**实验四**

**【实验目的】**验证无收益资产的美式期权是否存在提前执行的可能

**【实验方法】**利用二叉树定价公式，在不同参数取值的情况下，为欧式看涨看跌、美式看涨看跌期权进行定价。

**【实验原理】**根据二叉树定价原理，对欧式看涨看跌期权，第k阶节点的期权价值等于k+1阶各个分支期权价值按照风险中性概率的期望值。但对于美式看涨看跌期权，k阶节点的期权价值不仅取决于k+1阶各个分支期权价值按照风险中性概率的期望，还取决于当前的期权实值，在二者中取最大值。如果最终欧式期权和美式期权二叉树定价相同，意味着二者在每一个节点的价值相同。因此，如果最终定价相同，美式期权等价于欧式期权，没有提前行权的必要。

**【实验数据】**改变输入的参数值，得到无收益状况下的参数序列，并带入到二叉树定价公式中。

**【注】**本实验中二叉树定价阶数取50。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **输入** | | | | | | |
| **实验序号** | **资产价格**  **(S)** | **资产波动率(sigma)** | **无风险利率(rf)** | **红利率**  **(q)** | **到期期限**  **(T)** | **执行价格**  **(X)** |
| 1 | 2000 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 2 | 2500 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 3 | 3000 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 4 | 3500 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 5 | 4000 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 6 | 3325 | 0.05 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 7 | 3325 | 0.1 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 8 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 9 | 3325 | 0.5 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 10 | 3325 | 1 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 11 | 3325 | 0.2 | 0.01 | 0 | 1 | 3000 |
| 12 | 3325 | 0.2 | 0.1 | 0 | 1 | 3000 |
| 13 | 3325 | 0.2 | 0.3 | 0 | 1 | 3000 |
| 14 | 3325 | 0.2 | 0.5 | 0 | 1 | 3000 |
| 15 | 3325 | 0.2 | 1 | 0 | 1 | 3000 |
| 16 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 0.08 | 3000 |
| 17 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 0.25 | 3000 |
| 18 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 0.5 | 3000 |
| 19 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 3000 |
| 20 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 2 | 3000 |
| 21 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 2000 |
| 22 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 2500 |
| 23 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 3325 |
| 24 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 4000 |
| 25 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0 | 1 | 5000 |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **输出：不支付红利时美式看涨期权与欧式看涨期权的价值** | | | |
| **实验序号** | **美式看涨期权价值** | **欧式看涨期权价值** | **是否提前执行** |
| 1 | 6.84 | 6.84 | ***No*** |
| 2 | 81.05 | 81.05 | ***No*** |
| 3 | 312.32 | 312.32 | ***No*** |
| 4 | 697.16 | 697.16 | ***No*** |
| 5 | 1158.66 | 1158.66 | ***No*** |
| 6 | 471.36 | 471.36 | ***No*** |
| 7 | 479.89 | 479.89 | ***No*** |
| 8 | 550.08 | 550.08 | ***No*** |
| 9 | 874.80 | 874.80 | ***No*** |
| 10 | 1435.36 | 1435.36 | ***No*** |
| 11 | 467.02 | 467.02 | ***No*** |
| 12 | 659.11 | 659.11 | ***No*** |
| 13 | 1106.76 | 1106.76 | ***No*** |
| 14 | 1505.54 | 1505.54 | ***No*** |
| 15 | 2221.36 | 2221.36 | ***No*** |
| 16 | 339.71 | 339.71 | ***No*** |
| 17 | 381.80 | 381.80 | ***No*** |
| 18 | 443.48 | 443.48 | ***No*** |
| 19 | 550.08 | 550.08 | ***No*** |
| 20 | 728.37 | 728.37 | ***No*** |
| 21 | 1422.88 | 1422.88 | ***No*** |
| 22 | 957.45 | 957.45 | ***No*** |
| 23 | 346.16 | 346.16 | ***No*** |
| 24 | 105.89 | 105.89 | ***No*** |
| 25 | 11.09 | 11.09 | ***No*** |

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **输出：不支付红利时美式看跌期权与欧式看跌期权的价值** | | | |
| **实验序号** | **美式看跌期权价值** | **欧式看跌期权价值** | **是否提前执行** |
| 1 | 1000.00 | 860.53 | ***Yes*** |
| 2 | 503.44 | 434.74 | ***Yes*** |
| 3 | 182.21 | 166.01 | ***Yes*** |
| 4 | 54.04 | 50.85 | ***Yes*** |
| 5 | 12.93 | 12.35 | ***Yes*** |
| 6 | 0.06 | 0.05 | ***Yes*** |
| 7 | 9.79 | 8.57 | ***Yes*** |
| 8 | 84.50 | 78.76 | ***Yes*** |
| 9 | 415.22 | 403.49 | ***Yes*** |
| 10 | 980.61 | 964.05 | ***Yes*** |
| 11 | 113.21 | 112.17 | ***Yes*** |
| 12 | 58.72 | 48.62 | ***Yes*** |
| 13 | 13.19 | 4.21 | ***Yes*** |
| 14 | 2.80 | 0.13 | ***Yes*** |
| 15 | 0.03 | 0.00 | ***Yes*** |
| 16 | 2.25 | 2.24 | ***Yes*** |
| 17 | 19.94 | 19.54 | ***Yes*** |
| 18 | 46.06 | 44.41 | ***Yes*** |
| 19 | 84.50 | 78.76 | ***Yes*** |
| 20 | 133.51 | 117.89 | ***Yes*** |
| 21 | 0.35 | 0.34 | ***Yes*** |
| 22 | 11.05 | 10.53 | ***Yes*** |
| 23 | 201.95 | 183.99 | ***Yes*** |
| 24 | 678.84 | 585.81 | ***Yes*** |
| 25 | 1675.00 | 1442.24 | ***Yes*** |

**【实验结果】**在二叉树模型的定价下，当标的资产无收益时，美式看涨期权价格与欧式看涨期权相等，无提前执行的可能。美式看得期权价格大于欧式看跌期权，会提前执行。这一结果是符合理论的。如果标的资产无收益，那么看涨期权提前行权会丧失交割价值在未来的无风险收益，因此，美式期权提前行权是不合理的。

**实验五**

**【实验目的】**验证美式期货期权的上下限是否成立

**【实验原理】**美式期货期权的标的资产可以看作是以无风险利率为红利率的期货。根据美式期权的上下限关系，当标的资产具有红利率时，美式期权上下限为：

**【实验方法】**加入标的资产以无风险收益率为红利率的期权参数序列。计算美式看涨、看跌期权的上下限，并与二叉树定价模型下的期货期权价值进行比较，验证上下限关系是否成立。**【注】**本实验中二叉树定价阶数取50。

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **输入** | | | | | | |
| **实验序号** | **资产价格**  **(S)** | **资产波动率(sigma)** | **无风险利率(rf)** | **红利率**  **(q)** | **到期期限**  **(T)** | **执行价格**  **(X)** |
| 1 | 2000 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 2 | 2500 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 3 | 3000 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 4 | 3500 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 5 | 4000 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 6 | 3325 | 0.05 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 7 | 3325 | 0.1 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 8 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 9 | 3325 | 0.5 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 10 | 3325 | 1 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 11 | 3325 | 0.2 | 0.01 | 0.01 | 1 | 3000 |
| 12 | 3325 | 0.2 | 0.1 | 0.1 | 1 | 3000 |
| 13 | 3325 | 0.2 | 0.3 | 0.3 | 1 | 3000 |
| 14 | 3325 | 0.2 | 0.5 | 0.5 | 1 | 3000 |
| 15 | 3325 | 0.2 | 1 | 1 | 1 | 3000 |
| 16 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 0.08 | 3000 |
| 17 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 0.25 | 3000 |
| 18 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 0.5 | 3000 |
| 19 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3000 |
| 20 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 2 | 3000 |
| 21 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 2000 |
| 22 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 2500 |
| 23 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 3325 |
| 24 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 4000 |
| 25 | 3325 | 0.2 | 0.05 | 0.05 | 1 | 5000 |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **输出：美式看涨期权上下限验证** | | | | |
| **实验序号** | **美式看涨期权价值** | **期权上限** | **期权下限** | **是否满足上下限关系** |
| 1 | 3.51 | 2000 | 0 | ***Yes*** |
| 2 | 51.40 | 2500 | 0 | ***Yes*** |
| 3 | 228.92 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 4 | 564.95 | 3500 | 500 | ***Yes*** |
| 5 | 1005.48 | 4000 | 1000 | ***Yes*** |
| 6 | 325.00 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 7 | 341.13 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 8 | 432.32 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 9 | 772.48 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 10 | 1333.28 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 11 | 443.68 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 12 | 420.39 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 13 | 386.11 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 14 | 364.05 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 15 | 336.10 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 16 | 327.04 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 17 | 347.35 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 18 | 380.02 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 19 | 432.32 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 20 | 507.86 | 3325 | 325 | ***Yes*** |
| 21 | 1325.00 | 3325 | 1325 | ***Yes*** |
| 22 | 829.93 | 3325 | 825 | ***Yes*** |
| 23 | 253.72 | 3325 | 0 | ***Yes*** |
| 24 | 67.04 | 3325 | 0 | ***Yes*** |
| 25 | 5.68 | 3325 | 0 | ***Yes*** |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **输出：美式看跌期权上下限验证** | | | | |
| **实验序号** | **美式看跌期权价值** | **期权上限** | **期权下限** | **是否满足上下限关系** |
| 1 | 1000.00 | 3000 | 1000 | ***Yes*** |
| 2 | 538.62 | 3000 | 500 | ***Yes*** |
| 3 | 228.92 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 4 | 78.73 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 5 | 21.68 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 6 | 1.06 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 7 | 24.01 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 8 | 117.03 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 9 | 457.78 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 10 | 1018.10 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 11 | 120.97 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 12 | 112.48 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 13 | 97.04 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 14 | 84.73 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 15 | 62.68 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 16 | 2.68 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 17 | 24.82 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 18 | 60.05 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 19 | 117.03 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 20 | 200.45 | 3000 | 0 | ***Yes*** |
| 21 | 0.75 | 2000 | 0 | ***Yes*** |
| 22 | 18.45 | 2500 | 0 | ***Yes*** |
| 23 | 253.72 | 3325 | 0 | ***Yes*** |
| 24 | 724.87 | 4000 | 675 | ***Yes*** |
| 25 | 1675.00 | 5000 | 1675 | ***Yes*** |

**【实验结论】**二叉树定价下美式期货期权的上下限关系成立。