

第3章 债券定价

周荣喜

金融学院

固定收益证券定价

◆固定收益证券定价的基本概念和原理

➤现值与终值、净价与全价、收益率曲线、定价方法（绝对+相对）

◆现券定价（债券定价）

➤折现率、利率产品定价、信用产品定价、浮动利息债券定价

◆回购协议定价

◆衍生品定价

➤利率远期定价、利率互换定价、国债期货定价、含权债券定价

第3章 债券定价

案例

发行额(亿元)	240.00	发行价(元)	100.00	期限(年)	20
年利率(%)	4.26	计息日	1.31、7.31	到期日	2021-07-31
债券类型	固定	付息方式	半年付	类别	固定
剩余年限(年)	2.9068	应计利息	0.42	全价(元)	102.567
到期收益率(%)	3.47	修正久期		凸性	

从上表中可以看出：

- ◆ 该债券当前的价格高于其发行价，那么对于投资者而言，这是否是一合适的投资时机呢？
- ◆ 债券的发行价格一定与面值相等吗？
- ◆ 在债券的有效期内债券的价格会发生怎样的变化，价格的变化是由什么因素所引起的？
- ◆ 票面利率和到期收益率之间为什么会有差异？
- ◆ 净价、应计利息与全价之间有什么联系？
- ◆ 如何给不同类型的债券定价？

第3章 债券定价

3.1 债券的实际市场价格

3.2 债券定价的基本思路

3.3 零息债券定价

3.4 固定利率付息债券定价

3.5 浮动利率债券定价

3.6 债券的合成与套利

3.1 债券的实际市场价格

3.1.1 债券的报价方式

- ◆在我国上海证券交易所和深圳证券交易所的交易制度中，债券现券交易报价为每100元面值债券的价格；而对于现券交易申报价格最小变动单位，上海证券交易所规定为0.01元人民币，深圳证券交易所规定为0.001元人民币。
- ◆美国市场的债券都是假设债券的票面价值为1000美元，但是一种债券的期满值或面值可能会低于或高于1000美元，那么，当对债券报价时，为了交易方便，交易商报出的价格便是面值的一个百分数。以面值出售的债券的报价为100，意思是报价为其面值的100%。

3.1 债券的实际市场价格

3.1.1 债券的报价方式

下表说明美债百分比报价是如何转换为美元价格的。

表 百分比报价与实际美元价格换算

百分比报价	转化为小数形式	面值	美元价格
98	0.98	1000	980
88 1/2	0.885	10000	8850
951 1/64	0.951015625	100000	95101.56
105 19/32	1.0559375	100000	105593.75
106	1.06	1000	1060.00

3.1 债券的实际市场价格

3.1.1 债券的报价方式

- ◆ 对于有些债券，其报价方式采取独有的市场惯例。例如，对美国的中长期国债，“97-5”、“97: 05”、“97、5”表示票面价值的97%加上 $5/32$ ，破折号、冒号或顿号数字为 $1/32$ 的倍数。所以，若该债券面值为100 000的中长期债券，报价为“97-5”，“97: 05”，“97、5”表示其美元价格为97 156.25美元；
- ◆ 公司债券和市政债券通常以**1/8的倍数**而不是以 $1/32$ 的倍数来报价。

3.1 债券的实际市场价格

3.1.2 应计利息 (accrued interest, interest accrued) 的计算

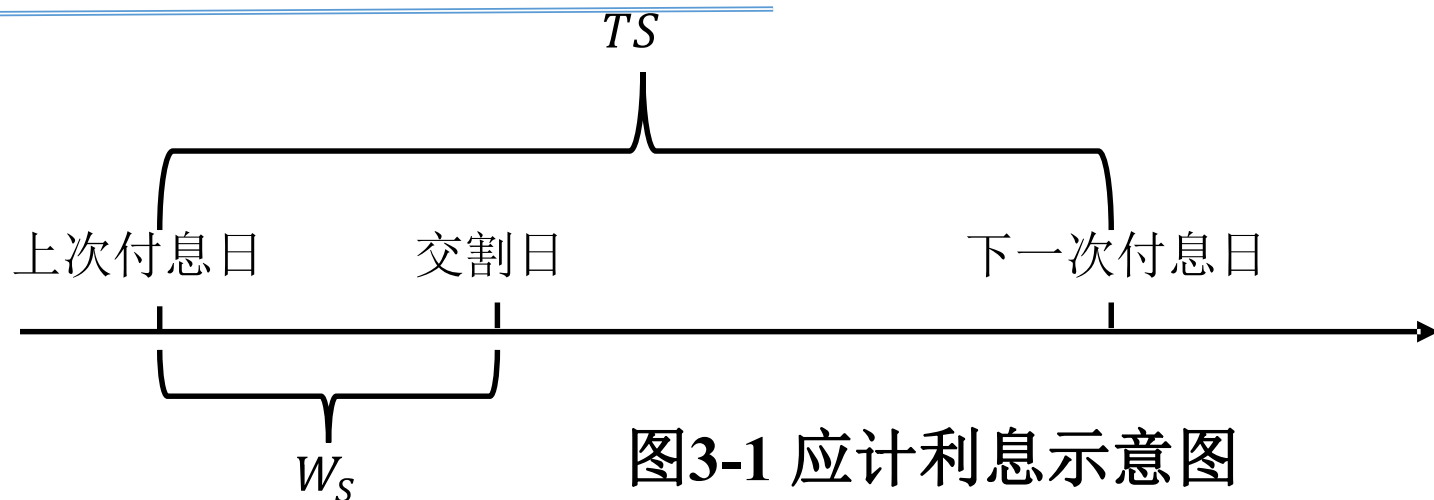


图3-1 应计利息示意图

应计利息额是指
本付息期“起息
日”至“交割日”
所含利息金额。

$$AI = C \times \frac{W_s}{TS}$$

其中：AI——应计利息；

C——年息票利息；

W_s ——前一个利息支付日至交割日的天数，即属于卖方计息的时间；

TS ——两次付息间隔天数。

3.1 债券的实际市场价格

3.1.2 应计利息的计算

(一) 零息债券应计利息计算

对于零息债券，票面金额与发行价格的差额为实际上的利息，所以每百元面值债券应计利息额的计算公式可表为

$$AI = (100 - P_d) \times \frac{W_s}{TS}$$

P_d ——债券发行价；其他符号含义同前公式。

【例3-1】 有一贴现债券，面值100元，期限182天，发行价为98.25元。如果进行了交易，起息日至结算日的实际天数为31天，试计算应计利息。

3.1 债券的实际市场价格

3.1.2 应计利息的计算

(二) 到期一次还本付息债券应计利息计算

到期一次还本付息债券，每百元面值债券应计利息额的计算公式为：

$$AI = K \times C + \frac{W_s}{TS} \times C$$

式中， C 为每百元面值的年利息； K 为债券起息日至结算日的整年数。

3.1 债券的实际市场价格

3.1.2 应计利息的计算

(二) 到期一次还本付息债券应计利息计算

【例3-2】某一次还本付息债券，面值100元，票面利率4.75%，期限3年，2017年11月18日起息，2020年11月18日到期。若该债券交易的交割日是2019年7月22日，试计算应计利息。

解：该债券起息日至交割日的整年数为1年，上一理论付息日至交割日的实际天数为246天（即2018年11月18日至2019年7月22日之间的实际天数），当前计息年度的实际天数为365天（即2018年11月18日至2019年11月18日之间的实际天数），于是每百元面值债券的应计利息为：

$$AI = 1 \times 100 \times 4.75\% + \frac{100 \times 4.75\%}{365} \times 246 = 7.95(\text{元})$$

3.1 债券的实际市场价格

3.1.2 应计利息的计算

(三) 固定利率债券和浮动利率债券的应计利息计算

对于固定利率债券和浮动利率债券，它们的利息是定期支付的，每100元面值债券应计利息额的计算公式为：

$$AI = \frac{C}{m} \times \frac{W_s}{TS}$$

式中， C 为每百元面值年利息，对浮动利率债券， C 根据当前付息期的票面利率确定； m 为年付息次数；其他符号含义同前。

3.1 债券的实际市场价格

3.1.2 应计利息的计算

(三) 固定利率债券和浮动利率债券的应计利息计算

【例3-3】假设有一个付息债券，面值100元，票面利率4%，每年付息2次，期限7年，2022年4月10日到期。债券交易的全价为102.72元，交割日为2021年1月18日，计算每百元面值债券应计利息额。

解：上一付息日至交割日的实际天数为100天（即2020年10月10日至2021年1月18日之间的实际天数），当前付息周期的实际天数为182天（即2020年10月10日至2021年4月10日之间的实际天数），因此可以计算每百元面值债券应计利息额为：

$$AI = \frac{100 \times 4\%}{2} \times \frac{100}{182} = 1.099 \text{ (元)}$$

3.1 债券的实际市场价格

3.1.3 全价和净价

- ◆在国债交易中，根据报价中是否含应计利息，可以分为**全价**（full price或dirty price）交易和**净价**（clean price）交易。
- ◆净价交易与全价交易的**区别**就在于“净价交易的报价不含有上次付息日至成交日期期间的票面利息”，这部分票面利息就是前面的应计利息。
- ◆净价价格也就等于全价价格减去应计利息额的差额，即：

$$\text{净价} = \text{全价} - \text{应计利息}$$

3.1 债券的实际市场价格

3.1.3 全价和净价

思考题：国债交易中全价和净价的区别？（投资者更应该关注哪个？）

- ◆ 在全价交易方式下，国债价格是含息价格，由于应计利息随时间推移不断变化会使债券价格产生一定的波动，那么从债券价格中就无法准确得到市场利率大小以及市场利率变动对于债券价格产生的影响，不利于投资者作出准确的判断。
- ◆ 在净价交易方式下，成交价格不再含有应计利息，债券价格准确反映了市场利率大小，净价交易有利于真实反映国债价格的走势，也更有利于投资者的投资判断。

3.1 债券的实际市场价格

3.1.3 全价和净价

思考题：国债交易中全价和净价的区别？（投资者更应该关注哪个？）

全价表示的债券价格变动受两方面影响：

- ◆ 一是由于市场利率波动和供求关系引起的债券本身价值的变化，这部分价格实际就是“净价”；
- ◆ 二是随着已计息天数增加而逐日积累的应计利息，它引起的债券价格变动部分容易对债券投资者产生误导，使其无法准确判断国债的内在价值。
- ◆ 净价交易下，剔除了应计利息对债券价格的影响部分，让交易价格随行就市，充分反映市场利率和供求关系的变化，投资者可以根据净价的波动，准确地计算出债券投资的收益率。因此，各国的债券交易一般都采用净价报价方式。

3.1 债券的实际市场价格

3.1.3 全价和净价

- ◆在美国证券市场，规定要求债券以净价报价。为促进我国债券市场发展，积极与国际惯例接轨，财库〔2001〕12号决定在全国银行间债券市场、上海证券交易所、深圳证券交易所实行国债**净价交易**。
- ◆上交所于2008年10月13日，对企业债及分离交易的可转换公司债券中的公司债的交易申报模式和报价方式由按全价申报改为净价申报，全价结算。
- ◆深交所2009年3月30日起对公司债、企业债、分离交易的可转换公司债、国债等四类债券实施**净价交易**。

债券的收盘价是债净价还是全价？

3.1 债券的实际市场价格

课堂练习

A公司发行的5年期债券于2017年3月10日发行上市，2022年3月10日到期，息票利率为8%，每半年付息一次，付息日为3月10日和9月10日，面值为100元。交割日为2019年7月18日，其应计利息为多少？（其价格是多少？）假定市场同类债券的必要收益率为10%，采用30/360法计算计息天数。

3.2 债券定价的基本思路

3.2.1 固定收益证券定价基本框架

表3-3 固定收益证券的相对风险暴露

风险和收益的类型	国债	机构证券	公司证券	抵押担保证券	市政证券	新兴市场
信用风险	没有	很低	变化	很低	变化	高
利率风险	不断变化	变化	变化	变化	变化	变化
流动性风险	很低	低/中等	变化	低	变化	高
事件风险	没有	低	高	很高	高	变化
税收	免税	全面征税	全面征税	全面征税	免税	全面征税
外汇风险	没有	没有	没有	没有	没有	已给出
通货膨胀	已给出	已给出	已给出	已给出	已给出	已给出

3.2 债券定价的基本思路

3.2.1 固定收益证券定价基本框架

- 假定一只确定息票和期限的国债的必要收益率为 π_t ，那么，类似的具有信用风险的公司债券的必要收益率为 $(\pi_t + \varepsilon_t)$ ，其中， ε_t 是对信用风险的补偿。
- **必要收益率**（用收益来衡量）中的风险溢价不仅包括对信用风险的补偿，而且包括对流动性风险的补偿，以及公司债券中是否存在任何契约性规定的补偿，例如包含可赎回的条款。
- 通过建立信用风险和提前偿付风险的模型，并且将这些模型恰当的插入国债的**基础模型**，我们就能够对公司债券和抵押担保债券进行估价了。

3.2 债券定价的基本思路

3.2.1 固定收益证券定价基本框架

	利率风险	违约风险	契约性规定（权利）	其他风险	必要收益率
可赎回的国库券	利率风险十分关键，必须加以建模	无关	所具有的可赎回期权必须加以建模	许多是不具流动性的	利率风险补偿加上（赎回）时间不确定性的补偿
公司债券	利率风险十分关键，必须加以建模	发行人的信誉度十分重要。必须对信用风险加以建模	可能存在偿债基金和可赎回的性质。投资者有回售债券的权利，同时可能存在赎回的条款	除了新发行的债券，这个市场的流动性很差	利率风险补偿加上实际不确定性的补偿加上信用风险补偿减去投资者拥有的期权的价值
抵押担保证券	利率风险十分关键，必须加以建模	当房屋价格下跌时，房主可以逃离贷款，从而影响现金流抵押包的信用状况	房主有权利选择偿还，因此必须加以建模	房地产价格，季节性因素等	利率风险补偿加上时机不确定性的补偿。另外，再加上对缺乏流动性的补偿以及结构信用的补偿
市政证券	利率风险十分关键，必须加以建模	发行人的信誉十分重要，所以建模时必须考虑	存在偿债基金和可提前赎回的性质。投资者有回售债券的权利	税收的影响很重要，因此需要加以建模	利率风险补偿加上实际不确定性的补偿
新兴市场债券	利率风险十分关键，必须加以建模	发行人的信誉十分重要，必须对信用风险加以建模	存在偿债基金和可提前赎回的性质。投资者有回售债券的权利	政治风险、汇率风险以及税收因素都必须加以建模	利率风险补偿加上时机不确定性的补偿加上信用风险补偿加上汇率风险及政治风险的补偿
混合债券	利率风险十分关键，必须加以建模	发行人的信誉十分重要，必须对信用风险加以建模	存在偿债基金和可提前赎回的性质。投资者有将债券转换成普通股股票的权利	权益风险很重要	利率风险补偿加上时机不确定性的补偿加上信用风险补偿减去投资者拥有的可转换期权的价值

3.2 债券定价的基本思路

3.2.2 债券定价的现金流折现法

- 将金融工具未来产生的现金流按照合适的贴现率折现到现在，然后相加的总和，就是该金融工具的**理论价格**，也叫作价值。
- 将债券未来所有现金流在当日的贴现值加总起来，便是债券的理论价格。该定价方法称为**现金流折现法**（discounted cash flow method），又称收入资本化法（capitalization of income method of valuation）或**绝对定价法**。
- 金融市场中几乎所有的金融产品都可以看成双方对未来现金流进行约定的合约，其定价在本质上都是一个折现的过程，所以**现金流折现法是金融理论中最基本的定价法之一**。

3.2 债券定价的基本思路

3.2.2 债券定价的现金流折现法

现金流贴现法计算债券价值遵循以下**四个步骤**：

第一步，选择适当折现率；

第二步，计算所有利息的现值之和；

第三步，计算本金的现值；

第四步，将两个现值相加，得到债券的价值。

债券价值的计算公式

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^T}$$

3.2 债券定价的基本思路

【例题】有一只刚刚发行的付息债券，面值是1000元，票面利率为9%，每年付一次利息，下一次利息支付正好在1年以后，期限为10年，适当贴现率是10%，计算该债券价值。

解：利息的现值总和 = $\sum_{t=1}^{10} \frac{90}{(1+0.10)^t} = 90 \times \frac{1 - (1/1.10)^{10}}{0.10} = 553.01(\text{元})$

该债券本金的现值 = $\frac{1000}{(1.10)^{10}} = 385.54(\text{元})$

$$553.01 + 385.54 = 938.55(\text{元})$$

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^T}$$

3.2 债券定价的基本思路

课堂讨论

如何确定贴现率？

3.2 债券定价的基本思路

3.2.2 债券定价的现金流折现法

从理论上而言，某种债券的适当折现率可以用下式表示：

$$Y_n = R_{f,n} + DP + LP + TA + CALLP + PUTP + COND$$

式中， Y_n 为 n 年期债券的适当贴现率； $R_{f,n}$ 为 n 年期政府债券的适当贴现率（到期收益率）； DP 为信用风险报酬； LP 为流动性风险报酬； TA 为税收调整的利差； $CALLP$ 为可提前偿还而产生的溢价（正利差）； $PUTP$ 为可提前兑付而产生的折价（负利差）； $COND$ 为可转换性而导致的折价。

3.2 债券定价的基本思路

3.2.2 债券定价的现金流贴现法

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^T}$$

实际上，更一般的债券价值公式可以分别表述成：

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{(1+r_t)^t} + \frac{F}{(1+r_T)^T}$$

式中， r_t 为 t 时刻的即期利率（理论），通常需要通过利率期限结构模型来获取。

$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{C_t}{\prod_{i=1}^t (1+f_{i-1,i})} + \frac{F}{\prod_{t=1}^T (1+f_{t-1,t})}$$

式中， $f_{i-1,i}$ 为 i 时刻的远期利率，可以通过其与即期利率的关系来获取。

3.2 债券定价的基本思路

Carleton, W. and Cooper, I. (1976) Estimation and uses of the term structure of interest rates, **Journal of Finance** 31, 1067–1083.

3.3 零息债券定价

- ◆根据现金流贴现法的原理，零息债券的理论价格是债券到期时产生的现金流（即债券的面值）由当前时刻的贴现率进行贴现以后的现值。实践中一般**按剩余期限是否多于1年分两种情况计算**。
- ◆从国际金融市场来看，计算应计利息天数和付息周期天数一般采用“实际天数/实际天数”法、“实际天数/365”法、“30/360”法、“实际天数/360”法等标准。
 - 货币市场多用“实际天数/360”。
 - 政府债券及我国目前多用“实际天数/实际天数”的计算方法。
 - 公司债券及利率互换通常采用“30/360”。

3.3 零息债券定价

- ◆若零息债券的**剩余期限大于1年**，我国债券市场多采用复利的方式进行计算，其计算公式：

$$P_t = \frac{F}{(1+r)^T}$$

- ◆若零息债券的**剩余期限不到1年**，我国债券市场多采用单利的方式进行计算，其计算公式为：

$$P_t = \frac{F}{1+r \cdot T}$$

3.3 零息债券定价

【例3-5】某面值为100元的零息债券剩余期限为两年，如果当前两年期的即期利率是4%，求其当前价格。

$$P_t = \frac{100}{(1 + 4\%)^2} = 92.46$$


【例3-6】某面值为100元的零息债券还有4个月到期时，即期利率是4%，求其当前价格。(该零息债券的价格采用“30/365”天数计算方法)

$$P_t = \frac{100}{\left[1 + \left(\frac{120}{365}\right) \times 4\%\right]} = 98.70$$

3.4 固定利率付息债券定价

3.4.1 付息日债券定价

固定利率付息债券的现金流由两个部分构成：一是所有票息的现值，二是本金的现值。其定价公式，就是这两个部分现金流的折现和。


$$PV = \sum_{t=1}^T \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^T}$$

利用等比数列求和法则对上式化简，可得

$$PV = C \times \frac{1 - (1+r)^{-T}}{r} + \frac{F}{(1+r)^T}$$

3.4 固定利率付息债券定价

3.4.1 付息日债券定价

【例3-7】某债券剩余期限4年，票息率为4%，1年付息1次。假如当前的市场利率为4.182%，计算该债券的理论价格。

解：根据公式计算该债券的理论价格为 $P = \sum_{t=1}^T \frac{c \times F}{(1+r)^t} + \frac{F}{(1+r)^T}$

$$P = \frac{4}{(1+4.182\%)} + \frac{4}{(1+4.182\%)^2} + \frac{4}{(1+4.182\%)^3} + \frac{104}{(1+4.182\%)^4} = 99.342$$

同样，根据如下简化公式，可计算该债券的理论价格为99.342元：

$$P = \frac{c \times F}{r} \left[1 - \frac{1}{(1+r)^T} \right] + \frac{F}{(1+r)^T}$$

3.4 固定利率付息债券定价

3.4.1 付息日债券定价

◆ 中长期国债在付息日其价格为

$$PV = \sum_{i=1}^n \frac{100 \times \frac{c}{2}}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^i} + \frac{100}{\left(1 + \frac{r}{2}\right)^n}$$

式中， PV 为债券价格； c 为票面利率； r 为到期收益率； n 为付息次数。

◆ 【例3-8】假定现在为2020年8月14日，请估算到期日为2025年8月15日，票面利率为8%，面值为100元，交割日为2020年8月15日，到期收益率为7%的国债的价格。

解：根据上述公式，该债券的理论价格为

$$P = \sum_{i=1}^{10} \frac{100 \times 0.08 / 2}{(1 + 0.07 / 2)^i} + \frac{100}{(1 + 0.07 / 2)^{10}} = 104.1583$$

3.4 固定利率付息债券定价

课堂练习

美国政府发行期限为15年、票面利率为10%、面值为1000美元的债券，下次付息在半年以后。试计算当市场折现率为6%时，该债券的理论价格。

3.4 固定利率付息债券定价

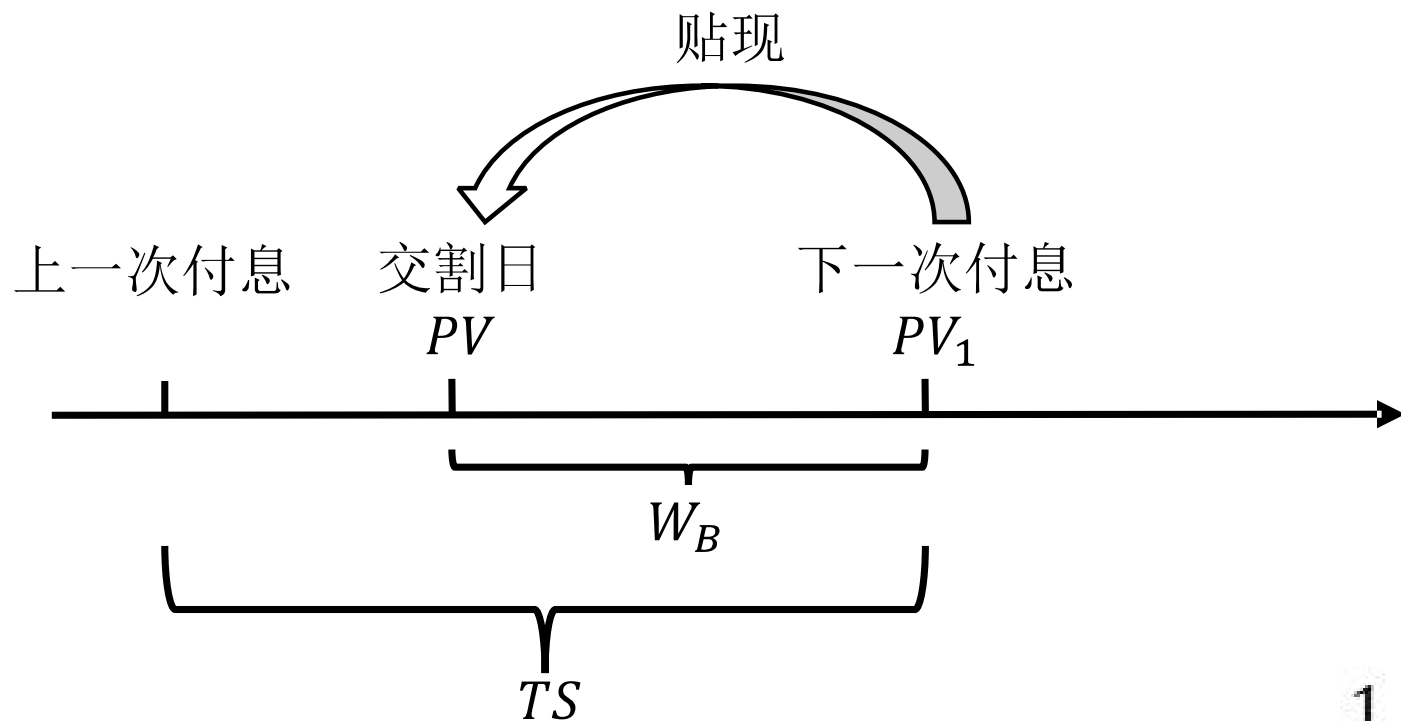
债券的票面利率、当期收益率和到期收益率之间，有下述关系：

- 如果债券价格等于债券面值(即平价)，则票面利率=当期收益率=到期收益率。
- 如果债券价格低于债券面值(即折价)，则票面利率<当期收益率<到期收益率。
- 如果债券价格高于债券面值(即溢价)，则票面利率>当期收益率>到期收益率。

如何从理论上给予证明？

3.4 固定利率付息债券定价

3.4.2 非付息日债券定价



You are the best.
You are great!
You are amazing!
Well done!

该债券价格 PV 属于全价还是净价？

$$PV = \frac{1}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^{\frac{W_B}{TS}}} \left(\sum_{i=0}^{n-1} \frac{100 * \frac{c}{2}}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^i} + \frac{100}{\left(1 + \frac{y}{2}\right)^{n-1}} \right)$$

3.4 固定利率付息债券定价

3.4.2 非付息日债券定价

【例3-9】请估算到期日为2026年8月15日，票面利率为4.8%，面值为100元，交割日为2021年9月8日，到期收益率为3.6%的国债价格。

$$PV = \frac{1}{\left(1 + \frac{3.6\%}{2}\right)^{\frac{160}{184}}} \times \left(\sum_{i=0}^9 \frac{100 \times \frac{4.8\%}{2}}{\left(1 + \frac{3.6\%}{2}\right)^i} + \frac{100}{\left(1 + \frac{3.6\%}{2}\right)^9} \right) = 105.69$$

$$AI = 100 \times \frac{4.8\%}{2} \times \frac{24}{184} = 0.31$$

净价 $105.69 - 0.31 = 105.38$

3.4 固定利率付息债券定价

3.4.2 非付息日债券定价

在偿还期短于一个付息段时，债券是按照单利来计价的。其中，全价的计算公式为

$$PV = \frac{100 \times \left(1 + \frac{c}{2}\right)}{1 + \frac{y}{2} \times \frac{W_B}{TS}}$$

3.4 固定利率付息债券定价

3.4.2 非付息日债券定价

【例3-10】请估算到期日为2021年11月30日，票面利率为5.4%，面值为100元，交割日为2021年9月17日的美国国库券，请计算该债券在收益率为3.6%时的全价和净价。

$$PV = \frac{100 \times \left(1 + \frac{5.4\%}{2}\right)}{1 + \frac{3.6\%}{2} \times \frac{74}{183}} = 101.96$$

$$AI = 100 \times \frac{5.4\%}{2} \times \frac{109}{183} = 1.61$$

3.4 固定利率付息债券定价

课堂练习

有一只国债（市政债券），票面利率为**5.5%**，到期日为**2023-12-19**，交割日为**2021-09-17**，到期收益率为**4.28%**。上一个付息日为**2021-06-19**，下一个付息日为**2021-12-19**。请计算该市政债券的净价。

小结

课外作业

A公司发行的5年期债券于2017年3月10日发行上市，2022年3月10日到期，息票利率为8%，每半年付息一次，付息日为3月10日和9月10日，面值为100元。交割日为2019年7月18日，其全价、净价分别是多少？假定市场同类债券的必要收益率为10%，采用30/360法计算计息天数。

3.5 浮动利率债券定价

浮动利率债券一般指息票利率随市场利率定期浮动的债券。其票面利率随事先约定的基准利率而变动的，等于基准利率加上事先规定的报价利差，表达式为：

$$c = r_b + s_f$$

其中： c ——息票利率；

r_b ——基准利率；

s_f ——报价利差。

国内现采用的基准利率主要包括一年期定期储蓄存款利率、上海银行间同业拆放利率、银行间7天回购利率。

3.5 浮动利率债券定价

- ◆按照金融市场的惯例，浮动利率债券会在每个利率调整周期的期初根据基准利率水平确定本期的票面利率，在期末支付相应的利息。由于票面利率的浮动，除了下一次付息日要支付的利息是已知之外，未来的利息都是未知的，这就给我们运用现金流贴现法带来了**困难**。
- ◆考虑一个**简化的**浮动利率债券定价模型。假定浮动利率债券的票面利率是相应的现金流的合理折现率，即报价利差恰当地反映了投资者所需求的风险溢价。

3.5 浮动利率债券定价

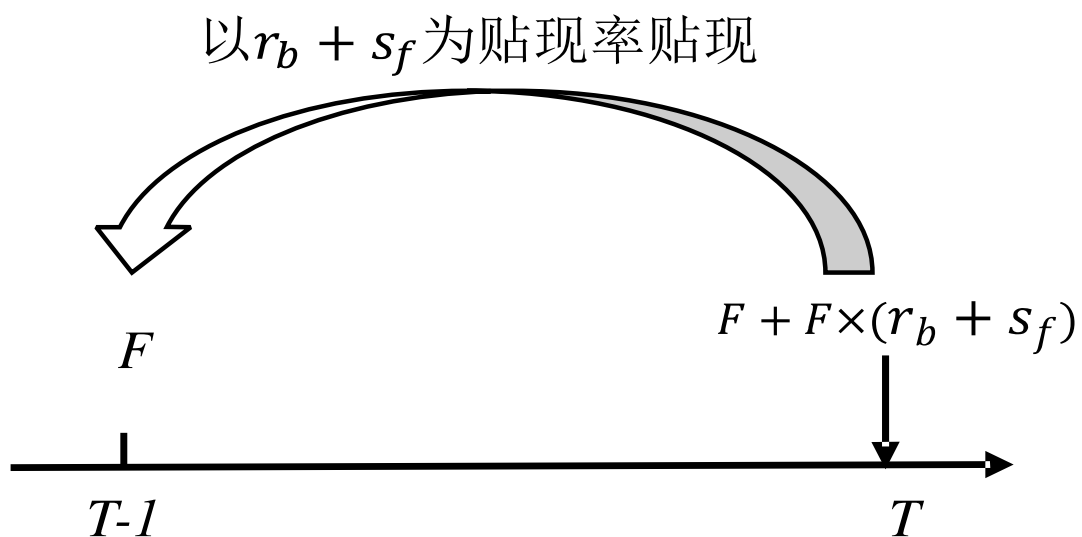


图 浮动利息债券向前一期贴现示意图

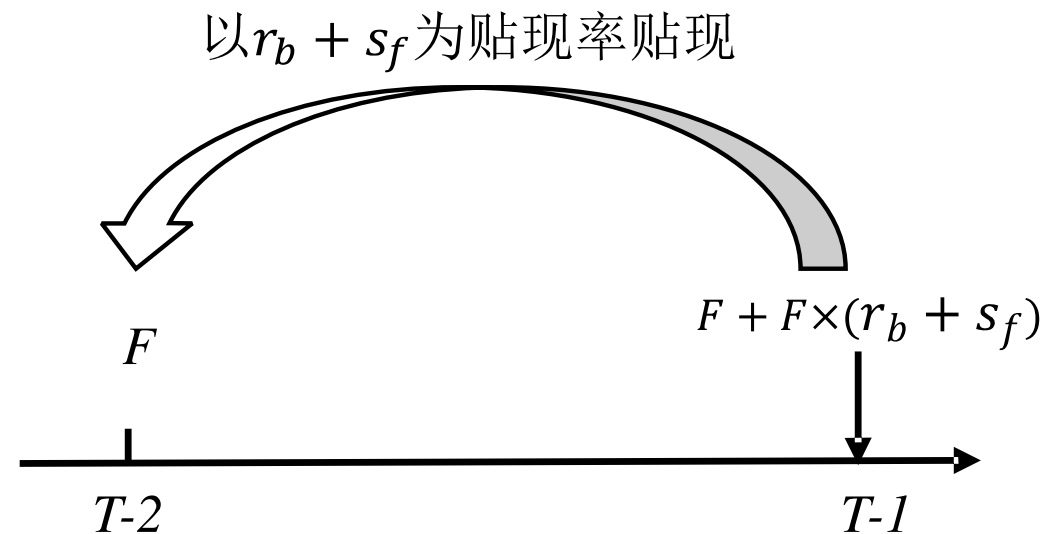


图 浮动利息债券向前两期贴现示意图

$$PV = \frac{(r_b + s_f) \times F}{1 + r_b + s_f} + \frac{F}{1 + r_b + s_f} = F$$

结论：浮动利率债券在任意一个付息周期的期初的全价都等于其面值，每次重新确定票面利率实际上都等于重新发行了一个新的浮动利率债券。

3.5 浮动利率债券定价

【例3-11】某投资者2021年8月1日准备购买某浮息债券，该债券利息调整期为半年，即半年付息1次，每年的票面利率为6个月期的Shibor + 0.32%，下个付息日为2021年10月1日。上个付息日为2021年4月1日，且2021年4月1日6个月期的Shibor为2.6 %。试计算该浮息债券的价格。

3.5 浮动利率债券定价

$$PV = \frac{(r_b + s_f) \times F}{1 + r_b + s_f} + \frac{F}{1 + r_b + s_f} = F$$

◆更贴近金融市场实际的浮动利率债券定价模型

$$PV = \frac{(r_b + s_f) * F}{1 + r_b + s_d} + \frac{F}{1 + r_b + s_d}$$

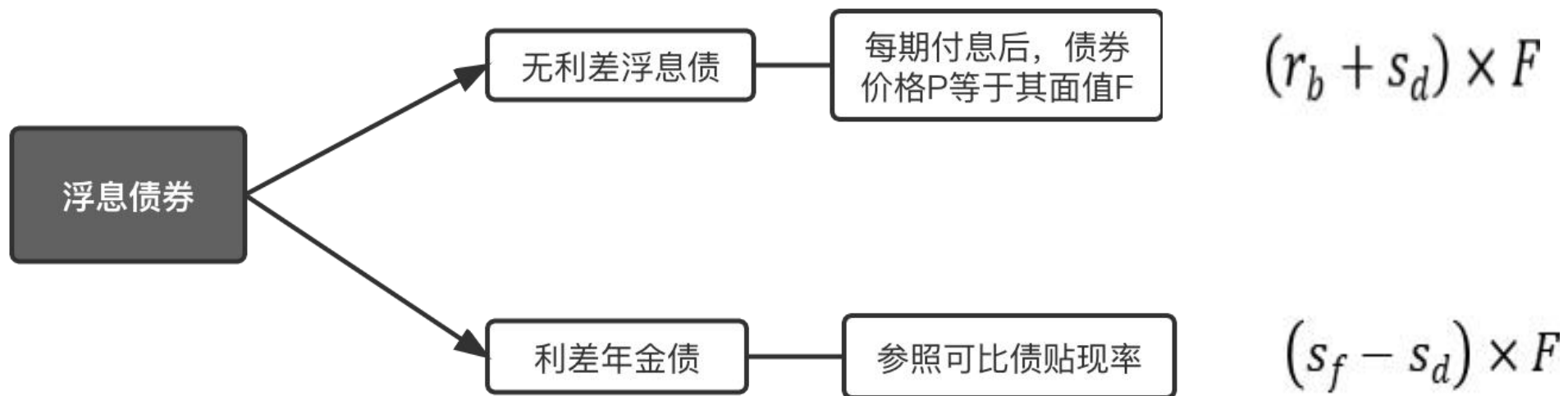
其中： s_d ——折现利差，即市场要求的收益率与基准利率之间的差异

3.5 浮动利率债券定价

◆ 浮动利率债券定价方法：现金流分解法+基准利率走势预测法

对浮息债券每期的现金流进行分解：

$$(r_b + s_f)F = (r_b + s_d) \times F + (s_f - s_d) \times F$$



3.5 浮动利率债券定价

浮动利率债券定价方法：现金流分解法

【例3-11】假设一只浮动利息债券的基准利率为SHIBOR-3M，报价利差为8bp，每季度付息一次。当前SHIBOR-3M为2.368%，该债券刚经历一次付息，还有2.5年到期。该浮息债券可分解为无利差浮息债和利差年金固息债，此时无利差浮息债的价格为其面值100元。与之期限、信用状况类似的金融债折现率为2.72%。试对该附息债定价。

3.5 浮动利率债券定价

浮动利率债券定价方法：现金流分解法

解：首先，确定贴现利差

$$s_d = y - r_b = 2.72\% - 2.368\% = 0.35\%$$

计算利差年金固息债的票息率为

$$s_d - s_f = -27\text{bp}$$

由此，可得其每期现金流为

$$100 \times \frac{(s_d - s_f)}{4} = -0.0675 \text{ 元}$$

再利用各期金融债收益率充当折现率进行折现，以第一期为例，此时对应

金融债折现率为 3.0518%，则

$$PV_1 = \frac{-0.0675}{(1 + \frac{3.0518\%}{4})^1} = -0.0670$$

3.5 浮动利率债券定价

表 浮动利息债券利差年金固息债现金流量表

期数	现金流	折现率(%)	PV
1	-0.0675	3.0518	-0.0670
2	-0.0675	3.1359	-0.0665
3	-0.0675	3.2065	-0.0659
4	-0.0675	3.2950	-0.0653
5	-0.0675	3.3914	-0.0647
6	-0.0675	3.4782	-0.0641
7	-0.0675	3.5475	-0.0635
8	-0.0675	3.5956	-0.0628
9	-0.0675	3.6254	-0.0622
10	-0.0675	3.6456	-0.0616
总价			-0.6436

浮息债价值为
 $100 - 0.6436 = 99.3564$ (元)

3.5 浮动利率债券定价

2. 基准利率走势预测法

- ◆ 此方法的思路在于：若能够对基准利率的走势做出合理的预测，那么就可以推测出浮动利率债券的未来现金流情况。
- ◆ 基准利率走势法理论清晰、直接，符合债券定价的直观思维，但是用于预测基准利率走势的方法有很多，有计量的模型，也有市场的推断，总体来说在较长期限内有效地预测基准利率是很困难的，远期利率不一定是未来基准利率的一个好的参照。

3.6 债券的合成与套利

3.6.1 债券合成

- ◆ 付息债券可以看作是零息债券的合成物，也可以视为年金证券与零息债券的合成物，同样，零息债券也可以由付息债券来合成。
- ◆ 利用合成的概念把零息债券、付息债券、年金债券等非含权债券统一起来，**有利于债券的定价和套利机会的寻找。**

3.6.1.1 用零息债券复制付息债券

3.6.1.2 用付息债券复制零息债券

3.6.1.3 用年金证券与零息债券复制付息债券

3.6 债券的合成与套利

3.6.1.1 用零息债券复制付息债券

- ◆任何确定的现金流都可视为是零息债券的复合物。
- ◆例如，有这样一个证券，期限为5年，每年底产生的现金流量为第一年200万元，第二年300万元，第三年500万元，第四年250万元，第五年150万元。这虽然是一种很特殊的债券，但对于银行、保险公司、社保基金等机构而言，这样的现金流是很正常的。

表 不规则现金流的定价

期限（年）	即期收益率	折现因子	现金流量（万元）	现值（万元）
1	4.5056%	0.9569	200	191.38
2	4.6753%	0.9127	300	273.80
3	4.8377%	0.8679	500	433.93
4	4.9927%	0.8229	250	205.73
5	5.1404%	0.7783	150	116.75
合计				1221.58

3.6 债券的合成与套利

3.6.1.2 用付息债券复制零息债券

- ◆ 付息债券是零息债券的组合，那么用零息债券自然可以构建出付息债券。但是否可以用付息债券构建零息债券呢？
- ◆ 【例3-11】有下面三种付息债券和一种零息债券，如下表所示。现在的问题是，如何用此三种付息债券构建出一个面值为100、期限为1年的零息债券？投资者怎样投资？

时间点	现金流量	A	B	C	D
0	-P	-100.47	-114.16	-119.31	-95.95
1	C_1	5	10	15	100
2	C_2	5	10	115	
3	C_3	105	110		

3.6 债券的合成与套利

3.6.1.2 用付息债券复制零息债券

- ◆ 我们可以将这一问题换成，确定A、B、C三种付息债券的投资量，使得投资组合的现金流量符合下面的要求：

$$5N_A + 10N_B + 15N_C = 100$$

$$5N_A + 10N_B + 115N_C = 0$$

$$105N_A + 110N_B + 0N_C = 0$$

解上面的方程，得 $N_A = -25.3$ ， $N_B = 24.15$ ， $N_C = -1$ 。

3.6 债券的合成与套利

3.6.1.2 用付息债券复制零息债券

◆ 那么合成出来的零息债券的成本是多少呢？

	A	B	C
投资数量(个)	-25.3	24.15	-1
每个债券的价格(元)	100.473	114.160	119.310
价值(元)	-2541.967	2756.964	-119.310
零息债券价值(元)			95.687

◆ 请问是否存在套利机会？如何套利？

3.6 债券的合成与套利

3.6.1.2 用付息债券复制零息债券

- 在不考虑债券违约风险的情况下，通过将债券现金流量分割成年金证券与零息证券两种，再根据这两种债券的价格给其他债券进行定价，就可以判断哪些债券的价格是高估或低估了，从而找到套利方法。注意，套利活动是不承担价格风险。

3.6 债券的合成与套利

时间点	现金流量	A	B	C	D
0	-P	-100.47	-114.16	-119.31	-95.95
1	C_1	5	10	15	100
2	C_2	5	10	115	
3	C_3	105	110		

	A	B	C
投资数量(个)	-25.3	24.15	-1
每个债券的价格(元)	100.473	114.160	119.310
价值(元)	-2541.967	2756.964	-119.310
零息债券价值(元)			95.687

3.6 债券的合成与套利

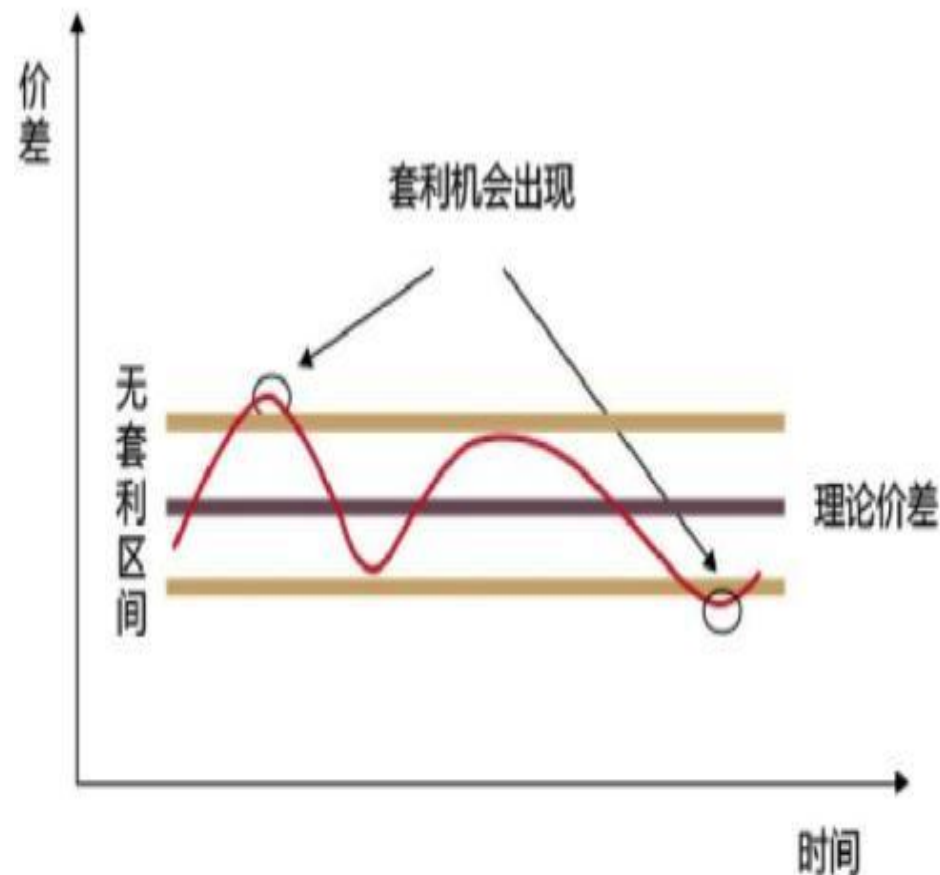
3.6.2 债券套利

◆套利（Arbitrage）是指利用证券定价间的不一致，进行资金转移，从中赚取无风险利润的行为。

◆实现套利需满足的条件

- 存在价差，一物二价；
- 同时性和等额性：为了实现无风险利润，套利操作必须实施反向操作，同时买卖等额资产，从资产差价中赚取利润。

◆套利是**无风险的**（“空手套白狼”）



3.6 债券的合成与套利

投机 (Speculation)

- ◆ 《简明西方经济学辞典》中这样定义“投机”：“（投机是）在商业或者金融交易中，甘冒风险企图获取特殊利润的行为。通常用于期望从价格变化中获利的证券、商品和外汇买卖活动中。”
- ◆ **凯恩斯**认为，凡是基于市场心理活动作出估计的经济活动都是投机”。
- ◆ 经济学泰斗**萨缪尔森**则说，“投机者从赢利目的出发先买进或卖出某商品，然后再将其卖出或买入。。。这些投机者对使用这些商品或用它们制造什么东西并不关心，他们只是想**买低卖高**。”
- ◆ 投资大师**格雷汉姆**在《聪明的投资者》一书中将“投机”与“投资”相比较，认为：“投资是指根据详尽的分析，本金安全和满意回报有保证的操作。不符合这一标准的操作就是投机。”

3.6 债券的合成与套利

投机

判断一个经济或金融交易行为是否为“投机”并没有一个统一的标准：

- (一) 不能以交易次数来判断
- (二) 不能以交易标的来判断
- (三) 不能以是否加杠杆来判断
- (四) 不能以交易者类别来判断
- (五) 不能以做多做空来判断
- (六) 不能以套保/套利/投机的三分法来判断
- (七) 不能以实体还是金融二分法来判断

3.6 债券的合成与套利

投机

- ◆根据金融市场微结构文献中的定义，**投机者**是指那些拥有信息并根据信息对未来价格走势作出判断的交易者。
- ◆根据其所掌握信息的来源渠道，可以把投机者细分为**知情交易者**、**报单预期者**和**幌骗者**。其中**知情交易者**包括**基本面价值投资者**、**新闻信息交易者**、**技术分析交易者**以及**套利者**。没错，基本面价值投资者和套利者都属于“投机者”。
- ◆**基本面价值投资者**通过对资产基本面详尽的分析，对未来资产价格形成判断，在合理的价位买卖并预期获利。值得注意的是，基本面价值投资依然是有风险的。
- ◆**新闻信息交易者**搜集新闻（新的信息）以形成对资产未来价格走势的判断，并据此进行交易。与价值交易者不同的是，新闻交易者并不试图对资产的基本面价值而只是对未来价格变化作出判断。他们也不会像价值交易者那样去搜集所有相关信息，因为他们认为这些信息都已经反映到了当前的价格里了。他们关心和要搜寻的是新的信息。

3.6 债券的合成与套利

投机

- ◆ **技术交易者**分析资产历史价格的价格关系，试图识别出一定的模式并据此推测未来价格走势。这些模式大部分源自对其它交易者系统性的错误或者可预测的行为方式的统计推断。
- ◆ **套利交易者**一般是利用**跨市场、跨品种**的相对价格之差进行交易。他们通过收集和分析历史资产价格之间的相关性，在这种相关性出现较大幅度偏差并且明显背离了资产基本面价值之间关联的时候，买入相对价格较低的资产，同时卖空相对价格较高的资产。当市场价格随后发现错误进行调整，重新回归原有趋势的时候，套利交易者就可以从中获利。因此，这些交易者所利用的信息是相对价格和相对基本面价值信息，而上述的价值交易者擅长的是绝对信息。
- ◆ **报单预期者和幌骗者**（比如操作市场的部分游资）从事的交易都属于市场上的违规行为，这些人也被叫做“寄生虫交易者”，因为他们违规获取市场上其它交易者的报单信息或者制造虚假信息诱导其它交易者报单，并从中获利。因此这种寄生性交易行为应当予以明确禁止和查处。这类交易者也是我们日常所说的**贬义的“投机者”**。

3.6 债券的合成与套利

套利的三种情形

第一种情况：

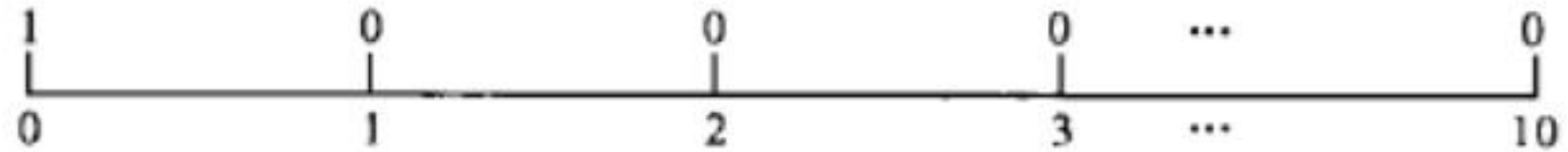


图 3-3 第一种情况

第二种情况：

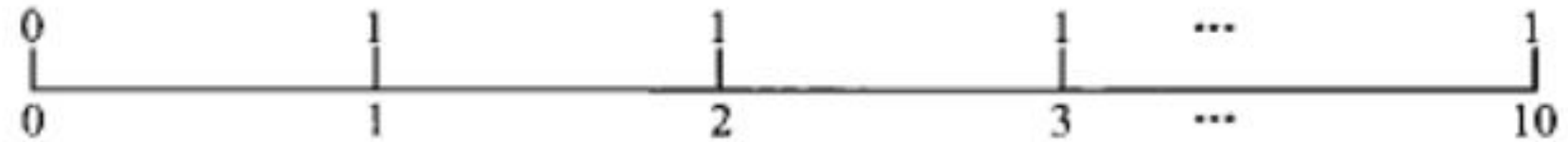


图 3-4 第二种情况

第三种情况：

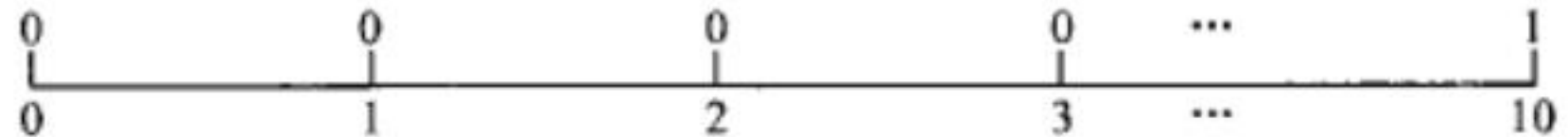


图 3-5 第三种情况

3.6 债券的合成与套利

无套利定价法(No-Arbitrage pricing method)，将付息债券视为一揽子零息债券的组合，分别对付息债券的每一笔现金流采用相对应期限的零息债券的收益率进行折现，加总后得到付息债券的价格，这样的定价法下投资者无法通过剥离债券本息来获取任何无风险利润。（相对定价法）

3.6 债券的合成与套利

如果下面众多情形之中有一种发生，就不是套利。

- ◆ 你购买的债券有违约风险，到时你可能得不到利息和本金；
- ◆ 银行利率不是固定利率，而是浮动利率；
- ◆ 债券不是平价交易，而是溢价交易，这使得你将来归还银行的本金与债券偿还给你的本金数额不相等；
- ◆ 债券可以被提前回购。

3.6 债券的合成与套利

3.6.1.3 用年金证券与零息债券复制付息债券

■ 由于年金证券是一系列等额的现金流，可以把付息债券分解为年金证券和零息债券。

例如，A债券是由期限10年、每年现金流为8元的年金证券，再加上一个期限10年、到期价值为100元的零息债券构成的。而C债券是由期限10年、每年现金流为4元的年金证券，外加一个期限10年、到期价值为100元的零息债券构成的。

解：根据题意，用数学公式表示如下：

$$117.83 = 8 \sum_{t=1}^{10} d_t + 100d_{10}$$

$$87.46 = 4 \sum_{t=1}^{10} d_t + 100d_{10}$$

$$\text{解得 } 7.5925 = \sum_{t=1}^{10} d_t, \quad d_{10} = 57.09。$$

3.6 债券的合成与套利

3.6.1.3 用年金证券与零息债券复制付息债券

- 现在我们用这样两个参数，来估计6%票面利率、期限10年、到期价值为100元的债券B的价值：

$$V_B = 6 \sum_{t=1}^{10} d_t + 100d_{10} = 6 \times 7.5925 + 57.09 = 102.645$$

- 假如债券B的报价是103.64元。显然，B债券相对于债券A，C而言，是被高估了。
- 由于到期收益率分析有种种问题，不能成为债券判别的标准。而再投资收益率分析需要对利率变化进行预测。但把债券拆分成年金证券和零息债券，则可以给债券相对定价。

3.6 债券的合成与套利

3.6.2 债券套利

【例3-12】假定到期收益曲线向下倾斜，有效年收益率如下： $y_1=9.9\%$ ， $y_2=9.3\%$ ， $y_3=9.1\%$ 。到期收益率是根据三个到期时间分别为1年、2年、3年的零息债券的价格计算出来的。已知票面利率11%，期限3年的债券的价格为102元。问：是否存在套利机会？如何得到这一机会？

解：由于债券价格为102元，而价值应当是104.69元，因此，价格明显低估！

$$\frac{11}{1.099} + \frac{11}{1.093^2} + \frac{11}{1.091^3} = 104.69 > 102$$

如何获利？

3.6 债券的合成与套利

3.6.2 债券套利

- ◆ 【例3-13】在时点0有无风险债券A和B。A债券在时点1，2，3各支付1元，价格为2.24元。B债券在时点1和3支付1元，在时点2支付0元，价格为1.6元，如下表所示。

时点	0	1	2	3
A	2.24	1	1	1
B	1.6	1	0	1

- ◆ 问题：

- (1) 计算2年期零息债券的到期收益率。
- (2) 如果存在C债券，在时点2支付1元，价格为0.74元。如何获得2元的无风险收益？A、B、C三个债券都可以卖空。

3.6 债券的合成与套利

3.6.2 债券套利

解：由于要计算2年期零息债券的到期收益率，因此必须先构建一个2年期的零息债券出来。根据A、B两个债券的现金流量的分布，用A债券的现金流量减去B债券的现金流量，就可以得到2年期的零息债券，如下表所示。

时点	0	1	2	3
A	2.24	1	1	1
B	1.6	1	0	1
A-B	0.64	0	1	0

由于 $0.64 \times (1 + y_2)^2 = 1$ ，解得 $y_2 = 25\%$ ，因此，2年期零息债券的到期收益率为25%。

如何获得2元的无风险收益？很简单，卖空一张C债券，购买一张复制的债券（A-B），就可以获得0.1元。如果把这一交易放大20倍，投资者就可以获得2元的无风险收益。具体而言，卖空20张C债券，卖空20张B债券，买入20张A债券。

3.6 债券的合成与套利

3.6.2 债券套利

- 对于相同品种的国债而言，不同市场中价格差价大于交易成本时，投资者可以在价格低的市场以低价买入国债，在价格高的市场以高价卖出国债，赚取无风险收益。但当交易成本大于价差时，套利机会就不存在。而此时价差的存在是正常的。
- 在我国，实现套利机会的困难主要表现在以下方面：银行间债券市场和交易所债券市场的流动性不同、两个市场规模容量不同、市场卖空存在一定的限值、两个市场的准入都有一定的限制和债券与资金的单向流动限制等诸多原因。

3.6 债券的合成与套利

课堂练习

例 3-6 假定你是一个无风险套利者。现有四个债券,都没有违约风险,而且都在时点 3 或者之前到期。这四个债券的价格与现金流量的情况如表 3-12 所示。

表 3-12 四个债券的价格与现金流量的情况

	0	1	2	3
A	100.2	10	10	110
B	93	100		
C	92.85	5	105	
D	110	15	15	115

问:是否存在套利机会? 如果有,如何实现这一机会?

第3章 债券定价——小结

- 3.1 债券的实际市场价格
- 3.2 债券定价的基本思路
- 3.3 零息债券定价
- 3.4 固定利率付息债券定价
- 3.5 浮动利率债券定价
- 3.6 债券的合成与套利