# Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας

## Χωρικό φιλτράρισμα

Γιώργος Σφήκας
sfikas@cs.uoi.gr

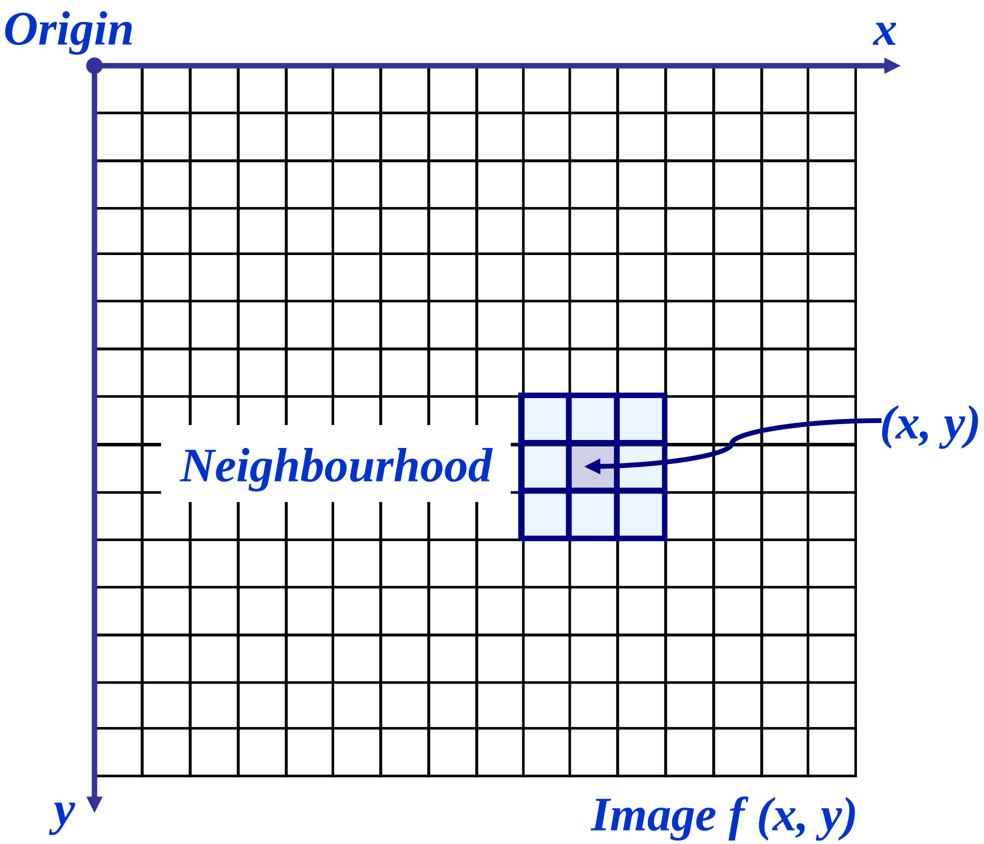
# Χωρικό φιλτράρισμα

Σε αυτή τη διάλεξη θα εξετάσουμε τεχνικές χωρικού φιλτραρίσματος:

- Πράξεις γειτονιάς (neighbourhood operations)
- Τι είναι χωρικό φιλτράρισμα
- Πράξεις εξομάλυνσης (smoothing)
- Ακμές
- Συσχέτιση και συνέλιξη
- Φίλτρα όξυνσης
- Συνδυασμός τεχνικών φιλτραρίσματος

# Πράξεις σε γειτονιά

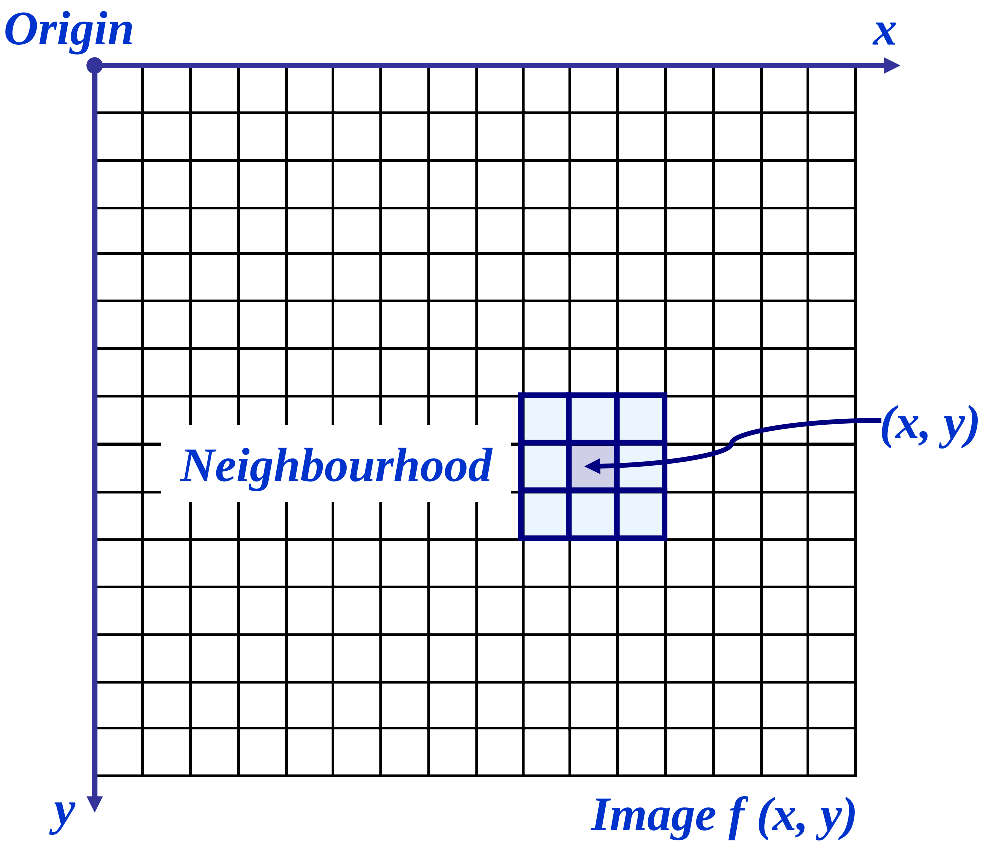
- Οι πράξεις ή επεξεργασίες σε γειτονιά εφαρμόζονται στη βάση μιας γειτονιάς γύρω από το σημείο
- Οι γειτονιές ορίζονται κατά κανόνα σαν ένα τετράγωνο γύρω από το εκάστοτε σημείο που επεξεργαζόμαστε



# Πράξεις σε γειτονιά

-Στην σημειακή επεξεργασία που εξετάσαμε σε προηγούμενη διάλεξη, η 'γειτονιά' της πράξης ήταν  το ίδιο το σημείο

-Γενικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε οποιοδήποτε σχήμα και μέγεθος γειτονιάς



# Απλές πράξεις σε γειτονιά

Μερικές απλές πράξεις σε γειτονιά είναι οι εξής:

- **Min:** Θέτουμε την τιμή του εικονοστοιχείου ίση με την μικρότερη τιμή της γειτονιάς
- **Max:** Θέτουμε την τιμή του εικονοστοιχείου ίση με την μεγαλύτερη τιμή της γειτονιάς

# Απλές πράξεις σε γειτονιά

Μερικές απλές πράξεις σε γειτονιά είναι οι εξής:

- **Average ή Mean**: Θέτουμε την τιμή του εικονοστοιχείου ίση με την μέση τιμή της γειτονιάς
- **Median:** Θέτουμε την τιμή του εικονοστοιχείου ίση με την ‘ενδιάμεση’ (ή ‘διάμεση’) τιμή
  - *Στην πράξη*, σε κάποιες περιπτώσεις ο median λειτουργεί *καλύτερα* από την μέση τιμή
  - Είναι πιο ‘robust’ / ανθεκτικό μέτρο

# Απλές πράξεις σε γειτονιά

Παράδειγμα:

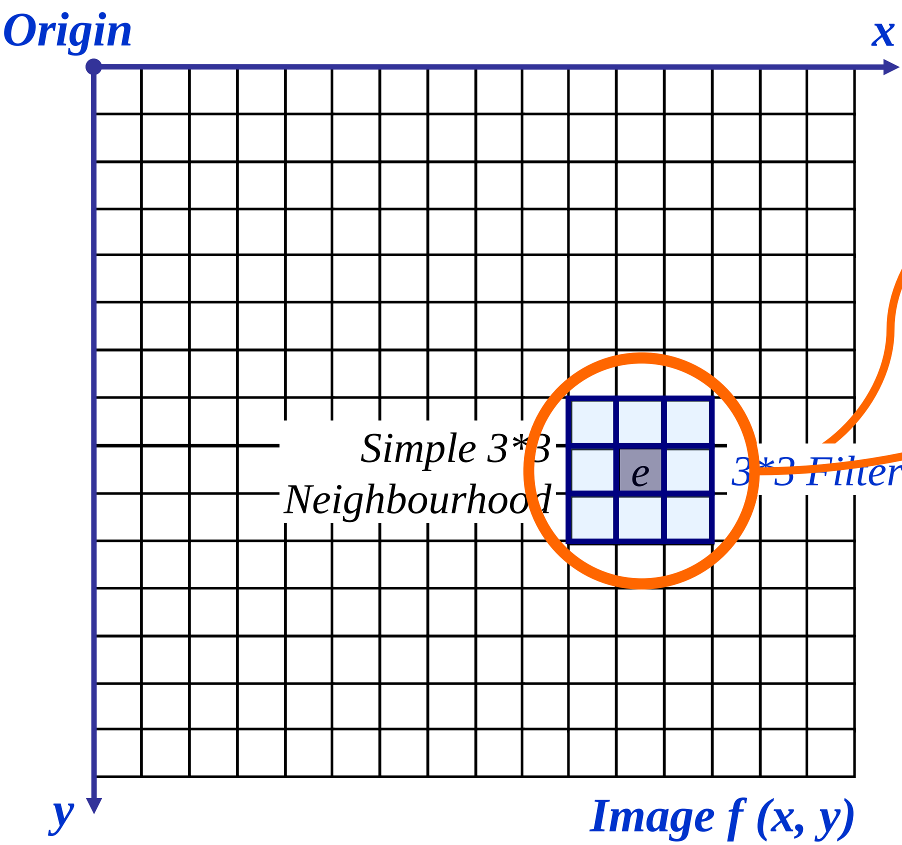
Min(1, 7, 15, 18, 24) = 1

Max(1, 7, 15, 18, 24) = 24

Mean(1, 7, 15, 18, 24) = 13

Median(1, 7, 15, 18, 24) = 15

# Η διαδικασία χωρικού φιλτραρίσματος




| | | |
|---|---|---|
| *a* | *b* | *c* |
| *d* | *e* | *f* |
| *g* | *h* | *i* |

**Original Image Pixels**

*

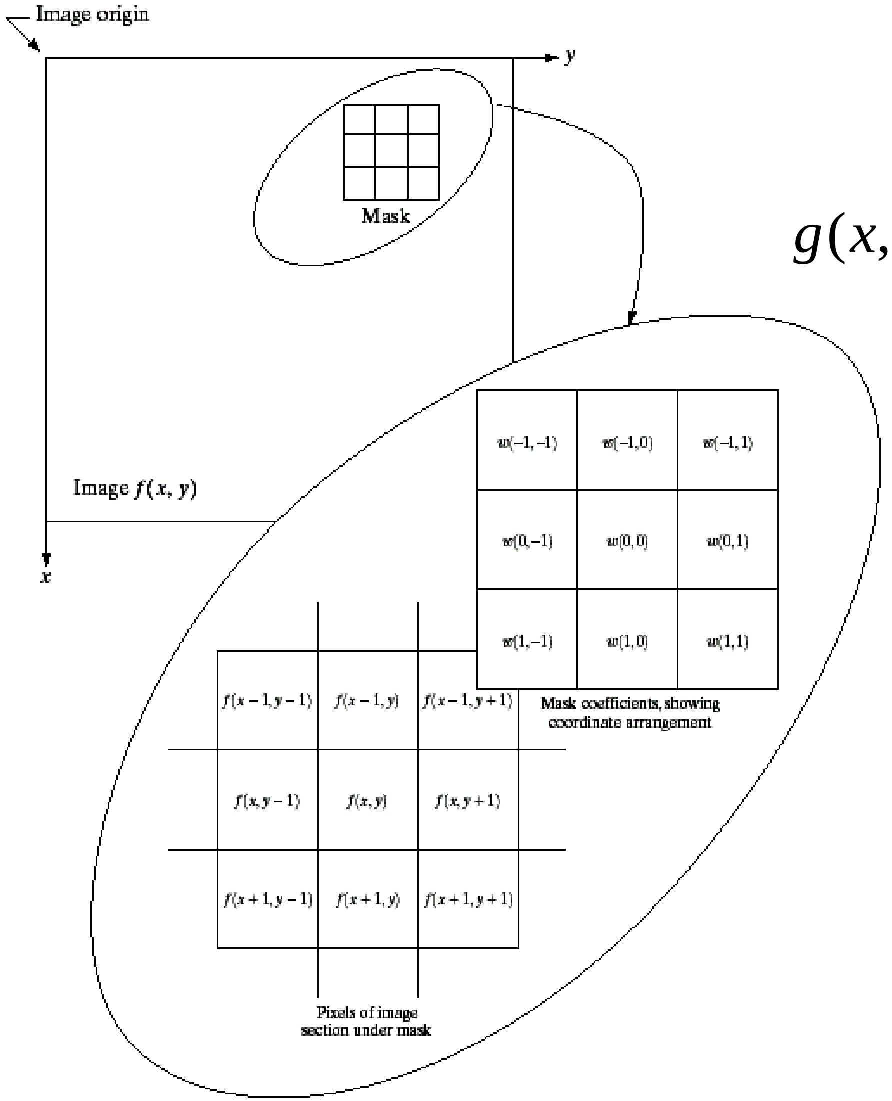
| | | |
|---|---|---|
| *r* | *s* | *t* |
| *u* | *v* | *w* |
| *x* | *y* | *z* |

**Filter**

$$e_{processed} = v*e + r*a + s*b + t*c + u*d + w*f + x*g + y*h + z*i$$

Το παραπάνω επαναλαμβάνεται για όλα τα εικονοστοιχεία της αρχικής εικόνας, για να δώσει την εικόνα εξόδου ή φιλτραρισμένη εικόνα

# Χωρικό φιλτράρισμα: Κλειστός τύπος



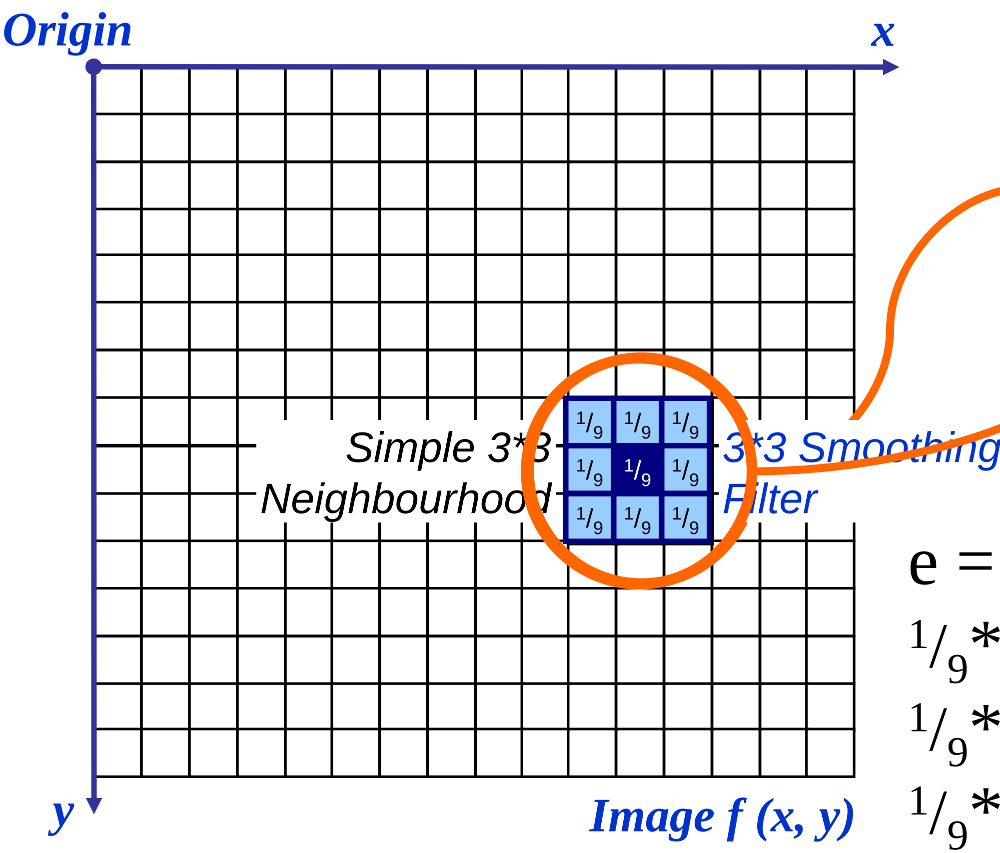

$$g(x,y) = \sum_{s=-a}^{a} \sum_{t=-b}^{b} w(s,t) f(x+s, y+t)$$

# Χωρικό φίλτρο εξομάλυνσης

- Μια από τις πιο απλές επεξεργασίες είναι η επεξεργασία εξομάλυνσης
  - Απλά παίρνουμε την μέση τιμή
  - Πολύ χρήσιμο για απομάκρυνση θορύβου

$$\begin{bmatrix} 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \\ 1/9 & 1/9 & 1/9 \end{bmatrix} \qquad \begin{bmatrix} 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \\ 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 & 1/25 \end{bmatrix}$$

# Χωρικό φίλτρο εξομάλυνσης




| | | |
|---|---|---|
| 104 | 100 | 108 |
| 99 | 106 | 98 |
| 95 | 90 | 85 |

**Original Image Pixels**

*

| | | |
|---|---|---|
| $^1/_9$ | $^1/_9$ | $^1/_9$ |
| $^1/_9$ | $^1/_9$ | $^1/_9$ |
| $^1/_9$ | $^1/_9$ | $^1/_9$ |

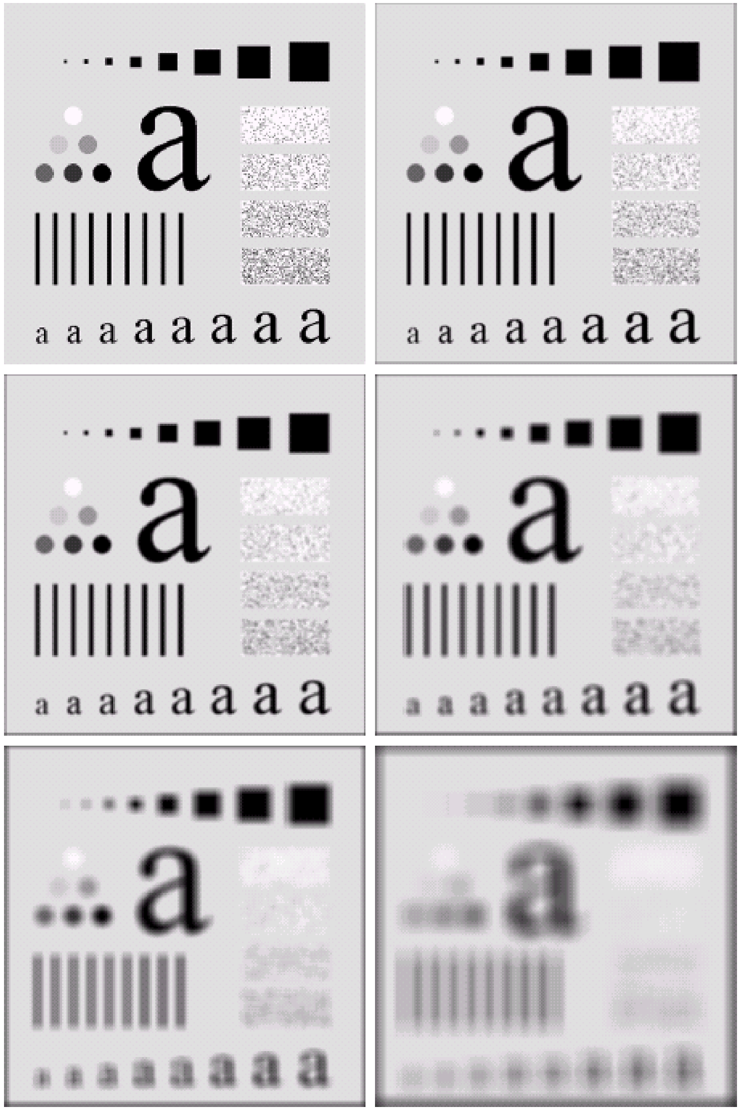
**Filter**

$$e = {}^1/_9*106 + {}^1/_9*104 + {}^1/_9*100 + {}^1/_9*108 + {}^1/_9*99 + {}^1/_9*98 + {}^1/_9*95 + {}^1/_9*90 + {}^1/_9*85 = 98.3333$$

Επαναλαμβάνουμε το παραπάνω για να παράγουμε την εξομαλυμένη εικόνα

# Παράδειγμα εξομάλυνσης εικόνας

- Η πρωτότυπο εικόνα, πάνω αριστερά
- Οι υπόλοιπες εικόνες είναι το αποτέλεσμα χρήσης φίλτρου εξομάλυνσης με διαφορετικό μέγεθος γειτονιάς
  - 3, 5, 9, 15 και 35
- Παρατηρήστε ότι όσο αυξάνουμε το μέγεθος της γειτονιάς, τόσο χάνονται οι λεπτομέρειες και θολώνει η εικόνα



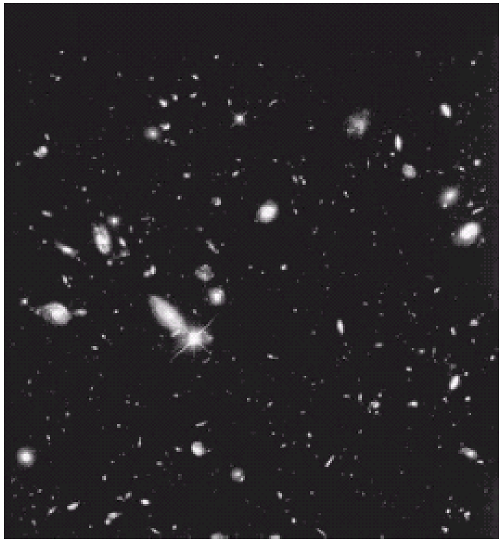
# Ζυγισμένα φίλτρα εξομάλυνσης (weighted smoothing filters)

- Χρησιμοποιώντας διαφορετικές τιμές για τα στοιχεία του φίλτρου, μπορούμε να κατασκευάσουμε πιο αποτελεσματικά φίλτρα
  - Σε αυτό το παράδειγμα, η τιμή κάθε στοιχείου εξαρτάται από την απόσταση από το κεντρικό σημείο
  - *Ζυγισμένος μέσος*

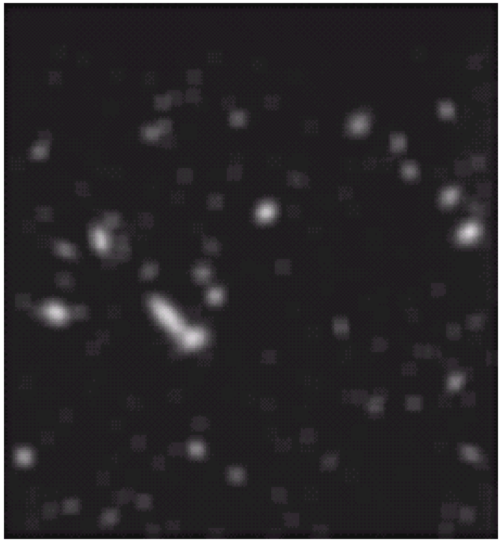
| | | |
|---|---|---|
| $^{1}/_{16}$ | $^{2}/_{16}$ | $^{1}/_{16}$ |
| $^{2}/_{16}$ | $^{4}/_{16}$ | $^{2}/_{16}$ |
| $^{1}/_{16}$ | $^{2}/_{16}$ | $^{1}/_{16}$ |

# Άλλο παράδειγμα εξομάλυνσης

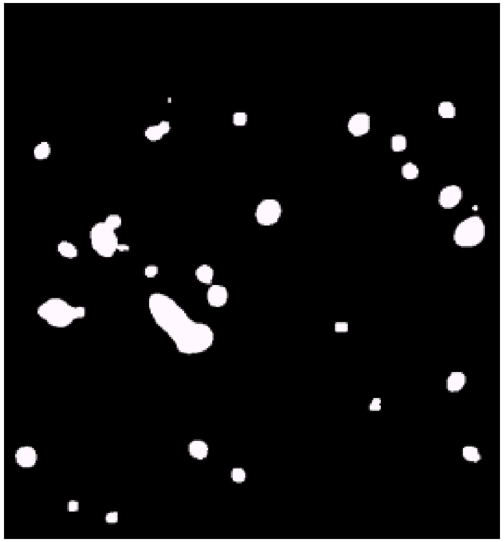
- Εξομαλύνοντας την εικόνα ‘σβήνουμε’ τις μικρότερες λεπτομέρειες
- Αναδεικνύουμε τα υπόλοιπα στοιχεία με μια κατωφλίωση



**Original Image**

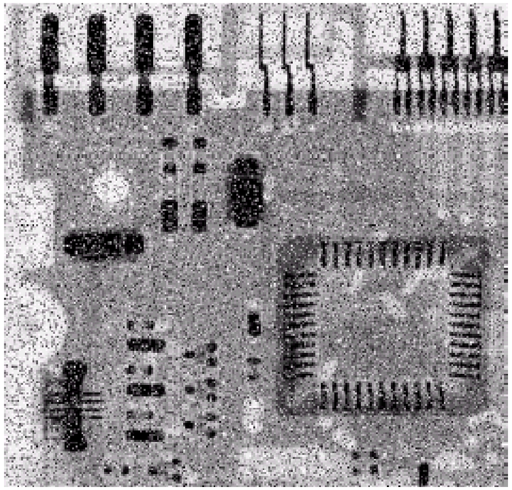


**Smoothed Image**

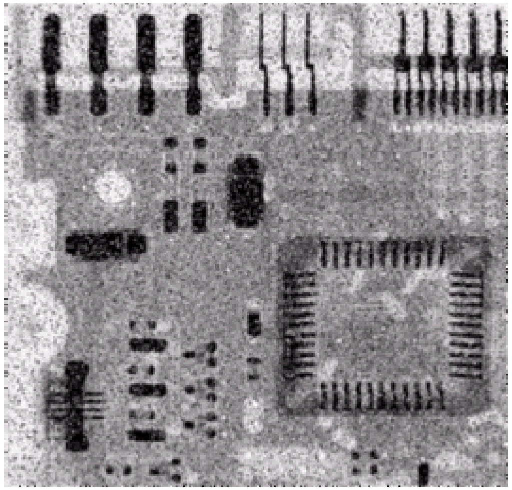


**Thresholded Image**

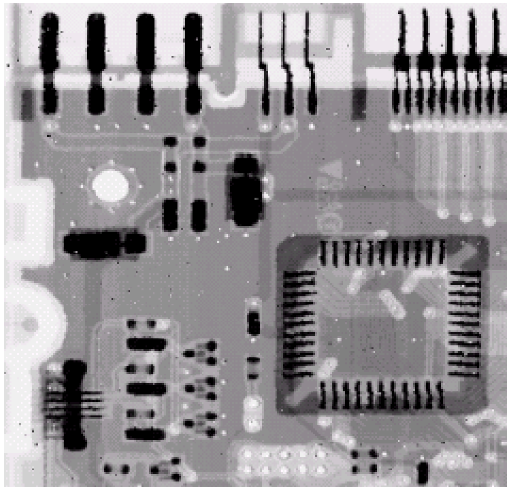
# Φίλτρο μέσου και Φίλτρο διάμεσου



**Αρχική εικόνα**



**Εφαρμογή φίλτρου μέσου (mean)**



**Εφαρμογή φίλτρου διάμεσου (median)**

- Σε κάποιες περιπτώσεις όπου το ζητούμενο είναι η απομάκρυνση θορύβου, το median φίλτρο δίνει καλύτερο οπτικό αποτέλεσμα από το φίλτρο μέσου

# Η χωρική εξομάλυνση σαν εκτίμηση τιμών

- Η χωρική εξομάλυνση μπορεί να ειδωθεί σαν μια διαδικασία εκτίμησης της τιμής ενός εικονοστοιχείου με βάση τις τιμές της γειτονιάς.

- Ποια είναι η τιμή που προσεγγίζει ‘καλύτερα’ αυτή την τιμή;

- Εξαρτάται από το πως ορίζουμε το ‘καλύτερα’
  - Προχωρούμε διατυπώνοντας ένα σαφές κριτήριο

# Η χωρική εξομάλυνση σαν εκτίμηση τιμών

Ένα τέτοιο κριτήριο είναι *το άθροισμα των διαφορών των τετραγώνων.*

$$E=\sum_{i=1}^{N}\left[x(i)-m\right]^2 \Leftrightarrow m=\arg\min_{m}\left\{\sum_{i=1}^{N}\left[x(i)-m\right]^2\right\}$$

$$\frac{\partial E}{\partial m}=0 \Leftrightarrow -2\sum_{i=1}^{N}\left(x(i)-m\right)=0 \Leftrightarrow \sum_{i=1}^{N}x(i)=\sum_{i=1}^{N}m$$

$$\Leftrightarrow \sum_{i=1}^{N}x(i)=Nm \Leftrightarrow m=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}x(i)$$ Η μέση τιμή

# Η χωρική εξομάλυνση σαν εκτίμηση τιμών

Ένα άλλο κριτήριο είναι *το άθροισμα των απόλυτων διαφορών.*

$$E = \sum_{i=1}^{N} |x(i) - m| \quad \Leftrightarrow m = \arg\min_{m} \left\{ \sum_{i=1}^{N} |x(i) - m| \right\}$$

$$\frac{\partial E}{\partial m} = 0 \Leftrightarrow -\sum_{i=1}^{N} sgn\big(x(i) - m\big) = 0, \quad sign(x) = \begin{cases} 1 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ -1 & x < 0 \end{cases}$$

Η βέλτιστη τιμή αντιστοιχεί σε ισάριθμες θετικές και αρνητικές τιμές

$$m = \mathrm{median}\{x(i)\}$$

# Η χωρική εξομάλυνση σαν εκτίμηση τιμών

– Το median φίλτρο (φίλτρο διάμεσου) είναι μη-γραμμικό:

$$\text{median}\{x+y\} \neq \text{median}\{x\} + \text{median}\{y\}$$

– Δουλεύει καλά για κρουστικό θόρυβο (*salt and pepper*)

– Απαιτεί σορτάρισμα των τιμών εισόδου.

– Διατηρεί τις ακμές καλύτερα όταν έχουμε κρουστικό θόρυβο.

– Είναι ανθεκτικό στον κρουστικό θόρυβο μέχρι ένταση 50%.

# Κρουστικός θόρυβος και διατήρηση ακμών: Παράδειγμα

Καθαρό σήμα

| x[n] | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

ακμή

+Κρουστικός θόρυβος

| x[n] | 1 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Median (N=3)

| x[n] | - | 1 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 2 | 2 | - |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

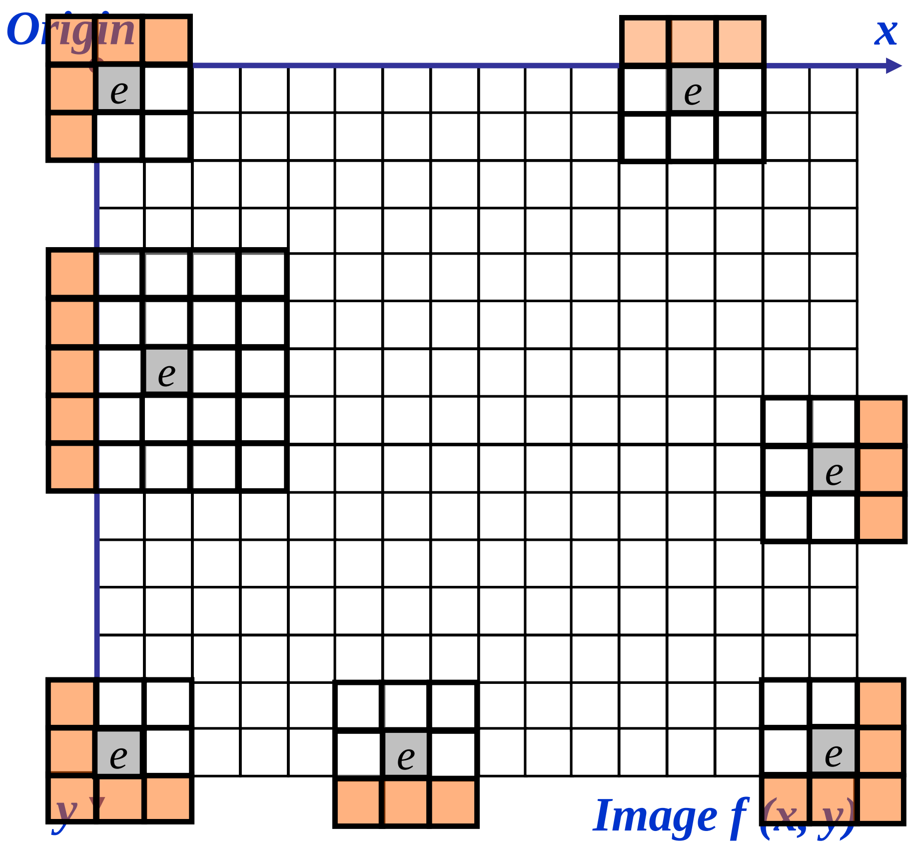
Average (N=3)

| x[n] | - | 1.7 | 1.7 | 1 | 1.3 | 2 | 2.3 | 2.3 | 2.2 | - |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|

Η ακμή εξομαλύνθηκε

# Στα όρια της εικόνας

Στα όρια ή κοντά στα όρια της εικόνας έχουμε πρόβλημα: Λείπουν pixels γειτονιάς



# Στα όρια της εικόνας

Υπάρχουν διάφορες εναλλακτικές για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα:

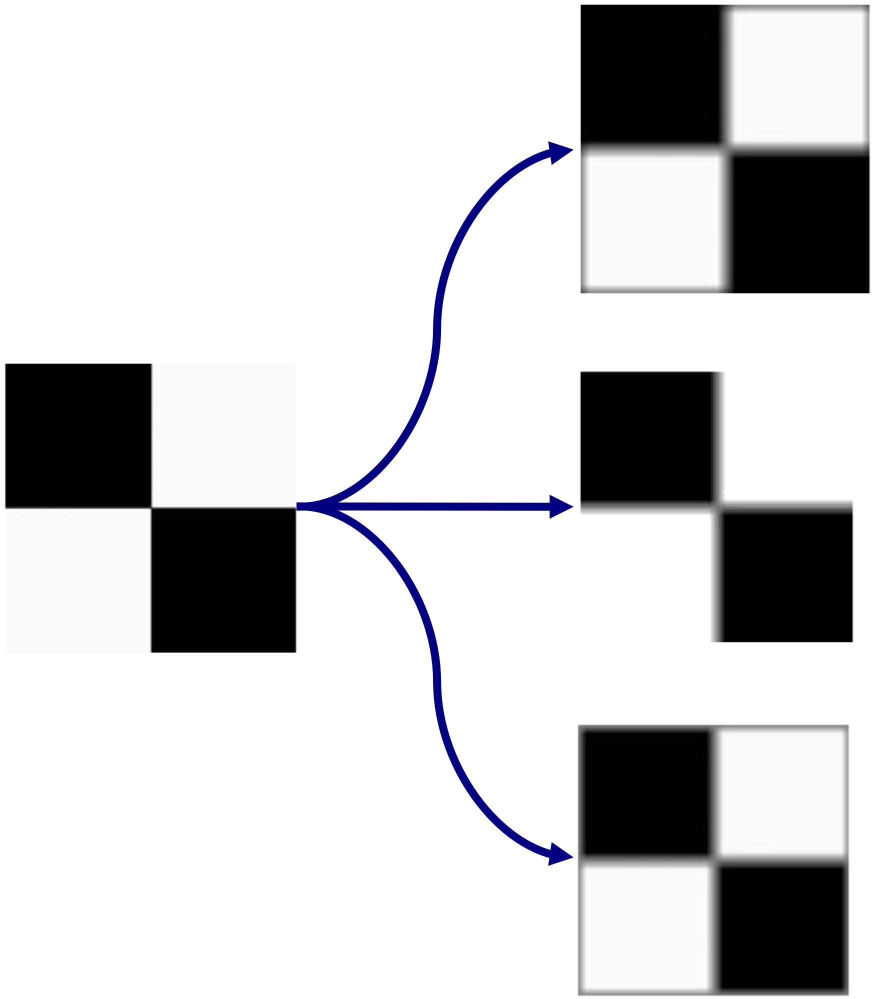
- Παραλείπουμε τα pixel που λείπουν
  - Δεν δουλεύει για όλα τα φίλτρα
  - Μπορεί να χρειαστεί να γράψουμε παραπάνω κώδικα, ή/και να επιβραδυνθεί η όλη επεξεργασία

# Στα όρια της εικόνας

Υπάρχουν διάφορες εναλλακτικές για να αντιμετωπίσουμε το πρόβλημα:

- Χρηση ‘padding’
  - Τυπικά με άσπρα ή μαύρα pixels
- Αντιγραφή των οριακών pixels (replication)
- Περικοπή της εικόνας (truncation)
- Αντιγραφή των pixel της άλλης πλευράς (wrap around)
  - Μπορεί να δημιουργήσει ‘περίεργα’ αποτελέσματα (artifacts)

# Στα όρια της εικόνας



# Συνέλιξη και συσχέτιση

- Το φιλτράρισμα που είδαμε αναφέρεται και σαν συσχέτιση (correlation)
- Το ίδιο το φίλτρο αναφέρεται σαν πυρήνας συσχέτισης (correlation kernel)
- Η συνέλιξη (convolution) είναι εντελώς αντίστοιχη διαδικασία, με μια μικρή διαφορά: πρώτα παίρνουμε το κατοπτρικό του αρχικού φίλτρου, και προχωρούμε όπως με την συσχέτιση

$$\begin{array}{|c|c|c|} \hline a & b & c \\ \hline d & e & f \\ \hline g & h & i \\ \hline \end{array} \;*\; \begin{array}{|c|c|c|} \hline r & s & t \\ \hline u & v & w \\ \hline x & y & z \\ \hline \end{array}$$

**Original Image Pixels** **Filter**

$$e_{processed} = v*e + z*a + y*b + x*c + w*d + u*f + t*g + s*h + r*i$$

- Για συμμετρικά φίλτρα, συνέλιξη = συσχέτιση

# Συνέλιξη και συσχέτιση

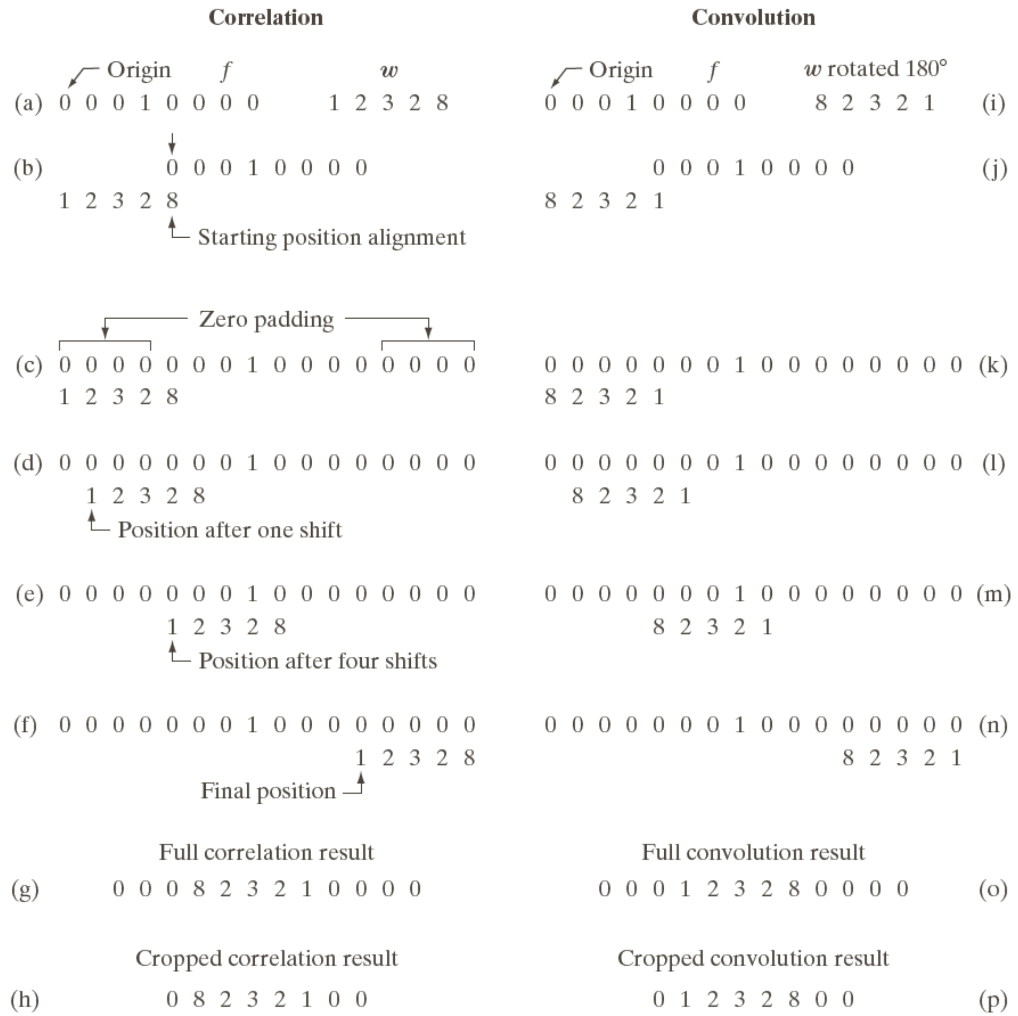
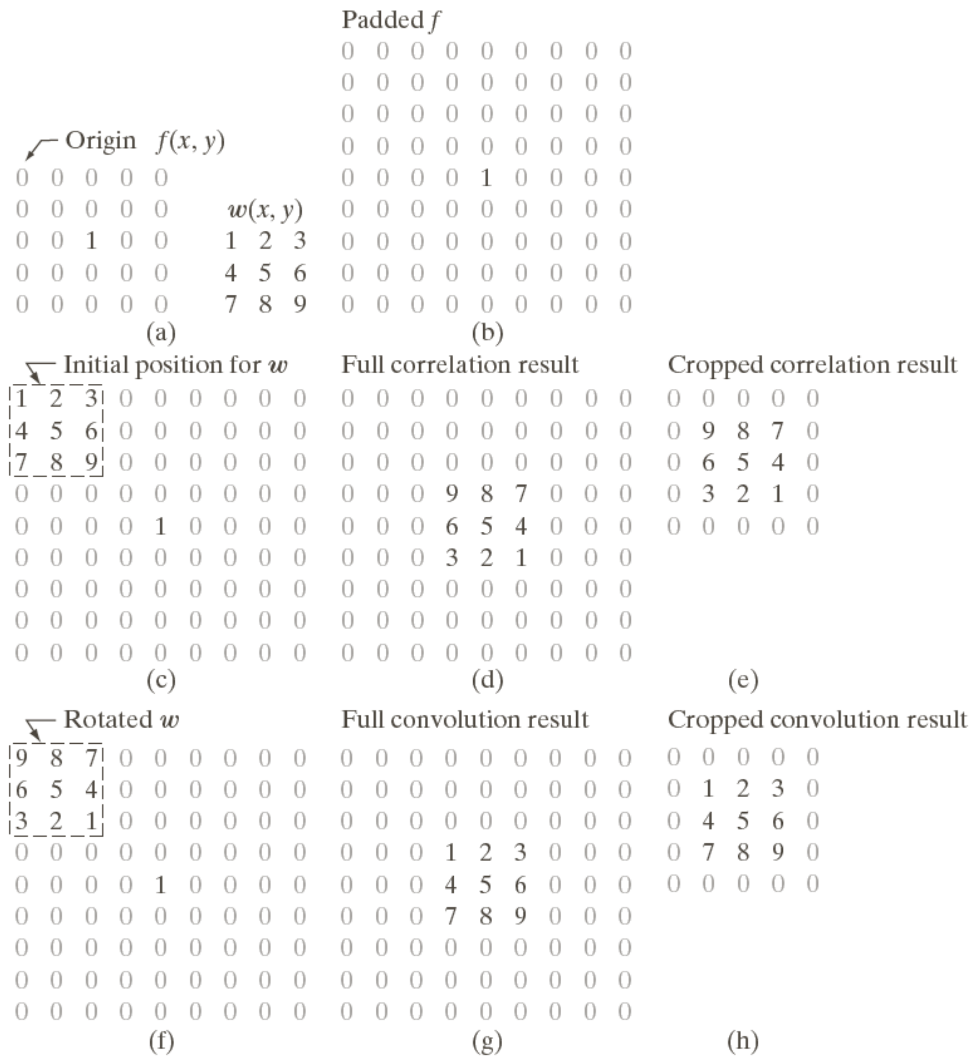



**FIGURE 3.29** Illustration of 1-D correlation and convolution of a filter with a discrete unit impulse. Note that correlation and convolution are functions of *displacement*.

# Συνέλιξη και συσχέτιση



# Αποτέλεσμα εξομάλυνσης για λευκό θόρυβο

Έστω $f$ bη παρατήρηση μιας εικόνας $f_0$ στην οποία έχει προστεθεί θόρυβος $w$:

$$f = f_0 + w$$

Όπου για τον θόρυβο ισχύει $E[w(n)]=0$ , και είναι μη-συσχετισμένος (λευκός):

$$E[w(m)w(n)] = \begin{cases} \sigma^2, & m = n \\ 0, & m \neq n \end{cases}$$

# Αποτέλεσμα εξομάλυνσης για λευκό θόρυβο

Έστω ότι εφαρμόζουμε ένα φίλτρο εξομάλυνσης $h$. Μπορούμε αναπαραστήσουμε την διαδικασία σαν συνέλιξη με το φίλτρο

$$g = h * f = h * (f_0 + w) = h * f_0 + h * w$$

Αναμενόμενη τιμή αποτελέσματος:

$$E[g] = E[h * f_0] + E[h * w] = h * f_0 + h * E[w]$$

$$= h * f_0 + h * 0 = h * f_0$$

Ο θόρυβος έχει απομακρυνθεί στην έξοδο

# Αποτέλεσμα εξομάλυνσης για λευκό θόρυβο

Ας δούμε τι συμβαίνει με την διακύμανση του $g$?

Έστω $g = h * f_0 + h * w = \overline{f_0} + \overline{w}$

Όπου η οριζόντια γραμμή αναπαριστά τις φιλτραρισμένες εκδοχές των $f_0$, w

$$\sigma_g^2 = E[g^2] - \left(E[g]\right)^2 = \mathrm{E}[(\overline{f_0} + \overline{w})^2] - (\overline{f_0})^2$$

$$= \mathrm{E}[(\overline{f_0})^2 + (\overline{w})^2 + 2\overline{f_0}\,\overline{w}] - (\overline{f_0})^2$$

$$= E[(\overline{w})^2] + 2E[\overline{f_0}]E[\overline{w}] = E[(\overline{w})^2]$$

# Αποτέλεσμα εξομάλυνσης για λευκό θόρυβο

Θεωρώντας ότι το $h$ είναι φίλτρο μέσου, έχουμε για το pixel $n$:

$$\overline{w}(n) = (h * w)(n) = \frac{1}{N} \sum_{k \in \Gamma(n)} w(k)$$

Επομένως,

$$E[(\overline{w}(n))^2] = E\left[\left(\frac{1}{N} \sum_{k \in \Gamma(n)} w(k)\right)^2\right]$$

# Αποτέλεσμα εξομάλυνσης για λευκό θόρυβο

$$E\left[\left(\frac{1}{N}\sum_{k\in\Gamma(n)} w(k)\right)^2\right]$$

$$=\frac{1}{N^2}\sum_{k\in\Gamma(n)} E\left[\left\{w(k)\right\}^2\right]$$

$$+\frac{2}{N^2}\sum_{l\in\Gamma(n)}\sum_{\substack{m\in\Gamma(n)\\ m\neq l}} E\left[w(n-l)w(n-m)\right]$$

# Αποτέλεσμα εξομάλυνσης για λευκό θόρυβο

$$\frac{1}{N^2}\sum_{k\in\Gamma(n)} E\left[\left\{w(k)\right\}^2\right] = \frac{1}{N^2}\sum_{k\in\Gamma(n)} \sigma^2$$

Και από υπόθεση λευκού θορύβου:

$$+\frac{2}{N^2}\sum_{l\in\Gamma(n)}\sum_{\substack{m\in\Gamma(n)\\ m\neq l}} E\left[w(n-l)w(n-m)\right] = 0$$

# Αποτέλεσμα εξομάλυνσης για λευκό θόρυβο

Αντικαθιστώντας στον αρχικό τύπο έχουμε:

$$\sigma_g^2 = E\left[\left(\frac{1}{N}\sum_{k\in\Gamma(n)} w(k)\right)^2\right] = \frac{1}{N^2}\sum_{k\in\Gamma(n)}\sigma^2$$

$$= \frac{1}{N^2} N\sigma^2 \quad = \frac{\sigma^2}{N}$$

- Η επίδραση του θορύβου ελαττώνεται .

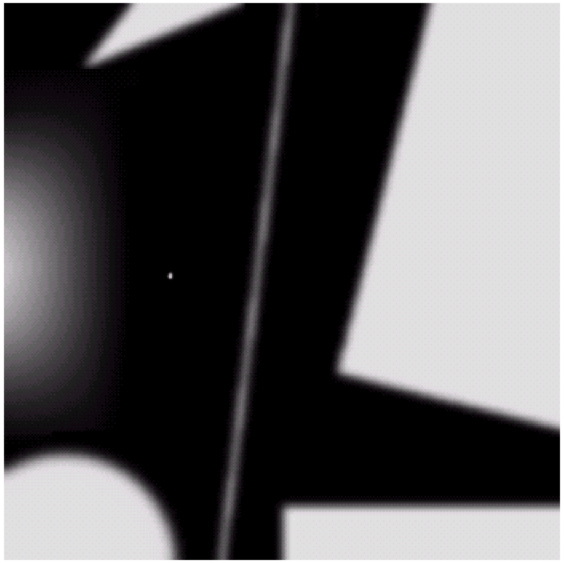
x Δυστυχώς μαζί με τον θόρυβο πετάμε και τις ακμές

# Χωρικά φίλτρα όξυνσης

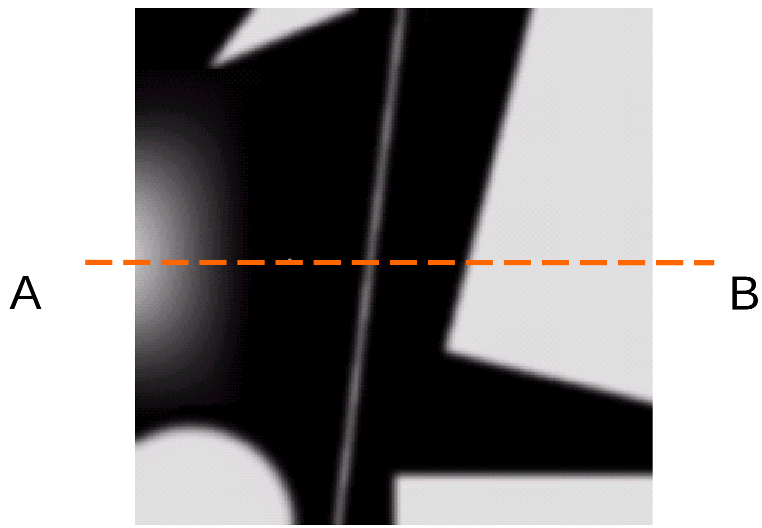
- Προηγουμένως είδαμε φίλτρα εξομάλυνσης που απομακρύνουν τις λεπτομέρειες
- Τα φίλτρα όξυνσης (*sharpening filters*) πραγματοποιούν το αντίθετο
  - Αντιστροφή της θόλωσης (deblurring)
  - Εντείνουμε τις ακμές
- Τα φίλτρα όξυνσης βασίζονται στην χωρική διαφόριση

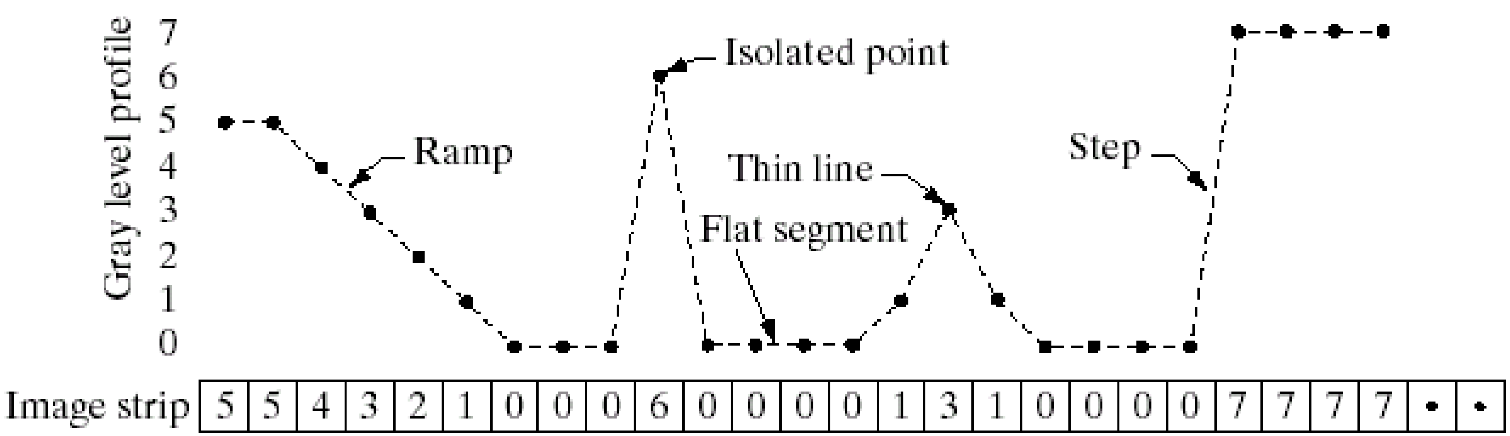
# Χωρική διαφόριση

- Θέλουμε να μετρήσουμε τον ρυθμό αλλαγής
- Θεωρούμε ένα παράδειγμα σε 1D



# Χωρική διαφόριση



# Χαρακτηριστικά φίλτρων διαφόρισης

- Φίλτρο εξόδου πρώτης παραγώγου
  - Μηδέν σε σταθερές εντάσεις
  - Μη-μηδέν στην αρχή ενός βήματος ή ράμπας
  - Μη-μηδέν κατά μήκος μιας ράμπας

- Φίλτρο εξόδου δεύτερης παραγώγου
  - Μηδέν σε σταθερές εντάσεις
  - Μη-μηδέν στην αρχή ενός βήματος ή ράμπας
  - Μηδέν σε ράμπες σταθερής κλίσης

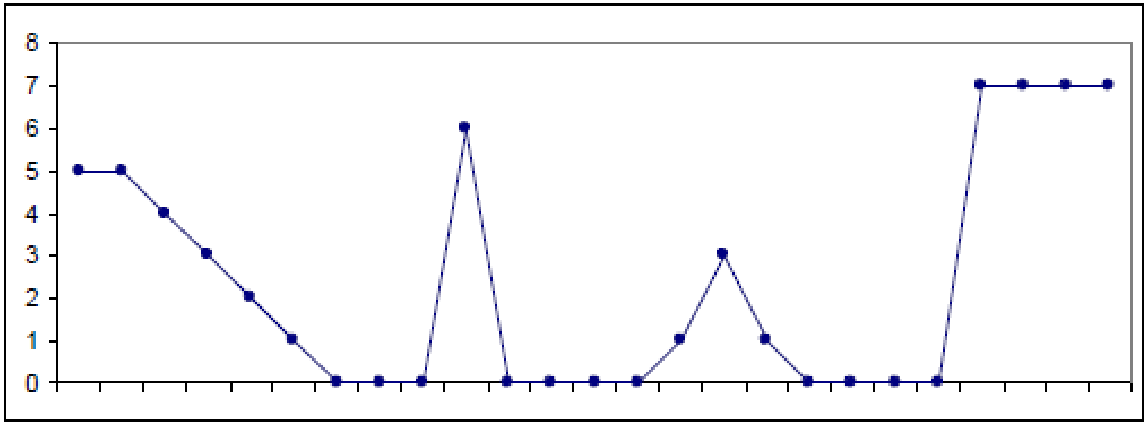
# 1η Παράγωγος

- Διακριτή προσέγγιση της πρώτης παραγώγου

$$\frac{\partial f}{\partial x} = f(x+1) - f(x)$$

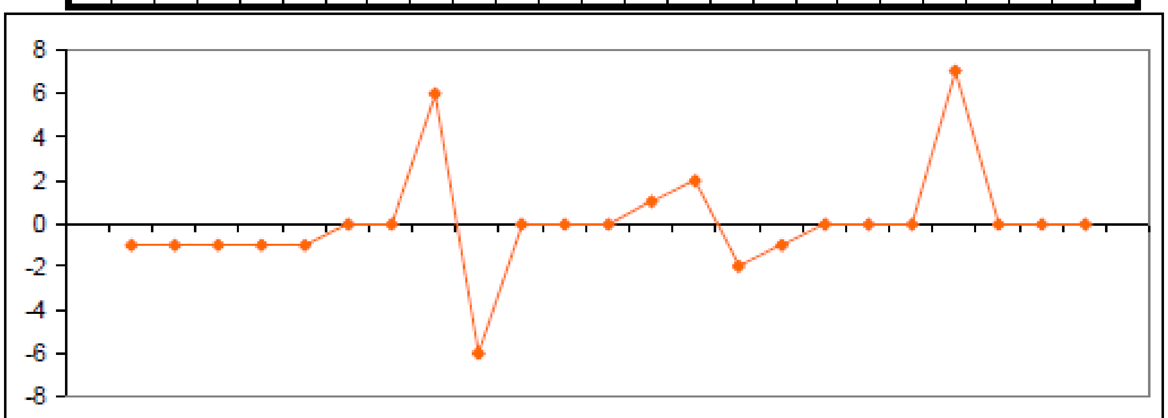
- Είναι απλά η διαφορά μεταξύ συνεχόμενων τιμών

# 1η Παράγωγος



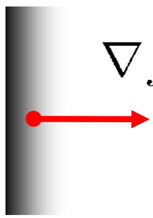

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 7 |

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0 | -1 | -1 | -1 | -1 | -1 | 0 | 0 | 6 | -6 | 0 | 0 | 0 | 1 | 2 | -2 | -1 | 0 | 0 | 0 | 7 | 0 | 0 | 0 |

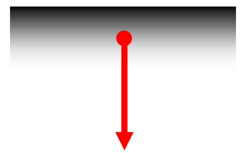


# 1η Παράγωγος

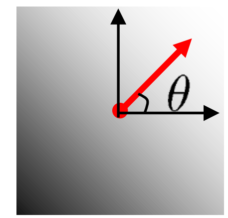
- Η παράγωγος της εικόνας: $\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$

- 

$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, 0\right]$



$\nabla f = \left[0, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$




$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial x}, \frac{\partial f}{\partial y}\right]$

Η παράγωγος 'δείχνει' στην κατεύθυνση που η ένταση αυξάνεται πιο γρήγορα

Gradient direction $\theta = \tan^{-1}\left(\frac{\partial f}{\partial y} / \frac{\partial f}{\partial x}\right)$

Η ένταση της ακμής (edge strength) δίνεται από το μέτρο της παραγώγου

$$\|\nabla f\| = \sqrt{\left(\frac{\partial f}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y}\right)^2}$$

Source: Steve Seitz

# 1η Παράγωγος

$$\|\nabla f\|$$

$$\frac{\partial f}{\partial x}$$

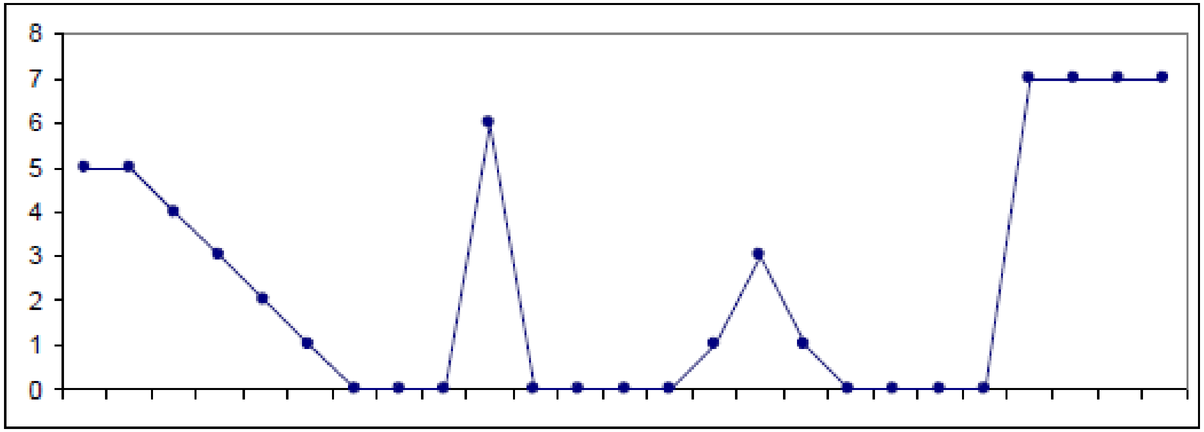
$$\frac{\partial f}{\partial y}$$

# 2η Παράγωγος

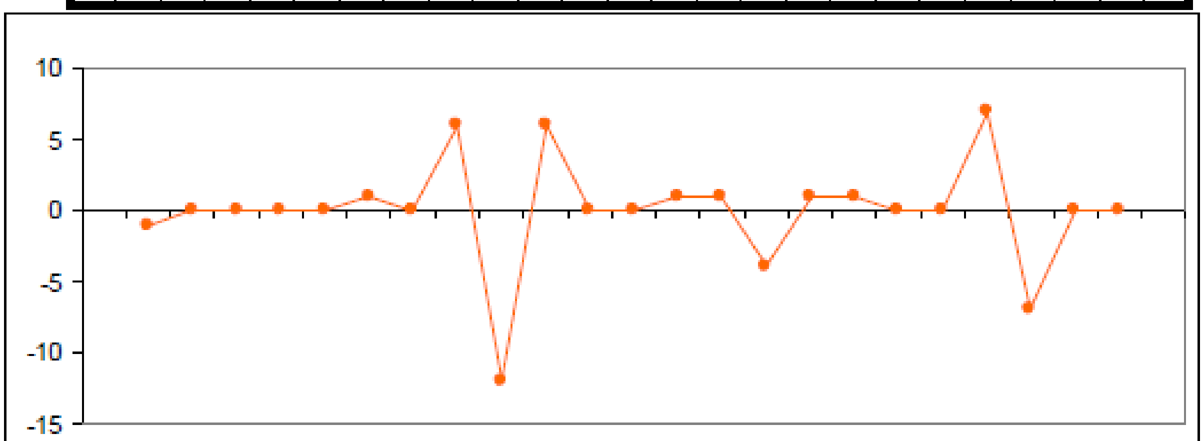
- Διακριτή προσέγγιση της 2ης παραγώγου:

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} = f(x-1) - 2f(x) + f(x+1)$$

# 2η Παράγωγος



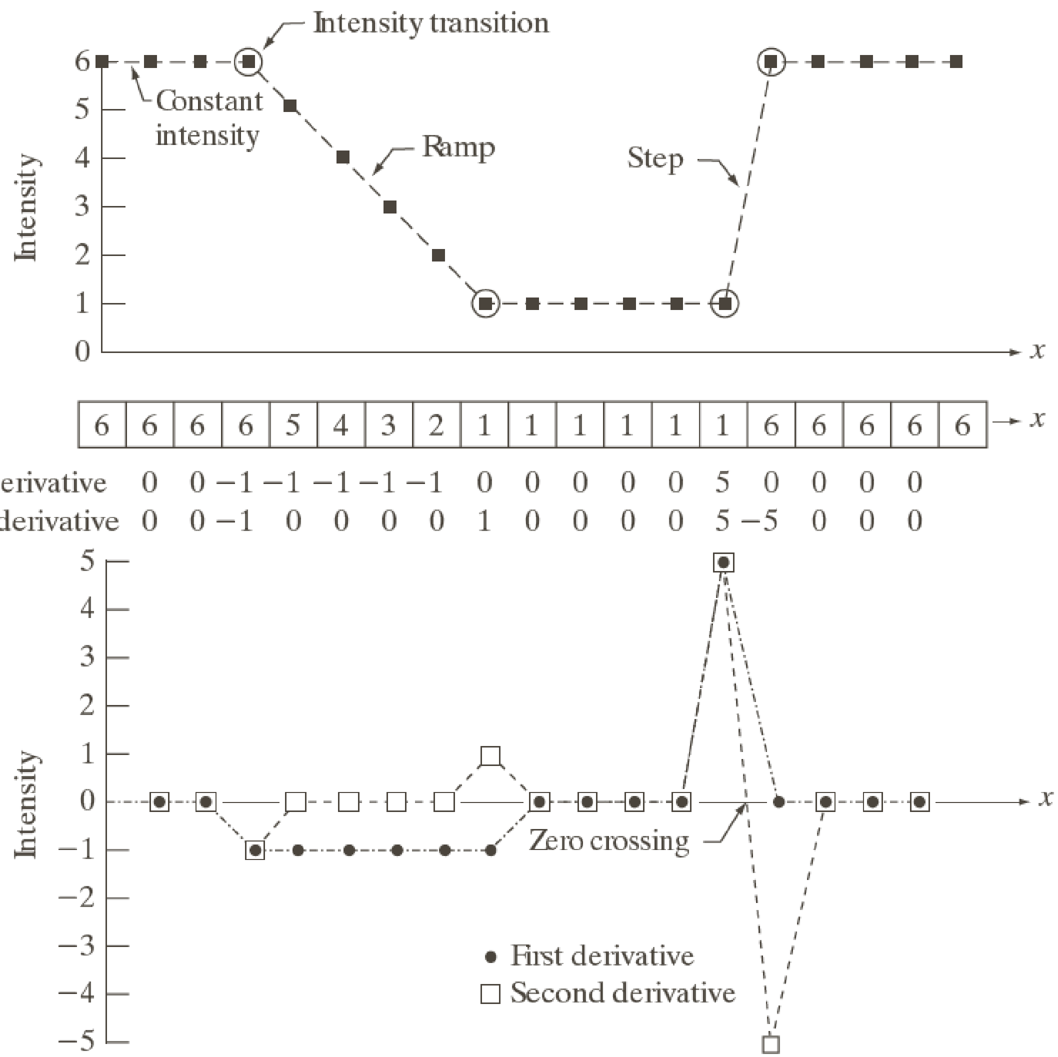

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 | 0 | 0 | 6 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 3 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 7 | 7 | 7 | 7 |
| | -1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 6 | -12 | 6 | 0 | 0 | 1 | 1 | -4 | 1 | 1 | 0 | 0 | 7 | -7 | 0 | 0 | |



# Χρησιμοποιώντας 2ες παραγώγους για βελτίωση εικόνας

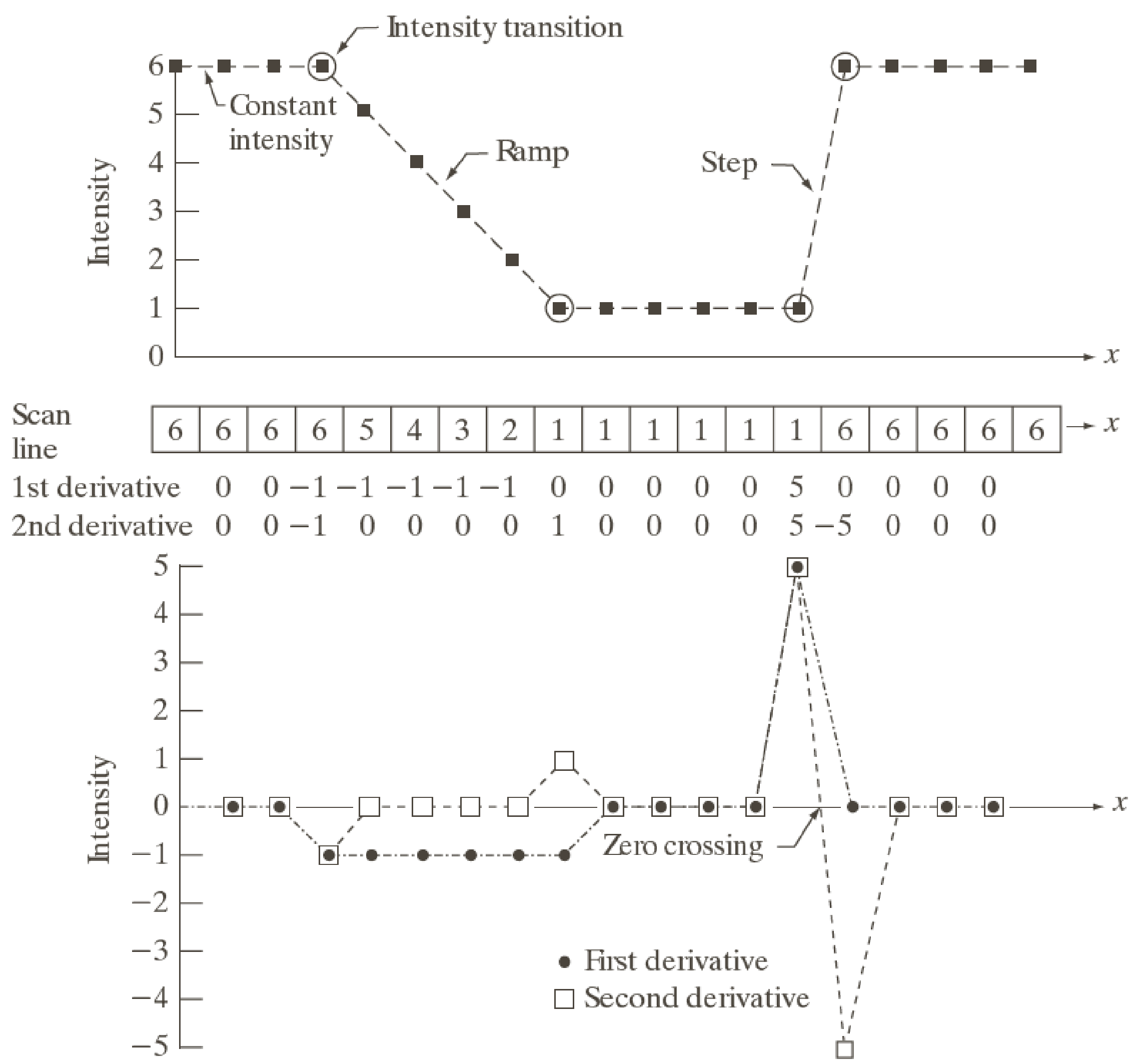
- Οι ακμές εικόνων συμπεριφέρονται συνήθως σαν τις ‘ράμπες’ που εξετάσαμε
  - Η 1η παράγωγος είναι σταθερή και παράγει παχιές ζώνες στις ακμές
  - Η 2η παράγωγος δίνει μη μηδενική απόκριση μόνο στην αρχή και το τέλος της ακμής, ενώ στο ενδιάμεσο είναι μηδέν

# Παράγωγοι




| Scan line | 6 | 6 | 6 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 6 | 6 | 6 | 6 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1st derivative | | 0 | 0 | −1 | −1 | −1 | −1 | −1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 2nd derivative | | 0 | 0 | −1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 5 | −5 | 0 | 0 | 0 | |

# Παράγωγοι


Intensity transition
Constant intensity
Ramp
Step
Intensity
x
Scan line
6 6 6 6 5 4 3 2 1 1 1 1 1 1 6 6 6 6 6
1st derivative 0 0 −1 −1 −1 −1 −1 0 0 0 0 0 5 0 0 0 0
2nd derivative 0 0 −1 0 0 0 0 1 0 0 0 0 5 −5 0 0 0
Zero crossing
First derivative
Second derivative

# Χρησιμοποιώντας $2^{ες}$ παραγώγους για βελτίωση εικόνας

- Ένα τυπικό φίλτρο όξυνσης είναι το **Λαπλασιανό** φίλτρο (Laplacian)
  - Ισοτροπικό – *Ιδιότητα της ισοτροπικότητας*
    - ‘Rotation invariant’: Αν περιστρέψουμε μια εικόνα και εφαρμόσουμε το φίλτρο, θα πάρουμε ίδιο αποτέλεσμα με την περίπτωση που εφαρμόσουμε το φίλτρο και μετά περιστρέψουμε την εικόνα
    - Με άλλα λόγια, η Λαπλασιανή μιας περιστραμμένης εικόνας είναι η περιστραμμένη Λαπλασιανή της αρχικής εικόνας

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 f}{\partial^2 y}$$

# Η Λαπλασιανή

$$\nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} + \frac{\partial^2 f}{\partial^2 y}$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 x} = f(x+1, y) + f(x-1, y) - 2f(x, y)$$

$$\frac{\partial^2 f}{\partial^2 y} = f(x, y+1) + f(x, y-1) - 2f(x, y)$$

# Η Λαπλασιανή

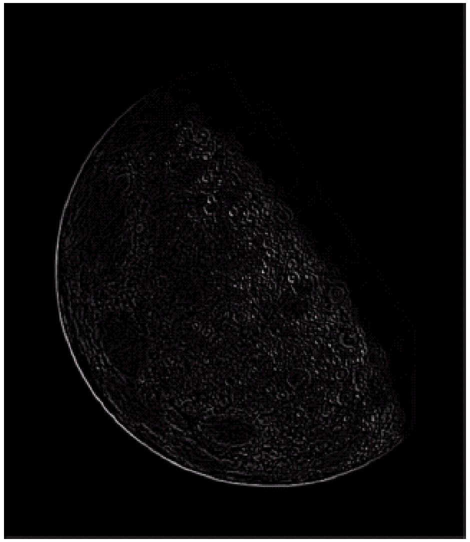
$$\nabla^2 f = -4f(x,y)$$
$$+ f(x+1,y) + f(x-1,y)$$
$$+ f(x,y+1) + f(x,y-1)$$

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | -4 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |

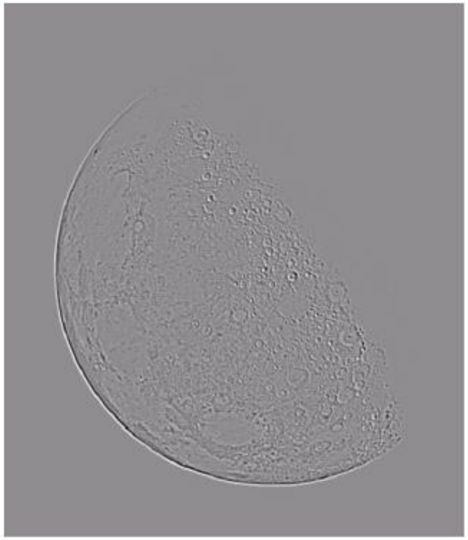
# Η Λαπλασιανή

- Εφαρμόζοντας την Λαπλασιανή παίρνουμε μια νέα εικόνα στην οποία είναι οξυμένες οι ακμές και άλλες ασυνέχειες

Original Image



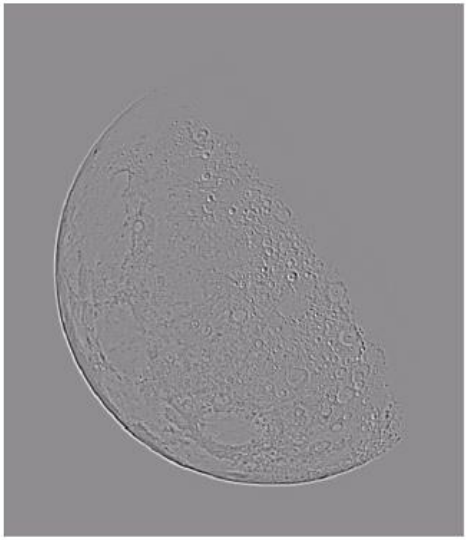
Laplacian Filtered Image



Laplacian Filtered Image Scaled for Display

# Βελτίωση εικόνας με την Λαπλασιανή

- Το άμεσο αποτέλεσμα του Λαπλασιανού φίλτρου – η Λαπλασιανή - δεν είναι μια βελτιωμένη εικόνα
- Χρειαζόμαστε ακόμα ένα βήμα για να έχουμε μια βελτιωμένη εικόνα
- Αφαιρούμε την φιλτραρισμένη εικόνα από την αρχική



Laplacian
Filtered Image
Scaled for Display

$$g(x,y) = f(x,y) - \nabla^2 f$$

# Βελτίωση εικόνας με την Λαπλασιανή

Original Image

-

Laplacian Filtered Image

=

Sharpened Image

- Στην τελική, οξυμένη εικόνα, οι ακμές και η λεπτομέρεια είναι πιο καθαρές, έχουν ενταθεί

# Βελτίωση εικόνας με την Λαπλασιανή

# Βελτίωση εικόνας με την Λαπλασιανή

- Όλη η διαδικασία μπορεί να συνδυαστεί και να εκφραστεί σαν ένα απλό φιλτράρισμα :

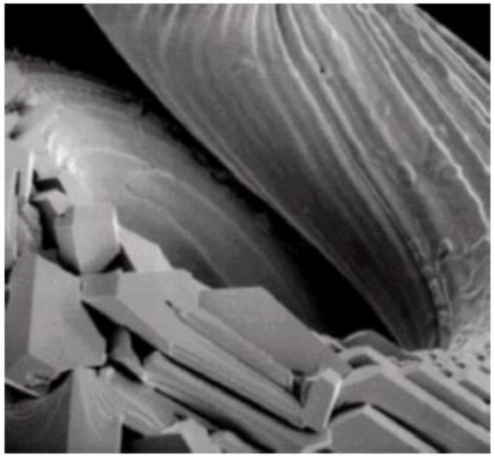
$$g(x,y) = f(x,y) - \nabla^2 f$$

$$= 5f(x,y) - f(x+1,y) - f(x-1,y)$$

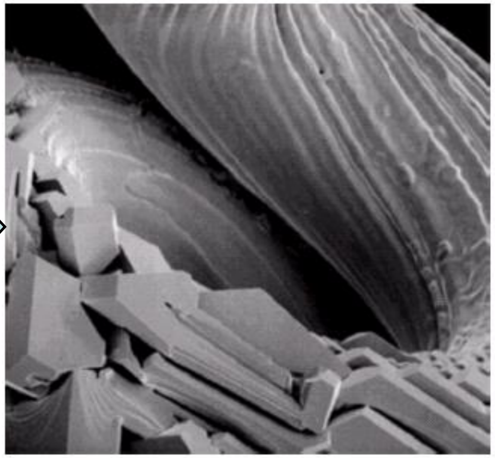
$$- f(x,y+1) - f(x,y-1)$$

# Βελτίωση εικόνας με την Λαπλασιανή

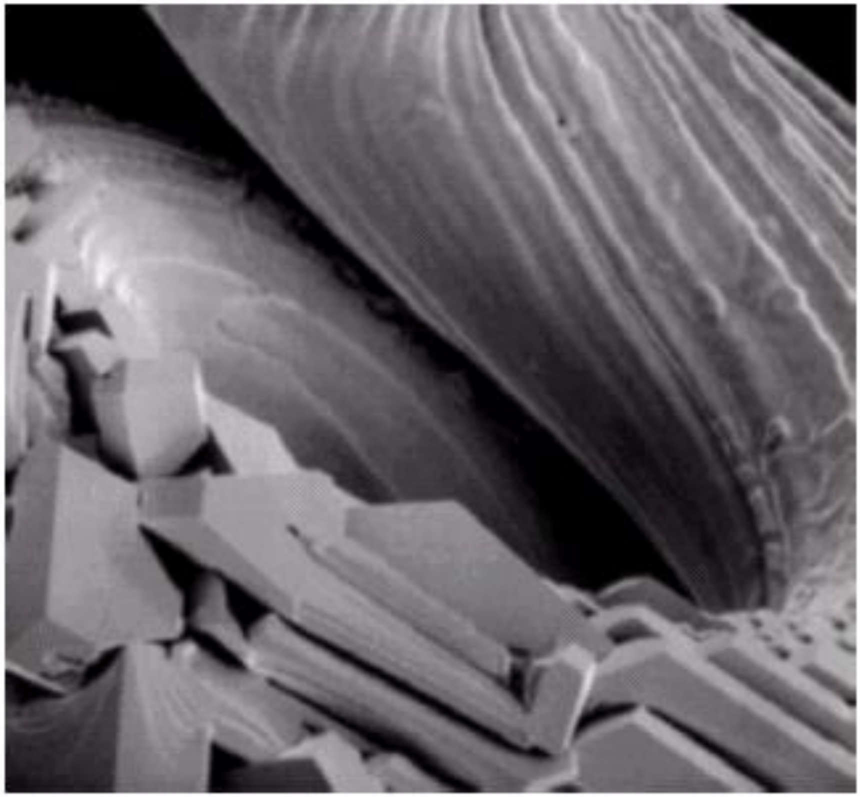
- Έτσι παίρνουμε ένα νέο γραμμικό φίλτρο συνέλιξης

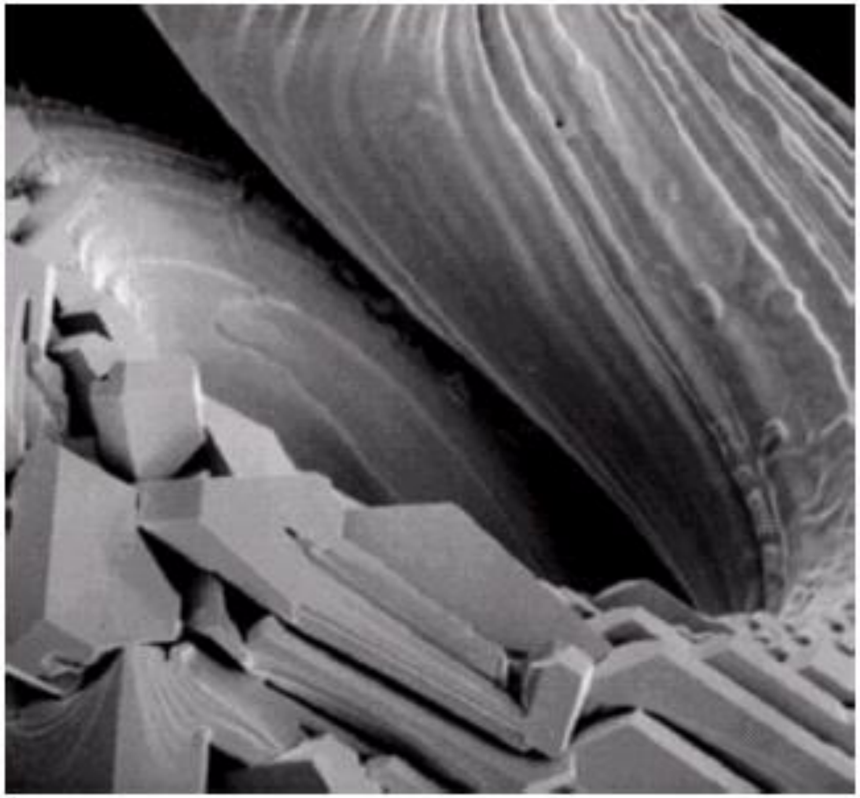


| | | |
|---|---|---|
| 0 | -1 | 0 |
| -1 | 5 | -1 |
| 0 | -1 | 0 |



# Βελτίωση εικόνας με την Λαπλασιανή





# Παραλλαγές της απλής Λαπλασιανής

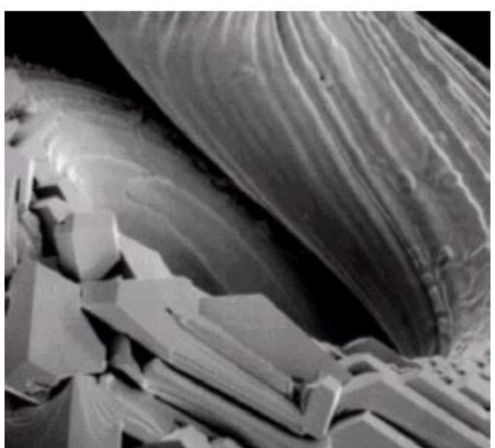
- Υπάρχουν διάφορες παραλλαγές της Λαπλασιανής:

| | | |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 0 |
| 1 | -4 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |

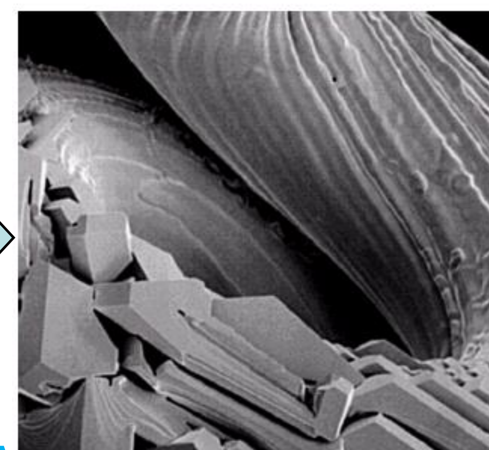
Standard Laplacian

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| 1 | -8 | 1 |
| 1 | 1 | 1 |

Variant of Laplacian



| | | |
|---|---|---|
| -1 | -1 | -1 |
| -1 | 9 | -1 |
| -1 | -1 | -1 |



# Αφαίρεση εξομάλυνσης (unsharp masking)

- Αφαιρούμε μία ‘αντι-οξυμένη’ (unsharped) εικόνα από την αρχική $f(x,y)$.
  - Θολώνουμε – εξομαλύνουμε την εικόνα

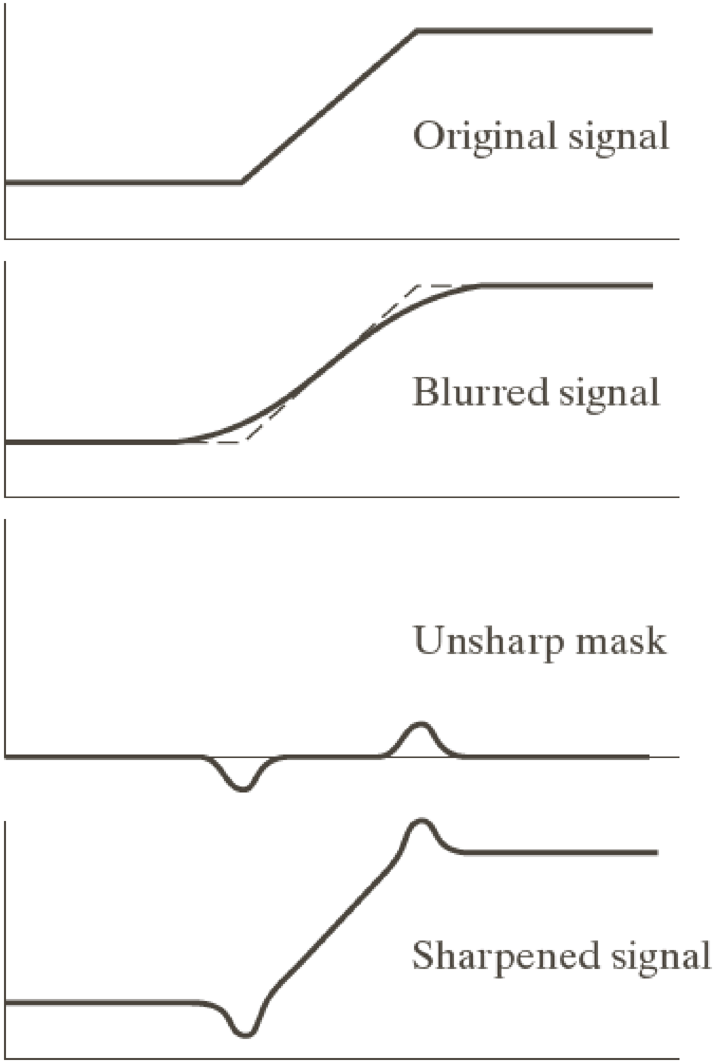
    $b(x,y)=Blur\{f(x,y)\}$
  - Αφαιρούμε την θολωμένη εικόνα από την αρχική, ονομάζοντας το αποτέλεσμα ‘μάσκα’)

    $g_{mask}(x,y)=f(x,y)-b(x,y)$
  - Προσθέτουμε την μάσκα στο πρωτότυπο

    $g(x,y)=f(x,y)+k\, g_{mask}(x,y)$, $k$ μη-αρνητικό

# Αφαίρεση εξομάλυνσης (unsharp masking)

Μηχανισμός όξυνσης




Για $k>1$, διαδικασία ονομάζεται **highboost filtering**

# Αφαίρεση εξομάλυνσης (unsharp masking)

Αρχική εικόνα


Εξομαλυμένη εικόνα


'Μάσκα'


Αφαίρεση εξομάλυνσης ($k$=1)


Highboost filtering ($k$=4.5)

# Χρησιμοποιώντας 1ες παραγώγους για βελτίωση εικόνας

$$\nabla f = \begin{bmatrix} G_x & G_y \end{bmatrix}^T = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial f}{\partial x} & \dfrac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}^T$$

- Αν και οι παράγωγοι είναι γραμμικές πράξεις, το μέτρο της παραγωγου δεν είναι γραμμική πράξη.

# Χρησιμοποιώντας 1ες παραγώγους για βελτίωση εικόνας

$$mag(\nabla f) = \sqrt{G_x^2 + G_y^2}$$

- Αν και οι παράγωγοι είναι γραμμικές πράξεις, το μέτρο της παραγωγου δεν είναι γραμμική πράξη.
- Οι μερικές παράγωγοι δεν είναι rotation invariant (δεν έχουν την ιδιότητα της ισοτροπικότητας).
- Το **μέτρο** της παραγώγου όμως είναι ισοτροπικό.

# Χρησιμοποιώντας 1ες παραγώγους για βελτίωση εικόνας

- Πολλές φορές βολεύει απλά να προσεγγίσουμε το μέτρο με την πιο υπολογιστικά φθηνή σχέση:

$$\nabla f \approx |G_x| + |G_y|$$

- Αυτή η προσέγγιση διατηρεί κάποιες ιδιότητες της παραγώγου (πχ ανθεκτική σε σχετικές αλλαγές φωτεινότητας) αλλά δεν είναι ισοτροπική.

# Τελεστές Sobel

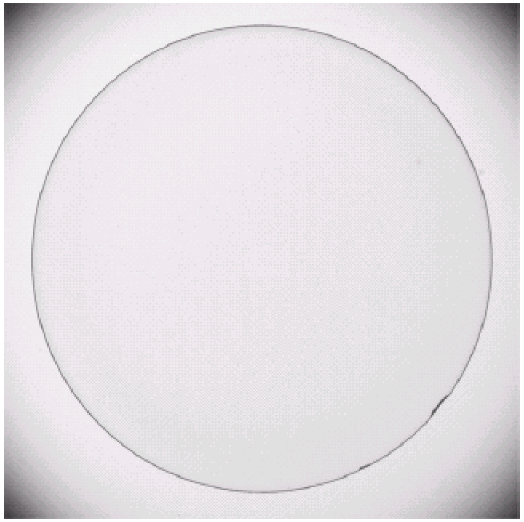
- Οι τελεστές Sobel (Sobel operators) είναι συμμετρικά φίλτρα συνέλιξης 3x3 που μπορούν να μας δώσουν προσεγγίσεις των $G_x$ και $G_y$

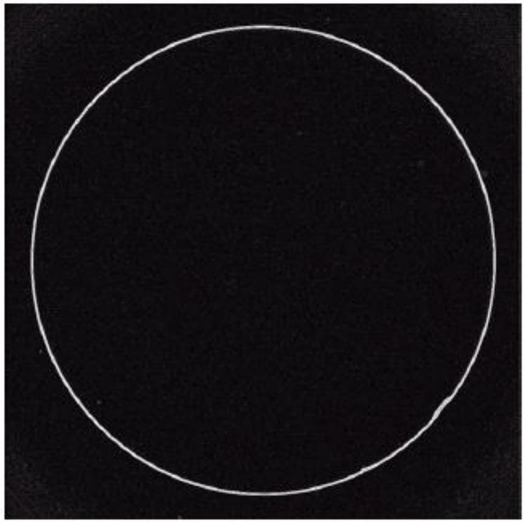
| | | |
|---|---|---|
| -1 | -2 | -1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 2 | 1 |

| | | |
|---|---|---|
| -1 | 0 | 1 |
| -2 | 0 | 2 |
| -1 | 0 | 1 |

- Παρατηρήστε ότι το άθροισμα είναι 0, ώστε να πάρουμε 0 σε περιοχές σταθερής έντασης

# Παράδειγμα τελεστή Sobel





- Υπολογίζοντας το μέτρο κατά Sobel, οι περιοχές σταθερής ή αργά μεταβαλλόμενης έντασης απομακρύνονται
- Εντείνονται μικρές ασυνέχειες, όπως είναι η εδώ περιοχή ενδιαφέροντος

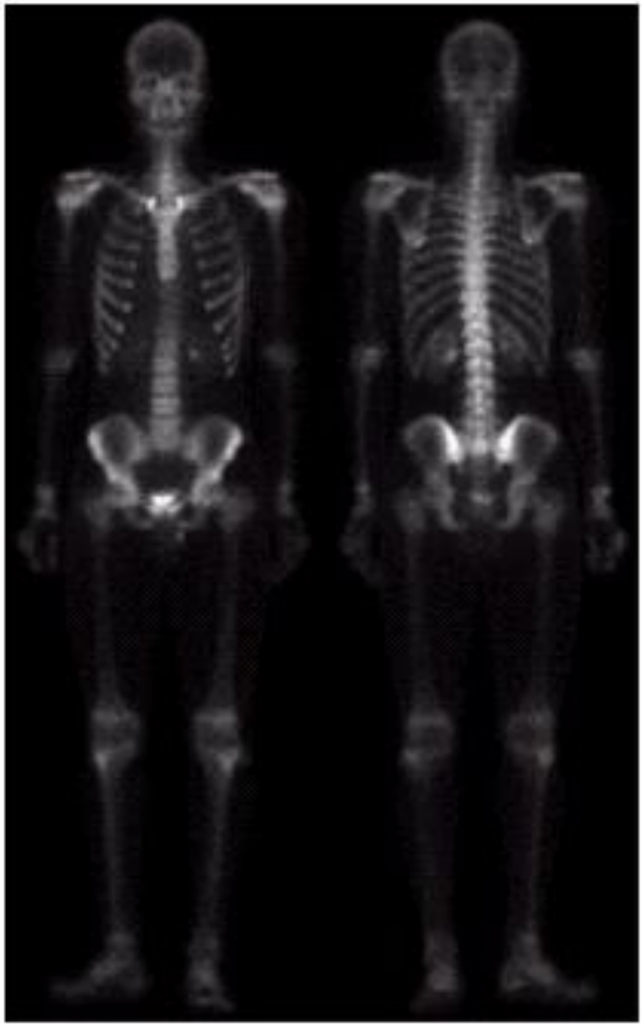
# $1^{ες}$ και $2^{ες}$ παράγωγου

Συγκρίνοντας $1^{ες}$ και $2^{ες}$ παραγώγους μπορούμε να πούμε σαν συμπέρασμα:

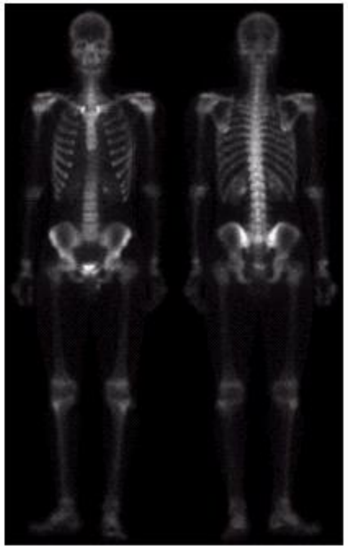
- Οι $1^{ες}$ παράγωγοι παράγουν πιο ‘παχιές’ ακμές
- Οι $2^{ες}$ παράγωγοι έχουν καλή απόκριση σε μικρές λεπτομέρειες, πχ λεπτές γραμμές
- Οι $2^{ες}$ παράγωγοι παράγουν διπλή απόκριση στις ακμές

# Συνδυάζοντας μεθόδους βελτίωσης εικόνας

- Κατά κανόνα θα πρέπει να συνδυάσουμε μεθόδους επεξεργασίας και βελτίωσης για καλύτερο αποτέλεσμα
- Παράδειγμα σε ακτινογραφία σκελετού

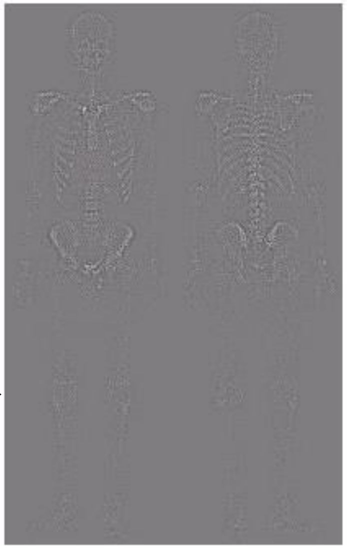


# Συνδυάζοντας μεθόδους βελτίωσης εικόνας



**(a)**

Laplacian filter of bone scan (a)



**(b)**

Sharpened version of bone scan achieved by subtracting (a) and (b)

**(c)**

Sobel filter of bone scan (a)

**(d)**

# Συνδυάζοντας μεθόδους βελτίωσης εικόνας

**(e)**

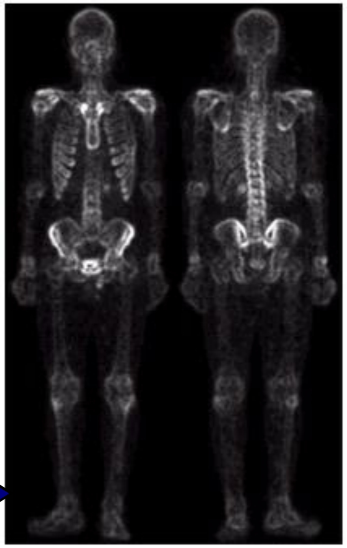
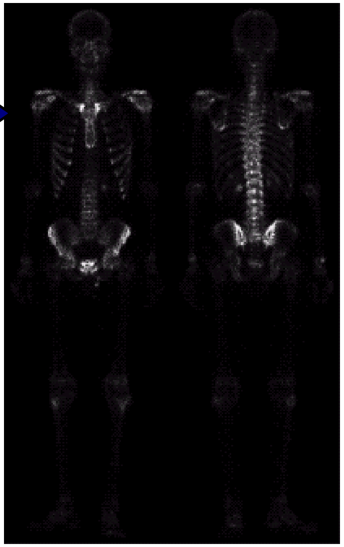


Image (d) smoothed with a 5*5 averaging filter

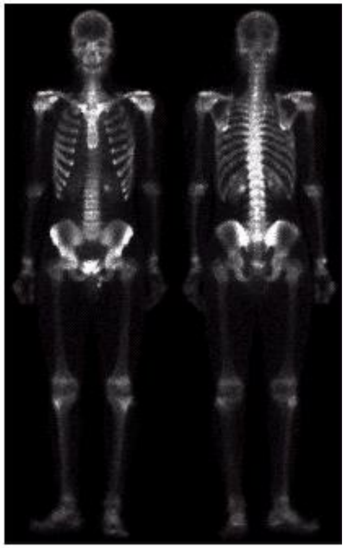
The product of (c) and (e) which will be used as a mask

**(f)**



Sharpened image which is sum of (a) and (f)

**(g)**



Result of applying a power-law trans. to (g)

**(h)**

# Συνδυάζοντας μεθόδους βελτίωσης εικόνας

Compare the original and final images

# Συνοψίζοντας

Σε αυτη τη διάλεξη είδαμε τεχνικές χωρικού φιλτραρίσματος, και πιο συγκεκριμένα:

- Πράξεις / επεξεργασίες σε γειτονιά
- Φιλτράρισμα
- Φίλτρα εξομάλυνσης
- Προβλήματα στα όρια της εικόνας
- Συνέλιξη και συσχέτιση
- Φίλτρα όξυνσης
- Συνδυασμός τεχνικών