

No Monotone Line Search (NMLS)

Introduzione

Il **No Monotone Line Search (NMLS)** è una strategia di ricerca del passo (*line search*) utilizzata nei metodi iterativi di ottimizzazione. Consente temporanei incrementi nella funzione obiettivo per favorire una migliore esplorazione del dominio, migliorando la convergenza in problemi complessi.

Passi del NMLS

1. Definizione della funzione obiettivo e della direzione di discesa:

- Si calcola la direzione di discesa (ad esempio, il negativo del gradiente).

2. Calcolo della finestra di riferimento:

- Si definisce una finestra temporale m con i valori recenti della funzione obiettivo.
- Si calcola il massimo nella finestra:

$$f_{\max} = \max_{j \in \{k-m, \dots, k\}} f(x_j).$$

3. Inizializzazione del passo α :

- Si sceglie un valore iniziale per α (ad esempio, $\alpha = 1$).

4. Condizione di accettazione:

- Si verifica se il nuovo valore della funzione soddisfa:

$$f(x_k + \alpha d_k) \leq f_{\max} + c_1 \alpha \nabla f(x_k)^T d_k,$$

dove $c_1 \in (0, 1)$ è un parametro di tolleranza.

5. Riduzione del passo α (se necessario):

- Se la condizione non è soddisfatta, si riduce α (ad esempio, moltiplicandolo per $\rho \in (0, 1)$).

6. Aggiornamento del punto:

- Quando la condizione è soddisfatta, si aggiorna il punto:

$$x_{k+1} = x_k + \alpha d_k.$$

7. Iterazione:

- Si ripete il processo fino alla convergenza.

Caratteristiche

- **Non Monotonicità:** accetta incrementi temporanei nella funzione obiettivo.
- **Convergenza Globale:** garantita con controllo adeguato.
- **Flessibilità:** migliora l'efficienza rispetto alle strategie monotone.

Applicazioni

- Problemi non lineari o mal condizionati.
- Superfici irregolari della funzione obiettivo.
- Metodi come gradiente non lineare o quasi-Newton.

Note pratiche

- Il parametro m (dimensione della finestra) è cruciale: valori troppo grandi rallentano il metodo, troppo piccoli lo avvicinano a una ricerca monotona.
- c_1 regola la severità della riduzione richiesta: valori bassi permettono passi più aggressivi.