

## Algorithmique : Travaux Dirigés 4

ENS S4 Mathématiques 2018-2019

EXERCICE 1 Écrire un algorithme (itératif) qui renvoie le maximum dans une liste  $L$ . Calculer la complexité  $T(n)$  de cet algorithme, càd le nombre d'opérations en fonction de la longueur  $n$  de  $L$ .

Vérifier si  $T(n) = \Theta(n^2)$  ou  $T(n) = \Theta(n \log n)$  ou  $T(n) = \Theta(n)$

EXERCICE 2 Écrire un algorithme (cette fois ci récursif) qui renvoie le maximum dans une liste  $L$ . Calculer la complexité  $T(n)$ .

Indication: Trouver une relation de récurrence entre  $T(n)$  et  $T(n-1)$  (comme avec les tours de Hanoi). En déduire  $T(n)$ .

EXERCICE 3 Vous pouvez répondre à cette question sans écrire un algorithme.

Donner la formule qui fait la multiplication  $Z = X.Y$  de deux matrices  $n \times n$   $X$  et  $Y$ .

Donner la complexité (càd le nombre d'opérations élémentaires nécessaire)  $T(n)$  pour la multiplication des deux matrices en fonction de  $n$ .

Vérifier si  $T(n) = \Theta(n)$  ou  $T(n) = \Theta(n \log n)$  ou  $T(n) = \Theta(n^2)$  ou  $T(n) = \Theta(n^3)$  ou  $T(n) = \Theta(n^4)$ .

EXERCICE 4 On assume que  $L$  est une liste d'éléments dans  $\mathbb{Z}$ . Écrire un algorithme `id_id` tel que `id_id(L)` renvoie, si il existe, le premier  $i$  avec  $L[i] = i$ . Exemples

`id_id` identique à l'indice

- `id_id([-4,1,3,7,9])` renvoie 1
- `id_id([-4,0,5,7,9])` renvoie `None`

Pour certains algorithmes, la complexité peut varier selon l'argument.

Dans quelle situation est-ce qu'on a la complexité minimale pour `id_id`? (Complexité dans le meilleur cas)

Dans quelle situation est-ce qu'on a la complexité maximale pour `id_id`? (Complexité dans le pire des cas)

EXERCICE 5 On assume que  $L$  est une liste d'éléments dans  $\mathbb{Z}$ , **ordonnée croissante**. Écrire un algorithme `id_id2` tel que `id_id2(L)` renvoie, si il existe, le premier  $i$  avec  $L[i] = i$ . Écrire l'algorithme le plus rapide possible.