

实验四

【实验目的】 验证无收益资产的美式期权是否存在提前执行的可能

【实验方法】 利用二叉树定价公式，在不同参数取值的情况下，为欧式看涨看跌、美式看涨看跌期权进行定价。

【实验原理】 根据二叉树定价原理，对欧式看涨看跌期权，第 k 阶节点的期权价值等于 $k+1$ 阶各个分支期权价值按照风险中性概率的期望值。但对于美式看涨看跌期权， k 阶节点的期权价值不仅取决于 $k+1$ 阶各个分支期权价值按照风险中性概率的期望，还取决于当前的期权实值，在二者中取最大值。如果最终欧式期权和美式期权二叉树定价相同，意味着二者在每一个节点的价值相同。因此，如果最终定价相同，美式期权等价于欧式期权，没有提前行权的必要。

【实验数据】 改变输入的参数值，得到无收益状况下的参数序列，并带入到二叉树定价公式中。

【注】 本实验中二叉树定价阶数取 50。

输入						
实验序号	资产价格 (S)	资产波动 率(sigma)	无风险利率 (rf)	红利率 (q)	到期期限 (T)	执行价格 (X)
1	2000	0.2	0.05	0	1	3000
2	2500	0.2	0.05	0	1	3000
3	3000	0.2	0.05	0	1	3000
4	3500	0.2	0.05	0	1	3000
5	4000	0.2	0.05	0	1	3000
6	3325	0.05	0.05	0	1	3000
7	3325	0.1	0.05	0	1	3000
8	3325	0.2	0.05	0	1	3000
9	3325	0.5	0.05	0	1	3000
10	3325	1	0.05	0	1	3000
11	3325	0.2	0.01	0	1	3000
12	3325	0.2	0.1	0	1	3000
13	3325	0.2	0.3	0	1	3000
14	3325	0.2	0.5	0	1	3000
15	3325	0.2	1	0	1	3000
16	3325	0.2	0.05	0	0.08	3000
17	3325	0.2	0.05	0	0.25	3000
18	3325	0.2	0.05	0	0.5	3000
19	3325	0.2	0.05	0	1	3000
20	3325	0.2	0.05	0	2	3000
21	3325	0.2	0.05	0	1	2000
22	3325	0.2	0.05	0	1	2500
23	3325	0.2	0.05	0	1	3325
24	3325	0.2	0.05	0	1	4000
25	3325	0.2	0.05	0	1	5000

输出：不支付红利时美式看涨期权与欧式看涨期权的价值			
实验序号	美式看涨期权价值	欧式看涨期权价值	是否提前执行
1	6.84	6.84	<i>No</i>
2	81.05	81.05	<i>No</i>
3	312.32	312.32	<i>No</i>
4	697.16	697.16	<i>No</i>
5	1158.66	1158.66	<i>No</i>
6	471.36	471.36	<i>No</i>
7	479.89	479.89	<i>No</i>
8	550.08	550.08	<i>No</i>
9	874.80	874.80	<i>No</i>
10	1435.36	1435.36	<i>No</i>
11	467.02	467.02	<i>No</i>
12	659.11	659.11	<i>No</i>
13	1106.76	1106.76	<i>No</i>
14	1505.54	1505.54	<i>No</i>
15	2221.36	2221.36	<i>No</i>
16	339.71	339.71	<i>No</i>
17	381.80	381.80	<i>No</i>
18	443.48	443.48	<i>No</i>
19	550.08	550.08	<i>No</i>
20	728.37	728.37	<i>No</i>
21	1422.88	1422.88	<i>No</i>
22	957.45	957.45	<i>No</i>
23	346.16	346.16	<i>No</i>
24	105.89	105.89	<i>No</i>
25	11.09	11.09	<i>No</i>

输出：不支付红利时美式看跌期权与欧式看跌期权的价值			
实验序号	美式看跌期权价值	欧式看跌期权价值	是否提前执行
1	1000.00	860.53	<i>Yes</i>
2	503.44	434.74	<i>Yes</i>
3	182.21	166.01	<i>Yes</i>
4	54.04	50.85	<i>Yes</i>
5	12.93	12.35	<i>Yes</i>
6	0.06	0.05	<i>Yes</i>
7	9.79	8.57	<i>Yes</i>
8	84.50	78.76	<i>Yes</i>
9	415.22	403.49	<i>Yes</i>
10	980.61	964.05	<i>Yes</i>
11	113.21	112.17	<i>Yes</i>
12	58.72	48.62	<i>Yes</i>
13	13.19	4.21	<i>Yes</i>
14	2.80	0.13	<i>Yes</i>
15	0.03	0.00	<i>Yes</i>
16	2.25	2.24	<i>Yes</i>
17	19.94	19.54	<i>Yes</i>
18	46.06	44.41	<i>Yes</i>
19	84.50	78.76	<i>Yes</i>
20	133.51	117.89	<i>Yes</i>
21	0.35	0.34	<i>Yes</i>
22	11.05	10.53	<i>Yes</i>
23	201.95	183.99	<i>Yes</i>
24	678.84	585.81	<i>Yes</i>
25	1675.00	1442.24	<i>Yes</i>

【实验结果】在二叉树模型的定价下，当标的资产无收益时，美式看涨期权价格与欧式看涨期权相等，无提前执行的可能。美式看跌期权价格大于欧式看跌期权，会提前执行。这一结果是符合理论的。如果标的资产无收益，那么看涨期权提前行权会丧失交割价值在未来的无风险收益，因此，美式期权提前行权是不合理的。

实验五

【实验目的】验证美式期货期权的上下限是否成立

【实验原理】美式期货期权的标的资产可以看作是以无风险利率为红利率的期货。根据美式期权的上下限关系，当标的资产具有红利率时，美式期权上下限为：

$$\begin{aligned} \max\{S_t - X, 0\} &\leq C_{us} \leq S_t \\ \max\{X - S_t, 0\} &\leq P_{us} \leq X \end{aligned}$$

【实验方法】加入标的资产以无风险收益率为红利率的期权参数序列。计算美式看涨、看跌期权的上下限，并与二叉树定价模型下的期货期权价值进行比较，验证上下限关系是否成立。

【注】本实验中二叉树定价阶数取 50。

输入						
实验序号	资产价格 (S)	资产波动 率(sigma)	无风险利率 (rf)	红利率 (q)	到期期限 (T)	执行价格 (X)
1	2000	0.2	0.05	0.05	1	3000
2	2500	0.2	0.05	0.05	1	3000
3	3000	0.2	0.05	0.05	1	3000
4	3500	0.2	0.05	0.05	1	3000
5	4000	0.2	0.05	0.05	1	3000
6	3325	0.05	0.05	0.05	1	3000
7	3325	0.1	0.05	0.05	1	3000
8	3325	0.2	0.05	0.05	1	3000
9	3325	0.5	0.05	0.05	1	3000
10	3325	1	0.05	0.05	1	3000
11	3325	0.2	0.01	0.01	1	3000
12	3325	0.2	0.1	0.1	1	3000
13	3325	0.2	0.3	0.3	1	3000
14	3325	0.2	0.5	0.5	1	3000
15	3325	0.2	1	1	1	3000
16	3325	0.2	0.05	0.05	0.08	3000
17	3325	0.2	0.05	0.05	0.25	3000
18	3325	0.2	0.05	0.05	0.5	3000
19	3325	0.2	0.05	0.05	1	3000
20	3325	0.2	0.05	0.05	2	3000
21	3325	0.2	0.05	0.05	1	2000
22	3325	0.2	0.05	0.05	1	2500
23	3325	0.2	0.05	0.05	1	3325
24	3325	0.2	0.05	0.05	1	4000
25	3325	0.2	0.05	0.05	1	5000

输出：美式看涨期权上下限验证				
实验序号	美式看涨期权价值	期权上限	期权下限	是否满足上下限关系
1	3.51	2000	0	<i>Yes</i>
2	51.40	2500	0	<i>Yes</i>
3	228.92	3000	0	<i>Yes</i>
4	564.95	3500	500	<i>Yes</i>
5	1005.48	4000	1000	<i>Yes</i>
6	325.00	3325	325	<i>Yes</i>
7	341.13	3325	325	<i>Yes</i>
8	432.32	3325	325	<i>Yes</i>
9	772.48	3325	325	<i>Yes</i>
10	1333.28	3325	325	<i>Yes</i>
11	443.68	3325	325	<i>Yes</i>
12	420.39	3325	325	<i>Yes</i>
13	386.11	3325	325	<i>Yes</i>
14	364.05	3325	325	<i>Yes</i>
15	336.10	3325	325	<i>Yes</i>
16	327.04	3325	325	<i>Yes</i>
17	347.35	3325	325	<i>Yes</i>
18	380.02	3325	325	<i>Yes</i>
19	432.32	3325	325	<i>Yes</i>
20	507.86	3325	325	<i>Yes</i>
21	1325.00	3325	1325	<i>Yes</i>
22	829.93	3325	825	<i>Yes</i>
23	253.72	3325	0	<i>Yes</i>
24	67.04	3325	0	<i>Yes</i>
25	5.68	3325	0	<i>Yes</i>

输出：美式看跌期权上下限验证				
实验序号	美式看跌期权价值	期权上限	期权下限	是否满足上下限关系
1	1000.00	3000	1000	<i>Yes</i>
2	538.62	3000	500	<i>Yes</i>
3	228.92	3000	0	<i>Yes</i>
4	78.73	3000	0	<i>Yes</i>
5	21.68	3000	0	<i>Yes</i>
6	1.06	3000	0	<i>Yes</i>
7	24.01	3000	0	<i>Yes</i>
8	117.03	3000	0	<i>Yes</i>
9	457.78	3000	0	<i>Yes</i>
10	1018.10	3000	0	<i>Yes</i>
11	120.97	3000	0	<i>Yes</i>
12	112.48	3000	0	<i>Yes</i>
13	97.04	3000	0	<i>Yes</i>
14	84.73	3000	0	<i>Yes</i>
15	62.68	3000	0	<i>Yes</i>
16	2.68	3000	0	<i>Yes</i>
17	24.82	3000	0	<i>Yes</i>
18	60.05	3000	0	<i>Yes</i>
19	117.03	3000	0	<i>Yes</i>
20	200.45	3000	0	<i>Yes</i>
21	0.75	2000	0	<i>Yes</i>
22	18.45	2500	0	<i>Yes</i>
23	253.72	3325	0	<i>Yes</i>
24	724.87	4000	675	<i>Yes</i>
25	1675.00	5000	1675	<i>Yes</i>

【实验结论】 二叉树定价下美式期货期权的上下限关系成立。