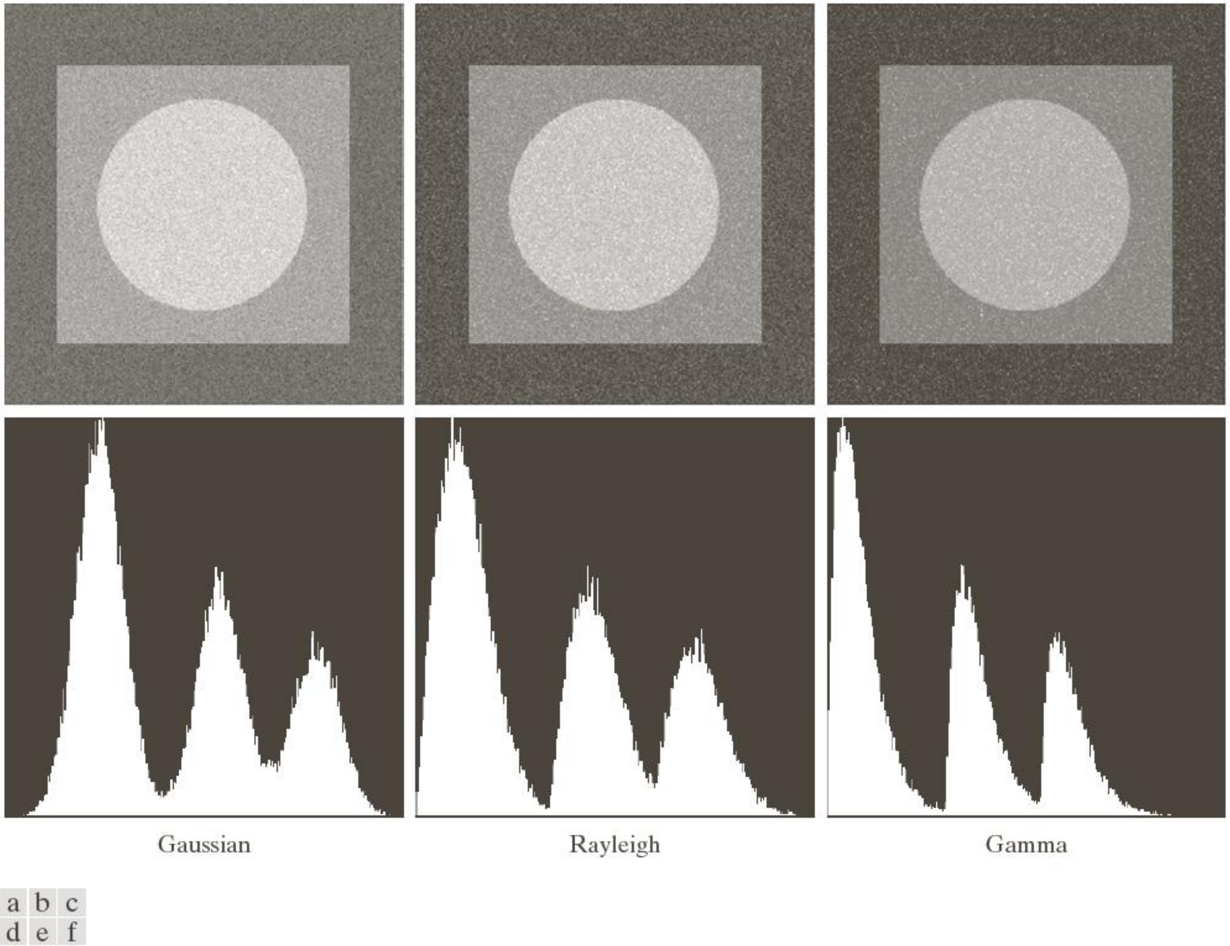


FIGURE 5.4 Images and histograms resulting from adding Gaussian, Rayleigh, and gamma noise to the image in Fig. 5.3.

Μοντέλο θορύβου

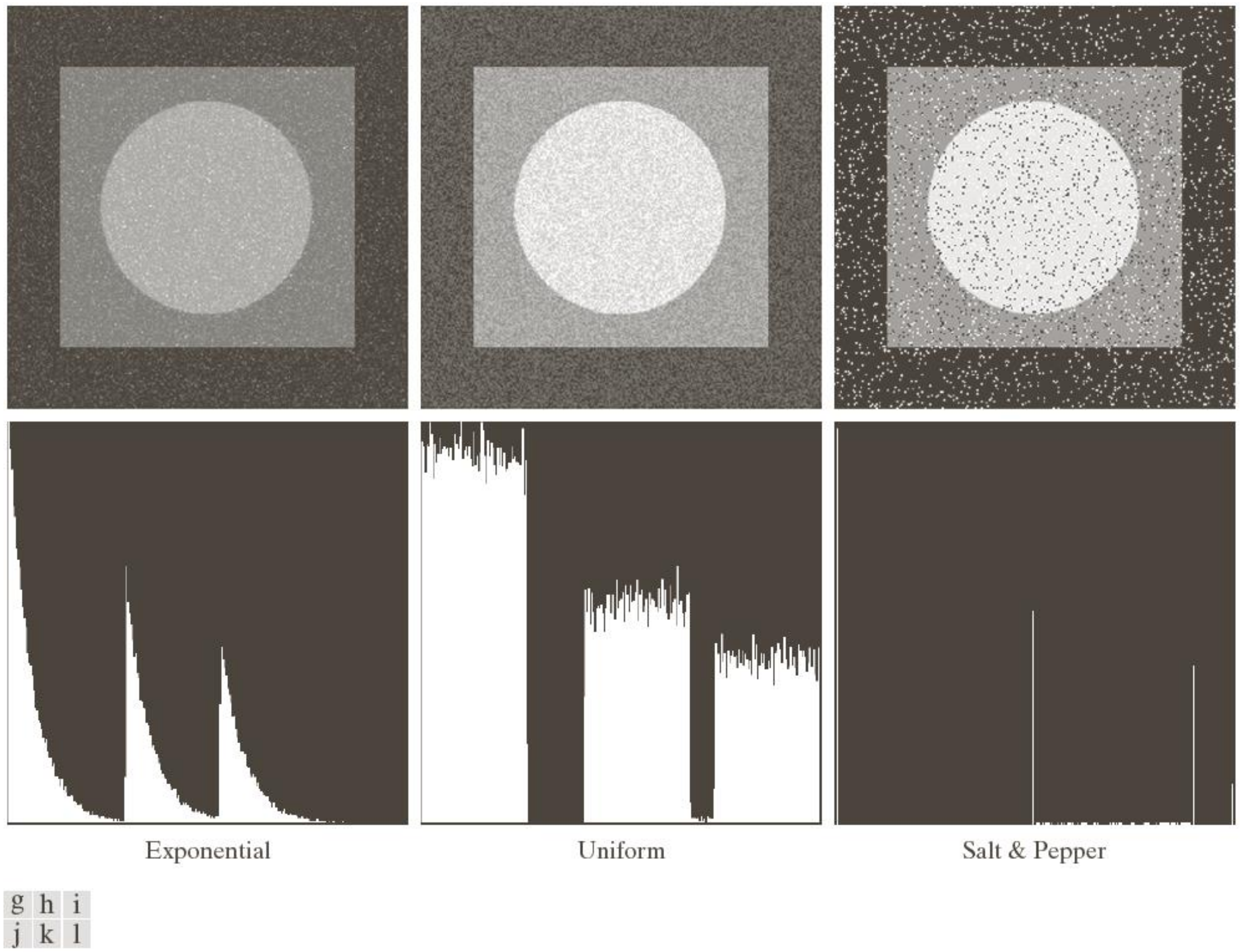


FIGURE 5.4 *(Continued)* Images and histograms resulting from adding exponential, uniform, and salt and pepper noise to the image in Fig. 5.3.

Ανάκτηση εικόνας που έχει υποβαθμιστεί λόγω θορύβου

- Διαφορετικά χωρικά φίλτρα για διαφορετικό θόρυβο
- Το φίλτρο αριθμητικού μέσου (*arithmetic mean filter)* είναι από τα πιο απλά:

$$\hat{f}(x,y) = \frac{1}{mn} \sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)$$

$^1/_9$	$^1/_9$	$^1/_9$
$^1/_9$	$^1/_9$	$^1/_9$
$^1/_9$	$^1/_9$	$^1/_9$

Απλό φίλτρο εξομάλυνσης

Θολώνει την εικόνα

Ανάκτηση εικόνας που έχει υποβαθμιστεί λόγω θορύβου

- Υπάρχουν διάφορα άλλα είδη φίλτρων, τα οποία παρουσιάζουν διαφορετική συμπεριφορά:
  - Γεωμετρικός μέσος
  - Αρμονικός μέσος
  - Αντιαρμονικός (Contraharmonic) μέσος

Ανάκτηση εικόνας που έχει υποβαθμιστεί λόγω θορύβου

Γεωμετρικός μέσος:

$$\hat{f}(x,y) = \left[\prod_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t) \right]^{\frac{1}{mn}}$$

- Πετυχαίνει παρόμοια εξομάλυνση, αλλά τείνει να απομακρύνει λιγότερες λεπτομέρειες.

Ανάκτηση εικόνας που έχει υποβαθμιστεί λόγω θορύβου

Αρμονικός μέσος:

$$\hat{f}(x,y) = \frac{mn}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} \frac{1}{g(s,t)}}$$

- Δουλεύει καλά για θόρυβο αλάτι, αποτυχαίνει για θόρυβο πιπέρι.
- Επίσης δουλεύει καλά για άλλους τύπους θορύβου όπως τον Gaussian.

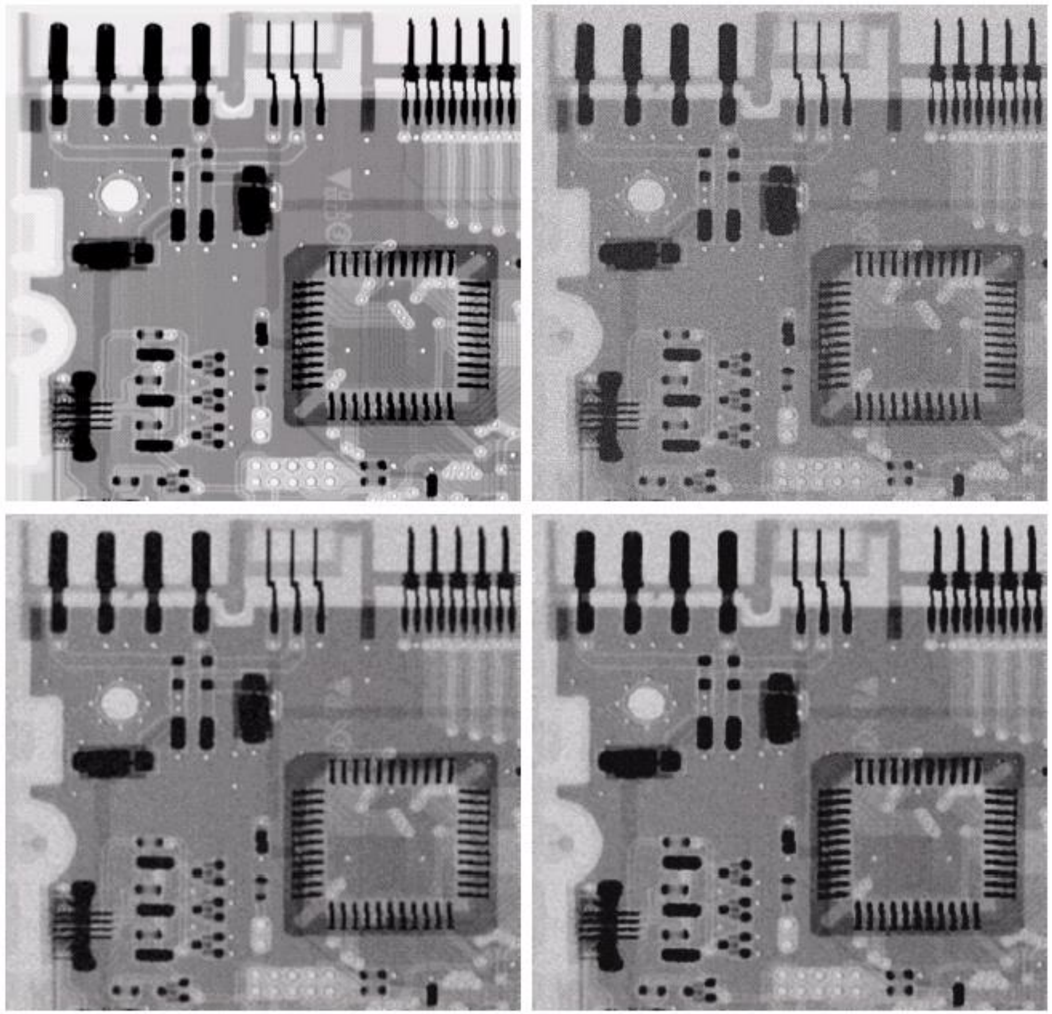
Ανάκτηση εικόνας που έχει υποβαθμιστεί λόγω θορύβου

Αντιαρμονικός (Contraharmonic) μέσος:

$$\hat{f}(x,y) = \frac{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q+1}}{\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g(s,t)^{Q}}$$

- Q είναι η τάξη του φίλτρου.
- Θετικές τιμές του Q απομακρύνουν τον θόρυβο πιπέρι.
- Αρνητικές τιμές του Q απομακρύνουν τον θόρυβο αλάτι.
- Παρατηρήστε την σχέση της εξίσωσης του αντιαρμονικού με αυτές του αριθμητικού και του αρμονικού μέσου

Παραδείγματα απομάκρυνσης θορύβου



Αρχική εικόνα

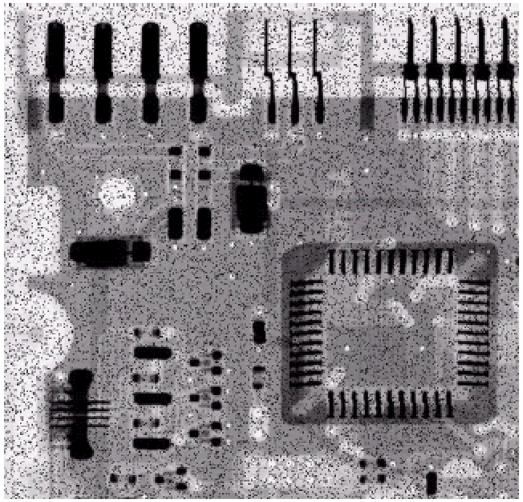
Εικόνα υποβαθμισμένη από Gaussian θόρυβο

3x3 Αριθμητικός μέσος όρος

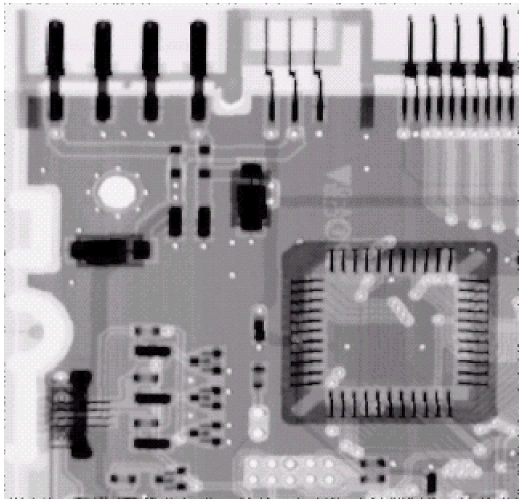
3x3 Γεωμετρικός μέσος όρος (λιγότερη εξομάλυνση από τον Αρ.Μέσο, η εικόνα είναι πιο οξεία)

Παραδείγματα απομάκρυνσης θορύβου

Εικόνα υποβαθμισμένη από θόρυβο πιπέρι έντασης 0.1

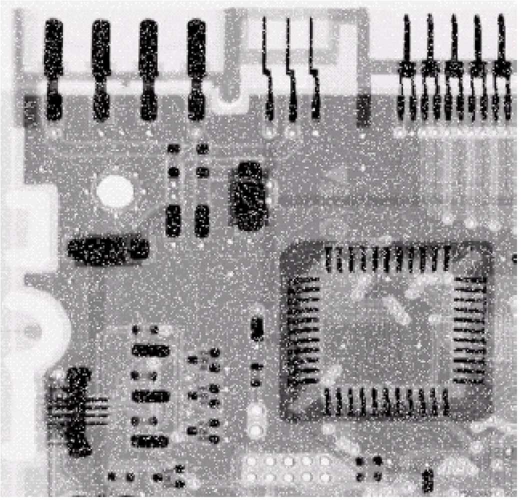


Φιλτράρισμα με 3x3 Contraharmonic φίλτρο τάξης Q=1.5

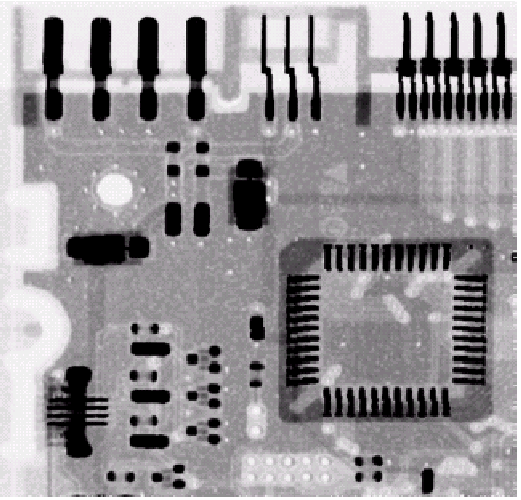


Παραδείγματα απομάκρυνσης θορύβου

Εικόνα υποβαθμισμένη από θόρυβο αλάτι έντασης 0.1

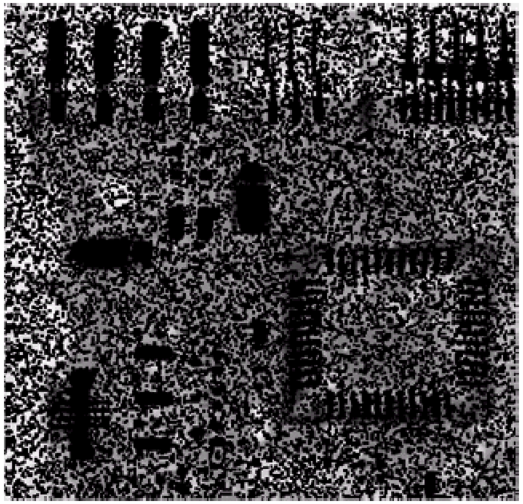


Φιλτράρισμα με 3x3 Contraharmonic φίλτρο τάξης Q=-1.5

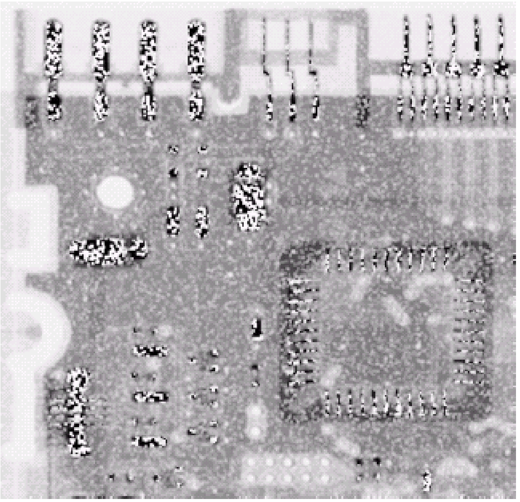


Παραδείγματα απομάκρυνσης θορύβου

- Η αποτελεσματικότητα του φίλτρου εξαρτάται από την επιλογή της παραμέτρου Q
- ‘Κακό’ Q μπορεί να υποβαθμίσει ακόμα περισσότερο την εικόνα !



Εικόνα με θόρυβο πιπέρι φιλτραρισμένη με 3x3 CF, Q=-1.5



Εικόνα με θόρυβο αλάτι φιλτραρισμένη με 3x3 CF, Q=1.5

Φίλτρα διάταξης

- Χωρικά φίλτρα βασισμένα στην *αριθμητική διάταξη* των τιμών των εικονοστοιχείων γειτονιάς

- Χρήσιμα φίλτρα διάταξης περιλαμβάνουν
  - Φίλτρο διάμεσου
  - Φίλτρο max και min
  - Φίλτρο midpoint
  - Φίλτρο α-trimmed μέσου

Φίλτρο διάμεσου (Median Filter)

Φίλτρο διάμεσου (Median Filter):

$$\hat{f}(x,y) = \underset{(s,t)\in S_{xy}}{\text{median}}\{g(s,t)\}$$

- Πολύ καλό για απομάκρυνση θορύβου, αποφεύγεται η εξομάλυνση που πραγματοποιούν άλλα φίλτρα.
- Εξαιρετικό όταν υπάρχει θόρυβος αλάτι-πιπέρι.

Φίλτρο Max και Min

Φίλτρο Max:

$$\hat{f}(x,y) = \max_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$$

Φίλτρο Min:

$$\hat{f}(x,y) = \min_{(s,t)\in S_{xy}} \{g(s,t)\}$$

- Το Max filter είναι καλό για θόρυβο πιπέρι, ενώ το Min filter είναι καλό για θόρυβο αλάτι.

Φίλτρο Midpoint:

$$\hat{f}(x,y)=\frac{1}{2}\left[\max_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}+\min_{(s,t)\in S_{xy}}\{g(s,t)\}\right]$$

- Καλό για Gaussian ή ομοιόμορφο θόρυβο.

Φίλτρο α-trimmed μέσου

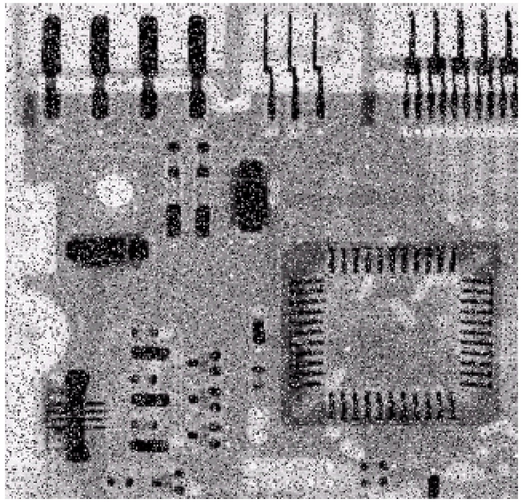
Φίλτρο α-Trimmed μέσου:

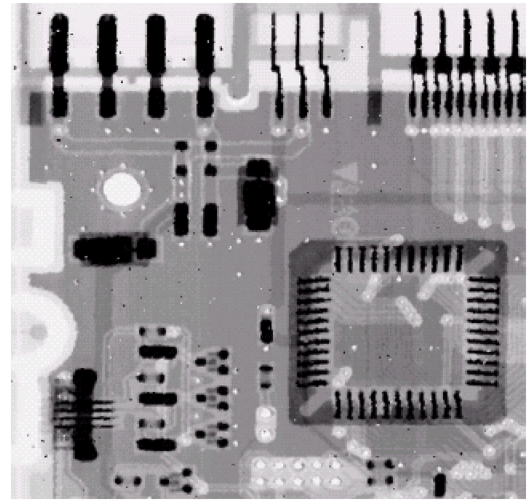
$$\hat{f}(x,y)=\frac{1}{mn-d}\sum_{(s,t)\in S_{xy}} g_r(s,t)$$

- Δεν λαμβάνουμε υπ΄όψιν τις $d/2$ χαμηλότερες και τις $d/2$ υψηλότερες εντάσεις της γειτονιάς.
- Επομένως το $g_r(s, t)$ περιλαμβάνει $mn - d$ pixels.

Παραδείγματα απομάκρυνσης θορύβου

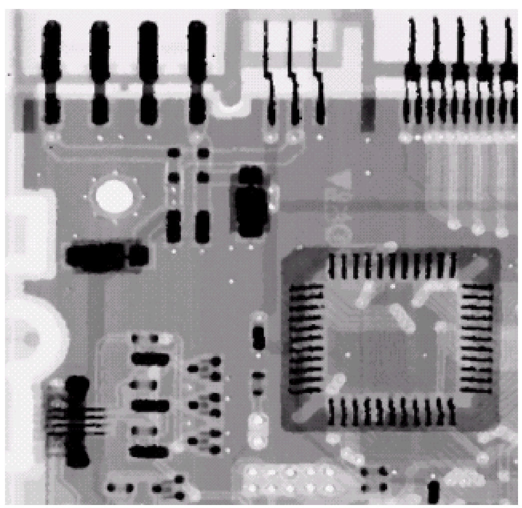
Θόρυβος αλάτι-πιπέρι, έντασης 0.2

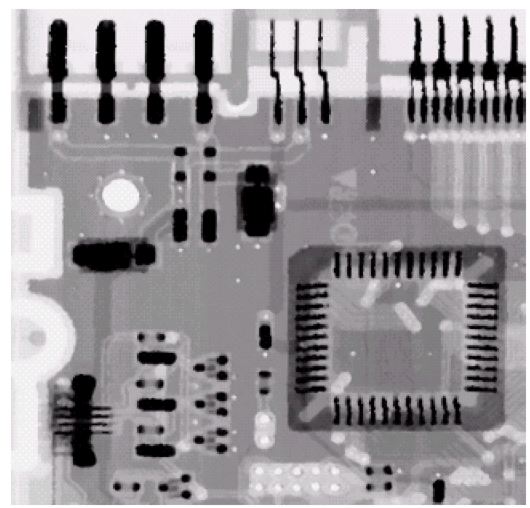




1 πέρασμα με 3x3 median

2 περάσματα 3x3 median



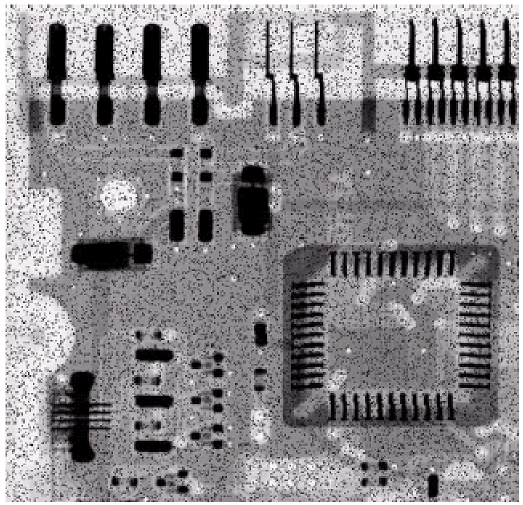


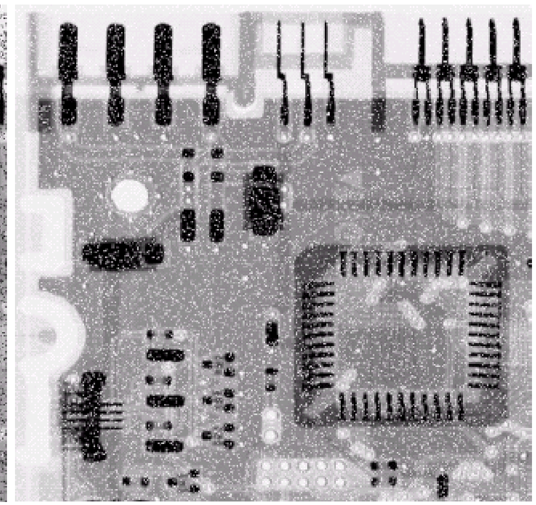
3 περάσματα 3x3 median

Επαναλαμβανόμενα περάσματα απομακρύνουν θόρυβο αλλά θολώνουν και την εικόνα

Παραδείγματα απομάκρυνσης θορύβου

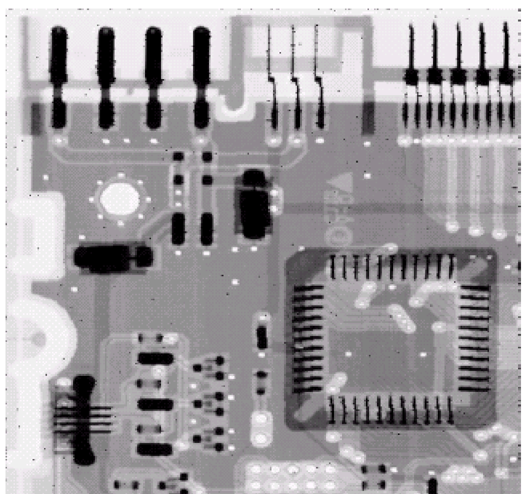
Θόρυβος πιπέρι

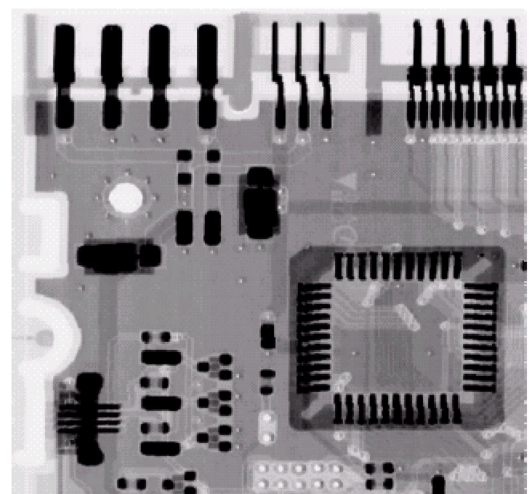




Θόρυβος αλάτι

Φιλτράρισμα με 3x3 Max Filter

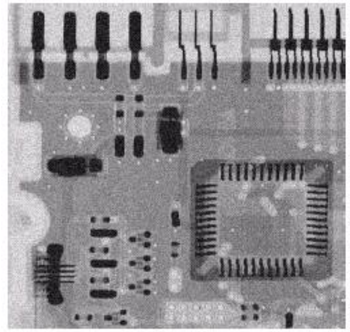


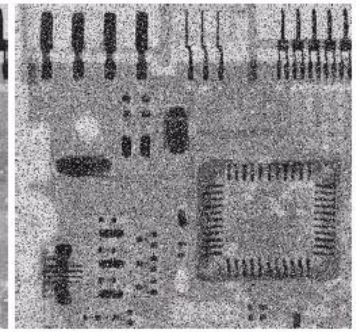


Φιλτράρισμα με 3x3 Min Filter

Παραδείγματα απομάκρυνσης θορύβου

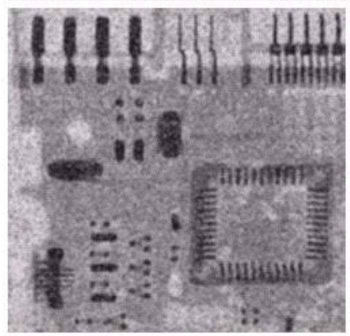
Εικόνα υποβαθμισμένη με ομοιόμορφο θόρυβο

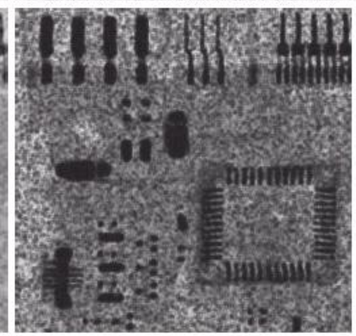




Εικόνα υποβαθμισμένη από θόρυβο αλάτι-πιπέρι

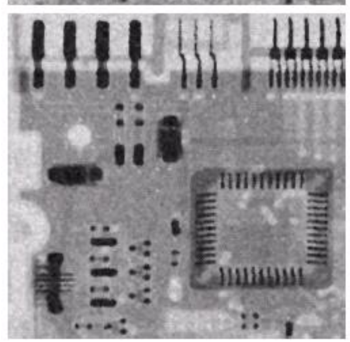
Φιλτράρισμα με 5x5 φίλτρο αριθμητικού μέσου

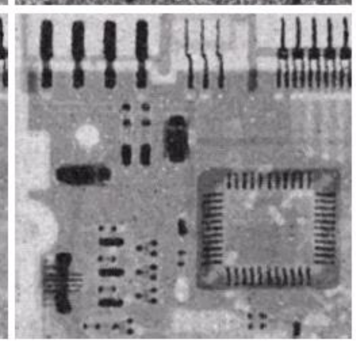




Φιλτράρισμα με 5x5 φίλτρο γεωμετρικού μέσου

Φιλτράρισμα με 5x5 φίλτρο median





Φιλτράρισμα με 5x5 α-trimmed μέσου (d=5)

Προσαρμοζόμενα φίλτρα

- Τα φίλτρα που είδαμε μέχρι τώρα εφαρμόζονται με τον ίδιο τρόπο σε ολόκληρη την εικόνα
- Η συμπεριφορά των **προσαρμοζόμενων (*adaptive*) φίλτρων** αλλάζει αναλόγως τα χαρακτηριστικά του τμήματος της εικόνας που επιδρά το φίλτρο.
- Θα δούμε το **φίλτρο προσαρμοζόμενου διάμεσου (adaptive median filter).**

Φίλτρο προσαρμοζόμενου διάμεσου

- Το φίλτρο διάμεσου (median filter) είναι αποτελεσματικό για κρουστικό (αλάτι-πιπέρι) θόρυβο εφ’όσον η χωρική πυκνότητα του θορύβου δεν είναι πολύ μεγάλη.
- Το προσαρμοστικό φίλτρο διαμέσου μπορεί να μεταχειριστεί πολύ χωρικά πυκνότερο κρουστικό θόρυβο, και εξομαλύνει μερικά την εικόνα όταν υπάρχει μη κρουστικός θόρυβος.

Φίλτρο προσαρμοζόμενου διάμεσου

- Το adaptive median filter έχει τρεις στόχους:
  - Απομάκρυνση κρουστικού θορύβου
  - Εξομάλυνση άλλων τύπων θορύβου
  - Αποφυγή υπερβολικού thinning or thickening των ακμών των αντικειμένων).

Φίλτρο προσαρμοζόμενου διάμεσου

- Notation:
  - S_{xy} = η γειτονιά του φίλτρου γύρω από (x, y)
  - z_{min} = min(S_{xy})
  - z_{max} = max(S_{xy})
  - z_{med} = median(S_{xy})
  - z_{xy} = τιμή στο (x, y)
  - S_{max} = μέγιστο επιτρεπτό μέγεθος για S_{xy}

Φίλτρο προσαρμοζόμενου διάμεσου

Stage A: $A1 = z_{med} - z_{min}$

$A2 = z_{med} - z_{max}$

If $A1 > 0$ and $A2 < 0$, Go to stage B

Else increase the window size

If window size $\leq S_{max}$ repeat stage A

Else output z_{med}

Stage B: $B1 = z_{xy} - z_{min}$

$B2 = z_{xy} - z_{max}$

If $B1 > 0$ and $B2 < 0$, output z_{xy}

Else output z_{med}

Φίλτρο προσαρμοζόμενου διάμεσου

Stage A:

$$A1 = z_{med} - z_{min}$$
$$A2 = z_{med} - z_{max}$$

If $A1 > 0$ and $A2 < 0$, Go to stage B

Else increase the window size

If window size $\leq S_{max}$ repeat stage A

Else output z_{med}

- Στο stage A αποφασίζουμε αν η έξοδος του median filter z_{med} είναι στην πραγματικότητα το αποτέλεσμα κρουστικού θορύβου (μαύρο ή άσπρο).
- Αν όχι, πάμε στο stage B.
- Αν ναι, το μέγεθος του παραθύρου αυξάνεται μέχρι να φτάσουμε το S_{max} ή μέχρι να αποφασίσουμε ότι το z_{med} για το νέο μέγεθος δεν είναι αποτέλεσμα κρουστικού θορύβου.
- Δεν υπάρχει εγγύηση ότι το z_{med} δεν θα είναι κρουστικός θόρυβος. Ωστόσο, όσο μικρότερη η πυκνότητα του θορύβου, και όσο μεγαλύτερο το μέγεθος του παραθύρου, τόσο πιο απίθανο θα είναι το να αντιστοιχεί το z_{med} σε αποτέλεσμα κρουστικού θορύβου.

Φίλτρο προσαρμοζόμενου διάμεσου

Stage B:

$B1 = z_{xy} - z_{min}$

$B2 = z_{xy} - z_{max}$

If $B1 > 0$ and $B2 < 0$, output z_{xy}

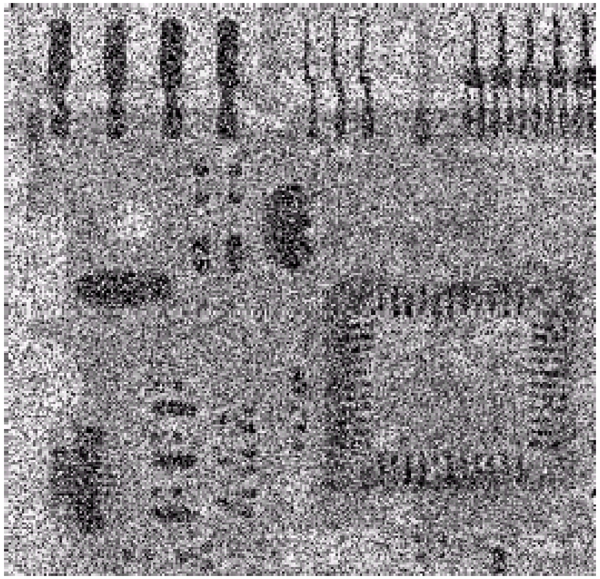
Else output z_{med}

Στο Stage B καθορίζουμε αν το z_{xy} (η τιμή στο xy) είναι αποτέλεσμα κρουστικού θορύβου.

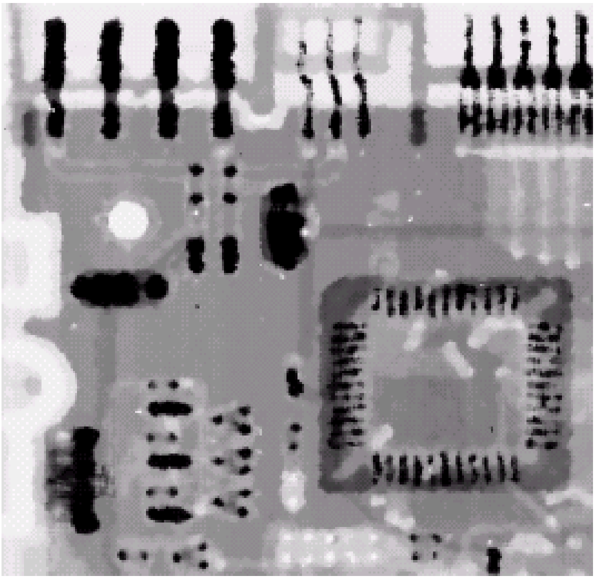
Αν όχι, ο αλγόριθμος δίνει σαν αποτέλεσμα z_{xy} .

Αν ναι, ο αλγόριθμος θα δώσει το median z_{med} .

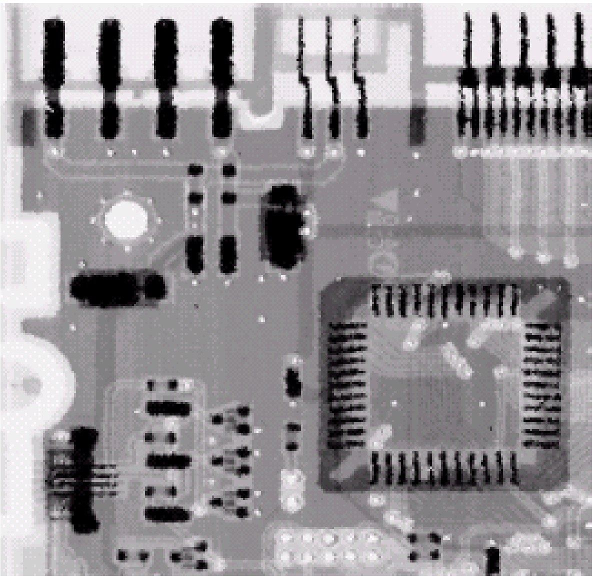
Παράδειγμα προσαρμοζόμενου φιλτραρίσματος



Εικόνα με θόρυβο αλάτι-πιπέρι έντασης $P_a = P_b$=0.25



Αποτέλεσμα φιλτραρίσματος με 7x7 median filter

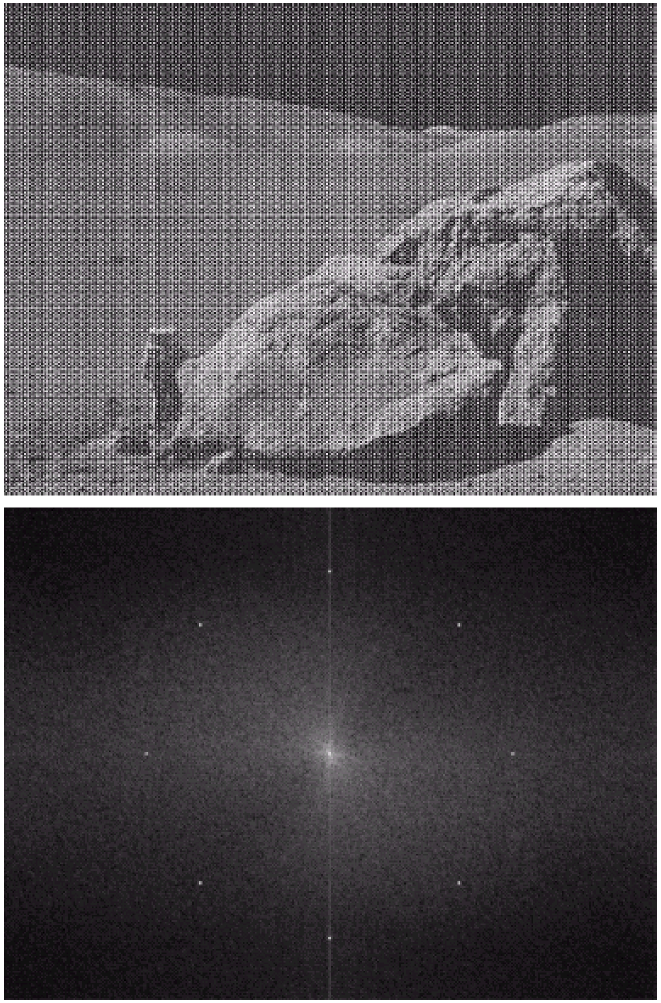


Αποτέλεσμα adaptive median filtering με S_{max} = 7

Το AMF διατηρεί καλύτερα την οξύτητα και λεπτομέρειες.

Περιοδικός θόρυβος

- Εμφανίζεται συνήθως σαν αποτέλεσμα ηλεκτρικών ή ηλεκτρομαγνητικών παρεμβολών, μοτίβα Moiré κλπ.
- Τεχνικές στο πεδίο των συχνοτήτων είναι οι πιο αποτελεσματικές για να αντιμετωπιστεί τέτοιου είδους θόρυβος.

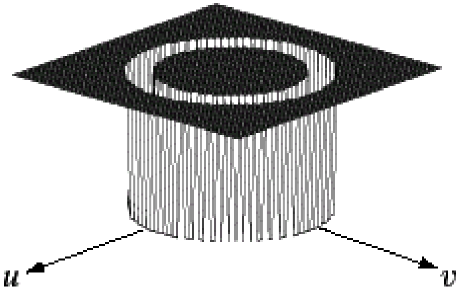


Ζωνοφρακτικά φίλτρα

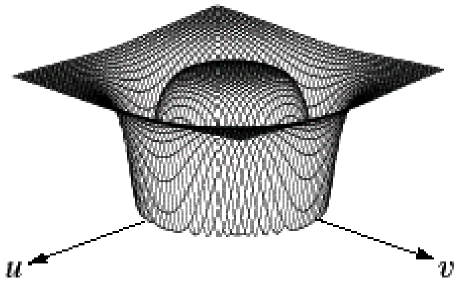
- Η αφαίρεση περιοδικού θορύβου αφορά την απομάκρυνση ενός συγκεκριμένου εύρους συχνοτήτων από την εικόνα => ζωνοφρακτικά φίλτρα (band reject filter)
- Ιδεατό ζωνοφρακτικό φίλτρο:

$$H(u,v)=\begin{cases}1 & if\;\; D(u,v)<D_0-\dfrac{W}{2}\\[2ex] 0 & if\;\; D_0-\dfrac{W}{2}\le D(u,v)\le D_0+\dfrac{W}{2}\\[2ex] 1 & if\;\; D(u,v)>D_0+\dfrac{W}{2}\end{cases}$$

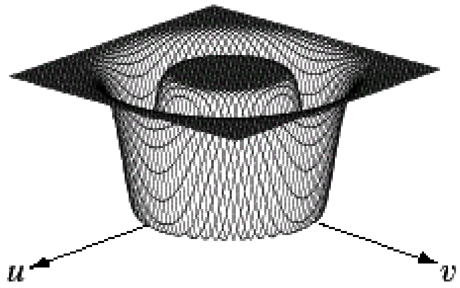
Ζωνοφρακτικά φίλτρα



Ideal Band Reject Filter



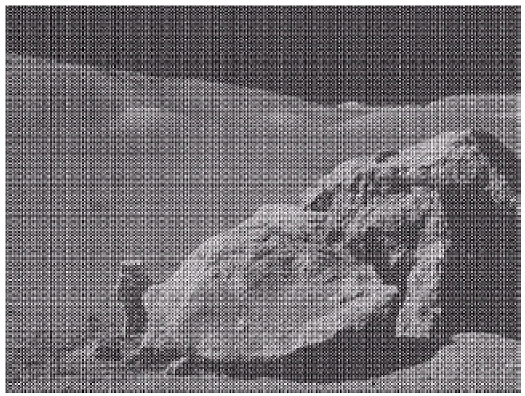
Butterworth Band Reject Filter (of order 1)



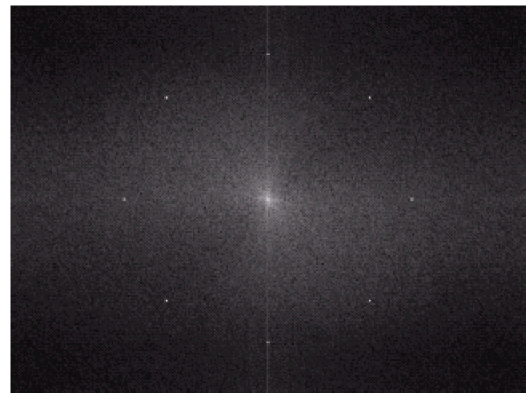
Gaussian Band Reject Filter

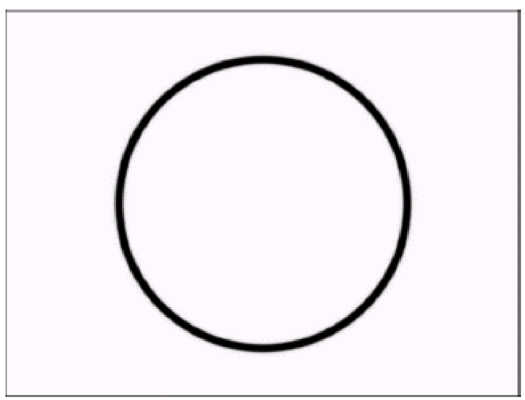
Ζωνοφρακτικά φίλτρα

Image corrupted by sinusoidal noise

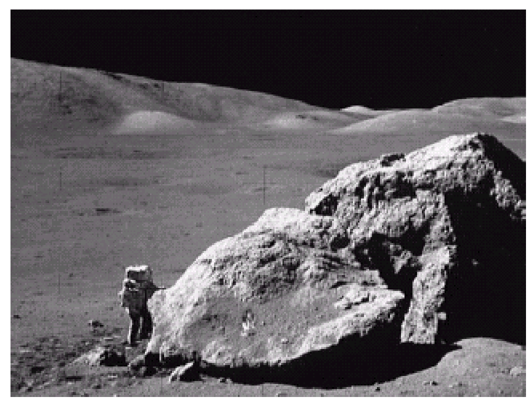


Fourier spectrum of corrupted image





Butterworth band reject filter



Filtered image

Φίλτρα εγκοπής (notch)

- Απορρίπτει συχνότητες γύρω από μια ορισμένη γειτονιά μιας κεντρικής συχνότητας

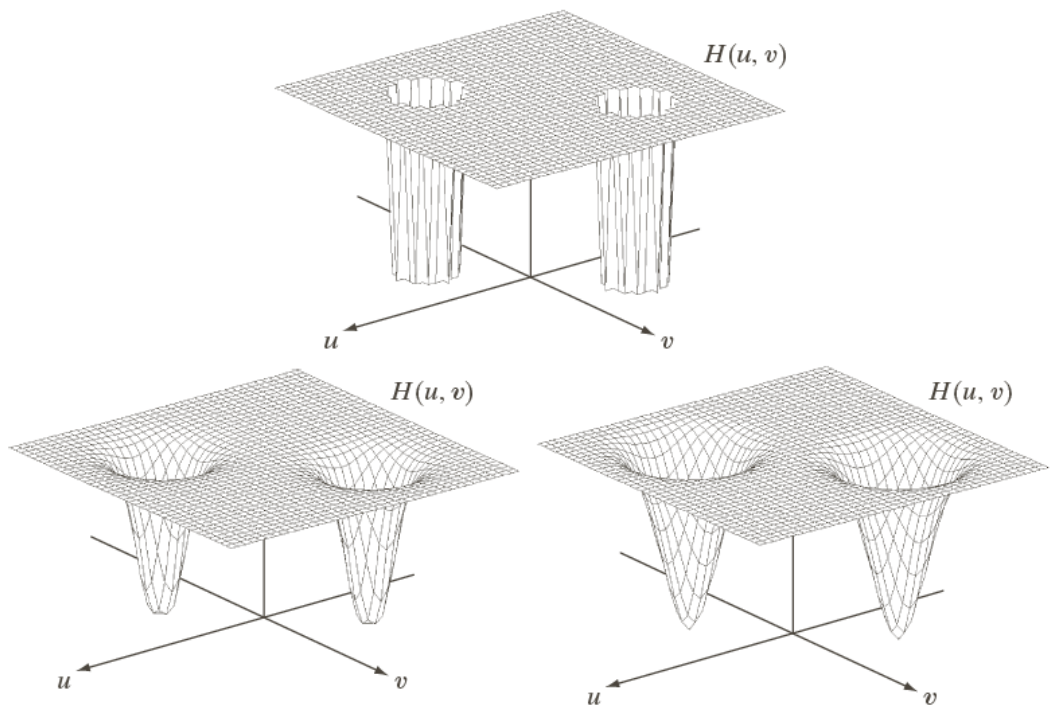
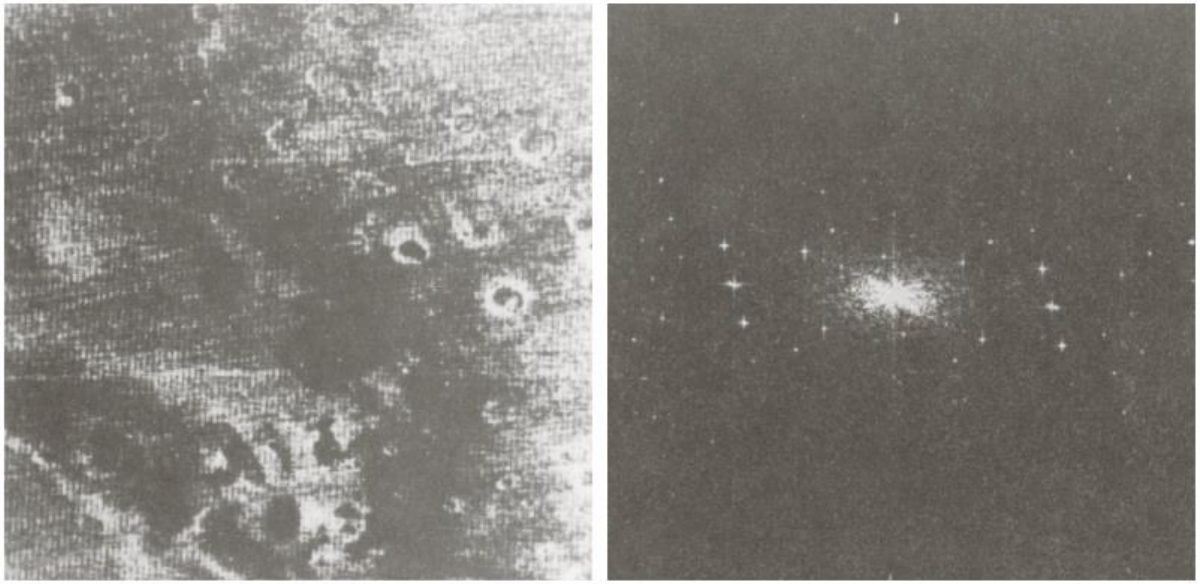


FIGURE 5.18 Perspective plots of (a) ideal, (b) Butterworth (of order 2), and (c) Gaussian notch (reject) filters.

Βέλτιστο notch φιλτράρισμα

- Υποθέτουμε ότι έχουμε πολλαπλές συνιστώσες παρεμβολής (όχι μία μόνο προφανή ριπή).
- Πρόβλημα : Αφαιρώντας συχνότητες μπορεί να αφαιρέσουμε και χρήσιμη πληροφορία.



a b

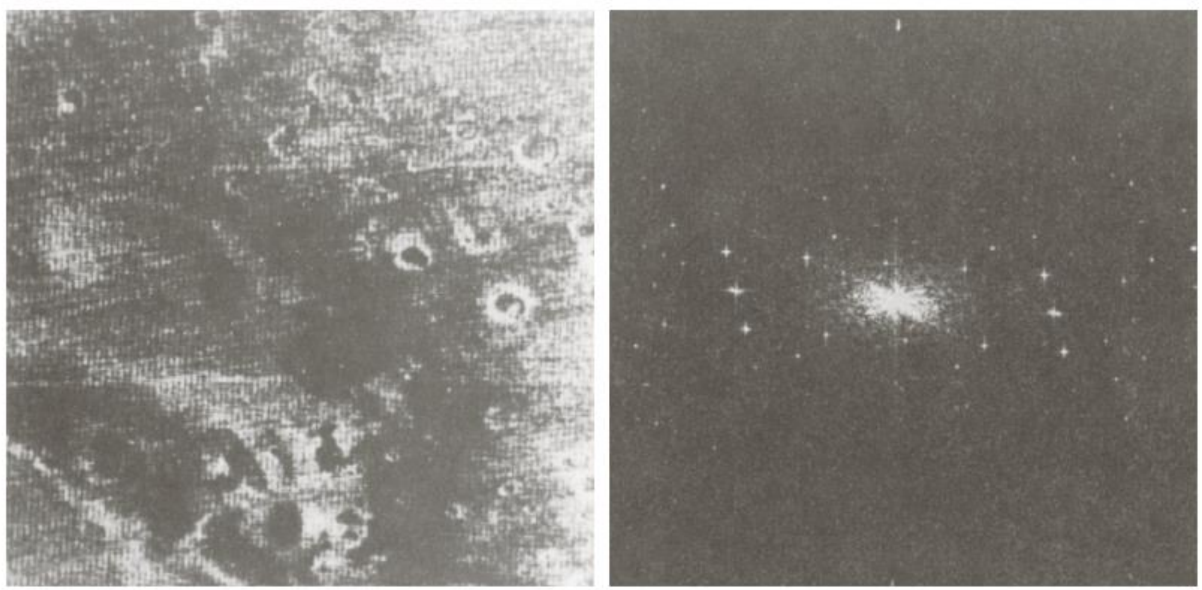
FIGURE 5.20 (a) Image of the Martian terrain taken by *Mariner 6*. (b) Fourier spectrum showing periodic interference. (Courtesy of NASA.)

Βέλτιστο notch φιλτράρισμα

- Εφαρμόζουμε notch φιλτράρισμα και εντοπίζουμε τις γειτονιές ενδιαφέροντος.
- Αφαιρούμε *μέρος* κάθε ριπής

a b

FIGURE 5.20 (a) Image of the Martian terrain taken by *Mariner 6*. (b) Fourier spectrum showing periodic interference. (Courtesy of NASA.)



Βέλτιστο notch φιλτράρισμα

- Εκτίμηση του θορύβου στο πεδίο των συχνοτήτων:

$$N(k,l) = H(k,l)G(k,l)$$

- Στο πεδίο του χώρου:

$$\eta(m,n) = \Im^{-1}\left\{H(k,l)G(k,l)\right\}$$

- Εκτίμηση εικόνας χωρίς θόρυβο:

$$\hat{f}(m,n) = g(m,n) - w(m,n)\eta(m,n)$$

Βέλτιστο notch φιλτράρισμα

$$\hat{f}(m,n) = g(m,n) - w(m,n)\eta(m,n)$$

- Υπολογίζουμε το βάρος που θα ελαχιστοποιήσει την απόκλιση της έντασης σε γειτονιά γύρω από το (m,n):

$$\sigma(m,n) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{k=-a}^{a} \sum_{l=-b}^{b} \left[\hat{f}(m+k,n+l) - \overline{\hat{f}}(m,n) \right]^2$$

με $$\overline{\hat{f}}(m,n) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{k=-a}^{a} \sum_{l=-b}^{b} \hat{f}(m+k,n+l)$$

- Αντικαθιστώντας την εκτίμηση στο $\sigma(m,n)$ μας δίνει:

Βέλτιστο notch φιλτράρισμα

$$\sigma(m,n) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{k=-a}^{a} \sum_{l=-b}^{b} \Big\{ \big[g(m+k,n+l) - w(m+k,n+l)\eta(m+k,n+l) \big] - \Big[\bar{g}(m,n) - \overline{w(m,n)\eta(m,n)} \Big] \Big\}^2$$

- Μία απλούστευση είναι να θεωρήσουμε το βάρος σταθερό πάνω στη γειτονιά:

$$w(m+k,n+l) = w(m,n), \; -a \le k \le a, -b \le l \le b$$

$$\sigma(m,n) = \frac{1}{(2a+1)(2b+1)} \sum_{k=-a}^{a} \sum_{l=-b}^{b} \Big\{ \big[g(m+k,n+l) - w(m,n)\eta(m+k,n+l) \big] - \big[\bar{g}(m,n) - w(m,n)\bar{\eta}(m,n) \big] \Big\}^2$$

Βέλτιστο notch φιλτράρισμα

- Θέλουμε να ελαχιστοποιήσουμε την απόκλιση:

$$\frac{\partial \sigma(m,n)}{\partial w(m,n)} = 0$$

Απ΄όπου παίρνουμε:

$$w(m,n) = \frac{\overline{g(m,n)\eta(m,n)} - \bar{g}(m,n)\bar{\eta}(m,n)}{\overline{\eta^2}(m,n) - \bar{\eta}^2(m,n)}$$

- Πιο ακριβές αποτέλεσμα μπορούμε να έχουμε θεωρώντας μη-σταθερό βάρος $w(m,n)$ σε κάθε pixel.