



UTPL
La Universidad Católica de Loja

Vicerrectorado de Modalidad Abierta y a Distancia

Análisis Matemático Univariado

Guía didáctica



Análisis Matemático Univariado

Guía didáctica

Carrera	PAO Nivel
Logística y Transporte	II
Economía	II
Finanzas	III

Autores:

Darwin Patricio Castillo Malla

Reestructurada por:

Rolando Quishpe Solano



M A T E _ 1 1 0 1



Análisis Matemático Univariado



Guía didáctica

Darwin Patricio Castillo Malla

Reestructurada por:

Rolando Quishpe Solano



Diagramación y diseño digital



Ediloja Cía. Ltda.

Marcelino Champagnat s/n y París

edilojacialtda@ediloja.com.ec

www.ediloja.com.ec



ISBN digital -978-9942-25-632-4

Año de edición: abril, 2020

Edición: primera edición reestructurada en enero 2025 (con un cambio del 10%)

Loja-Ecuador



Los contenidos de este trabajo están sujetos a una licencia internacional Creative Commons **Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0** (CC BY-NC-SA 4.0). Usted es libre de **Compartir – copiar y redistribuir el material en cualquier medio o formato. Adaptar – remezclar, transformar y construir a partir del material citando la fuente, bajo los siguientes términos: Reconocimiento- debe dar crédito de manera adecuada, brindar un enlace a la licencia, e indicar si se han realizado cambios.** Puede hacerlo en cualquier forma razonable, pero no de forma tal que sugiera que usted o su uso tienen el apoyo de la licenciatante. **No Comercial-no puede hacer uso del material con propósitos comerciales. Compartir igual-Si remezcla, transforma o crea a partir del material, debe distribuir su contribución bajo la misma licencia del original.** No puede aplicar términos legales ni medidas tecnológicas que restrinjan legalmente a otras a hacer cualquier uso permitido por la licencia. <https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/>

Índice

1. Datos de información	8
1.1 Presentación de la asignatura.....	8
1.2 Competencias genéricas de la UTPL.....	8
1.3 Competencias del perfil profesional	8
1.4 Problemática que aborda la asignatura	9
2. Metodología de aprendizaje	11
3. Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje.....	12
Primer bimestre	12
Resultado de aprendizaje 1:	12
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	13
Semana 1	13
Unidad 1. Introducción al cálculo.....	14
1.1 Repaso de funciones: propiedades.....	14
1.2 Funciones racionales	14
Actividades de aprendizaje recomendadas	14
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	15
Semana 2	15
Unidad 1. Introducción al cálculo	16
1.3 Funciones exponenciales	16
1.4 Funciones logarítmicas	16
Actividades de aprendizaje recomendadas	16
Autoevaluación 1	17
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	18
Semana 3	18
Unidad 2. Límites.....	18
2.1 Definición de límites.....	18
2.2 Continuidad y discontinuidad.....	18
Actividades de aprendizaje recomendadas	19

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	19
Semana 4.....	19
Unidad 2. Límites.....	19
2.3 Cálculo analítico de límites	19
Actividad de aprendizaje recomendada	20
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	20
Semana 5.....	20
Unidad 2. Límites.....	20
2.4 Límites laterales	20
2.5 Límites infinitos	20
Actividades de aprendizaje recomendadas	21
Autoevaluación 2.....	22
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	23
Semana 6.....	23
Unidad 3. Derivación	23
3.1 Derivadas: definición. Rapidez de cambio.....	23
3.2 El problema de la recta tangente	23
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	24
Semana 7.....	24
Actividades finales del bimestre	24
Actividades de aprendizaje recomendadas	24
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	25
Semana 8.....	25
Actividades finales del bimestre	25
Actividades de aprendizaje recomendadas	25
Segundo bimestre.....	27
Resultado de aprendizaje 1:	27
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	28
Semana 9	28

Unidad 3. Derivación	28
3.3 Máximos y Mínimos.....	28
Actividades de aprendizaje recomendadas	29
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	29
Semana 10.....	29
Unidad 3. Derivación	30
3.4 Optimización	30
Actividades de aprendizaje recomendadas	30
Autoevaluación 3.....	31
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	32
Semana 11	32
Unidad 4. Integración	32
4.1 Antiderivadas.....	32
4.2 Integrales indefinidas.....	32
Actividades de aprendizaje recomendadas	33
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	33
Semana 12	33
Unidad 4. Integración	33
4.3 Integrar utilizando tablas de integrales	33
4.4 Integración por sustitución.....	33
Actividades de aprendizaje recomendadas	34
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	35
Semana 13	35
Unidad 4. Integración	35
4.5 Integración por partes.....	35
4.6 Integración de funciones trigonométricas	35
Actividades de aprendizaje recomendadas	35
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	36
Semana 14	36

Unidad 4. Integración	36
4.7 Integración definida	36
Actividades de aprendizaje recomendadas	37
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	37
Semana 15.....	37
Unidad 4. Integración	37
4.8 Área bajo la curva.....	37
Actividades de aprendizaje recomendadas	38
Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas.....	38
Semana 16.....	38
Unidad 4. Integración	39
4.9 Aplicación de la integral: volumen de un disco	39
Actividades de aprendizaje recomendadas	39
Autoevaluación 4.....	40
4. Autoevaluaciones	44
5. Referencias bibliográficas	48



1. Datos de información

1.1 Presentación de la asignatura



1.2 Competencias genéricas de la UTPL

- Pensamiento crítico y reflexivo.
- Trabajo en equipo.
- Comportamiento ético.

1.3 Competencias del perfil profesional

• ECONOMÍA

Aportar a los procesos productivos de los sectores estratégicos mediante la investigación sobre las actividades económicas en un contexto regional y nacional.

• LOGÍSTICA

1. Implementar planes, programas, diseños y políticas de planificación de movilidad para mejorar el transporte en las diferentes ciudades del país.
2. Optimizar los sistemas de transporte a través del diseño eficiente de rutas, la implementación de simuladores logísticos y la gestión efectiva de costos y calidad en la transportación.

3. Impulsar y fortalecer el sector logístico mediante la planificación y creación de infraestructura (plataformas logísticas, puertos secos, centros de distribución urbana, centros integrales de transporte) para los principales polos de desarrollo económico del país a través de nuevas tecnologías.
4. Desarrollar proyectos de investigación para resolver las problemáticas planteadas en la construcción de las competencias del perfil profesional de la carrera de Logística.

• FINANZAS

Aplica herramientas estadísticas y tecnológicas, para la medición de los riesgos a los que se enfrentan los actores del sistema económico - financiero.

1.4 Problemática que aborda la asignatura

En este caso, los problemas por investigar serán los inherentes a las actividades económicas (producción, circulación, distribución y consumo), el funcionamiento de mercado y el comportamiento de los agentes económicos, la falta de planificación de opciones de desarrollo, ambientalmente adecuadas y sustentables, con respecto a:

- La estructura y funcionamiento de los sectores económicos.
- El funcionamiento del mercado con énfasis en las MIPYMES.
- El funcionamiento macroeconómico de la economía.

Desde la investigación, el aporte para el estudiante es conocer y comprender los métodos de intervención y/o actuación profesional. Para ello, el estudiante deberá ser capaz de integrar todos los aprendizajes adquiridos, así como de reconocer los objetos de actuación de la profesión y abordar las acciones de investigación- intervención que exigen las problemáticas profesionales.

FINANZAS

Falta de acceso a productos y servicios que permitan administrar de mejor manera los instrumentos y riesgos financieros para realizar negocios tanto en el ámbito nacional e internacional dentro del mercado de dinero como en el mercado de valores, haciendo uso de las adecuadas herramientas tecnológicas.





2. Metodología de aprendizaje

El desarrollo del aprendizaje del análisis matemático univariado tiene diversas metodologías, centradas en aspectos de investigación, cooperación, interacción, desarrollo de problemas, utilización de herramientas TIC, aprendizaje por pares, etc. En este sentido, la metodología Aprendizaje Basada en Problemas (ABP) promueve que el estudiante sea un sujeto activo en su aprendizaje, desarrollando en él la capacidad de analizar, modelar y proponer soluciones a partir de la utilización de las herramientas del cálculo en problemas propios de su entorno real.





3. Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje



Primer bimestre

Resultado de aprendizaje 1:

Logística y Transporte

- Resuelve problemas de matemática, física, química y ciencias de la ingeniería mediante cálculo diferencial, resolviendo derivadas y diferenciación de funciones de una variable.

Economía

- El estudiante relaciona los conceptos básicos de conjuntos de números con los distintos conceptos de funciones, tipos de funciones y gráfica de funciones.
- El estudiante a través de sus habilidades algebraicas adquiere la capacidad de analizar, interpretar y aplicar los conceptos de Límites y Continuidad.
- El estudiante a través de sus habilidades algebraicas adquiere la capacidad de analizar, interpretar y aplicar los conceptos de Derivación, reglas de derivación. Introducción a problemas de máximos y mínimos.
- El estudiante desarrolla la destreza de resolver ejercicios de integrales a través de las técnicas de integración.
- Aplica estas técnicas tanto para integración indefinida como definida.
- Es capaz de encontrar el área en ejercicios de aplicación.

Finanzas

- Conocer y distinguir una función.
- Calcular los límites básicos de determinaciones.

- Determinar la continuidad de una función.
- Usar los métodos de derivación para calcular la derivada de cualquier función.
- Identificar la aplicabilidad y uso de las derivadas.
- Calcular integrales a partir de métodos.

Para alcanzar los resultados planteados, usted adquirirá competencias en cálculo diferencial e integral, desarrollando habilidades algebraicas para analizar funciones, límites, continuidad y derivadas. Aplicará estos conocimientos en la resolución de problemas matemáticos, físicos, químicos y de ingeniería, así como en contextos de logística, transporte, economía y finanzas. Además, aprenderá a calcular integrales utilizando diversos métodos y a encontrar áreas en ejercicios prácticos, fortaleciendo su capacidad de análisis y toma de decisiones en entornos científicos, empresariales e ingenieriles.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.



Semana 1

El objetivo de esta semana es estudiar, comprender, analizar e interpretar los conceptos y las propiedades de las funciones polinómicas y racionales, y de las propiedades relacionadas con sus gráficas.

Desarrollar estos temas le permitirá comprender los conceptos del análisis matemático univariado. Por tanto, realice el estudio minucioso de esta unidad.

Unidad 1. Introducción al cálculo

1.1 Repaso de funciones: propiedades

1.2 Funciones racionales

Para el estudio de estas temáticas desarrollaremos actividades que le permitirán adquirir una mayor destreza en el conocimiento y la manipulación de las funciones, también es importante recordar las bases fundamentales de la manipulación algebraica.

Para ello lo invito a revisar el siguiente documento sobre [factorización polinomial](#) | Álgebra | Matemáticas |Khan Academy. (2018); en el que encontrará actividades de repaso para afianzar los conocimientos de factorización, simplificación y operaciones algebraicas.

Después de recordar los casos de factorización y manipulación algebraica, es hora de iniciar con el estudio de las funciones, para ello, lo invito a leer los siguientes documentos:



- Unidad 1: Funciones en el **texto-guía**: Jiménez Y., Castillo D., Quishpe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- [Funciones, Álgebra, Matemáticas](#), Khan Academy. (2018).
- Ejemplo resuelto: evaluar funciones a partir de su ecuación (2018).
- [Evalúa funciones](#) (2018).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Reforcemos el aprendizaje de estas temáticas resolviendo las siguientes actividades.

Resultados esperados:

- Identificar y recordar las nociones básicas de función.
- Reconocer los diferentes tipos de funciones, operaciones y gráficas.

Para el desarrollo de estas actividades debe:

1. Leer y comprender la unidad 1 del **texto-guía** [Cálculo Diferencial](#) (2018) secciones 1.1 a 1.4.
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy que se han planteado en el desarrollo de esta semana: funciones, reconocer funciones, evaluación de funciones.
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan Academy: funciones, reconocer funciones, evaluación de funciones.

Nota. conteste estas actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

4. Continuemos con el aprendizaje mediante la revisión de la siguiente infografía:

[Funciones](#)

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 2

El objetivo de esta semana es estudiar, comprender, analizar e interpretar los conceptos y las propiedades de las funciones polinómicas y racionales, y de las propiedades relacionadas con sus gráficas.

Unidad 1. Introducción al cálculo

1.3 Funciones exponenciales

1.4 Funciones logarítmicas

Para relacionar la definición de funciones matemáticas con el lenguaje natural, con el objetivo de desarrollar y plantear modelos matemáticos a partir de situaciones reales; a continuación, se presentan recursos que le serán de utilidad:

- Lectura de la unidad 1: Funciones en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- [Problema verbal de interpretación de una gráfica: temperatura](#) (2018).
- [Problemas verbales de interpretación de gráficas](#) (2018).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Reforcemos el aprendizaje de estas temáticas resolviendo las siguientes actividades.

Resultados esperados:

- Identificar y recordar las nociones básicas de función.
- Reconocer los diferentes tipos de funciones, operaciones y gráficas.

Para el desarrollo de estas actividades debe:

1. Leer y comprender la unidad 1 del **texto-guía** Cálculo Diferencial (2018), secciones 1.1 a 1.4.
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy sobre: [funciones](#).
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan Academy: [funciones](#), [reconocer funciones](#), evaluación de funciones.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

4. Estimado estudiante, para evaluar los aprendizajes adquiridos sobre esta temática, le invito a desarrollar la autoevaluación que a continuación se presenta.



Autoevaluación 1

Seleccione si cada enunciado es Verdadero o Falso, de acuerdo con los conceptos estudiados en la unidad.

1. () El análisis de funciones polinómicas y racionales incluye el estudio de sus gráficas.
2. () Las funciones polinómicas y racionales no requieren conocimientos previos de álgebra para su estudio.
3. () Las funciones racionales son aquellas que pueden expresarse como el cociente de dos polinomios.
4. () El estudio de funciones permite modelar situaciones reales a través de modelos matemáticos.
5. () Las funciones polinómicas pueden presentar asíntotas verticales en sus gráficas.
6. () Las funciones racionales pueden presentar discontinuidades en sus gráficas.
7. () Las funciones polinómicas siempre son continuas en todos los valores de x .
8. () El análisis de funciones incluye el estudio de su crecimiento, decrecimiento y concavidad.
9. () El conocimiento de funciones no tiene aplicaciones en el cálculo diferencial.



10. () Los conceptos de límites permiten comprender el comportamiento de una función en ciertos puntos o en el infinito.

[Ir al solucionario](#)



Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 3

El objetivo de esta semana es estudiar, comprender, analizar e interpretar conceptos y propiedades de límites. Por tanto, revise los siguientes enlaces y lecturas en los que encontrará información útil e importante para su estudio.

Unidad 2. Límites

2.1 Definición de límites

2.2 Continuidad y discontinuidad

Querido estudiante, lo invito a revisar el siguiente módulo didáctico que le ayudará a profundizar sus conocimientos sobre este tema: Campaña, A. (2020).

[Límites de una función](#)

Así mismo, encontrará información importante en el documento sobre [Límites de funciones](#) de GeoGebra.



Actividades de aprendizaje recomendadas

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

1. Leer y comprender la unidad 1: Funciones en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
2. Revisar los ejercicios y teoría de los siguientes enlaces:
 - [Límites por sustitución directa](#) (2018).
 - [Límites por medio de factorización](#) (2018).
 - [Límites por medio de racionalización](#) (2018).
 - [Límites usando conjugados](#) (2018).
 - [El límite de una función trigonométrica por medio de la identidad pitagórica](#) (2018).



Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 4

El objetivo de esta semana es estudiar, comprender, analizar e interpretar conceptos y propiedades de límites. Por tanto, revise los siguientes enlaces y lecturas en los que encontrará información útil e importante para su estudio.

Unidad 2. Límites

2.3 Cálculo analítico de límites

Recursos de aprendizaje:

Para el estudio de límites lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Leer la unidad 2: Límites en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- [Límites por sustitución directa](#) (2018).
- [Límites por medio de factorización](#) (2018)
- [Límites por medio de racionalización](#) (2018).
- [Límites usando conjugados](#) (2018).
- [El límite de una función trigonométrica por medio de la identidad pitagórica](#) (2018).



Actividad de aprendizaje recomendada

Realice la siguiente actividad recomendada para reforzar sus conocimientos.

A partir de la semana 3 se recomienda iniciar y desarrollar un avance de la tarea acorde con el tema estudiado.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 5

El objetivo de esta semana es estudiar, comprender, analizar y calcular de manera analítica límites unilaterales y límites infinitos.

Unidad 2. Límites

2.4 Límites laterales

2.5 Límites infinitos

Recursos de aprendizaje:



Para el estudio de límites laterales e infinitos lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Leer la unidad 2: “límites” en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja
- Revisar los siguientes videos:
 1. [Límites unilaterales a partir de gráficas: asíntota](#) (2018).
 2. [Límites en infinito](#) (2018).

Actividades de aprendizaje recomendadas

Reforcemos el aprendizaje resolviendo las siguientes actividades.

Resultados esperados:

- Calcular de forma analítica el límite de una función utilizando las propiedades y técnicas apropiadas de los límites.
- Identificar de manera gráfica los límites de una función.
- Identificar los límites laterales e infinitos en una función.

Para el desarrollo de estas actividades debe:

1. Leer y comprender la unidad 2 del **texto-guía** [Cálculo Diferencial](#) (2018) secciones 2.1 a 2.6.
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: límites.
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan Academy: límites.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

4. Estimado estudiante, para evaluar los aprendizajes adquiridos sobre esta temática, le invito a desarrollar la autoevaluación que a continuación se presenta.



Autoevaluación 2

Seleccione si cada enunciado es Verdadero o Falso, de acuerdo con los conceptos estudiados en la unidad.

1. () Los límites permiten analizar el comportamiento de una función en determinados puntos o en el infinito.
2. () El cálculo de límites siempre puede realizarse mediante sustitución directa.
3. () Los límites laterales permiten estudiar el comportamiento de una función cuando se aproxima a un punto desde la izquierda o la derecha.
4. () Una función es continua en un punto si los límites laterales existen y son diferentes.
5. () Los límites infinitos permiten describir el comportamiento de una función cuando la variable independiente tiende a valores muy grandes o muy pequeños.
6. () La racionalización es una técnica que se usa exclusivamente en el cálculo de derivadas.
7. () El estudio de los límites es un paso fundamental para comprender el concepto de derivada.
8. () Si una función tiene un límite en un punto, entonces es necesariamente continua en ese punto.
9. () Los límites pueden utilizarse para describir fenómenos físicos como la velocidad instantánea y la tasa de cambio.
10. () El límite de una función trigonométrica puede calcularse usando identidades trigonométricas como la identidad pitagórica.





Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 6



Unidad 3. Derivación

El objetivo de esta semana es estudiar, comprender, analizar e interpretar los conceptos de derivadas desde los puntos de vista físico y geométrico.

La derivada, desde el punto de vista geométrico, es considerada como la pendiente de una recta tangente en un punto P dado de una curva cualquiera; mientras que, desde el punto de vista físico, la derivada es entendida como una tasa de cambio entre dos variables. A partir de esto, se da inicio a los siguientes temas:

3.1 Derivadas: definición. Rapidez de cambio

3.2 El problema de la recta tangente

Recursos de aprendizaje:

Para el estudio de derivadas lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Leer la unidad 3: derivación en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- Leer el documento [Derivadas, Teoría+ Práctica](#) y [Quiz derivada](#) (2021) de Geogebra.
- Revisar los siguientes videos:
 1. [Introducción a la derivada](#).
 2. [La derivada como la pendiente de una curva](#).



Semana 7

Actividades finales del bimestre

El objetivo de esta semana es estudiar, comprender, analizar e interpretar los conceptos y las propiedades de la derivada a través de su definición formal utilizando las propiedades de los límites.

Recursos de aprendizaje:

Como información complementaria a su aprendizaje del primer bimestre, lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Leer la unidad 3: "definición de derivada" en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- Leer el documento [Derivadas: definición y reglas básicas](#) (2018).
- Revisar los siguientes videos:
 1. [Cálculo diferencial](#) (2018).
 2. [Regla de potencias](#) (2018).
 3. [Reglas básicas de las derivadas](#) (2018).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

1. Leer y comprender la unidad 3 del **texto-guía** [Cálculo Diferencial](#) (2018).
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: derivadas de funciones comunes.
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan Academy: derivadas de funciones.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 8

Actividades finales del bimestre

El objetivo de esta semana es estudiar, comprender y aplicar las reglas básicas de la derivación.

Recursos de aprendizaje:

Querido estudiante, lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Leer la unidad 3: derivación, reglas de derivación, en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- Leer el documento [Reglas básicas de las derivadas](#) (2018).
- Revisar el [Repaso sobre diferenciación básica](#) (2018).
- Observar el video [Reglas del producto, del cociente y de la cadena](#) (2018).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Realice las siguientes actividades recomendadas para reforzar sus conocimientos

1. Conocer y aplicar los conceptos de derivación, las reglas de derivación de acuerdo con los tipos de funciones. Para el desarrollo de esta actividad debe leer y comprender la unidad 3 del **texto-guía Cálculo Diferencial** (2018).
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: derivadas de funciones comunes.
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.





Segundo bimestre



Resultado de aprendizaje 1:

Logística y Transporte

- Resuelve problemas de matemática, física, química y ciencias de la ingeniería mediante cálculo diferencial, resolviendo derivadas y diferenciación de funciones de una variable.

Economía

- El estudiante relaciona los conceptos básicos de conjuntos de números con los distintos conceptos de funciones, tipos de funciones y gráfica de funciones.
- El estudiante a través de sus habilidades algebraicas adquiere la capacidad de analizar, interpretar y aplicar los conceptos de Límites y Continuidad.
- El estudiante a través de sus habilidades algebraicas adquiere la capacidad de analizar, interpretar y aplicar los conceptos de Derivación, reglas de derivación. Introducción a problemas de máximos y mínimos.
- El estudiante desarrolla la destreza de resolver ejercicios de integrales a través de las técnicas de integración.
- Aplica estas técnicas tanto para integración indefinida como definida.
- Es capaz de encontrar el área en ejercicios de aplicación.

Finanzas

- Conocer y distinguir una función.
- Calcular los límites básicos de determinaciones.
- Determinar la continuidad de una función.
- Usar los métodos de derivación para calcular la derivada de cualquier función.
- Identificar la aplicabilidad y uso de las derivadas.

- Calcular integrales a partir de métodos.

Para alcanzar los resultados planteados, usted adquirirá competencias en cálculo diferencial e integral, desarrollando habilidades algebraicas para analizar funciones, límites, continuidad y derivadas. Aplicará estos conocimientos en la resolución de problemas matemáticos, físicos, químicos y de ingeniería, así como en contextos de logística, transporte, economía y finanzas. Además, aprenderá a calcular integrales utilizando diversos métodos y a encontrar áreas en ejercicios prácticos, fortaleciendo su capacidad de análisis y toma de decisiones en entornos científicos, empresariales e ingenieriles.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.



Semana 9

Continuando con el estudio de las derivadas, el objetivo de esta semana es entender las principales aplicaciones de las derivadas: máximos y mínimos.

Unidad 3. Derivación

3.3 Máximos y Mínimos

A continuación, le invito a revisar el módulo didáctico, donde se presenta información importante sobre este tema aplicado en las **funciones**.

[Máximos y Mínimos](#)

Recursos de aprendizaje:



Estimado estudiante se le invita a revisar los siguientes documentos en los cuales se detalla la teoría sobre las derivadas y su aplicación a máximos y mínimos.

- Leer la unidad 3: derivación, en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- Revisar los siguientes videos:
 1. [Derivación implícita](#) (2018).
 2. [Diferenciación avanzada](#) (2018).
 3. [Analizar funciones por medio de cálculo](#) (2018).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Reforcemos el aprendizaje resolviendo las siguientes actividades.

1. Leer y comprender la unidad 3 del **texto-guía** [Cálculo Diferencial](#) (2018), sección sobre derivadas de orden superior y aplicaciones de máximos y mínimos.
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: derivación implícita, avanzada y optimización.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 10

La *optimización* es un término muy significativo en términos empresariales y especialmente cuando se trata de la inversión de dinero en la producción de determinado objeto para obtener la máxima ganancia. De allí, la importancia de aprender cómo las derivadas permiten realizar cálculos de optimización de materiales, costos, dinero, tiempo, etc. Por tanto, bienvenido a esta nueva aventura de las derivadas.

Unidad 3. Derivación

3.4 Optimización

Para análisis y comprensión de la optimización, en el siguiente documento se muestran algunos ejercicios prácticos de optimización y su resolución: Maldonado, F. (2020), [Derivada - Problemas de optimización](#).

Recursos de aprendizaje:

Para profundizar en esta temática lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Leer la unidad 3: definición de derivada, en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- Revisar los siguientes videos:
 1. [Optimización: volumen de una caja \(parte 1\)](#).
 2. [Optimización: volumen de una caja \(parte 2\)](#).
 3. [Optimización: ganancia](#).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Le invito a reforzar sus conocimientos, participando en las siguientes actividades.

1. Leer y comprender la unidad 3 del **texto-guía** [Cálculo Diferencial](#) (2018), sección sobre derivadas de orden superior y aplicaciones de máximos y mínimos.
2. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan Academy de derivación y optimización.
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de optimización.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

4. Estimado estudiante, para evaluar los aprendizajes adquiridos sobre esta temática, le invito a desarrollar la autoevaluación que a continuación se presenta.



Autoevaluación 3

Seleccione si cada enunciado es Verdadero o Falso, de acuerdo con los conceptos estudiados en la unidad.

1. () La derivada se puede interpretar como la pendiente de la recta tangente a una curva en un punto dado.
2. () Desde el punto de vista físico, la derivada se interpreta como la tasa de cambio entre dos variables.
3. () El cálculo de derivadas no requiere el uso de límites.
4. () La regla de la potencia establece que la derivada de x^n es nx^{n-1} .
5. () Las derivadas solo se utilizan en matemáticas puras y no tienen aplicaciones en la vida real.
6. () La optimización es una aplicación de las derivadas que permite encontrar valores máximos y mínimos de una función.
7. () La regla del producto se usa para derivar funciones que son sumas de términos.
8. () Las derivadas de orden superior se utilizan para analizar la concavidad y los puntos de inflexión de una función.
9. () La derivada de una función constante es siempre cero.



10. () La derivada de una función exponencial e^x es xe^{x-1} .

[Ir al solucionario](#)

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 11

En la presente semana nos aventuramos a ingresar en el mundo de las antiderivadas, las cuales constituyen la pauta inicial para el desarrollo del cálculo integral.

Unidad 4. Integración

4.1 Antiderivadas

4.2 Integrales indefinidas

Recursos de aprendizaje:

Para el estudio de la integración lo invito a revisar los siguientes recursos que le serán de suma utilidad.

- Leer la unidad 4: Integración en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- Leer el documento [Integrales-mapa mental](#).
- Revisar la actividad sobre las [Antiderivadas e integrales indefinidas](#).
- Revisar el siguiente video sobre [antiderivadas](#).





Actividades de aprendizaje recomendadas

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

1. Para la adquisición de las competencias sobre el conocimiento de las antiderivadas debe: leer y comprender la unidad 4 del **texto-guía Cálculo Diferencial** (2018), sección antiderivadas e integrales indefinidas.
2. Desarrollar las actividades de la plataforma Khan Academy acerca de integrales indefinidas y antiderivadas.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.



Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 12

El objetivo de esta semana es aprender a dominar las técnicas de integración inmediata y de sustitución o también conocidas como integración a través de tablas, e integración por cambio de variable.

Unidad 4. Integración

4.3 Integrar utilizando tablas de integrales

4.4 Integración por sustitución

Recursos de aprendizaje:

Estimado estudiante, lo invito a revisar los siguientes recursos sobre los temas estudiados en la presente semana.

- Leer los siguientes documentos:

1. La unidad 4: “Integración” del **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
2. Documento del [método de cambio de variable](#) (2018).
3. Actividad de [antiderivadas](#) (2018).

- Revisar los siguientes videos:

1. [Antiderivadas](#) (2018).
2. [Cambio de variable](#) (2018).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Reforcemos el aprendizaje resolviendo las siguientes actividades.

1. Para obtener las competencias necesarias de las técnicas de integración que se abordan en esta unidad debe leer y comprender la unidad 4 del **texto-guía** [Cálculo Diferencial](#) (2018), sección técnica de integración.
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: integración por cambio de variable, integración inmediata e integración por partes.
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan Academy de las diversas técnicas de integración.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.





Semana 13

Durante esta semana se continúa con el estudio de las diferentes técnicas de integración: integración por partes e integración de funciones trigonométricas.

Unidad 4. Integración

4.5 Integración por partes

4.6 Integración de funciones trigonométricas

Recursos de aprendizaje:

Para estudiar la integración por partes y con funciones trigonométricas, lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Unidad 4: integración del [texto-guía Cálculo Diferencial](#) (2018).
- [Introducción a la integración por partes](#) (2018).
- [Integración por partes: \$\int x \cos\(x\)dx\$](#) (2018).
- [Integración por partes: \$\int x^2 \sin\(x\)dx\$](#) (2018).
- [Integración por partes: \$\int \sec\(x\)dx\$](#) (2018).
- [Integración por partes](#) (2018).
- [Introducción a la sustitución trigonométrica](#) (2018).
- [Sustitución trigonométrica](#) (2018).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Realice las siguientes actividades recomendadas para reforzar sus conocimientos.

1. Para obtener las competencias necesarias de las técnicas de integración que se abordan en esta unidad debe desarrollar las siguientes actividades: leer y comprender la unidad 4 del [texto-guía Cálculo Diferencial](#) (2018), sección: técnicas de integración.

2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: integración por cambio de variable e integración por partes.
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan Academy de las diversas técnicas de integración.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 14

Hasta el momento se han estudiado las integrales indefinidas y las diferentes técnicas de calcularlas. Durante esta semana el objetivo es estudiar la integral definida, su definición y sus propiedades, de manera que las siguientes semanas puedan abordarse las aplicaciones inmediatas de estas, cálculo de áreas y volumen.

Unidad 4. Integración

4.7 Integración definida

Recursos de aprendizaje:

Para estudiar la integración definida, lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Unidad 4: Integración en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- [Integración por partes: integrales definidas](#) (2018).
- [Introducción a las integrales definidas](#) (2018).
- [Integrales definidas negativas](#) (2018).





Actividades de aprendizaje recomendadas

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

1. Para obtener las competencias necesarias del cálculo de integrales definidas debe desarrollar las siguientes actividades: leer y comprender la unidad 4 del **texto-guía Cálculo Diferencial** (2018), sección Integración definida.
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: integración definida.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 15

La aplicación inmediata del cálculo de integrales es encontrar el área bajo la curva de una función; siendo así, dichas funciones pueden ser sociales, administrativas, económicas, biológicas o incluso médicas.

Por tanto, durante estas dos últimas semanas del ciclo académico, el objetivo es entender y aprender a calcular áreas bajo la curva a través de ejercicios y problemas de aplicación.

Unidad 4. Integración

4.8 Área bajo la curva

Recursos de aprendizaje:



Para estudiar la integración definida, lo invito a revisar los siguientes recursos:

- Unidad 4: Integración en el **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- [El área entre una curva y el eje x](#) (2018).
- [Área entre curvas](#) (2018).
- [Ejemplo resuelto de áreas](#) (2018).



Actividades de aprendizaje recomendadas



Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

1. Para obtener las competencias necesarias del cálculo de áreas bajo la curva, debe desarrollar las siguientes actividades: leer y comprender la unidad 4 del **texto-guía Cálculo Diferencial** (2018), sección área bajo la curva y aplicaciones de la integral.
2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: área bajo la curva y volumen de un disco.
3. Desarrollar los ejercicios interactivos de práctica de la plataforma Khan Academy: área bajo la curva y volumen de un disco.

Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas



Semana 16

El objetivo de esta semana es estudiar y comprender los conceptos de integrales definidas como aplicación en el cálculo de volumen de sólidos de revolución.

Unidad 4. Integración

4.9 Aplicación de la integral: volumen de un disco

Recursos de aprendizaje:

Para finalizar, lo invito a revisar los siguientes recursos sobre las aplicaciones de las integrales:

- Unidad 4: Integración: aplicaciones de la integral, del **texto-guía** de Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). [Cálculo Diferencial](#). Loja, Ecuador: Editorial Técnica Particular de Loja.
- [El área entre una curva y el eje y](#).
- [Método de discos](#).



Actividades de aprendizaje recomendadas

Realice las siguientes actividades recomendadas para reforzar sus conocimientos.

1. Para el desarrollo de esta actividad debe: leer y comprender la unidad 4 del **texto-guía** [Cálculo Diferencial](#) (2018), sección Integración definida: cálculo del volumen de un disco.
 2. Desarrollar los contenidos de la plataforma Khan Academy: integración definida y volumen de un disco.
- Nota. conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o documento Word.
3. Estimado estudiante, para evaluar los aprendizajes adquiridos sobre esta temática, le invito a desarrollar la autoevaluación que a continuación se presenta.





Autoevaluación 4

Lea cada pregunta con atención y seleccione la opción correcta entre las alternativas proporcionadas

1. Cuál es la antiderivada de la función $f(x) = 3x^2$?

- a. $3x^3 + C$
- b. $x^3 + C$
- c. $x^2 + C$
- d. $6x + C$

2. ¿Cuál de las siguientes es una técnica de integración?

- a. Integración por derivación
- b. Integración por partes
- c. Integración por suma
- d. Integración por resta

3. La integral indefinida de e^x es

- a. $e^x + C$
- b. $xe^x + C$
- c. $\ln(x) + C$

d. $x^e + C$



4. ¿Cuál es la integral indefinida de $\cos(x)$?

a. $\sin(x) + C$



b. $-\sin(x) + C$



c. $\cos(x) + C$



d. $-\cos(x) + C$



5. Aplicando el método de cambio de variable, la integral de

$2xe^{(x^2)} dx$ es:

a. $e^{x^2} + C$

b. $xe^{(x^2)} + C$

c. $2xe^{(x^2)} + C$

d. $x^2e^x + C$

6. La integral definida de 0 a 1 de $x dx$ es:

a. $\frac{1}{2}$



b. 1



c. 0



d. $\frac{1}{3}$



7. La integral de $\frac{1}{x} dx$ es



a. $\ln(|x|) + C$

b. $e^x + C$

c. $\frac{1}{x} + C$

d. $x \ln(x) + C$

8. La integral de $\sin(x) dx$ es:

a. $-\cos(x) + C$

b. $\cos(x) + C$

c. $-\sin(x) + C$

d. $x \cos(x) + C$



9. En la integral definida $\int_0^2 (3x^2) dx$, el resultado es



- a. 8
- b. 12
- c. 16
- d. 24



10. La integral de una constante c respecto a x es:



- a. $cx + C$
- b. $c + C$
- c. $xc + C$
- d. $\frac{c}{x} + C$

[Ir al solucionario](#)





4. Autoevaluaciones

Autoevaluación 1

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	Verdadero	Se estudiarán las propiedades de estas funciones y sus gráficas.
2	Falso	Las funciones polinómicas y racionales no requieren conocimientos previos de álgebra para su estudio.
3	Verdadero	Por definición, una función racional tiene la forma $f(x) = \frac{f(x)}{Q(x)}$, donde $P(x)$ y $Q(x)$ son polinomios y $Q(x) \neq 0$.
4	Verdadero	Relacionar la definición de funciones con el lenguaje natural ayuda a construir modelos matemáticos.
5	Falso	Solo las funciones racionales pueden tener asíntotas verticales, debido a los valores donde el denominador se anula.
6	Verdadero	Las discontinuidades ocurren cuando el denominador de una función racional se anula y no se puede simplificar.
7	Verdadero	Las funciones polinómicas son continuas en todo su dominio porque no tienen puntos de discontinuidad.
8	Verdadero	Estas propiedades ayudan a interpretar el comportamiento de las funciones en su gráfica.
9	Falso	El estudio de funciones es fundamental en cálculo diferencial, especialmente en la derivación y el análisis de tasas de cambio.
10	Verdadero	Los límites ayudan a entender el comportamiento de una función en determinadas condiciones.

[Ir a la autoevaluación](#)

Autoevaluación 2

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	Verdadero	Los límites son herramientas fundamentales en el cálculo para estudiar cómo se comporta una función cerca de un punto o cuando la variable crece sin límite.
2	Falso	Aunque en algunos casos se pueden calcular límites por sustitución directa, en otros se requiere aplicar técnicas como factorización, racionalización o el uso de identidades trigonométricas.
3	Verdadero	Los límites laterales son clave para determinar la continuidad de una función y para identificar discontinuidades.
4	Falso	Para que una función sea continua en un punto, los límites laterales deben ser iguales y coincidir con el valor de la función en ese punto.
5	Verdadero	Este tipo de límite ayuda a entender la presencia de asíntotas horizontales y el crecimiento o decrecimiento sin límites de una función.
6	Falso	La racionalización también es utilizada en el cálculo de límites, especialmente cuando hay raíces en el numerador o denominador.
7	Verdadero	La derivada se define como el límite de una razón de cambio, por lo que el análisis de límites es esencial para entender la derivación.
8	Falso	Una función puede tener un límite en un punto, pero si no está definida en ese punto o su valor no coincide con el límite, no será continua.
9	Verdadero	En aplicaciones prácticas, los límites permiten modelar el comportamiento de sistemas dinámicos, como la velocidad de un corredor en un instante específico.
10	Verdadero	En el cálculo de límites trigonométricos, se usan identidades como $(\sin^2 x) + (\cos^2 x) = 1$ para simplificar expresiones y evaluar límites correctamente.

[Ir a la autoevaluación](#)

Autoevaluación 3

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	Verdadero	Desde el punto de vista geométrico, la derivada representa la inclinación de la tangente a la curva en un punto.
2	Verdadero	En física, la derivada mide cómo cambia una magnitud respecto a otra, como la velocidad instantánea respecto al tiempo.
3	Falso	La definición formal de la derivada se basa en el concepto de límite de la razón de cambio incremental.
4	Verdadero	Esta es una de las reglas básicas de derivación y se usa para encontrar la derivada de cualquier función polinómica.
5	Falso	Las derivadas tienen aplicaciones en física, economía, ingeniería y muchas otras áreas para optimización y análisis de tasas de cambio.
6	Verdadero	Las derivadas ayudan a determinar puntos críticos y analizar su naturaleza para optimizar funciones en diferentes contextos.
7	Falso	La regla del producto se aplica cuando la función es el producto de dos funciones, no para sumas.
8	Verdadero	La segunda derivada indica si una función es cóncava hacia arriba o hacia abajo y ayuda a identificar puntos de inflexión.
9	Verdadero	Como una función constante no cambia, su tasa de cambio (derivada) es siempre cero.
10	Falso	La derivada de e^x es simplemente e^x ya que la función exponencial tiene la propiedad única de ser su propia derivada.

[Ir a la autoevaluación](#)



Autoevaluación 4

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	a	La integral indefinida de $3x^2$ es $(\frac{3}{3})x^3 + C$, lo que resulta en $x^3 + C$
2	b	Una de las técnicas más comunes para calcular integrales es la integración por partes, basada en la regla del producto de la derivación.
3	a	La derivada de e^x es e^x , por lo que su integral indefinida es $e^x + C$.
4	a	La derivada de $\sin(x)$ es $\cos(x)$, por lo que la integral de $\cos(x)$ es $\sin(x) + C$.
5	a	Si tomamos $u = x^2$, entonces $du = 2x dx$. La integral se reduce a $\int e^u du$, cuyo resultado es $e^u + C$, es decir, $e^{(x^2)} + C$.
6	a	La integral de x es $(\frac{1}{2})x^2$. Evaluando en los límites de 0 a 1, obtenemos $(\frac{1}{2})(1)^2 - (\frac{1}{2})(0)^2 = \frac{1}{2}$.
7	a	La derivada de $\ln(x)$ es $\frac{1}{x}$, por lo que la integral de $\frac{1}{x} \frac{1}{x} dx$ es $\ln(x) + C$.
8	a	La derivada de $-\cos(x)$ es $\sin(x)$, por lo que la integral de $\sin(x)$ es $-\cos(x) + C$.
9	a	La integral de $3x^2$ es x^3 . Evaluando de 0 a 2, obtenemos $(2^3) - (0^3) = 8$.
10	a	La integral de una constante c es $cx + C$, ya que la derivada de cx es c .

[Ir a la autoevaluación](#)



5. Referencias bibliográficas

García, L.; Moreno, M. y Azcárate, C. (2006). *EBP como metodología activa para la enseñanza del cálculo diferencial*.

Jiménez, Y., Castillo, D., Quisphe R. y Villamagua L. (2018). *Texto- guía análisis matemático univariado*. Loja, Ecuador: Editorial Universidad Técnica Particular de Loja.

Haeussler, E., et. al. (2015). *Matemáticas para administración y economía*. México, D. F.: Pearson Educación.

Morales Álvarez, F. (2014). *Cálculo integral*. México, D. F. Pearson Educación.