



对外经济贸易大学

成绩

2019 — 2020 学年第一学期期末考试

实验报告题目 二叉树模型实验报告

课程代码及课序号 SEC321-2

课程名称 金融工程

姓名及学号 沈 颖 201742015

陈思雨 201783015

周惠中 201742038

李诗锦 201702047

吴夏琚 201742014

学 院 金融学院

专 业 金融工程

考试时间 2019.12.16

目录

【实验一】3

【实验二】9

【实验三】 13

【实验四】 15

【实验五】 18

附团队分工：

实验一： 李诗锦

实验二： 沈颖

实验三： 吴夏珺

实验四： 陈思雨

实验五： 周惠中

【实验一】

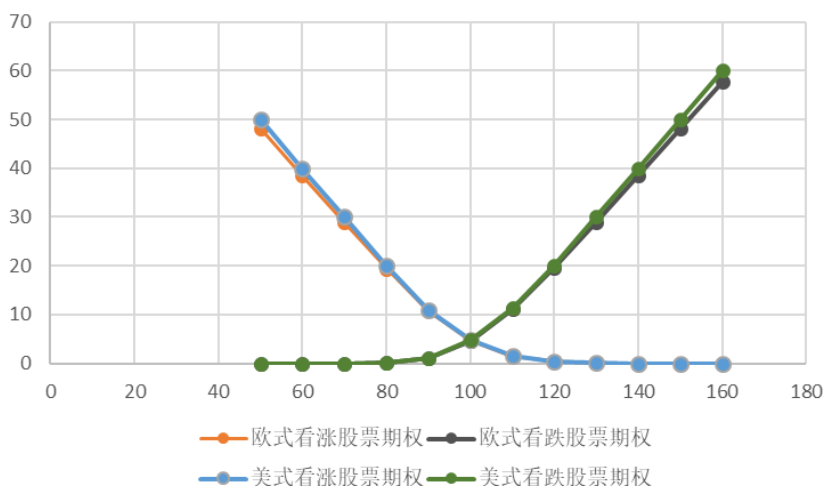
【实验目的】分析执行价、到期期限、无风险利率、股票波动率、股票初始价格、股票红利等因素的变动对美式期权价值到底有什么影响，与欧式期权是否存在差异。

【实验方法】使用 excel VBA 中编制的二叉树定价函数，通过改变单因素变量的取值，得到对应的欧式看涨、欧式看跌、美式看涨和美式看跌期权价值，从而观察单因素变量对期权价值的影响，与对欧式与美式期权价值影响的差异。

【实验结果】

初始参数表	
资产价格 (S_0)	100
执行价格 (x)	90
资产波动率 (σ)	0.15
无风险利率 (r)	0.05
红利率 (q)	0.05
到期期限 (maturity)	0.75
期数 (N)	30

1. 执行价格

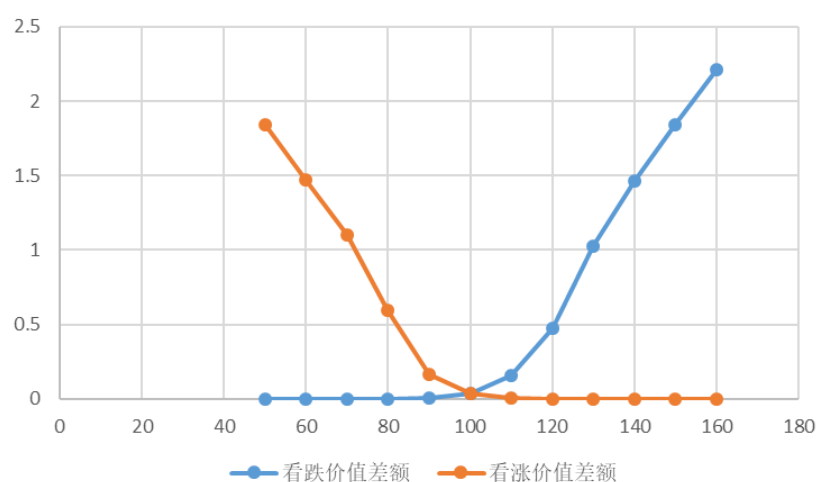


对于看涨期权，随着执行价上升，其损益降低，期权价值下降，并逐步趋近于零；对于看跌期权，随着执行价上升，其损益增加，期权价值由零逐步上升。

当执行价等于标的资产初始价值时，看涨期权与看跌期权价值近乎相等。

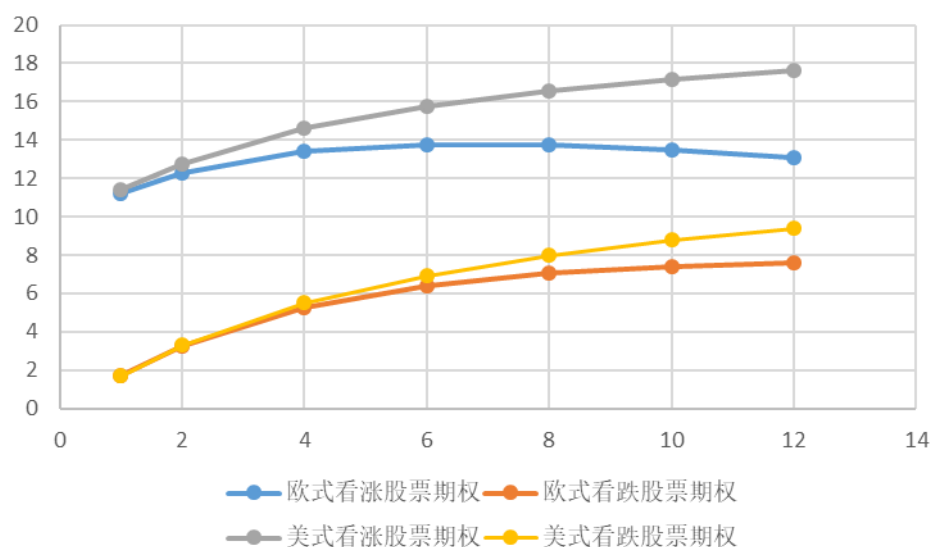
当期权为实值期权时，期权价值较高，并随着实值程度降低而价值降低；当期权为虚值期权时，期权价值较低，且随着虚值程度升高而逐步收敛至零。

由上图可看到欧式期权与美式期权的变化趋势相同，差异较小，但随着实值程度加深，美式期权价值高于欧式期权价值的差异量逐步增加。其价值差额变化图如下：

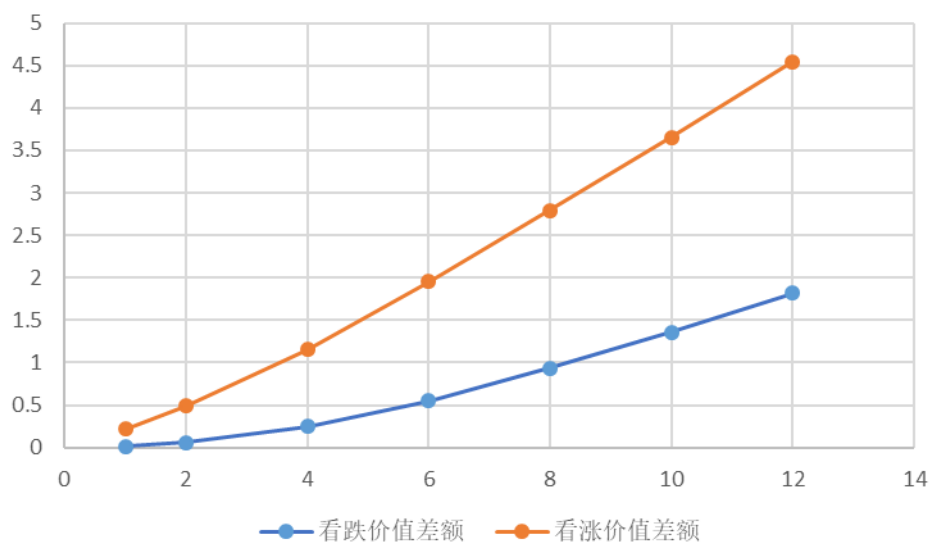


由上图，看涨期权价值差额（美式-欧式）随执行价上升而增加；看跌期权价值差额随执行价上升而下降。及当期权为实值期权时，随期权实值程度加深，美式期权的价值高于欧式期权，且差异逐步增加；当期权为虚值期权时，差异近乎为零，且随着期权虚值程度的加深，其逐渐趋近于零。

2. 到期期限

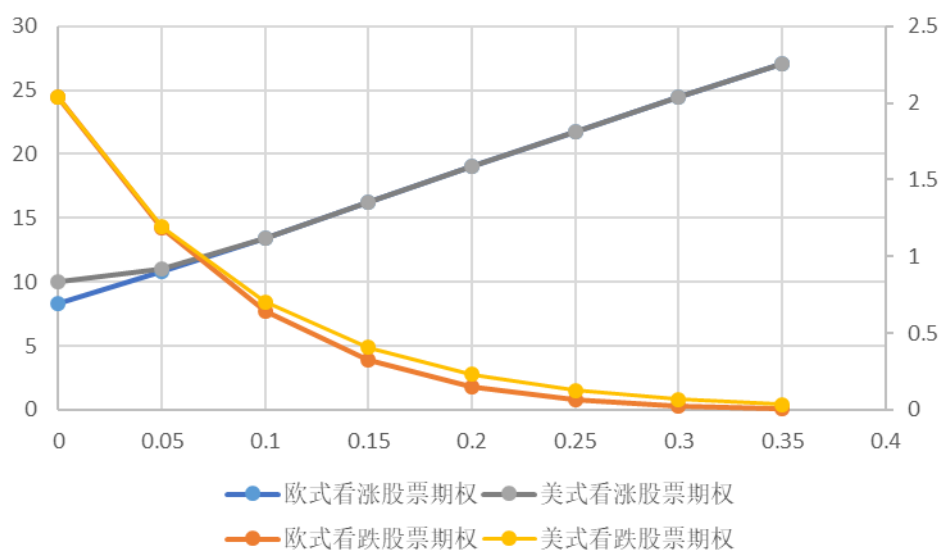


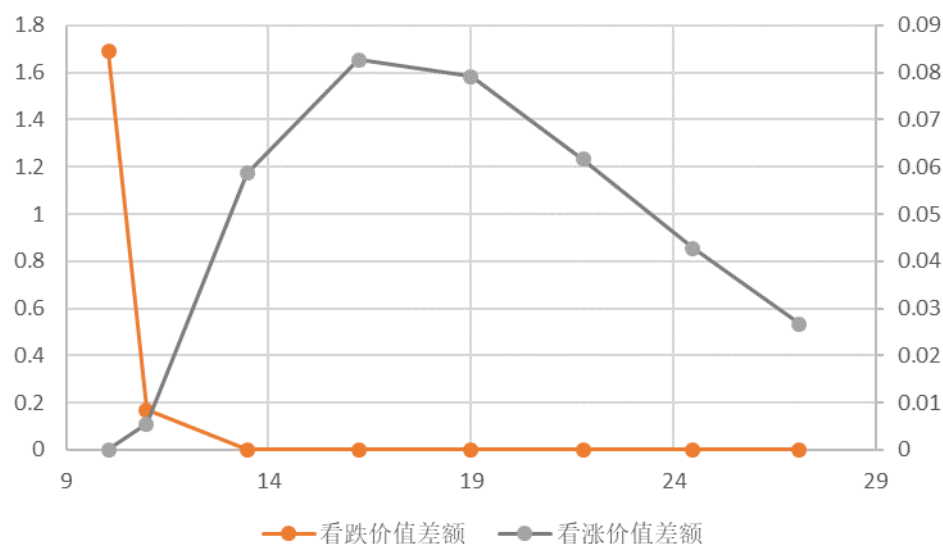
看涨期权和看跌期权都随着到期年限的增加而上升，美式期权上升的幅度要高于欧式期权。



在此初始数值下，看涨期权价值差额高于看跌价值差额。且随着期权到期期限增加，美式期权与欧式期权的差异逐渐增加，且美式期权始终高于欧式期权价值；看涨价值差额增加幅度要高于看跌价值差额增加幅。

3. 无风险利率



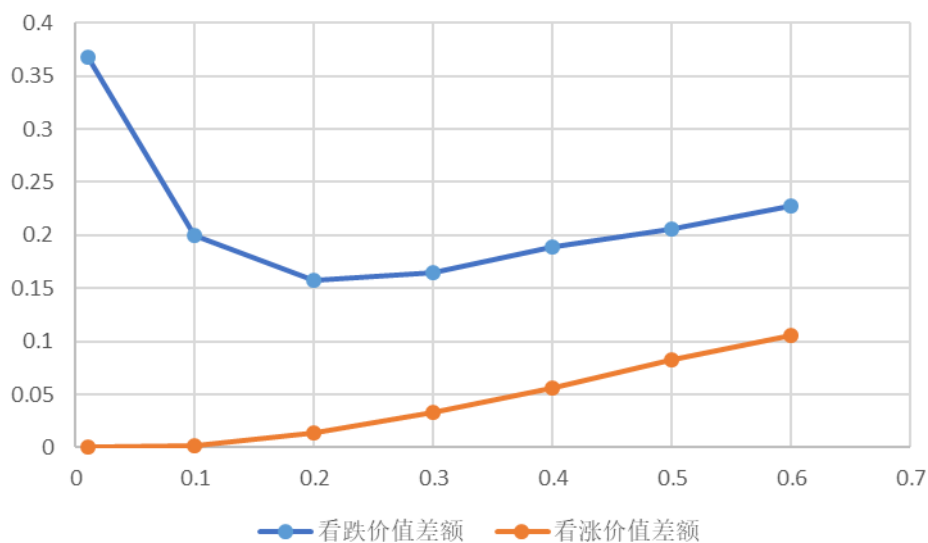


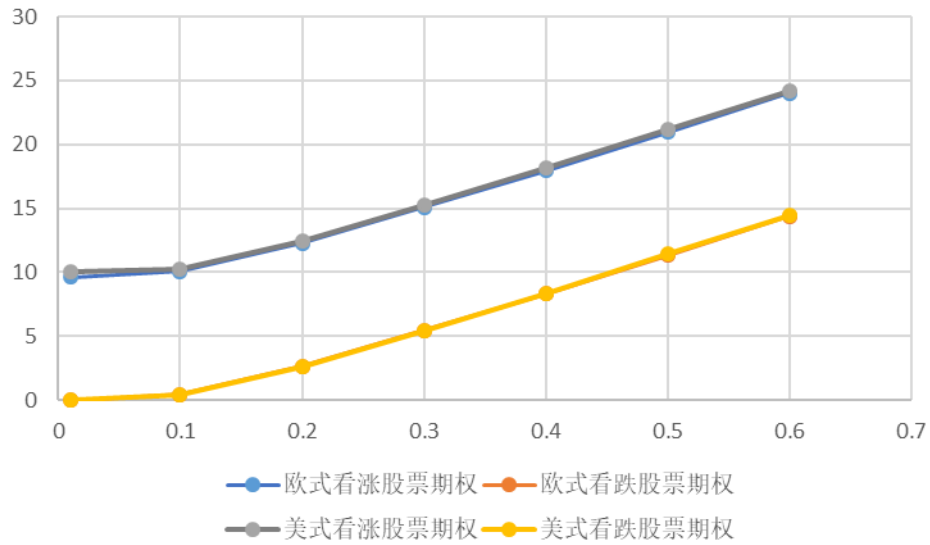
如图, 看涨期权所对应价值为左边坐标轴, 看跌期权所对应价值为右边坐标轴。由图可知, 随着无风险利率增加, 看涨期权价值升高, 看跌期权价值下降, 当前无风险利率较高时, 看跌期权价值趋近于零。且看涨期权价值始终高于看跌期权价值。

随着无风险利率增加, 美式与欧式看涨期权价值差额逐步降低至零, 看跌期权价值逐步增加; 当无风险利率较大时, 随着无风险利率进一步增加, 看涨期权价值差额也逐步下降。

4. 股票波动率

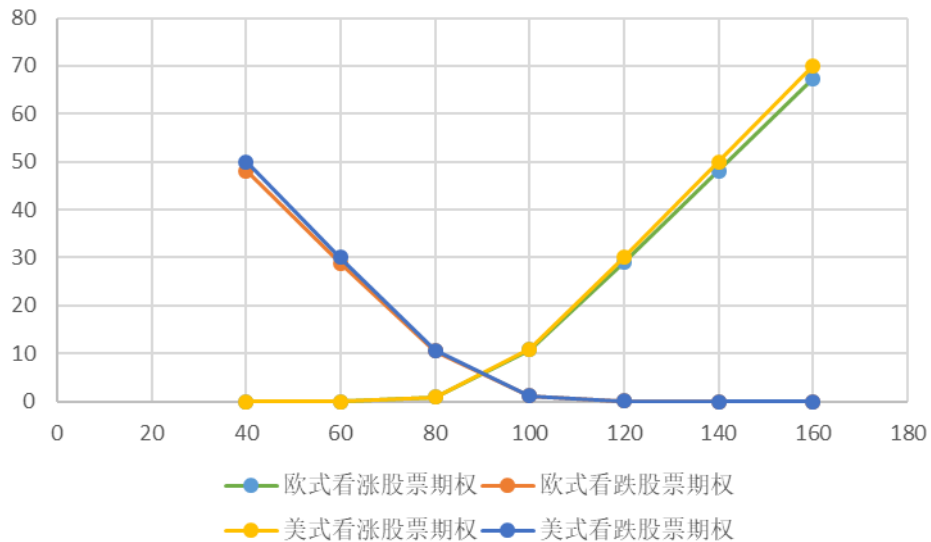
随股票波动率升高, 看涨期权和看跌期权价值都逐步升高, 且单位波动率变动导致的价值增幅较平稳, 且看涨期权单位涨幅约等于看跌期权价值。且看涨期权始终高于看跌期权, 对于不同波动率的标的股票, 看涨与看跌期权价值差额始终几乎维持恒定。

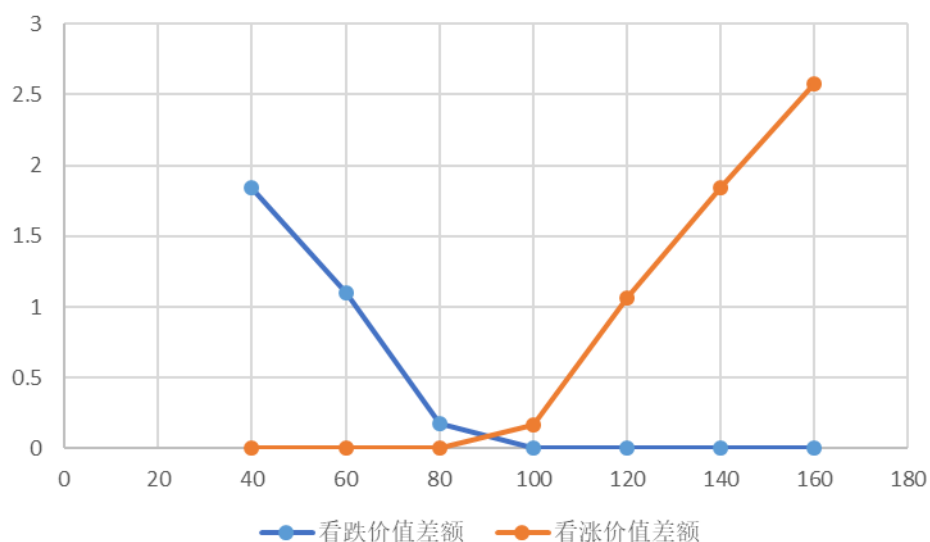




5. 股票初始价格

由图可得，看涨期权价值随股票初始价格上升而上升；看跌期权价值随股票初始价格上升而下降。且当股票初始价格与期权执行价相等时，看涨期权价值与看跌期权价值相等。当期权为实值期权时，期权价值较大，且随着实值程度加深，期权价值上升；当期权为虚值期权时，期权价值较小，且随着虚值程度加深，期权价值逐步趋于零。

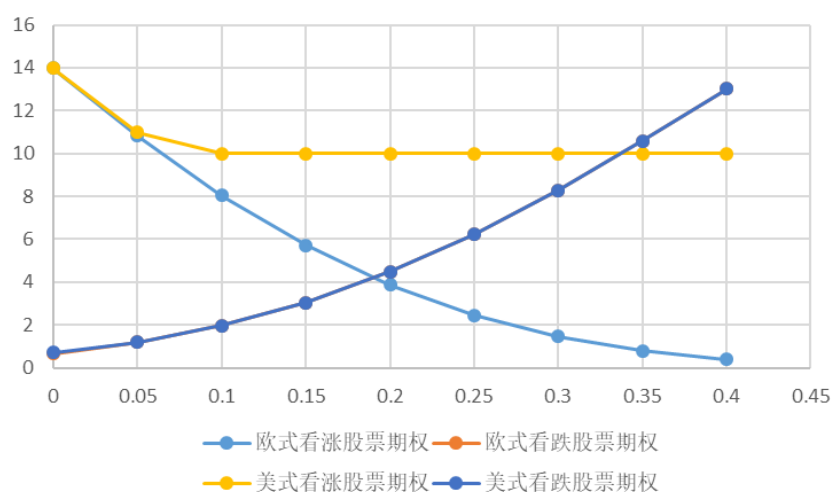




随着股票初始价格增加，看涨价值差额上升，看跌价值差额下降；而当期权为实值期权时，随实值程度加深，期权价值差额上升；当期权为虚值期权时，虚值程度加深时，期权价值差额下降并逐步趋于零。

6. 股票红利

由图可得到，随着股票红利率升高，看跌期权价值上升，看涨期权价值下降；



看涨期权价值差额总体上呈现上升趋势。

【实验二】

【实验目的】计算看涨美式期货期权价值和欧式期货期权价值，验证美式看涨期货期权是否会提前执行；计算美式看跌期货期权和欧式看跌期货期权的价值，验证二者差异的大小和变化规律，可以改变因素取值，看不同情境下的影响程度。

【实验方法】利用《(欧美式期权) 二叉树定价-子程序方式.xlsm》中的二叉树定价公式，在不同参数取值的情形下，计算美式看跌期货期权和欧式看跌期货期权的价值，验证二者差异的大小和变化规律，改变因素取值，看不同情境下的影响程度，并判断美式看涨期货期权是否会提前执行。

【实验结果】

期货期权与股票期权不同之处在于，进入期货合约空头或多头的投资者无须支付费用。假设 F 为期货的初始价格，在时间段 T 之后，期货价格会上涨到 $F_0 \cdot u$ 或下跌到 $F_0 \cdot d$ 。考虑一个时间 T 到期的期权，当期货价格上涨时，期权收益为 f_u ，当期权价格下跌时，期权收益为 f_d 。

构建一个无风险投资组合：1 份期权 + Δ 份期货多头。

根据该投资组合在初始价格为 0（期货当前价格为 0），推出

$$p = \frac{e^{-rT} - d}{u - d}$$

接着再在基础参数上对期货当前价格 F 、执行价格 X 、无风险利率 R 、波动率 σ 、到期期限 T 、期数 N 进行影响因素探究。初始参数如下：

期货初始价格	执行价格	无风险利率	波动率	到期期限	期数	红利率
F	X	R	σ	$T(\text{year})$	N	q
3500	3500	0.03	0.2	2	50	0

1. 改变期货限价 F 的取值，观察美式期货期权和欧式期货期权的价值：

期货初始价格	执行价格	无风险利率	波动率	到期期限	期数	红利率
F	X	R	σ	$T(\text{year})$	N	q
3300	3500	0.03	0.2	2	50	0
3400	3500	0.03	0.2	2	50	0
3500	3500	0.03	0.2	2	50	0
3600	3500	0.03	0.2	2	50	0
3700	3500	0.03	0.2	2	50	0

输出结果为：

看涨欧式	看涨美式	看跌欧式	看跌美式
274.6023	278.0396	462.9552	470.6067
321.7256	325.9357	415.9021	422.3258
368.8489	374.4047	368.8489	374.4047

426.4406	433.0189	332.2641	336.62
484.0323	491.9477	295.6794	299.3897

结论：

期货初始价格越高，看涨期货期权价格越高，看跌期货期权价格越低。

美式期货期权的价格总是高于欧式期货期权，并且看涨期货期权差距随着期货当前价格 F 的增加越来越大，看跌期货期权差距随着期货当前价格 F 的增加越来越小。故不论是看涨期货期权还是看跌期货期权，美式期货期权都有提前执行的可能。

2. 改变无风险利率 R 的取值，观察美式期货期权和欧式期货期权的价格：

期货初始价格	执行价格	无风险利率	波动率	到期期限	期数	红利率
F	X	R	σ	$T(\text{year})$	N	q
3500	3500	0.01	0.2	2	50	0
3500	3500	0.02	0.2	2	50	0
3500	3500	0.03	0.2	2	50	0
3500	3500	0.04	0.2	2	50	0
3500	3500	0.05	0.2	2	50	0

输出结果为：

看涨欧式	看涨美式	看跌欧式	看跌美式
383.9019	385.531	383.9019	385.531
376.3001	379.8227	376.3001	379.8227
368.8489	374.4047	368.8489	374.4047
361.5452	369.2182	361.5452	369.2182
354.3861	364.2393	354.3861	364.2393

结论：

无风险利率 R 越高，看涨期货期权价格越低，看跌期货期权价格也越低。

美式期货期权的价格总是高于欧式期货期权，并且看涨期货期权差距随着无风险利率 R 的增加越来越大，看跌期货期权差距也随着无风险利率 R 的增加越来越大。故不论是看涨期货期权还是看跌期货期权，美式期货期权都有提前执行的可能。

3. 改变波动率 σ 的取值，观察美式期货期权和欧式期货期权的价格：

期货初始价格	执行价格	无风险利率	波动率	到期期限	期数	红利率
--------	------	-------	-----	------	----	-----

F	X	R	σ	T(year)	N	q
3500	3500	0.03	0.1	2	50	0
3500	3500	0.03	0.15	2	50	0
3500	3500	0.03	0.2	2	50	0
3500	3500	0.03	0.25	2	50	0
3500	3500	0.03	0.3	2	50	0

输出结果为：

看涨欧式	看涨美式	看跌欧式	看跌美式
184.8853	187.6621	184.8853	187.6621
277.0395	281.2054	277.0395	281.2054
368.8489	374.4047	368.8489	374.4047
460.2004	467.1472	460.2004	467.1472
550.983	559.3223	550.983	559.3223

结论：

波动率 σ 越高，看涨期货期权价格越高，看跌期货期权价格也越高。

美式期货期权的价格总是高于欧式期货期权，并且看涨期货期权差距随着波动率 σ 的增加越来越大，看跌期货期权差距也随着波动率 σ 的增加越来越大。故不论是看涨期货期权还是看跌期货期权，美式期货期权都有提前执行的可能。

4. 改变到期期限 T 的取值，观察美式期货期权和欧式期货期权的价格：

期货初始价格	执行价格	无风险利率	波动率	到期期限	期数	红利率
F	X	R	σ	T(year)	N	q
3500	3500	0.03	0.2	1	50	0
3500	3500	0.03	0.2	1.5	50	0
3500	3500	0.03	0.2	2	50	0
3500	3500	0.03	0.2	2.5	50	0
3500	3500	0.03	0.2	3	50	0

输出结果为：

看涨欧式	看涨美式	看跌欧式	看跌美式
269.2059	271.0116	269.2059	271.0116
324.5298	328.0129	324.5298	328.0129
368.8489	374.4047	368.8489	374.4047
405.9086	413.8906	405.9086	413.8906

437.6671	448.3903	437.6671	448.3903
----------	----------	----------	----------

结论：

到期期限 T 越大，看涨期货期权价格越高，看跌期货期权价格也越高。

美式期货期权的价格总是高于欧式期货期权，并且看涨期货期权差距随着到期期限 T 的增加越来越大，看跌期货期权差距也随着到期期限 T 的增加越来越大。故不论是看涨期货期权还是看跌期货期权，美式期货期权都有提前执行的可能。

5. 改变期数 N （即步长）的取值，观察美式期货期权和欧式期货期权的价值：

期货初始价格	执行价格	无风险利率	波动率	到期期限	期数	红利率
F	X	R	σ	T(year)	N	q
3500	3500	0.03	0.2	2	30	0
3500	3500	0.03	0.2	2	40	0
3500	3500	0.03	0.2	2	50	0
3500	3500	0.03	0.2	2	60	0
3500	3500	0.03	0.2	2	70	0

输出结果为：

看涨欧式	看涨美式	看跌欧式	看跌美式
367.6219	373.3918	367.6219	373.3918
368.3882	374.0229	368.3882	374.0229
368.8489	374.4047	368.8489	374.4047
369.1563	374.6619	369.1563	374.6619
369.3761	374.8391	369.3761	374.8391

结论：

期数 N 越大，看涨期货期权价格越高，看跌期货期权价格也越高。

美式期货期权的价格总是高于欧式期货期权，并且看涨期货期权差距随着期数 N 的增加越来越小，看跌期货期权差距也随着到期期限 T 的增加越来越小。故不论是看涨期货期权还是看跌期货期权，美式期货期权都有提前执行的可能。

【实验三】

【实验目的】分析二叉树模型步数的增加对期权价值估计的精确度有无影响（以普通欧式期权为例）。

【实验方法】通过 EXCEL VBA 编制的二叉树期权定价函数与 BS 公式期权定价函数，设以 BS 公式计算出的期权价值为其准确价值，改变二叉树步长 N ，得到计算的估计期权价值序列，计算其与期权准确价值的误差。并画出期权价值与估计误差随期数的变化图，判断在步长增加时，计算误差是否减小，及步数增加是否会增加期权价值估计的精确度。

【实验结果】

初始参数数据：

资产价格(S)	666
资产波动率(sigma)	0.66
无风险利率(rf)	0.06
红利率(q)	0
到期期限(T)	1
执行价格(X)	688

假设以 BS 公式所计算的期权价值为其准确价值：

欧式看涨期权 B-S	179.0669
欧式看跌期权 B-S	161.0009

二叉树定价函数如下：

看涨期权：Function Bin_call("e",S0,x,sigma,r,q,maturity,N)

看跌期权：Function Bin_put("e",S0,x,sigma,r,q,maturity,N)

BS 定价函数如下：

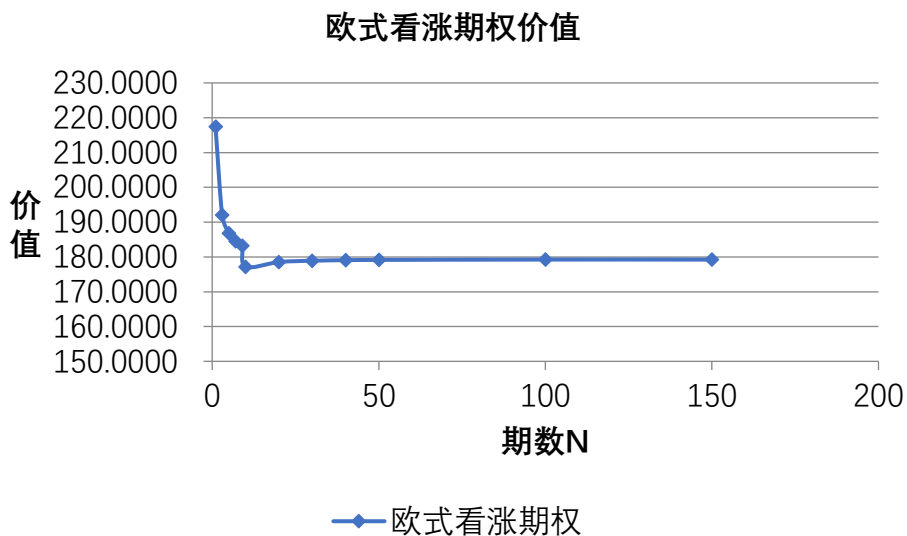
看涨期权：Function BS_call(S, sigma, rf, q, T, X)

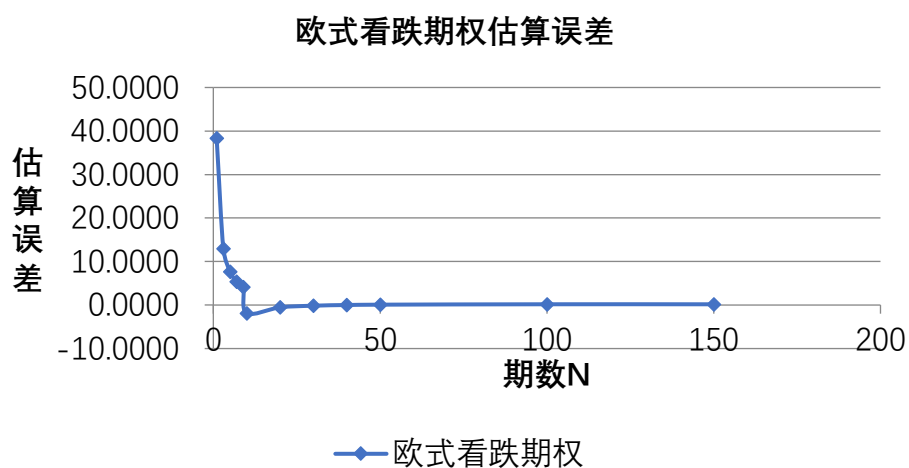
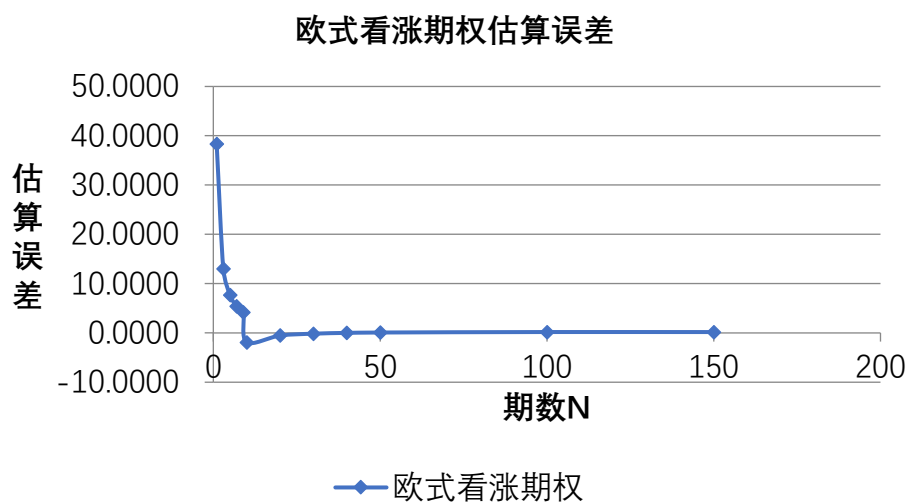
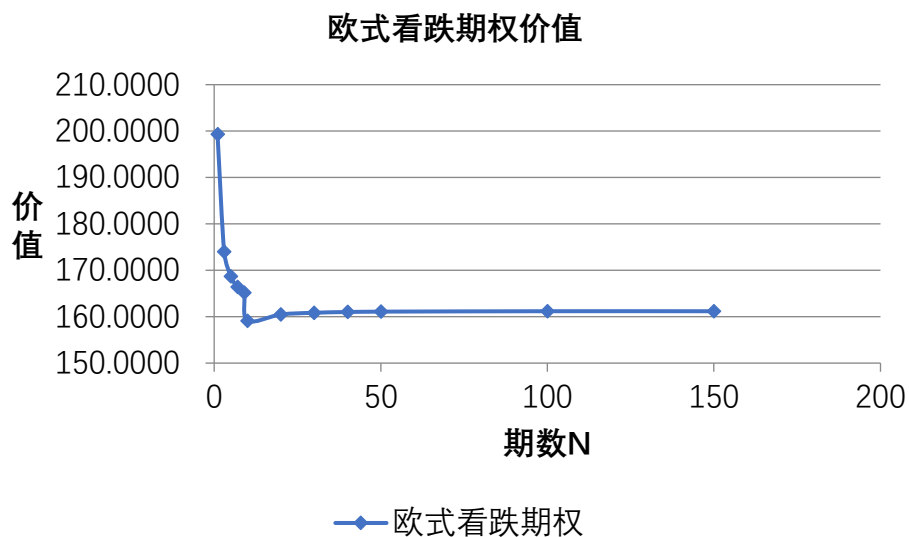
看跌期权：Function BS_put(S, sigma, rf, q, T, X)

定义

(估计)误差=二叉树定价的期权价值估计值-BS 计算得到的期权价值(准确价值)

改变步数，得到期权价值与估计误差随期数变化图如下：





由上图可看到，随着期数改变，看涨期权和看跌期权的价值均在其准确价值上下波动，且随期数增加，期权价值估算误差逐步减小，50 期后误差近乎为零，期权价值的精确度有效提升，则使用二叉树模型为期权定价，通过增加期数可以有效提升价值估计的精确度。

【实验四】

验证无收益资产的美式期权是否存在提前执行的可能性。

【实验方法】利用文件（欧美式期权）二叉树定价-子程序方式, x1sm 中的二叉树定价公式，在不同参数取值的情形下，为欧美式看涨、看跌期权进行定价。

【实验数据】改变输入参数取值，得到无收益情况下的参数序列如下：

输入					
股票初始价格	执行价格	无风险利率	波动率	到期期限	期数
S_0	X	r	σ	$T(year)$	N
17.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00
18.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00
19.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00
20.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00
21.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00
22.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00
23.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00
20.00	17.00	0.03	0.20	2.00	50.00
20.00	18.00	0.03	0.20	2.00	50.00
20.00	19.00	0.03	0.20	2.00	50.00
20.00	21.00	0.03	0.20	2.00	50.00
20.00	22.00	0.03	0.20	2.00	50.00
20.00	23.00	0.03	0.20	2.00	50.00
20.00	17.00	0.03	0.20	2.00	100.00
20.00	18.00	0.03	0.20	2.00	100.00
20.00	19.00	0.03	0.20	2.00	100.00
20.00	20.00	0.03	0.20	2.00	100.00
20.00	21.00	0.03	0.20	2.00	100.00
20.00	22.00	0.03	0.20	2.00	100.00
20.00	23.00	0.03	0.20	2.00	100.00

通过二叉树模型计算欧式及美式看涨期权的价格，观察是否提前执行：

不支付红利时美式看涨期权与欧式看涨期权的价值		
美式看涨期权价值	欧式看涨期权价值	是否提前执行
C_{us}	C_E	<i>Yes / No</i>
1.2179	1.2179	<i>No</i>
1.6859	1.6859	<i>No</i>
2.2188	2.2188	<i>No</i>
2.8036	2.8036	<i>No</i>

3.4939	3.4939	<i>No</i>
4.2148	4.2148	<i>No</i>
4.9968	4.9968	<i>No</i>
4.6029	4.6029	<i>No</i>
3.9497	3.9497	<i>No</i>
3.3537	3.3537	<i>No</i>
2.3590	2.3590	<i>No</i>
1.9490	1.9490	<i>No</i>
1.6079	1.6079	<i>No</i>
4.6085	4.6085	<i>No</i>
3.9427	3.9437	<i>No</i>
3.3439	3.3439	<i>No</i>
2.8092	2.8092	<i>No</i>
2.3492	2.3492	<i>No</i>
1.9513	1.9513	<i>No</i>
1.6086	1.6086	<i>No</i>

通过二叉树模型计算欧式及美式看跌期权的价格，观察是否提起执行：

不支付红利时美式看跌期权与欧式看跌期权的价值		
美式看跌期权价值	欧式看跌期权价值	是否提前执行
P_{us}	P_E	<i>Yes / No</i>
3.3877	3.0532	<i>Yes</i>
2.7605	2.5212	<i>Yes</i>
2.2267	2.0541	<i>Yes</i>
1.7724	1.6389	<i>Yes</i>
1.4214	1.3291	<i>Yes</i>
1.1168	1.0501	<i>Yes</i>
0.8822	0.8321	<i>Yes</i>
0.6498	0.6129	<i>Yes</i>
0.9569	0.9015	<i>Yes</i>
1.3337	1.2472	<i>Yes</i>
2.3144	2.1361	<i>Yes</i>
2.9192	2.6678	<i>Yes</i>
3.6006	3.2685	<i>Yes</i>
0.6548	0.6185	<i>Yes</i>
0.9532	0.8955	<i>Yes</i>
1.3258	1.2374	<i>Yes</i>
1.7749	1.6445	<i>Yes</i>
2.3074	2.1262	<i>Yes</i>
2.9179	2.6701	<i>Yes</i>
3.6015	3.2692	<i>Yes</i>

【实验结果】在二叉树模型的定价下，标的资产无收益时，美式看涨期权价格与欧式看涨期权价格相等，无提前执行的可能；美式看跌期权价格大于欧式看跌期权，会提前执行。

【实验五】

验证美式期货期权的上下限是否成立。

【实验方法】加入标的资产有收益的期权序列，计算美式看涨、看跌期货期权的上下限，并与二叉树定价模型下的期货期权价值进行比较，验证其上下限是否成立。

【实验数据】在“实验四”参数序列基础上，新增五条有红利率的期权序列：

股票初始价格	执行价格	无风险利率	波动率	到期期限	期数	红利率
S_0	X	r	σ	$T(\text{year})$	N	q
20.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00	0.05
20.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00	0.10
20.00	20.00	0.03	0.20	2.00	50.00	0.15
20.00	19.00	0.03	0.20	2.00	50.00	0.10
20.00	21.00	0.03	0.20	2.00	50.00	0.10

当标的资产无收益时，美式看涨期权价格满足 $\max\{S_t - Xe^{-r(T-t)}, 0\} < C_{us} < S_t$ ，当标的资产有收益时，美式看涨期权价格满足 $\max\{S_t - X, 0\} < C_{us} < S_t$ ，经计算得到表格如下：

美式期权上下限验证			
美式看涨期权价值	下限	上限	是否满足上下限
C_{us}	lower	upper	Yes/No
1.2179	0.0000	17.0000	Yes
1.6859	0.0000	18.0000	Yes
2.2188	0.1647	19.0000	Yes
2.8036	1.1647	20.0000	Yes
3.4939	2.1647	21.0000	Yes
4.2148	3.1647	22.0000	Yes
4.9968	4.1647	23.0000	Yes
4.6029	3.9900	20.0000	Yes
3.9497	3.0482	20.0000	Yes
3.3537	2.1065	20.0000	Yes
2.3590	0.2229	20.0000	Yes
1.9490	0.0000	20.0000	Yes
1.6079	0.0000	20.0000	Yes
4.6085	3.9900	20.0000	Yes
3.9427	3.0482	20.0000	Yes
3.3439	2.1065	20.0000	Yes
2.8092	1.1647	20.0000	Yes
2.3492	0.2229	20.0000	Yes

1.9513	0.0000	20.0000	Yes
1.6086	0.0000	20.0000	Yes
1.8407	0.0000	20.0000	Yes
1.3161	0.0000	20.0000	Yes
0.9798	0.0000	20.0000	Yes
1.7463	1.0000	20.0000	Yes
0.9986	0.0000	20.0000	Yes

无论标的资产是否有收益，美式看跌期权均满足 $\max\{X - S_t, 0\} \leq P_{us} \leq X_t$ ，经计算得到表格如下：

美式期权上下限验证			
美式看跌期权价值	下限	上限	是否满足上下限
P_{us}	lower	upper	Yes/No
3.3877	3.0000	20.0000	Yes
2.7605	2.0000	20.0000	Yes
2.2267	1.0000	20.0000	Yes
1.7724	0.0000	20.0000	Yes
1.4214	0.0000	20.0000	Yes
1.1168	0.0000	20.0000	Yes
0.8822	0.0000	20.0000	Yes
0.6498	0.0000	17.0000	Yes
0.9569	0.0000	18.0000	Yes
1.3337	0.0000	19.0000	Yes
2.3144	1.0000	21.0000	Yes
2.9192	2.0000	22.0000	Yes
3.6006	3.0000	23.0000	Yes
0.6548	0.0000	17.0000	Yes
0.9532	0.0000	18.0000	Yes
1.3258	0.0000	19.0000	Yes
1.7749	0.0000	20.0000	Yes
2.3074	1.0000	21.0000	Yes
2.9179	2.0000	22.0000	Yes
3.6015	3.0000	23.0000	Yes
2.4576	0.0000	20.0000	Yes
3.4351	0.0000	20.0000	Yes
4.5256	0.0000	20.0000	Yes
2.7843	0.0000	19.0000	Yes
4.1722	1.0000	21.0000	Yes

【实验结果】 二叉树定价模型下美式期货期权的上下限成立。