UTPL

La Universidad Católica de Loja

Vicerrectorado de Modalidad Abierta y a Distancia

Fundamentos Matemáticos

Guía didáctica

Facultad Ciencias Sociales, Educación y Humanidades

Fundamentos Matemáticos

Guía didáctica

Carrera	PAO Nivel
Administración de Empresas Administración Pública Agronegocios Economía Finanzas Gestión Ambiental Gestión de Riesgos y Desastres Logística y Transporte Seguridad y Salud Ocupacional Turismo Tecnologías de la Información	I

Autor:

Luis Alberto Cuenca Macas

MATE_1103

Universidad Técnica Particular de Loja

Fundamentos Matemáticos

Guía didáctica

Luis Alberto Cuenca Macas

Diagramación y diseño digital

Ediloja Cía. Ltda.
Marcelino Champagnat s/n y París
edilojacialtda@ediloja.com.ec
www.ediloja.com.ec

ISBN digital -978-9942-25-666-9

Año de edición: abril, 2020

Edición: primera edición reestructurada en septiembre 2024 (con un cambio del 10%)

Loja-Ecuador

Índice

1. Datos de información

1.1 Presentación de la asignatura

1.2 Competencias genéricas de la UTPL

Pensamiento crítico y reflexivo.

1.3 Competencias del perfil profesional

Carrera de Tecnologías de la Información

Construir modelos específicos de ciencias de la computación mediante esquemas matemáticos y estadísticos para propiciar el uso y la explotación eficiente de los datos y de la información.

Carrera de Economía

Aportar a los procesos productivos de los sectores estratégicos mediante la investigación sobre las actividades económicas en un contexto regional y nacional.

Carrera de Finanzas

Aplicar procedimientos técnicos económicos – financieros que permitan fundamentar las decisiones de financiamiento e inversión, para que a través de la integración de variables micro y macroeconómicas, soporten el análisis de la gestión financiera empresarial y la aplicación de procesos y métodos financieros orientados a la toma de decisiones para la generación de valor para la empresa.

Carrera de Turismo

Aplica modelos estratégicos de planificación, gestión e innovación turística, para promover el desarrollo sostenible de los territorios, mediante el análisis de datos, problemas, tendencias e información del sector turístico, basándose en la preservación del patrimonio natural y cultural, la participación activa de la población, con equidad, respeto y ética al servicio colectivo.

Carrera de Administración Pública

Construir, aplicar y evaluar propuestas para una administración pública eficiente y responsable con la ciudadanía, planificando y garantizando el derecho a la opinión y participación en la toma de decisiones en la construcción de políticas públicas.

Carrera de Administración de Empresas

Gestionar e interrelacionar los elementos del entorno empresarial para el fomento de las capacidades organizacionales a través de la aplicación de fundamentos teóricos y modelos cuantitativos y cualitativos aprovechando oportunidades de mejora en el tejido empresarial, promoviendo valores, el espíritu de equipo y la actitud de liderazgo.

Carrera de Gestión Ambiental

Elaborar propuestas con sustento técnico-científico para el manejo y conservación de los recursos naturales.

Carrera de Logística y Transporte

Optimizar los sistemas de transporte a través del diseño eficiente de rutas, la implementación de simuladores logísticos y la gestión efectiva de costos y calidad en la transportación.

Carrera de Gestión de Riesgos y Desastres

Identificar y evaluar escenarios de coordinación para la gestión de riesgos, lo que permitirá establecer espacios de alianzas dentro de la gestión pública y privada, para una adecuada gestión de riesgos de desastres.

Carrera de Agronegocios

Implementar, generar e innovar procesos administrativos, económicos, tecnológicos y de producción, fundamentados en herramientas de investigación, generación, gestión y evaluación de proyectos agroproductivos en el ámbito de la cadena de valor, de manera que se fortalezca la productividad y rentabilidad de las empresas y sus productos, se mejore el posicionamiento en mercados nacionales e internacionales y se disminuya los riesgos de las organizaciones del sector agroalimentario.

Carrera de Seguridad y Salud Ocupacional

Desarrollar y ejecutar mecanismos y soluciones integrales en prevención de riesgos laborales en nuestra sociedad, mediante la cooperación entre el profesional, trabajador y la empresa.

1.4 Problemática que aborda la asignatura

Carrera de economía

El desconocimiento de los fundamentos conceptuales económicos y sus contextos de aplicación, la necesidad de contextualizar el entorno, en específico la economía ecuatoriana; y, la necesidad de manejar instrumentos para el análisis de la realidad socioeconómica.

Carrera de finanzas

Inaplicabilidad de procedimientos económicos, técnicos-financieros, para fundamentar las decisiones de inversión y las posibilidades para diversificar el financiamiento en empresas y organizaciones para reducir el margen de ineficiencia en la gestión financiera, el escaso análisis financiero y argumentación sobre las variables macro y microeconómicas, las pocas metodologías de valoración que se manejan a nivel de las grandes, medianas y pequeñas empresas para la correcta toma de decisiones.

Carrera de turismo

Conocimiento de los conceptos y fundamentos turísticos de acuerdo a la realidad del desarrollo turístico del país; y asimismo se aporta a la solución del problema que nace del Plan Nacional del Buen Vivir, que hace referencia al programa de recuperación y valoración del patrimonio cultural.

Carrera de administración pública

Ineficiente planificación y gestión en la organización territorial.

Carrera de Administración de Empresas

Debilidad del tejido empresarial y limitado conocimiento de oportunidades y necesidades empresariales existentes en el país.

Carrera de gestión ambiental

Débil sustento científico-técnico de las propuestas de manejo y conservación de los recursos ambientales.

Carrera de Gestión de Riesgos y Desastres

La asignatura aborda la necesidad de consolidar los fundamentos matemáticos esenciales para la representación, análisis y resolución de problemas en el ámbito de la gestión de riesgos y desastres. Proporciona a los estudiantes habilidades en álgebra, teoría de conjuntos y funciones, herramientas clave para el análisis y la toma de decisiones en escenarios críticos. Esta formación matemática fortalece su capacidad para modelar y resolver problemas aplicados, facilitando un enfoque riguroso y eficaz en su futuro desempeño profesional en la carrera.

Carrera de Agronegocios

- Conoce la realidad y riesgos del sector agroproductivo de la región y aporta al planteamiento y evaluación de proyectos con una adecuada planificación, que le permite ofrecer servicios de consultoría en el sector para el desarrollo administrativo y comercial de las empresas.
- Genera e innova procesos administrativos con conciencia social y ambiental, que favorezcan la eficiencia, rentabilidad y posición competitiva de las organizaciones del sector de los agronegocios.
- Selecciona las herramientas teóricas y metodológicas que le permitan implementar proyectos de innovación y de investigación en el ámbito del mejoramiento de la cadena de valor de productos agroalimentarios sustentables.
- Conoce y diseña procesos metodológicos que posibilitan la organización para la formulación y gestión de proyectos, generando estrategias innovadoras en el marco agroempresarial a nivel nacional e internacional.

Carrera de Seguridad y Salud Ocupacional

Escasa gestión integral de riesgos que disminuya la vulnerabilidad y garantice a la ciudadanía la prevención, respuesta y atención a todo tipo de emergencias y desastres originados por causas físicas, químicas, biológicas, psicológicas, ergonómicas y/o antrópicas.

2. Metodología de aprendizaje

Para el aprendizaje de la matemática existen diversas metodologías centradas en aspectos como la investigación, la cooperación, la interacción, el desarrollo de problemas, la utilización de herramientas TIC, el aprendizaje por pares y otros.

En este sentido, la metodología *Aprendizaje Basado en Problemas* (ABP) promueve que el estudiante sea un sujeto activo en su propio aprendizaje, desarrollando en él la capacidad de analizar, modelar y proponer soluciones a problemas propios de su entorno.

Asimismo, se introduce el uso de las TIC en esta metodología, lo cual permite un proceso dinámico y ajustable del aprendizaje mediante el uso de herramientas que facilitan al estudiante plasmar los conceptos matemáticos necesarios para el desarrollo de esta asignatura.

3. Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje

Primer bimestre

Resultados de aprendizaje 1 a 4:

- Aplica la Teoría de Conjuntos.
- El estudiante aplica los conceptos básicos de los números para análisis y representación de datos.
- Opera con números enteros, racionales, reales y complejos.
- Reconoce los conjuntos numéricos y aplica las operaciones básicas.

Para alcanzar los resultados de aprendizaje que nos encamine al logro de competencias, lo primordial en cualquier concepto, es entender el significado, partir de la definición, conocer las leyes y propiedades que se cumplen y pueden ser aplicadas, solo después de esto realizar correctamente las aplicaciones con los conjuntos numéricos que nos permitirán utilizar los algoritmos adecuados para la modelización y resolución de problemas. Sin descuidar que el modelaje estará referido a situaciones de la vida cotidiana y relacionadas con el entorno natural y social.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.

Semana 1

Unidad 1. Conjuntos de números

Para iniciar con el estudio de la unidad 1, lo invito a revisar el video introductorio al tema sobre la Visión general de los números y los números enteros.

1.1. Visión general

Con el estudio de la presente unidad usted aprenderá a operar con los números y aplicar las propiedades principales de los números, esto le ayudará a resolver los problemas con mayor rapidez y eficacia, de esta manera, logre desarrollar habilidades que le ayudarán a iniciar el estudio de la matemática.

El estudio de los números es muy importante, puesto que se usan en toda la matemática. Los números constituyen una base especial para el análisis e interpretación de muchos hechos, fenómenos y actividades prácticas, la ciencia y la tecnología.

Para lograr esto es necesario que empiece con la lectura del apartado 1.1 Visión general del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 13-20, la misma que le ayudará a completar y comprender las actividades que se proponen.

A continuación, le invito a revisar el siguiente módulo didáctico, el cual incluye juegos prácticos para facilitar el aprendizaje de los temas básicos de matemáticas.

Conceptos fundamentales

1.2. Números enteros

Abordaremos este tema primero haciendo referencia a los números naturales, los mismos que están dentro de los enteros. Los números naturales surgen ante la necesidad de contar objetos que son elementos de un conjunto; están representados por la letra N, y sus elementos serían:

$$N = \{1, 2, 3, 4 \ldots\}$$

Como puede observar, los naturales no incluyen a los números negativos, ya que es lógico que al contar elementos no se podría decir, por ejemplo, hay -5 sillas en el salón.

Pero en la vida cotidiana, además de contar objetos, existen otros escenarios que se representan con números, por ejemplo:

- Las temperaturas de una ciudad que podrían ser temperaturas bajo 0.
- Para representar las alturas contamos con una referencia que es el nivel del mar, pero, ¿qué pasa con las medidas bajo el nivel del mar?
- Cuando se analiza el crecimiento o decrecimiento de la economía de un país.

Le invito a que analice su entorno e identifique más escenarios donde es necesario contar con una representación numérica.

Ahora analice su entorno e identifique más escenarios donde es necesario contar con una representación numérica.

Ahora bien, como pudo haberse dado cuenta, hay diversas situaciones donde se requiere representar con valores positivos, negativos y nulo. Entonces, para este fin se tiene a los números enteros, los cuales se representan con la letra Z y está conformado por los números negativos, positivos y el cero.

$$Z = \{\ldots, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \ldots\}$$

Como se puede apreciar, los números naturales están incluidos dentro de los enteros.

Es necesario también que conozca ciertas características que poseen los números enteros, los cuales se muestran en la infografía a continuación:

[Propiedades de los enteros]

Los factores o divisores son números naturales que pueden dividir exactamente a otro número entero, de ahí que un entero tiene una cantidad finita de factores.

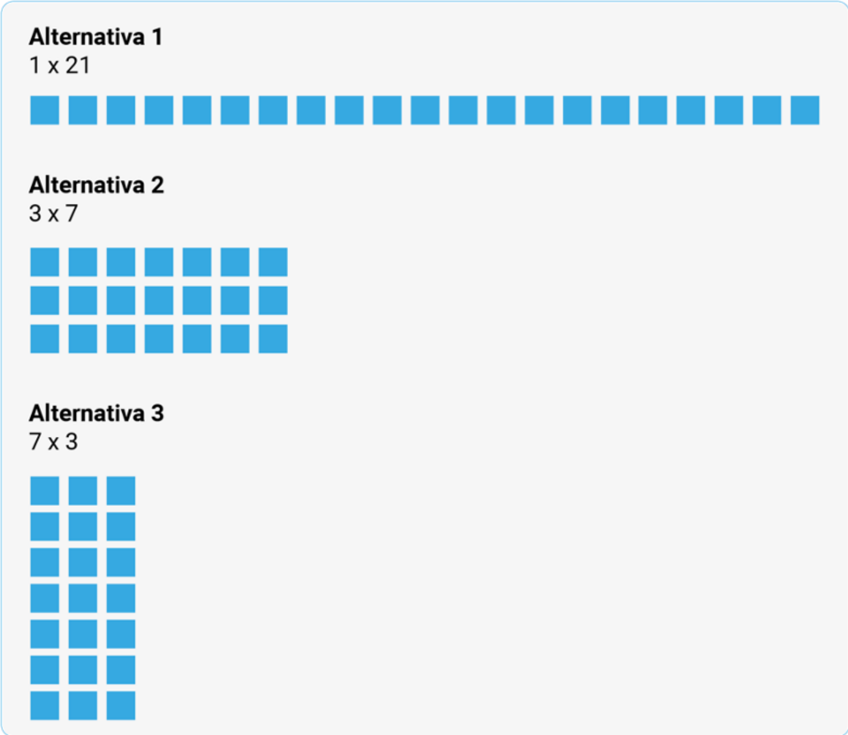
¡Importante! Los factores permiten la descomposición de un número entero en partes más pequeñas como productos enteros. Si lo vemos desde el punto de vista gráfico, factores nos permiten organizar objetos en grupos homogéneos.

A continuación, se presentan dos ejemplos de factorización mediante gráficos:

Ejemplo 1: determinar todas las posibilidades que se tienen para organizar 21 cuadrados en filas que tengan la misma cantidad de cuadrados.

Figura 1

Respuesta ejercicio 1

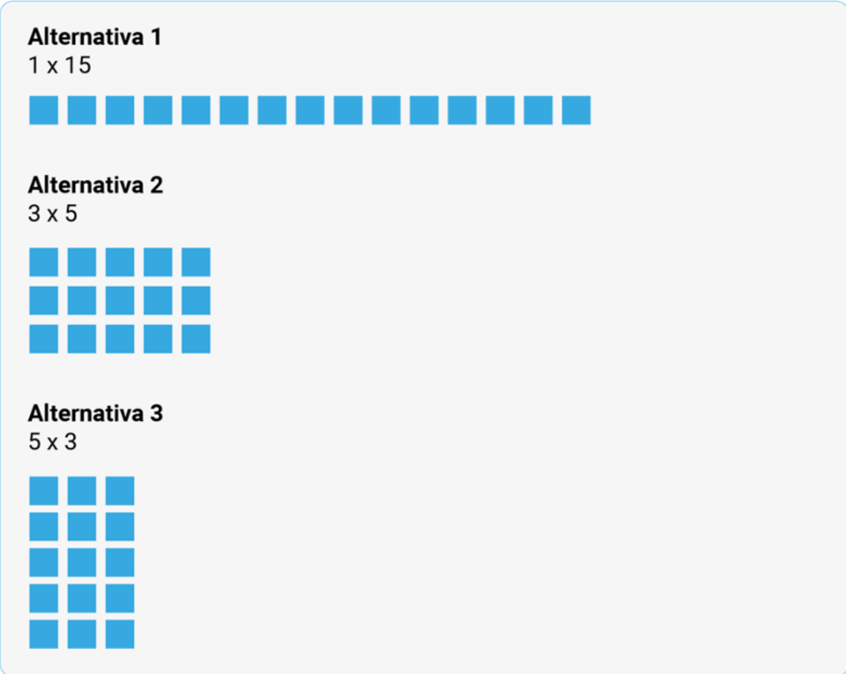


Nota. Cuenca, L., 2024.

Ejemplo 2: determinar todas las posibilidades que se tienen para organizar 15 cuadrados en filas que tengan la misma cantidad de cuadrados.

Figura 2

Respuesta ejercicio 2



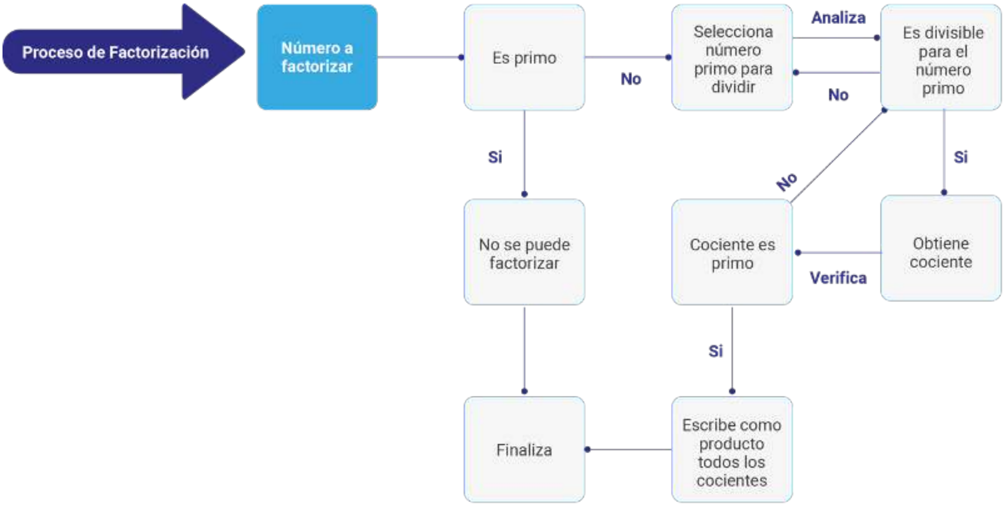
Nota. Cuenca, L., 2024.

Los ejemplos anteriores presentan cómo se factoriza de forma gráfica, ahora cuando se requiere la factorización de enteros, esta consiste en descomponer un número compuesto en divisores o factores que son números primos, que cuando se multiplican dan el número original. La utilidad de la factorización está en la aritmética básica, el álgebra, el cálculo, entre otros.

En la siguiente figura se muestra el proceso a seguir para realizar la factorización de un número entero.

Figura 3

Proceso de factorización de enteros



Nota. Cuenca, L., 2024.

Finalmente, en esta semana abordaremos sobre el Máximo Común Divisor y Mínimo Común Múltiplo, para ello le recomiendo que revise el **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), el apartado 1.2. Números enteros, pp. 46-55, y pueda ir desarrollando los ejercicios propuestos en el texto.

Como herramienta adicional para conocer más sobre este tema, puede revisar el siguiente módulo didáctico:

[Máximo común divisor]

Actividades de aprendizaje recomendadas

Luego de realizar la lectura de las secciones 1.1 y 1.2 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), le recomiendo desarrollar las siguientes actividades:

1. Realice las actividades propuestas en el apartado 1.1.3 de las páginas 21 – 24.

2. Realice las actividades del apartado 1.2.8 de las páginas 56 – 59.

Dentro de estas actividades constan 3 partes: la primera es para trabajar la parte conceptual, la segunda parte es sobre ejercicios prácticos y la tercera parte es la aplicación que se le puede dar a los temas abordados.

Nota: por favor, complete las actividades en un cuaderno o documento Word.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 2

Unidad 1. Conjuntos de números

1.3. Los números racionales

Antes de iniciar con las definiciones, analice las siguientes situaciones:

1. Un bus recorre 200 km en 5 horas.
2. Jorge se comió la tercera parte del pastel.
3. En un almacén de electrodomésticos hay descuentos del 40 %.
4. Se emiten 50 visas americanas cada 2 días.
5. Se suben alrededor de 11000 fotos cada 15 segundos en Instagram.

En cada una de estas situaciones se puede ver la comparación entre dos cantidades, así:

$$1)\,\frac{200}{5}\quad 2)\,\frac{1}{3}\quad 3)\,\frac{40}{100}\quad 4)\,\frac{50}{2}\quad 5)\,\frac{11000}{15}$$

A su vez están representando una división, que en ciertos casos es entera en el caso de 1 y 4, pero en el caso de 2, 3 no es entera. Como se puede apreciar, hay situaciones de la vida cotidiana que no se pueden representar usando los números enteros. Frente a ello, se tiene la incorporación de los números racionales, los cuales se los representa con la letra Q.

De manera que le sugiero realizar la lectura del apartado 1.3 Los números racionales en el **texto guía** Fundamentos matemáticos (2018).

Después, realice las actividades propuestas en la lectura previa, lo que le permitirá conocer la definición de los racionales, los principios a tener en cuenta en la manipulación con racionales y las distintas representaciones que tienen los números racionales.

Para poner en práctica lo aprendido en la lectura, vamos a interactuar con el siguiente módulo didáctico:

Representación de números racionales

Otro de los temas que se abordan con los racionales son las 4 operaciones aritméticas, los cuales permiten la manipulación de cantidades que no son enteras, las mismas que a diario se las utilizan, por ejemplo, cuando vamos de compras podemos solicitar libra y media de carne, lo podemos traducir al lenguaje aritmético como: $\frac{3}{2}$ representa una unidad entera más la mitad de la siguiente unidad.

Un elemento importante al realizar operaciones con números racionales es el término de las fracciones equivalentes, que como su nombre lo indica, es una fracción que es equivalente a otra, y esta se genera multiplicando tanto el numerador como el denominador por un número natural, el mismo que debe ser distinto de cero.

Por ejemplo, una fracción equivalente a $\frac{1}{5}$ es $\frac{1}{5} * \frac{2}{2} = \frac{2}{10}$, se ha llegado a esta equivalencia luego de multiplicar por 2 el numerador y denominador.

De esta manera, le invito a que pueda realizar una lectura del apartado 1.3 Los números racionales en el **texto guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 72-83.

Posterior a ello, puede ir completando las actividades propuestas en la lectura previa. Esto le permitirá conocer la definición de los racionales, los principios a tener en cuenta para la manipulación con racionales, así como las distintas representaciones que tienen los números racionales.

Finalmente, en este apartado vamos a revisar sobre las aplicaciones que tenemos con los racionales, entre las que revisaremos están: regla de tres, simple, inversa y compuesta.

Para ello, vamos a revisar el apartado 1.3.5 Razones y proporciones en el **texto guía** fundamentos matemáticos (2018), pp. 83-87. Luego realice los ejercicios propuestos de este apartado, consulte con su tutor si tiene algún inconveniente con el desarrollo de estos ejercicios.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

Luego de haber estudiado la sección 1.3 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), es recomendable que realice las actividades propuestas en el apartado 1.3.6 de las páginas 88 – 91, estas actividades constan de 3 partes, la primera es para trabajar la parte conceptual, la segunda parte es sobre ejercicios prácticos y la tercera parte es la aplicación que se le puede dar a los temas abordados.

Nota: por favor, complete las actividades en un cuaderno o documento Word.

Semana 3

Unidad 1. Conjuntos de números

1.4. Los números reales

Todos los conjuntos numéricos, a partir de los números naturales, nacen para remediar alguna limitación de los conjuntos anteriores.

Cuando restamos un número menor de otro mayor, por ejemplo, 2-7, el resultado no es un número natural; por lo tanto, ampliamos el conjunto de los números naturales al conjunto de los números enteros.

Aún hay cantidades que no pueden expresarse como números enteros, por ejemplo, al dividir cantidades en las que el numerador no es múltiplo del divisor el resultado no es un número entero (ej. 2/7), por lo tanto, ampliamos el conjunto de los números enteros al conjunto de los números racionales, así mismo contamos con números que no se pueden representar como división de dos enteros, por ejemplo, el valor de pi, raíz de 2, y cualquier otra raíz que no sea exacta.

Con todo esto se puede ver que el conjunto de los números reales está conformado por los racionales e irracionales, y dentro de los racionales se tienen a los enteros y dentro de este a los naturales y al 0.

Todo punto de la recta real se puede representar con un número real, y todo número real se puede representar como un punto de la recta real, a continuación, en el video Representación de los números en la recta real, de Ayala, M. (2019), se puede observar la representación de los conjuntos de números antes mencionados.

Cuando hablamos de exponentes enteros, se dice que son una forma corta para escribir los productos de factores que se repiten. Dicho de otra forma, es la multiplicación sucesiva de un número. En el video Propiedades de los exponentes , de Ayala, M. (2019), vamos a revisar las propiedades que se emplean con los exponentes.

Pero también nos podemos encontrar con expresiones de potencia cuyos exponentes sean negativos. Frente a este tipo de expresiones, podemos aplicar las siguientes propiedades que podemos ver en el video sobre Exponentes negativos, de Ayala, M. (2019).

Luego de revisar estos videos, desarrolla los ejercicios del 1 al 7 propuestos en el apartado 1.4.3 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 100-104.

Así mismo también encontramos expresiones de potencia en la cual el exponente es un número racional, cuando se trabaja con exponentes racionales es equivalente a trabajar con expresiones radicales, en el siguiente módulo didáctico se presentan algunos videos de Ayala, M. (2019) sobre aspectos a considerar cuando trabajamos con radicales.

Ejercicios sobre radicación y potencias

Luego de haber revisado estos videos, le invito a que complete la actividad propuesta al final del apartado 1.4.4. Exponentes racionales en el **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 105-106.

Continuando con el estudio de los exponentes, ahora vamos a revisar sobre los logaritmos, ya que son otra manera de pensar en exponentes. Para ello, vamos a revisar el **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), en el apartado 1.4.5. Logaritmos en, pp. 106-112, y luego desarrolle los ejercicios propuestos en este apartado, no olvide que cualquier inconveniente que presente lo puede dar a conocer a su respectivo tutor.

Ahora vamos a ver una de las aplicaciones que pueden tener las potencias y una de ellas es la notación científica, la cual emplea potencias de base 10. La notación científica se emplea para trabajar con cantidades muy grandes o pequeñas. Para ahondar más sobre notación científica, vamos a revisar el apartado 1.4.6 Notación científica en **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 113.

Finalmente, abordaremos sobre el valor absoluto, el cual se lo emplea por ejemplo en cálculos de distancia, pero para ello es importante revisar qué consideraciones se toman en cuenta a la hora de trabajar con valor absoluto, para lo cual le invito a que revise y desarrollo los ejercicios propuestos en el apartado 1.4.7. Valor absoluto en el **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 114-116.

1.5. Los números complejos

En las secciones anteriores se han estudiado los conjuntos numéricos que abarcan los números reales. Ahora, en el presente capítulo se realizará el estudio de los números complejos, el cual es un conjunto que no está incluido dentro de los reales.

Este tipo de número soluciona el problema de extraer raíces pares de números negativos. La raíz par de un número negativo no es un número real.

La $\sqrt{-4}$ no es 2 ni -2, ya que $2^2 = 4$ y $(-2)^2 = 4$.

Se resuelve postulando que $\sqrt{-1} = i$, entonces, $i^2 = -1$.

En general, a las raíces pares (no solo cuadradas) de números negativos se les llama números imaginarios i.

Otra manera de decirlo es: todo número que, elevado al cuadrado, nos da una cantidad negativa, es un número imaginario.

De esta forma le invito a que revise los apartados sobre definiciones, operaciones y representación de los números imaginarios en el **Texto-Guía** Fundamentos Matemáticos (2018), así mismo pueda realizar las actividades que se proponen en la lectura sugerida.

Con esto hemos finalizado el estudio de los números. Es recomendable que realice las actividades propuestas al final de cada apartado; a continuación, se detallan sobre el desarrollo de estas actividades.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Luego de haber estudiado las secciones 1.4 y 1.5 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), le invito a desarrollar lo siguiente:

1. Realice las actividades propuestas en el apartado 4.8, las pp. 117- 121.
2. Realice las actividades del apartado 5.4, las pp. 128- 129.

   Estas actividades constan de 3 partes: la primera es para trabajar la parte conceptual, la segunda parte es sobre ejercicios prácticos y la tercera parte es la aplicación que se le puede dar a los temas abordados.

3. Luego de esto, es recomendable que pueda medir su avance con la realización de la autoevaluación de la unidad 1.

Autoevaluación 1

La presente autoevaluación le permitirá medir su aprendizaje, por lo cual es importante que la desarrolle, así mismo esta actividad le permitirá prepararse para la evaluación presencial. Seleccione, en cada pregunta, el literal correcto.

1. Recordar: "Todo número cuya expresión decimal es infinita, no periódica, es un número".

    a. Racional.
    b. Irracional.
    c. Entero.
    d. Natural.

2. Solucione y seleccione la opción correcta: ¿cuál es la cantidad mínima de dinero que se requiere para comprar un número exacto de libros cuyo precio unitario es de $8, $10, $12 y $25, respectivamente?

    a. $500.
    b. $800.
    c. $100.
    d. $600.

3. Estime: en una noche de invierno, la temperatura disminuye de 2 °C a -5 °C, ¿cuál fue el cambio de temperatura?

    a. -3 °C.
    b. -7 °C.
    c. 7 °C.
    d. 3 °C.

4. Complete: un comerciante tiene una pieza de tela de 60 m y vende 2/5 al mediodía y después 3/4 del resto. Al final del día le quedan _______ de tela.

   a. 12 m.
   b. 6 m.
   c. 9 m.
   d. No le queda nada, ya que ha vendido todo.

5. Solucione: se dispone de 60 litros de agua purificada. ¿Cuántas botellas se pueden llenar si la capacidad de cada una de ellas es de 3/5 litro?

   a. 102.
   b. 104.
   c. 100.
   d. 98.

6. Analice el siguiente problema: si un tronco de madera de de $6\frac{1}{4}m$ longitud se corta en cinco partes iguales, ¿cuál es la longitud de cada uno de los trozos?

   a. $1.20m$
   b. $1\frac{1}{2}m$
   c. $1\frac{1}{4}m$
   d. $1\frac{1}{5}m$

7. Evalúe: ¿cuánto varía la temperatura?, si en cierta ciudad, la temperatura a las 16:00 PM era de 6 °C y a las 24:00 de -2 °C.

   a. 8 °C.
   b. 10 °C.
   c. -8 °C.
   d. 4 °C.

8. Encuentre el MCM (Mínimo Común Múltiplo) de los números: 14, 40 y 56.

   a. 210.
   b. 280.
   c. 320.
   d. 560.

9. Encuentre el MCD (Máximo Común Divisor) de los números: 12, 18 y 30.

   a. 6.
   b. 9.
   c. 3.
   d. 10.

10. Determine en cuál de las siguientes listas los números están ordenados de menor a mayor.

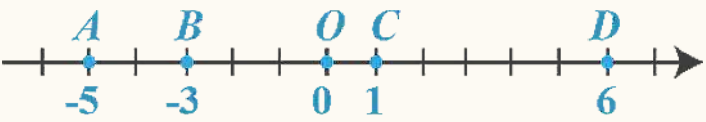
   a. $\frac{5}{9}, \frac{3}{5}, \frac{7}{13}, \frac{4}{7}$

   b. $\frac{3}{5}, \frac{5}{9}, \frac{7}{13}, \frac{4}{7}$

   c. $\frac{7}{13}, \frac{5}{9}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}$

d. $\frac{7}{13}, \frac{5}{9}, \frac{4}{7}, \frac{3}{5}$

11. Halle la distancia entre puntos: A, B, C y D tienen coordenadas -5, -3, 1, y 6, respectivamente, en una recta de coordenadas, como se ve en la figura a continuación. Encuentre d(A, B).



a. -8.
b. 2
c. -2.
d. 8.

12. Seleccione la igualdad correcta para $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$:

a. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$

b. $\frac{a}{c} \cdot \frac{b}{d}$

c. $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

d. $\frac{b}{a} \cdot \frac{c}{d}$

13. Seleccione la respuesta correcta para: -4^2

a. 8.

b. -16.

c. 16.

d. -8.

14. Utilice las leyes de los exponentes para simplificar la siguiente

expresión: $\left(\frac{2r^3}{s}\right)^2\left(\frac{S}{r^3}\right)^3$

a. $\frac{4s}{r^3}$

b. $\frac{(2r^3)^2}{s^2}\cdot\frac{S^3}{(r^3)}$

c. $\frac{(r^3)^2}{s^2}\cdot\frac{S^3}{(r^3)^3}$

d. $\frac{r^3}{4s}$

15.

Cambie la expresión $\frac{\sqrt[4]{a}}{\sqrt[3]{a^2}}$ a una expresión que contenga un radical de

la forma $\sqrt[n]{a^m}$

a. $\frac{1}{\sqrt[12]{a^5}}$

b. $\sqrt[6]{a^5}$

c. $\sqrt[12]{a^5}$

d. $\sqrt{a^{-1}}$

16. ¿Cuál de las siguientes es equivalente a: $log_b\left(\frac{2x^3}{5}\right)$?

a. $3log_b(2x) - log_b(5)$

b. $3log_b(2x) + log_b(5)$

c. $log_b(2) + 3log_b(x) - log_b(5)$

d. $log_b(2) - 3log_b(x) - log_b(5)$

17. ¿Cuál de las siguientes es equivalente a: $3log_2(x) - 2log_2(5)$?

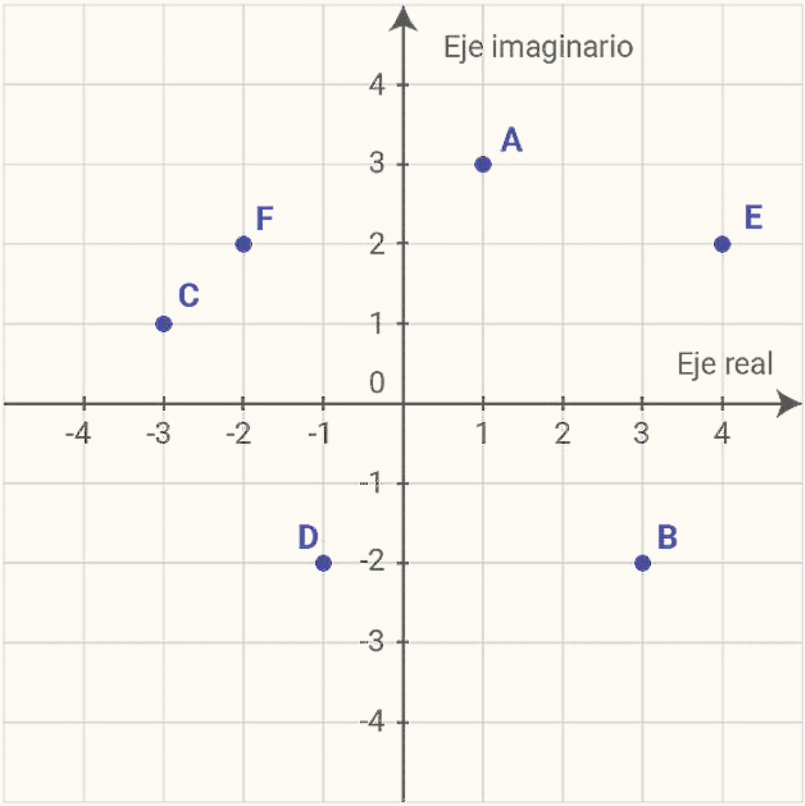
a. $log_2\left(\frac{x^3}{25}\right)$

b. $\frac{log_2(x^3)}{log_2(25)}$

c. $-6log_2\frac{x}{5}$

d. $-6log_2(x-5)$

18. Determine cuál es la parte real que está representando en el número complejo F en el plano complejo.



a. 2
b. (2, -2)
c. (-2, 2)
d. -2

19. Durante una carrera, en un momento dado, David lleva 5/6 del recorrido total y Pepe 7/8. ¿Quién va ganando?

a. David.
b. Pepe.
c. Van empatados.
d. No es posible determinar quién va ganando.

20. Un obrero gana $25,00 por cada hora. ¿Cuánto debe cobrar si trabaja

$10\frac{3}{5}$ horas?

a. $250,00.
b. $265,00.
c. $275,00.
d. $750,00.

Ir al solucionario

Resultados de aprendizaje 3, 5 a 9:

- Opera con números enteros, racionales, reales y complejos.
- Adquiere las herramientas básicas del álgebra y su aplicación a la vida ordinaria.
- Aplica el álgebra de polinomios.
- Conoce y realiza descomposición factorial de expresiones polinomiales.
- El estudiante aplica álgebra de polinomios para representar situaciones cotidianas.
- Identifica expresiones algebraicas.

Para alcanzar los resultados de aprendizaje que nos encamine al logro de los aprendizajes sobre álgebra, vamos, a partir de la definición, conocer las leyes y propiedades que se cumplen y pueden ser aplicadas para la transformación del lenguaje verbal al matemático, solo después de esto realizar correctamente las aplicaciones con los polinomios que nos permitirán utilizar el lenguaje matemático adecuado para la modelización y resolución de problemas. Sin descuidar que el modelaje estará referido a situaciones de la vida cotidiana y relacionadas con el entorno natural y social.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.

Semana 4

Unidad 2. Álgebra de polinomios

Para abordar el tema de "Álgebra de polinomios", se buscarán e indagarán diferentes estrategias para clarificar desde la conceptualización del término hasta el álgebra operacional, se reforzará con ejercicios y problemas que ayudarán a la asimilación de los procesos y su aplicación en la vida real, cabe mencionar que es necesario el buen manejo del lenguaje, tanto para el docente, como para el estudiante y la disposición para aprender algo nuevo de manera didáctica, entendible, amena y motivante, rompiendo esquemas tradicionales y aportando nuevas herramientas para hacer placentero el aprendizaje.

A continuación, le invito a ver el siguiente video sobre la Introducción al álgebra de polinomios Cuenca, L. (2019).

2.1. Nociones generales de los polinomios

Es importante tener claro ciertos conceptos que giran en torno al álgebra de polinomios, entre los cuales se encuentran: término, término semejante, término común, expresión algebraica, monomio, binomio, trinomio, multinomial, polinomio. Para ello, realice la lectura del apartado 2.1 en el **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 137-142.

Siempre que se han revisado estos temas, hay la interrogante: ¿En dónde se usan en la vida real? Pues las expresiones algebraicas son dentro de la matemática como el lenguaje por medio del cual se puede representar las diversas situaciones cotidianas de la vida real.

Por ejemplo, cuando comparamos pesos, podríamos decir:

Jorge pesa 10 kg más que Leonardo; en términos matemáticos, se representa así:

$J = L + 10$, donde J representa el peso de Jorge, L representa el peso de Leonardo y el $+10$ representa la expresión que indica que pesa 10 kg más que Leonardo.

Otro ejemplo lo podemos ver cuando revisamos los *likes* en redes sociales y comentamos, por ejemplo:

Los *likes* que tiene Gladys son el doble de los que tiene Alexandra. Si traducimos esto al lenguaje matemático, tendríamos:

$G = 2 * A$, donde Grepresenta los *likes* de Gladys, A los *likes* de Alexandra y $2 * A$ representa la expresión, el doble de lo que tiene Alexandra.

Existen ciertas palabras que nos permiten identificar qué operaciones matemáticas se deben emplear. En la siguiente infografía mostramos un resumen de esta.

Palabras claves para las operaciones

2.2. Operaciones con polinomios

Con los polinomios se pueden realizar diferentes tipos de operaciones como: suma, resta, multiplicación y división. Para la adición y la sustracción se deben tener en cuenta los términos semejantes, mientras que en la multiplicación y la división se aplica la propiedad distributiva. Para ampliar la información sobre estas operaciones, revise el apartado 2.2 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 142-155.

Cuando nos enfrentamos a la operación de la división, podemos encontrar diferentes escenarios. En el siguiente módulo didáctico podemos revisar las distintas formas de cómo proceder con la división, así como ejemplos prácticos para su desarrollo.

División de polinomios

Para aplicar lo aprendido es recomendable que realice la actividad propuesta en el apartado 2.2.5 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 156.

2.3. Racionalización

Racionalizar es el proceso por el cual se eliminan los radicales que están presentes en el denominador de una fracción, permitiendo expresar el resultado como una fracción equivalente donde el denominador ya no tiene presencia en una expresión radical.

Para revisar algunos casos de racionalización vamos a revisar el apartado 2.3.1, 2.3.2 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 156-159.

Después, practique lo aprendido en la actividad del apartado del 2.3.3 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), en la cual se solicita la racionalización de 3 expresiones algebraicas.

2.4. Productos notables

Un producto notable es una expresión algebraica que tiene una serie de operaciones, siempre da el mismo resultado y que conociendo este proceso es posible efectuar sin realizar verificaciones continuas.

Se llaman productos notables porque son el resultado de multiplicaciones indicadas, tienen procesos que son fáciles de identificar y que pueden ser escritos de manera directa, sin necesidad de realizar todos los pasos de multiplicación.

Tiene diferentes aplicaciones siendo las más significativas para:

- Factorizar expresiones algebraicas.
- Cálculo mental.

Por ejemplo, para cálculo mental, al querer multiplicar 41 por 39, se descomponen los números 41 y 39. De esta forma, el producto 41 * 39 pasa a ser:

$$(40+1)=(40-1)=402-12=1600-1=1599$$

En la siguiente infografía podrá revisar los casos más representativos:

Productos notables

Es hora de poner en práctica lo aprendido sobre productos notables, para ello realiza los ejercicios propuestos en el apartado 2.4.2 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 161-163, comente con su tutor si tiene dificultades en el desarrollo de los ejercicios.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Después de revisar el contenido de las secciones 2.1, 2.2, 2.3 y 2.4, realice las siguientes actividades:

1. Escriba 5 ejemplos de sentencias en lenguaje natural y su equivalente en lenguaje matemático.
2. Analice el resultado al dividir dos polinomios y responda la siguiente pregunta: ¿al dividir dos polinomios el resultado será otro polinomio?
3. Escriba un ejemplo de racionalización en el que aplique un producto notable.

Nota: conteste las actividades en un cuaderno de apuntes o en un documento Word.

Recuerde que estas actividades no son calificadas; sin embargo, le ayudarán a comprender mejor las temáticas estudiadas. Si tiene inconvenientes, puede consultar con su tutor.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 5

Unidad 2. Álgebra de polinomios

2.5. Factorización

La factorización tiene aplicación en varios ámbitos y áreas del conocimiento, siendo el principal el matemático. Sus procesos permiten desarrollar la agilidad mental y a razonar en la forma de aplicación de los distintos ejercicios. Es una herramienta de trabajo en la vida cotidiana, ya que apoya al campo empresarial en diferentes formas.

Por ejemplo, al memorizar números telefónicos, cuando son excesivamente grandes, la mente secciona el número, ya sea de dos en dos o de tres en tres, y los memoriza de esta forma:

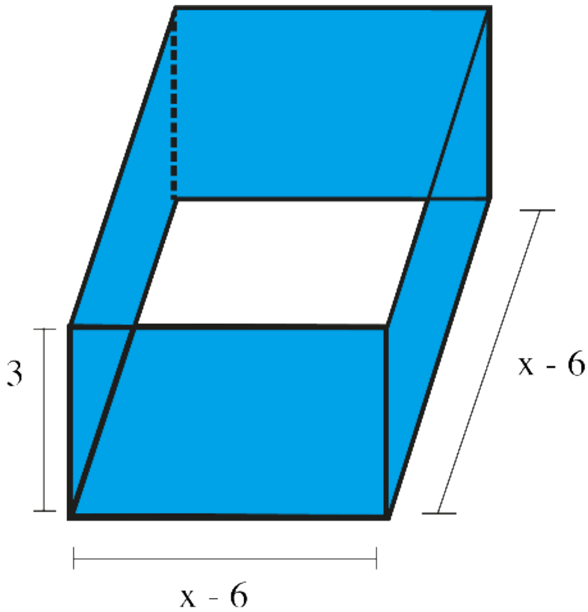
0986756840.

09 867 56 8 40.

Otro ejemplo sería para calcular el volumen de la siguiente caja:

Figura 4

Ejercicio de volumen de una caja



Nota. Cuenca, L., 2024.

Se estructuraría la siguiente expresión:

$$(x-6)\,(x-6)(3) = (x^2 - 12x + 36)(3)$$

Con base en lo expuesto anteriormente, se puede decir que, si dos o más expresiones algebraicas se multiplican a la vez, estas expresiones son factores de la expresión que se obtuvo como producto. El proceso de escribir una expresión dada como el producto de sus factores se denomina factorización de la expresión.

En las actividades cotidianas de su lugar de trabajo, usted podría generar un proceso de agrupación y dar un nombre que represente dicho proceso.

Para comprender mejor este tema, le invito a revisar la siguiente infografía.

Casos de factorización

Para revisar más a detalle los diferentes casos de factorización, pueden revisar el apartado 2.5 Factorización del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 163-171.

2.6. Expresiones racionales

A través de la historia, los números siempre han estado presentes, ya que permiten realizar acciones pequeñas como contar, medir, repartir. Los matemáticos con base en los avances científicos y sus propios estudios los fueron sistematizando y convirtiéndolos en procesos formales hasta el punto de desarrollar teorías matemáticas de utilidad para el desarrollo de la humanidad.

Los primeros números que aparecieron fueron los naturales, luego surgieron otros de acuerdo con las situaciones cotidianas que se presentaban como los enteros, los dígitos, los racionales, que responden a una parte de un todo. En los contextos cotidianos se observan situaciones como repartos de herencias, bienes, tierras y propiedades; el pago de tributos, diezmos e impuestos, que daba lugar a la relación entre el bien recibido, el monto del pago de impuesto y el total de bienes recibidos. Esta es la idea intuitiva de fracción, que es la relación de dos números naturales a/b.

En el diario vivir podemos ver la aplicación de las expresiones racionales, por ejemplo, en la comida, cuando tomamos parte de algo, cuando preparamos alguna receta, cuando vamos de compras. Entonces, los racionales son expresiones que representan una parte de un todo y que están representadas por un numerador y un denominador, siendo estos a su vez polinomios.

A continuación, revise los apartados 2.6.1, 2.6.2 y 2.6.3 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 173-177.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Luego de revisar el contenido de las secciones 2.5 y 2.6, es recomendable que desarrolle las siguientes actividades, las cuales ayudarán a fortalecer lo aprendido.

1. Realice un ejemplo de cada forma de factorización mostrada en el apartado 2.5.
2. Escriba 2 ejemplos de la vida cotidiana donde se apliquen expresiones racionales.

   Nota: conteste las actividades en un cuaderno o documento Word.

3. Luego de esto, es recomendable que pueda medir su avance con la realización de la autoevaluación de la unidad.

   La presente autoevaluación le permitirá medir su aprendizaje, por lo cual es importante que la desarrolle. Asimismo, esta actividad le permitirá prepararse para la evaluación presencial.

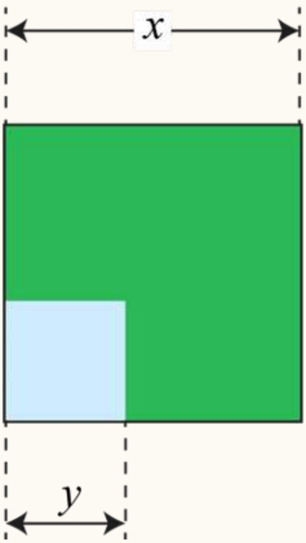
Autoevaluación 2

Para lo cual en cada pregunta seleccione el literal correcto.

1. Exprese en lenguaje algebraico la siguiente oración: “El triple de un número cualquiera excedido en ocho”.

   a. 3x.
   b. 3x+8.
   c. 3x-8.
   d. 3(x+8).

2. Para la siguiente imagen exprese el área de la parte sombreada con verde.



   a. $A = x^2 - y^2$

   b. $A = x(x - y)$

c. $$A = x^2 + y^2$$

d. No es posible calcular, faltan datos.

3. Luego de racionalizar el denominador de la siguiente expresión: $\frac{\sqrt{t}+5}{\sqrt{t}-5}$, seleccione la o las expresiones resultantes.

a. $\frac{t+10\sqrt{t}-25}{t-25}$

b. $\frac{(\sqrt{t}+5)(\sqrt{t}+5)}{t-25}$

c. $\frac{(\sqrt{t}+5)(\sqrt{t}-5)}{t-25}$

d. $\frac{t+25}{t-25}$

4. Complete: una expresión fraccionaria es un cociente de dos expresiones algebraicas. Como caso especial, una expresión racional es un cociente $\frac{p}{q}$ de dos ____________ p y q. Como la división entre cero no está permitida, el dominio de $\frac{p}{q}$ está formado por todos los números, ____________ excepto los que hagan que el ____________ sea cero.

a. Monomios, reales, numerador.
b. Polinomios, reales, denominador.
c. Polinomios, enteros, resultado.
d. Polinomios, reales, numerador.

5. Seleccione la igualdad correcta para: $\frac{a}{b} \div \frac{c}{d}$.

a. $\frac{cb}{ad}$

b. $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$

c. $\frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$

d. $\frac{ab}{cd}$

6. Complete: para realizar la división entre dos polinomios, aplicando el método de Ruffini el polinomio del numerador debe ser ____________ y el denominador debe ser de la forma ____________.

a. Homogéneo, x + a donde a es real.
b. Completo, x + a donde a es imaginario.
c. Homogéneo, x + a donde a es entero.
d. Completo, x + a donde a es real.

7. Si al dividir dos polinomios con el método de Ruffini, si el resto que se obtiene es 0, entonces:

a. Es una división exacta y -a es una raíz.
b. Es una división exacta y a es una raíz.
c. Es una división inexacta y -a es una raíz.
d. Es una división inexacta y a es una raíz.

8. Complete: un polinomio es cualquier expresión algebraica constituida por un conjunto.

a. Sin términos.
b. De al menos 3 términos.

c. Infinito de términos.
d. Finito de términos.

9. Identifique ¿cuál de las siguientes expresiones es una diferencia de cuadrados?

a. $(a+b)(a+b)=(a+b)^2$

b. $(a+b)(a-b)=(a-b)^2$

c. $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$

d. $(a-b)(a-b)=a^2-2ab+b^2$

10. Un trinomio cuadrado es perfecto cuando es el:

a. Producto de un binomio por sí mismo.
b. División de un binomio.
c. Factorización de un binomio.
d. Doble de un binomio.

11. Identifique, ¿cuál de los siguientes es un trinomio cuadrado perfecto?

a. $49x^2-42xy+9y^2$

b. $49x^2-40xy+9y^2$

c. $x^2+7x-12$

d. $x^2-10x+24$

12. Localice la opción que corresponde a la descripción dada. Los términos 6 nm^3 y 8 n^2m.

  a. Son semejantes.
  b. No son semejantes.
  c. Son completos.
  d. Son homogéneos.

13. Indique la solución, luego de reducir los términos $\frac{1}{2}x^3y^2 + \frac{1}{3}x^3y^2$.

  a. $\frac{2}{5}x^3y^2$
  b. $\frac{2}{6}x^3y^2$
  c. $\frac{5}{6}x^2y^3$
  d. $\frac{5}{6}x^3y^2$

14. Indique el resultado de la factorización de: $y^2 - 81$.

  a. $(x - 72)(x - 9)$
  b. $(y - 9)(y + 9)$
  c. $(x + 9)(x - 9)$
  d. $(x + 9)(x + 9)$

15. Indique el resultado de la factorización de: $x^2 - 9x + 14$.

a. $(x-7)(x-2)$

b. $(x-7)(x+2)$

c. $(x+7)(x-2)$

d. $(x+7)(x+2)$

16. Indique el resultado de la factorización de: $4n^3 - 4n$.

a. $4n(n-1)(n+1)$

b. $4n(n-1)(n-1)$

c. $4n(n+1)(n+1)$

d. $4n(n^2+1)$

17. Construir la expresión polinomial del perímetro de un cuadrado cuyo lado es (3b-7):

a. 12b + 28
b. 12b – 7
c. 12b – 28
d. 12b + 7

18. Determine la expresión polinomial del área de un rectángulo que tiene de largo $(x-9)$ y ancho $(x+9)$:

a. $x^2 - 18x + 81$

b. $x^2 + 81$

c. $x^2 - 18x - 81$

d. $x^2 - 81$

19. Determine la expresión polinomial del área de un cuadrado que tiene de lado $(x-5)$:

a. $x^2 - 25$

b. $x^2 + 10x + 10$

c. $x^2 - 10x - 25$

d. $x^2 - 10x + 25$

20. Reducir los términos semejantes:

$4(x+2) - 3\{2x + [4(x-4) - 2(2x-3)]\}$.

a. $10x - 24$

b. $-2x - 24$

c. $-2x + 36$

d. $-2x + 38$

Ir al solucionario

Recuerde, estas actividades no son calificadas, sin embargo, le ayudarán a comprender mejor las temáticas estudiadas, si tiene inconvenientes puede consultar con su tutor.

Resultados de aprendizaje 10 a 15:

- Al concluir la asignatura el estudiante tendrá dominios en la aplicación de principios y procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas del ámbito personal, social y laboral; lo que ayudará en el análisis y producción de información de contenido Matemático proveniente de cualquier campo.
- Conocer y aprender los principios fundamentales de las matemáticas.
- El estudiante aplica ecuaciones y desigualdades para modelar y resolver problemas de la vida real.
- Resuelve ecuaciones algebraicas de primer y segundo orden.
- Resuelve ecuaciones de primer y segundo grado.
- Traduce al lenguaje matemático los problemas de matemáticas de la vida ordinaria.

Para alcanzar los resultados de aprendizaje que nos encamine al logro de los aprendizajes, vamos a partir de la definición, las leyes y propiedades que se cumplen y pueden ser aplicadas, solo después de esto realizar correctamente las aplicaciones de las ecuaciones e inecuaciones que nos permitirán utilizar el lenguaje matemático adecuado para la modelización y resolución de problemas. Sin descuidar que el modelaje estará referido a situaciones de la vida cotidiana y relacionadas con el entorno natural y social.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.

Semana 6

Unidad 3. Ecuaciones y desigualdades

3.1. Ecuaciones

Continuemos con el aprendizaje mediante la revisión del video: Introducción a las ecuaciones, Cuenca, L (2019).

Para empezar con el estudio de las ecuaciones es necesario hacernos estos interrogantes.

- ¿Por qué es importante estudiar las ecuaciones?
- ¿Para qué sirven las ecuaciones?
- ¿En la vida cotidiana dónde usamos las ecuaciones?

Las ecuaciones son la parte más básica de las matemáticas. Una ecuación es una igualdad en la cual participan algunas cantidades desconocidas llamadas variables, en general designadas por letras, a las cuales se las denomina incógnitas.

El uso de las ecuaciones consiste en encontrar el valor de dichas variables.

Por ejemplo, contar es resolver una ecuación: cuando digo que hay seis estudiantes, estoy diciendo que el conjunto de estudiantes es numéricamente igual al conjunto de los primeros seis números naturales.

En la vida cotidiana siempre estamos usando las ecuaciones. En el siguiente módulo didáctico podrá observar ejemplos de su uso en la vida real.

Ecuaciones en la vida cotidiana

Cuando se habla de la solución de una ecuación, esta hace referencia a la determinación de los valores de las variables para que la ecuación sea verdadera o, dicho de otra forma, se cumpla con la igualdad.

La cantidad de soluciones que tiene una ecuación depende del grado de la misma, el cual viene dado por el máximo exponente presente en la variable de la ecuación, de esta forma:

- Una ecuación de **primer grado,** o también conocida como ecuación lineal, puede no tener solución, tener una única solución o infinitas soluciones.
- Una ecuación de **segundo grado** o ecuación cuadrática tendrá como máximo dos soluciones, aunque en este tipo de ecuación se pueden tener casos en que no se tiene solución o a su vez tenga una única solución.
- De esta forma, una **ecuación de grado n**, tendrá hasta n soluciones.

Cuando encontramos la solución a una ecuación podemos aplicar la propiedad uniforme la cual indica lo siguiente: *"Si a dos miembros de una igualdad se le suma, resta, multiplica o divide por una misma cantidad, la igualdad se conserva"*.

De la misma forma, se aplican las propiedades antes vistas en la semana uno, como son: propiedad asociativa, distributiva, conmutativa, inverso aditivo, inverso multiplicativo, neutro aditivo, neutro multiplicativo.

A continuación, le invito a revisar el siguiente módulo didáctico que explora dos temas fundamentales en relación con las ecuaciones.

Propiedad uniforme y palabras clave

La ecuación cuadrática es usada en la ciencia, negocios e ingeniería. La parábola que se forma puede describir trayectorias, ya sean estos chorros de agua en una fuente, el trayecto de una pelota, o en estructuras de reflectores parabólicos que forman la base de los platos satelitales y faros de los carros.

Este tipo de ecuaciones permite predecir estados financieros por los resultados de pérdidas y ganancias; se pueden graficar valores máximos y mínimos.

En el apartado 3.1.6 Ecuación cuadrática del **texto guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 189-191, encontrará la forma general de una ecuación cuadrática, así como las diferentes formas de cómo resolver y ejemplos prácticos.

Las ecuaciones exponenciales tienen aplicaciones en diversos ámbitos de la vida real, por ejemplo:

- En el ámbito financiero.
- En la modelación de crecimiento o decrecimiento de poblaciones (personas, bacterias, animales, otros seres vivos).
- Desintegración de compuestos químicos, absorción de medicamentos, entre otros.

A continuación, le invito a revisar la siguiente infografía donde puede profundizar este tema y analizar ejemplos prácticos de la vida real.

Ecuaciones exponenciales

Finalmente, estudiaremos la ecuación algebraica racional, la cual se genera cuando la incógnita está en algún denominador. Además, es ecuación fraccionaria cuando la variable se encuentra presente en el denominador de la ecuación y para resolver este tipo de ecuaciones se debe tener en cuenta el tipo de fracción que forma la ecuación. Para eso, en la siguiente infografía se analizarán varios ejemplos:

Ejemplos de ecuaciones racionales

Actividades de aprendizaje recomendadas

Le invito a completar las siguientes actividades para reforzar sus conocimientos:

1. Una vez culminado el estudio del apartado de ecuaciones, se recomienda aplicar lo estudiado mediante la resolución de los

ejercicios propuestos en la sección 3.1.9 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 195-197.

2. A continuación, le invito a que revise el siguiente conjunto de recursos, los cuales le permitirán observar cómo las ecuaciones lineales se aplican en la resolución de problemas: Problema verbal de ecuaciones de dos pasos (2018).

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 7

Unidad 3. Ecuaciones y desigualdades

3.2. Desigualdades (inecuaciones)

Le invito a revisar el siguiente video sobre la Introducción a las desigualdades.

En el apartado 3.2. Desigualdades del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 197 – 204.

Podrá realizar una ampliación a los distintos aspectos a tomar en cuenta a la hora de trabajar con inecuaciones, de esta forma establecer los distintos elementos que se usan en las inecuaciones, es importante que luego de esta lectura usted pueda establecer los diferentes símbolos que se usan en las inecuaciones, así cómo sería interesante que usted pueda establecer diferencias entre ecuaciones e inecuaciones. Posterior a ello, es recomendable que realice los ejercicios propuestos al final de la sección 3.2.3. Recuerde que, si tiene inconvenientes, puede consultar con su tutor.

A continuación, en el módulo didáctico, encontrará desigualdades lineales, cuadráticas y con valor absoluto y como resolverlas, esto le permitirá tener una mejor comprensión de cómo abordar la solución de las inecuaciones, ya que a diferencia de las ecuaciones que tienen cantidades limitadas de soluciones, en las desigualdades nos encontramos en muchos de los casos con infinitas soluciones, las cuales se expresan como intervalos de valores.

[Ejemplos de resolución de desigualdades]

Actividades de aprendizaje recomendadas

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

1. Le invito a que revise el siguiente conjunto de recursos, los cuales le permitirá observar cómo las desigualdades se aplican en la resolución de problemas: [Problemas verbales de desigualdades] (2018).
2. Finalmente, para poner a prueba tus conocimientos adquiridos, realice la autoevaluación correspondiente a la unidad 3.

   La presente autoevaluación le permitirá medir su aprendizaje, por lo cual es importante que la desarrolle, así mismo esta actividad le permitirá prepararse para la evaluación presencial.

Autoevaluación 3

Recuerde, estas actividades no son calificadas, sin embargo, le ayudarán a comprender mejor las temáticas estudiadas, si tiene inconvenientes puede consultar con su tutor.

Para lo cual en cada pregunta seleccione el literal correcto.

1. Definir: “Una ecuación es ____________ entre dos expresiones algebraicas”.

   a. Una igualdad.
   b. Una desigualdad.
   c. Una suma.

d. Una resta.

2. Recordar: “El proceso de calcular el valor numérico de una expresión algebraica, cuando a cada número literal de ella se le asigna un valor específico, se llama...”.

a. Evaluación.
b. Multiplicación.
c. Supresión de signos.
d. Simplificación.

3. Definir: “Dos o más ecuaciones son equivalentes cuando...”.

a. No tienen solución.
b. Tienen el mismo conjunto solución.
c. Tienen diferente conjunto solución.
d. Tienen iguales incógnitas.

4. Identifique, ¿cuál de las siguientes es una ecuación lineal con una incógnita?

a. $2x^2 + 5x - 9 = 0$

b. $20x + 6 = 90$

c. $3xy + 4y = 8$

d. $x^3 + x - 27 = 0$

5. Recordar: “Si el discriminante de una ecuación cuadrática es mayor que cero, significa que se tendrá...”.

a. Raíces imaginarias.
b. Raíces reales y distintas.
c. Raíces iguales.

d. Ninguna de las anteriores.

6. Recordar: “A una ecuación cuadrática, también se le conoce como una ecuación...”.

   a. De segundo grado con una incógnita.
   b. De tercer grado con una incógnita.
   c. Lineal.
   d. De varias incógnitas.

7. Seleccione los métodos de solución de ecuaciones cuadráticas:

   a. Eliminación, sustitución, igualación.
   b. Factorización, completar un trinomio cuadrado perfecto, fórmula general.
   c. Factorización, sustitución, fórmula general.
   d. Regla de Cramer, igualación, factorización.

8. Recordar: el discriminante (d) de una ecuación cuadrática de la forma $ax^2 + bx + c = 0$,donde a, b y c son constantes y $a \neq 0$, está dado por la expresión:

   a. $d = b^2 - 4ab$

   b. $d = a^2 - 4cb$

   c. $d = c^2 - 4ab$

   d. $d = b^2 - 4ac$

9. Complete: “La gráfica de una ecuación cuadrática es una...”.

   a. Línea recta.

b. Parábola.
c. Gráfica senoidal.
d. Hipérbola.

10. Recordar: “Cuando el valor de la discriminante es cero, significa que las raíces de la ecuación cuadrática son:...”.

    a. Complejas e iguales.
    b. Complejas y distintas.
    c. Reales e iguales.
    d. Reales y distintas.

11. Desarrolle. Jorge es ocho años mayor que Carlos. Hace 16 años tenía el triple de edad que Carlos. Por tanto, la edad actual de Jorge es de:

    a. 26 años.
    b. 28 años.
    c. 32 años.
    d. 25 años.

12. Desarrolle. Jorge pesa 98 kilogramos (kg) y su médico lo somete a una dieta que le permite bajar 3 kg por mes. ¿Cuál será el peso (ω) de Jorge después de x meses?

    a. $\omega = 98 - 3 - x$

    b. $\omega = 3x - 98$

    c. $\omega = 95x$

    d. $\omega = 98 - 3x$

13. Seleccione la ecuación acorde con el enunciado: “La mitad de un número más un tercio del mismo número es igual a 150”.

   a. $2x + 3x = 150$

   b. $\frac{1}{2x} + \frac{1}{3x} = 150$

   c. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} = 150$

   d. $\frac{2x}{2} + \frac{3x}{3} = 150$

14. Desarrolle: sean A, B y C los ángulos interiores de un triángulo. Si B mide el doble que A y el ángulo C mide 1.5 veces B, ¿cuánto mide el ángulo C? (Nota: en un triángulo, A + B + C = 180°).

   a. 75°.
   b. 80°.
   c. 90°.
   d. 85°.

15. Desarrolle: un padre deja a su hijo mayor de su fortuna, al siguiente de la misma y al menor los $14 0000 que restan. ¿Cuál es el monto total de la herencia?

   a. $400000.
   b. $380000.
   c. $420000.
   d. $460000.

16. Emplee las operaciones necesarias y despeje w de la ecuación:

$\frac{ab}{w} = k.$

a. $w = \frac{k}{ab}$

b. $w = abk$

c. $w = \frac{ab}{k}$

d. $w = ab - k$

17. Complete: una desigualdad es un enunciado que indica que dos cantidades o expresiones ... Puede ser el caso que una cantidad sea menor que (...), menor que o igual a (...), mayor que (...) o mayor que o igual a (...) otra cantidad.

a. Son iguales, >, >=, <, <=
b. Son iguales, <, <=, >, >=
c. No son iguales, >, >=, <, <=
d. No son iguales, <, <=, >, >=

18. Exprese el intervalo [2,6) como una desigualdad en la variable x.

a. $2 < x \leq 6$

b. $2 < x < 6$

c. $2 \leq x < 6$

d. $6 < x \leq 2$

19. Propiedades de valores absolutos (b>0). Seleccione la o las equivalencias para la desigualdad con valor absoluto: | a | > b.

a. $-b < a < b$

b. $-b > a > b$

c. $a > b$ o $a < -b$

d. $a < -b$ y $a > b$

20. La suma de la longitud y el ancho de un rectángulo es 14. Seleccione los valores del ancho para que el área del rectángulo sea al menos 45.

a. Ancho >= 5.
b. Ancho >= 4.
c. Ancho <= 5.
d. Ancho <= 4.

Ir al solucionario

Resultados de aprendizaje 1 a 15:

- Aplica la Teoría de Conjuntos.
- El estudiante aplica los conceptos básicos de los números para análisis y representación de datos.
- Opera con números enteros, racionales, reales y complejos.
- Reconoce los conjuntos numéricos y aplica las operaciones básicas.
- Adquiere las herramientas básicas del álgebra y su aplicación a la vida ordinaria.
- Aplica el álgebra de polinomios.
- Conoce y realiza descomposición factorial de expresiones polinomiales.
- El estudiante aplica álgebra de polinomios para representar situaciones cotidianas.
- Identifica expresiones algebraicas.
- Al concluir la asignatura el estudiante tendrá dominios en la aplicación de principios y procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas del ámbito personal, social y laboral; lo que ayudará en el análisis y producción de información de contenido Matemático proveniente de cualquier campo.
- Conocer y aprender los principios fundamentales de las matemáticas.
- El estudiante aplica ecuaciones y desigualdades para modelar y resolver problemas de la vida real.
- Resuelve ecuaciones algebraicas de primer y segundo orden.
- Resuelve ecuaciones de primer y segundo grado.
- Traduce al lenguaje matemático los problemas de matemáticas de la vida ordinaria.

Semana 8

Actividades finales del bimestre

Es momento de aplicar sus conocimientos a través de las actividades que se han planteado a continuación:

Actividad 1: participa de la videoconferencia donde se realizará un repaso para el examen bimestral.

En esta actividad se realizará una videoconferencia en la cual se realizará un repaso como preparación para el examen bimestral. Previamente, se ha enviado un conjunto de preguntas como insumo para esta videoconferencia.

Actividad 2: examen bimestral.

Revisa el horario de exámenes para que tengas claro el día y la hora de evaluación.

Segundo bimestre

Resultado de aprendizaje 16:

El estudiante aplica los conceptos básicos de sucesiones y series para resolver problemas.

Para alcanzar el resultado de aprendizaje que nos encamine al logro de los aprendizajes sobre las sucesiones y series, vamos a partir de la definición, leyes y propiedades que se cumplen y pueden ser aplicadas para el tratamiento de las sucesiones, solo después de esto realizar correctamente las aplicaciones de las series y sucesiones que nos permitirán aplicarlos a la modelización y resolución de problemas. Sin descuidar que el modelaje estará referido a situaciones de la vida cotidiana y relacionadas con el entorno natural y social.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.

Semana 9

Unidad 4. Series y sucesiones

4.1. Sucesiones

Nota. Adaptado de Cassini Hnos. (2014). Sucesiones matemáticas, cassinihnos

Existen muchas aplicaciones de las sucesiones en la vida cotidiana, como por ejemplo en el desarrollo de ciertas plantas, entre ellas los girasoles. El análisis sería por mes y año, determinando la manera de cómo sería su producción. Otra aplicación está en el cálculo de intereses bancarios, que con base al tiempo se puede observar que se forma una sucesión entre el capital y los intereses. En el campo industrial se ve también la formación de una sucesión, ya que el análisis sería con base en el producto, la fabricación y el expendio.

Pero sin ir muy lejos, también encontramos sucesiones en los números, ya que tenemos sucesiones de pares, impares, múltiplos de 3, 4, 5, etc.

Vamos a revisar el **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), el apartado 4.1 Sucesiones, pp. 212 – 222.

Aquí encontraremos definiciones de sucesiones, tipos, y formas de cómo se presentan. Luego de realizar esta lectura, es recomendable que realice los ejercicios propuestos en el apartado 4.1.3.

También puedes revisar el siguiente módulo didáctico donde se resume el contenido de este apartado, a la vez se muestran ejercicios desarrollados, los cuales le permitirán asimilar de mejor forma esta temática.

Sucesiones

Actividades de aprendizaje recomendadas

Reforcemos el aprendizaje resolviendo las siguientes actividades:

1. Le invito a que revise el siguiente conjunto de recursos, los cuales les permitirán observar cómo las sucesiones aritméticas y geométricas se aplican en la resolución de problemas: Problemas verbales con sucesiones. (2018).
2. Finalmente, para poner a prueba tus conocimientos adquiridos, realiza la autoevaluación correspondiente a la unidad 4.

   La presente autoevaluación le permitirá medir su aprendizaje, por lo cual es importante que la desarrolle. Asimismo, esta actividad le permitirá prepararse para la evaluación presencial.

Autoevaluación 4

Para lo cual en cada pregunta seleccione el literal correcto.

1. Complete: sucesión aritmética, es una sucesión de números reales tales que cada término es igual al anterior, ____________ un número ____________ llamado ____________.

   a. Sumado, constante, diferencia.
   b. Restado, constante, diferencia.

c. Sumado, variable, constante.
d. Sumado, constante, variable.

2. Encuentre el n-ésimo término, el décimo quinto y décimo noveno término de la siguiente sucesión aritmética: 2, 6, 10, 14, ___.

   a. $2 + 4(n - 1), 62, 78$

   b. $4n - 2, 58, 74$

   c. $2n, 30, 38$

   d. No es posible obtener, ya que el valor de la distancia de la serie no se tiene.

3. Complete la siguiente serie aritmética: -4, -2, __, __, 4, __, 8, 10, __.

   a. 0, 2, 6.
   b. 0, -2, 6.
   c. -1, 0, 5.
   d. -4, -2, 2.

4. Complete: cuando se conocen los elementos de la sucesión aritmética, la diferencia "d" se halla ____________ a ____________ término de ella, el ____________.

   a. Sumando, el primer, último.
   b. Sumando, el último, primer.
   c. Restando, cualquier, siguiente.
   d. Restando, cualquier, anterior.

5. Determine el quinto elemento de la siguiente serie aritmética: x + 4, x + 1, x - 2, x - 5

   a. x − 3
   b. x + 3

c. x – 8
d. No se puede determinar el quinto elemento porque no se trata de una serie.

6. Complete: las sucesiones geométricas son las constituidas por una secuencia de elementos en la que cada uno se obtiene del anterior ____________ por una ____________ denominada ____________.

a. Multiplicándolo, constante, razón, “r”.
b. Multiplicándolo, variable, razón, “r”.
c. Dividiéndolo, constante, resto, “r”.
d. Dividiéndolo, variable, resto, “r”.

7. Encuentre la razón común de la siguiente serie geométrica: 3, 9, 27, 81, __.

a. 6.
b. $\frac{1}{3}$
c. 3.
d. No es posible determinar, ya que la distancia entre los términos no es igual.

8. Encuentre el n-ésimo término, el quinto término y el octavo término de la sucesión geométrica: $\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \ldots.$

a. $\left(\frac{1}{2}\right)^n, \frac{1}{32}, \frac{1}{256}$
b. $\left(\frac{1}{2}\right)^n, \frac{1}{16}, \frac{1}{256}$

c. $\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}, \frac{1}{32}, \frac{1}{256}$

d. $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}, \frac{1}{32}, \frac{1}{256}$

9. Seleccione la razón común de la siguiente serie geométrica:

$$5, -\frac{5}{4}, \frac{5}{16}, \ldots, 5\left(-\frac{1}{4}\right)^{n-1}.$$

a. 5.

b. $\frac{1}{4}$

c. $-\frac{1}{4}$

d. $\frac{5}{4}$

10. De las siguientes series seleccione las que correspondan a series geométricas.

a. -3, 3, -3, 3, -3, 3, -3, ___.
b. 2, 4, -8, -16, -32, ___.
c. 2, 4, 8, 32, 64, ___.
d. 2/3, 2, 6, 18, 54, ___.

11. El quinto término de una serie geométrica es 16, y la razón es 2, encuentre el primer término.

a. 0.
b. 2.
c. 8.

d. 1.

12. Seleccione la razón de la siguiente serie geométrica: -1, 1, -1, 1, -1, 1.

    a. 0.
    b. 1.
    c. -1.
    d. No es posible obtener la razón porque no se trata de una serie geométrica.

13. Seleccione la razón de la siguiente serie geométrica: -2, 4, 8, -16, -32,-64, ___.

    a. 4.
    b. -2.
    c. 2.
    d. No es posible obtener la razón porque no se trata de una serie geométrica.

14. Encuentre el número de enteros entre 36 y 390 que sean divisibles entre 6.

    a. 60.
    b. 61.
    c. 62.
    d. 59.

15. Encuentre el número de impares entre 1 y 999.

    a. 1000.
    b. 499.
    c. 501.
    d. 500.

16. Determine la suma de los primeros 100 pares positivos.

    a. 10100.

b. 2250.
c. 1000.
d. Faltan datos para poder determinar la suma.

17. Determine la cantidad de enteros múltiplos de 3 que hay entre 1 y 100.

a. 33.
b. 34.
c. 30.
d. 31.

18. Determine la suma de los primeros 50 impares negativos.

a. -2500.
b. 2500.
c. -51.
d. Faltan datos para poder determinar la suma.

19. Determine la suma de los 10 primeros términos de la siguiente serie geométrica : -1, 1, -1, 1, __

a. 1.
b. -1.
c. 0.
d. No es posible sumar, ya que no se trata de una serie geométrica.

20. Determine la suma de los 10 primeros términos de la siguiente serie geométrica:

a. 59048
b. 39366.
c. 78732.
d. No es posible sumar, ya que no se trata de una serie geométrica.

Ir al solucionario

Resultados de aprendizaje 10, 15, 17 a 19:

- Al concluir la asignatura el estudiante tendrá dominios en la aplicación de principios y procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas del ámbito personal, social y laboral; lo que ayudará en el análisis y producción de información de contenido Matemático proveniente de cualquier campo.
- Traduce al lenguaje matemático los problemas de matemáticas de la vida ordinaria.
- Caracteriza las funciones reales.
- El estudiante relaciona ejemplos prácticos en base a funciones o modelos de relación, e interpreta las operaciones y terminología asociados en su contexto para toma de decisiones.
- Opera con funciones de variable real.

Para desarrollar con éxito el resultado de aprendizaje propuesto, es conveniente estimado estudiante considerar que, la situación didáctica del aprendizaje y enseñanza de la matemática en general nos recomienda que, antes del desarrollo de ejercicios y resolución de problemas, es muy importante lograr un suficiente dominio teórico conceptual, partiendo de definiciones, teoremas y propiedades, analizando procesos o algoritmos apropiados para la aplicación y solo después de eso, desarrollar un suficiente número de ejercicios que nos brinde la experticia suficiente, así como resolver los problemas relacionados con el entorno natural y social haciendo uso de las funciones.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.

Semana 10

Unidad 5. Funciones

Estimado estudiante, continuemos con el aprendizaje mediante la revisión del siguiente video titulado Introducción a funciones, Cuenca, L. (2019).

5.1. Sistema de coordenadas rectangulares

Con el estudio de esta sección usted aprenderá las nociones básicas del sistema de coordenadas, el mismo que es imprescindible para abordar el tema de las funciones, ya que una forma de representación es la gráfica.

Para ello es necesario que realices la lectura del apartado 5.1 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 230-238.

Una vez que has concluido con la lectura, pon a prueba lo que has aprendido, con la siguiente herramienta interactiva: Plano cartesiano y coordenadas, Cuenca, L. (2019).

5.2. Definición de función

Una función da la idea de una dependencia entre dos variables. Por ejemplo: el desarrollo de un cultivo y el tiempo que le tomó para crecer; la altura de una llanta y la presión de aire del compresor; los ingresos por ventas y el número de libros vendidos, etc. Se llamaría conjunto de salida y de llegada en estos casos al conjunto de los números reales, porque de aquí se toman los valores para alimentar las variables independientes y dependientes.

Se entiende como función de dos variables a la relación existente entre los conjuntos a los que ellas pertenecen, tal que para cada valor que pueda tomar la variable independiente, le corresponda uno y solo un elemento del conjunto al que pertenece la variable dependiente.

A continuación, en la presentación interactiva, vamos a observar ejemplos gráficos de relaciones que cumplen con las condiciones de ser función, así como con ejemplos de relaciones que no son funciones.

Ejemplos de relaciones

Cuando trabajamos con funciones hay dos elementos que debemos tenerlos claro y son el dominio y rango, anteriormente hemos hecho referencia a una variable independiente y dependiente, las mismas que se asocian a estos conceptos, en la sección 5.2.1 Conceptos básicos del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 240 – 243.

Encontraremos una ampliación a estos temas, así como ejemplos prácticos de obtener el dominio y rango de distintos tipos de funciones.

Como pudo notar en la lectura anterior, el dominio y el rango se los puede apreciar en las gráficas de las funciones. El dominio se lo visualiza en el eje x, mientras que el rango en el eje y.

En la herramienta interactiva Geogebra, usted podrá ingresar una función y visualizar su dominio y rango.

De la misma forma, se presenta un conjunto de recursos en los cuales puede practicar la traslación horizontal y vertical de funciones, el alargamiento horizontal y vertical de funciones, la compresión horizontal y vertical de funciones y la reflexión de funciones.

A continuación, le invito a que revise el siguiente módulo didáctico:

Transformación de funciones

Para ampliar más al respecto de las transformaciones de funciones, puede revisar las secciones 5.2.2, 5.2.3, 5.2.4 y 5.2.5 del **texto guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 244 – 252.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Es hora de reforzar los conocimientos adquiridos resolviendo las siguientes actividades:

1. **Identifica tipos de variable:** analiza tu entorno y encuentra situaciones que puedan ser consideradas funciones; para cada uno de estos determina la variable dependiente e independiente. Para verificar sus avances, puedes acceder a las siguientes herramientas sobre Variables dependientes e independientes.
2. **Reconocer el dominio de un problema verbal asociado a funciones:**

   Realice una práctica para poner en práctica lo revisado en la sección 5.2.1. del **texto-guía**, mediante el uso del siguiente material sobre Problemas verbales del dominio de funciones, para aplicar lo aprendido.

3. **Trasladar funciones:** aplica lo aprendido de la lectura de la sección 5.2.2, 5.2.3 y 5.2.4 mediante el uso de la herramienta: Traslada funciones.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 11

Unidad 5. Funciones

5.3. Tipos de funciones

Existen diferentes tipos de funciones, de entre los cuales se han seleccionado los más representativos para estudiarse en profundidad como: funciones lineales, cuadráticas, polinómicas, racionales, valor absoluto, definidas por partes, exponenciales, logarítmicas e inversas.

Las funciones lineales tienen distintas aplicaciones, como, por ejemplo: Determinar la apreciación o depreciación de ciertos bienes, las proyecciones de ventas, entre otros, este tipo de función se relaciona con las rectas.

En el apartado 5.3.1. Funciones lineales del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 253-257, encontraremos más elementos que se usan dentro de las funciones lineales. Luego de esto, vamos a revisar el siguiente módulo didáctico donde podrá poner en práctica lo aprendido sobre esta temática.

Funciones lineales

Seguidamente, tenemos a las funciones cuadráticas, polinomiales y racionales, para lo cual debe dirigirse al **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018) en las secciones 5.3.2, 5.3.3 y 5.3.4, pp. 257 – 263, luego de ello puede interactuar en el módulo didáctico donde encontrará ejercicios de aplicación de estos tipos de funciones.

Aplicaciones de funciones cuadráticas y racionales

Actividades de aprendizaje recomendadas

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

1. **Modelación con funciones lineales:** practica realizando modelación con funciones lineales con Problemas verbales de modelos lineales.
2. **Modelación con funciones cuadráticas:** práctica realizando modelación con funciones cuadráticas con Problemas verbales sobre cuadráticas (forma factorizada).

Semana 12

Unidad 5. Funciones

5.4. Tipos de funciones: funciones exponenciales y logarítmicas

Finalmente, estudiaremos las funciones exponenciales, las cuales surgen ante la necesidad de expresar matemáticamente crecimientos y decrecimientos como, por ejemplo: poblaciones humanas, colonias microbiológicas, donde se trata de explicar los comportamientos de las bacterias o de procesos ocasionados con substancias radiactivas, de la misma forma podemos ver la aplicación en el ámbito financiero, ya que la función exponencial es utilizada para el cálculo del interés compuesto; así mismo, en fenómenos físicos como la aceleración, velocidad y densidad, también se encuentra inmersa la aplicabilidad de esta función.

Como puede observar para responder a esta serie de situaciones, es necesario tener un sustento en modelos matemáticos y en este caso son las funciones exponenciales, para ello es importante revisar la forma que tiene una función exponencial, así como sus propiedades y para ello vamos a revisar el **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018) el apartado 5.3.5, pp. 264-274, a más de ello puede encontrar aplicaciones que tienen las funciones exponenciales, esto le permitirá comprender de mejor forma los siguientes ejemplos que se muestran en el siguiente módulo didáctico.

Funciones exponenciales

El siguiente tipo de función a estudiar es la función logarítmica, que al igual que la función exponencial tiene muchas aplicaciones, siendo la más utilizada, ya que permite cálculos matemáticos para comprimir las escalas de medida de magnitudes de crecimiento excesivamente rápido y que dificulta la representación visual o sistematización de los procesos a los que representa. Se utilizan logaritmos en ecuaciones que incluyen ondas sonoras; en fenómenos físicos, como son los terremotos, la intensidad o fuerza de este incidente es calculado por la escala de Richter con su ecuación que tiene logaritmos; en química y biología se puede calcular la acidez y alcalinidad pH con la ayuda de logaritmos.

Con estas observaciones se puede concluir que estos modelos matemáticos tienen gran incidencia en las actividades y contexto social donde nos desenvolvemos.

Por lo tanto, se puede decir que las funciones exponenciales como las logarítmicas están íntimamente ligadas y permiten resolver los problemas pasando de una forma (exponencial) a la otra (logarítmica) y viceversa de manera inmediata.

Así, cada función exponencial tiene una inversa; a esta función inversa se le conoce con el nombre de función logarítmica.

Para profundizar sobre las funciones logarítmicas, es recomendable realizar una lectura del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2020) en el apartado 5.3.6, pp. 275 – 282.

Una vez que culmine con la lectura puede realizar los ejercicios propuestos al final de la misma, con ello podrá poner en práctica lo aprendido.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Reforcemos el aprendizaje resolviendo las siguientes actividades:

1. **Modelación con funciones exponenciales:** practica realizando modelación con funciones exponenciales con los ejercicios disponible en Construye modelos exponenciales.
2. **Repaso sobre logaritmos:** es recomendable realizar una revisión de algunos conceptos relacionados con los logaritmos, para ello es

recomendable que revise las herramientas disponibles para la Introducción a logaritmos.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 13

Unidad 5. Funciones

5.5. Combinación de funciones

Al hablar de la combinación de funciones nos referimos a las operaciones que se pueden realizar con las funciones, entre las cuales se tiene las 4 operaciones aritméticas: suma, resta, multiplicación y división, adicional a estas se tiene a la composición de funciones, la cual consiste en introducir una función dentro de otra, en el apartado 5.4. Combinación de funciones, pp. 282 – 293, del **texto guía** Fundamentos matemáticos (2018), encontrará ejemplos de aplicación de cada una de estas operaciones. Recuerde contactarse con su tutor en caso de tener alguna duda o inconveniente.

Luego de la lectura realizada, puedes revisar el siguiente módulo didáctico, donde encontrarás ejemplos de aplicación, así como ejercicios propuestos, los cuales te ayudarán a verificar tus conocimientos sobre esta temática.

Combinación de funciones

5.6. Funciones inversas

A menudo en la vida cotidiana se hace uso de las funciones inversas, por ejemplo, cuando se quiere transformar la temperatura de grados Celsius a Fahrenheit y viceversa, en otras palabras, una función inversa lo que hace es revertir a una función, es decir, el dominio de la función pasa a ser el rango en la función inversa (la variable independiente pasa a ser la variable dependiente) y el rango de la función pasa a ser el dominio en la función inversa(la variable dependiente pasa a ser la variable independiente), es decir que para obtener la inversa lo que se realiza es despejar la variable independiente en función de la variable dependiente.

En el **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018) en el apartado 5.5, pp. 293 – 298, encontrará ejemplos de funciones inversas mediante forma algebraica, tabular y gráfica, así mismo se menciona la utilización de la composición de funciones como un mecanismo para validar que dos funciones sean inversas la una de la otra.

Hay que mencionar que hay ciertas restricciones a la hora de poder determinar la función inversa, esto debido a que se tienen tres tipos de funciones: función inyectiva, sobreyectiva y biyectiva en el apartado 5.4.2, pp. 299 – 308, del **texto guía.**

Luego de la lectura podrá haberse dado cuenta de que hay un método gráfico que permite evaluar brevemente si a una función hay que realizar alguna restricción para poder determinar su inversa, así mismo podrá identificar que las funciones de tipo biyectivas son aquellas que se pueden determinar su inversa sin necesidad de realizar restricción alguna.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Es hora de reforzar los conocimientos adquiridos resolviendo las siguientes actividades:

1. **Modelación con combinación de funciones:** practica realizando modelación con combinación de funciones con los ejercicios disponibles en: Modela con combinación de funciones.
2. **Determina si una función es invertible:** practica verificando si una función es invertible a través de los ejercicios disponibles en: Determina si una función es invertible.
3. **Restringe el dominio para invertir una función:** practica realizando restricciones en el dominio para poder invertir una función

desarrollando los ejercicios disponibles en: Restringe el dominio de funciones para hacerlas invertibles.

4. La presente autoevaluación le permitirá medir su aprendizaje, por lo cual es importante que la Asimismo, esta actividad le permitirá prepararse para la evaluación presencial.

Autoevaluación 5

Para lo cual en cada pregunta seleccione el literal correcto.

1. Seleccione las relaciones que se podrían tomar como ejemplo de una función.

   a. La relación entre persona y la fecha de nacimiento.
   b. La relación entre persona y número celular.
   c. La relación entre persona y correo electrónico.
   d. La relación entre persona y la identificación.

2. Complete: la gráfica de un conjunto de puntos en un plano de coordenadas es la gráfica de una función si toda recta ____________ la cruza en ____________.

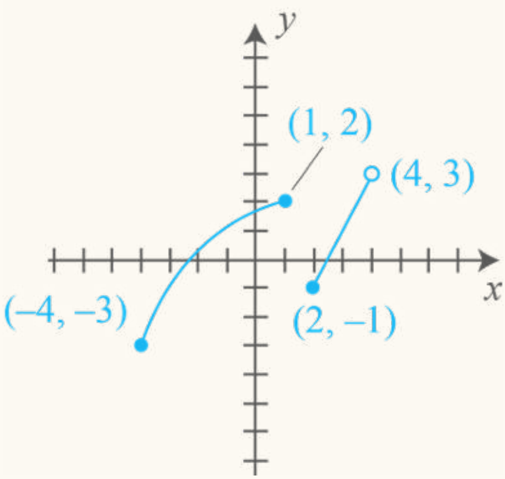
   a. Horizontal, un solo punto.
   b. Vertical, un solo punto.
   c. Vertical, un punto o más.
   d. Horizontal, un punto o más.

3. Dada la siguiente función qué valores deben ser excluidos del dominio

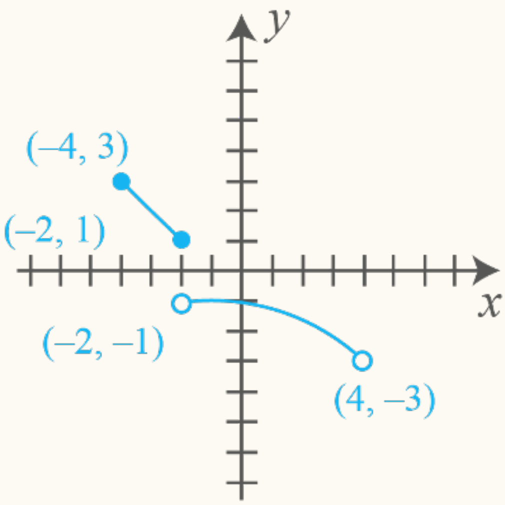
   $$f(x) = \frac{x-5}{x^2-16}.$$

   a. x=5
   b. x=-5
   c. x=4
   d. x=-4

4. Dada la siguiente gráfica de una función. Determine su dominio y rango.



5. Dada la siguiente gráfica de una función, seleccione los valores que forman parte del rango.



a. 1
b. -2

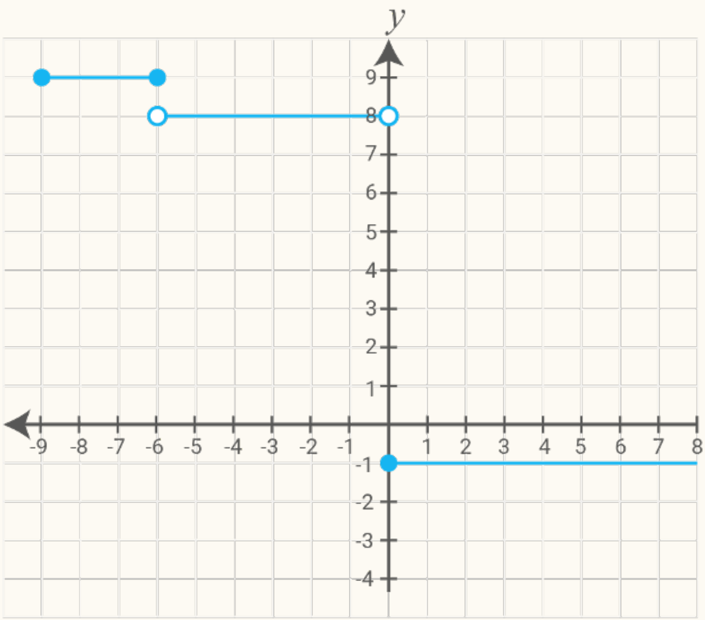
c. 0
d. -1

6. A continuación, está es la gráfica de una función definida por partes. **Seleccione los intervalos correctos para obtener una fórmula para g(x)**

g(x)=9

g(x)=8

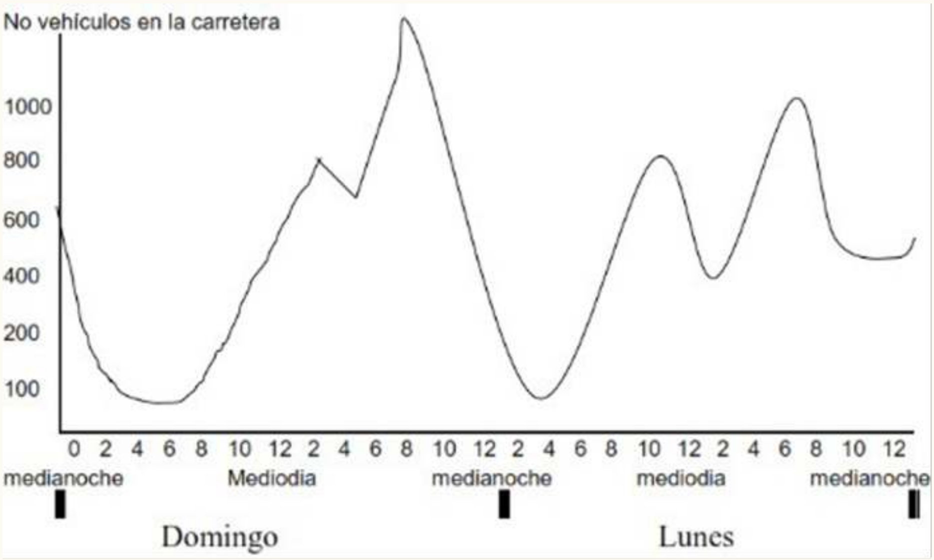
g(x)=-1



a. 1. (-9, -6) 2. (-6,0) 3. (0,9]
b. 1. (-9, -6) 2. [-6,0] 3. (0,9]
c. 1. [-9, -6] 2. [-6,0] 3. [0,9)
d. 1. [-9, -6] 2. (-6,0) 3. [0,9)

7. Se realizó un informe para estudiar el volumen de tráfico que circula por una de las carreteras que conecta Quito con Santo Domingo. Los resultados se publicaron mediante la gráfica, que muestra el número

de vehículos que usa esta carretera en cada momento de tiempo durante un domingo y un lunes de abril.



Determine las dos proposiciones que son verdaderas.

a. En la madrugada del domingo y lunes hay menor tráfico de vehículos.
b. A las 4 de la tarde del domingo es donde se observa el mayor tráfico.
c. A las 8 de la noche del domingo y 7 de la noche del lunes se puede observar que el tráfico fue mayor.
d. A las 10 de la mañana del lunes es donde se observa el mayor tráfico.

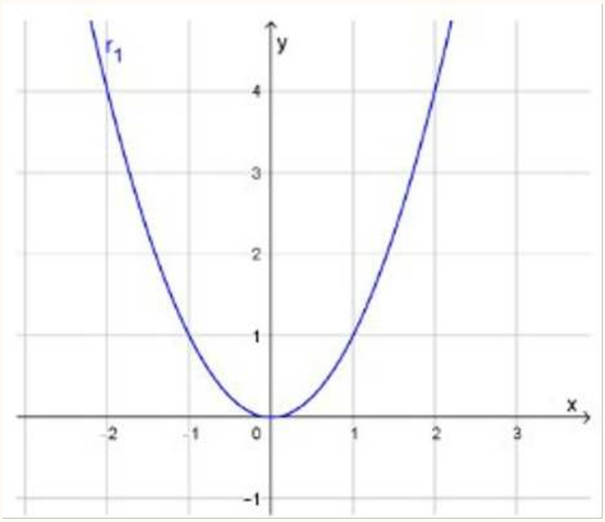
8. Complete: es necesario reconocer el vértice de la parábola cuando se requiere encontrar el ____________ de una función cuadrática y los valores ____________ o ____________.

a. Máximo, del rango, del dominio.
b. Mínimo, del rango, del dominio.

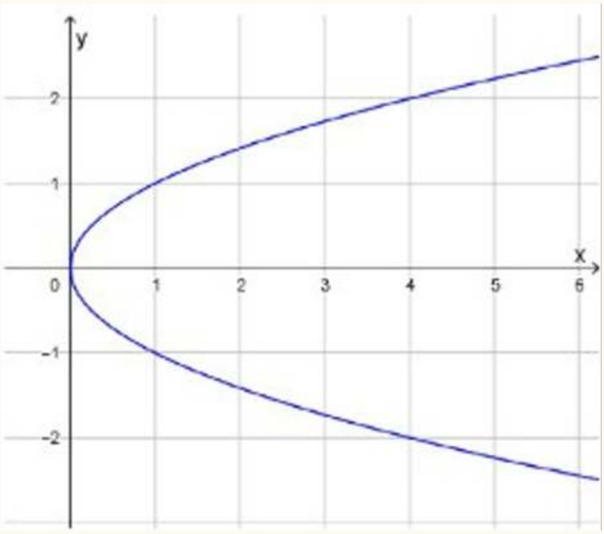
c. Dominio, máximo, mínimo.
d. Rango, máximo, mínimo.

9. Seleccione las gráficas que representan a una función cuadrática en el plano cartesiano.

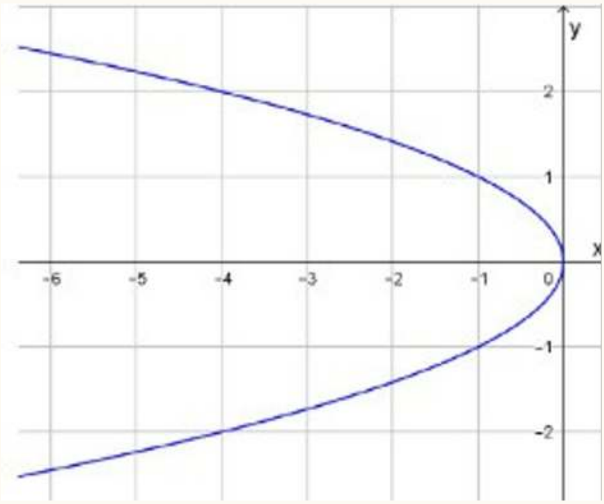
a.



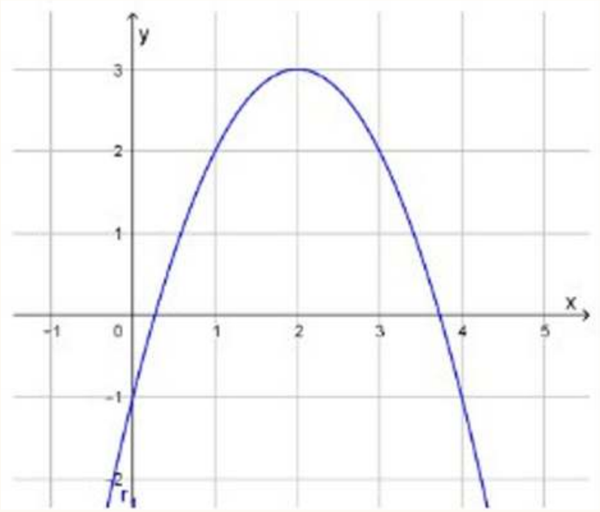
b.



c.



d.



10. En un laboratorio se tiene un cultivo bacteriano, con un peso inicial de 3 gr, si su peso se duplica cada día. ¿Cuál es la función exponencial?

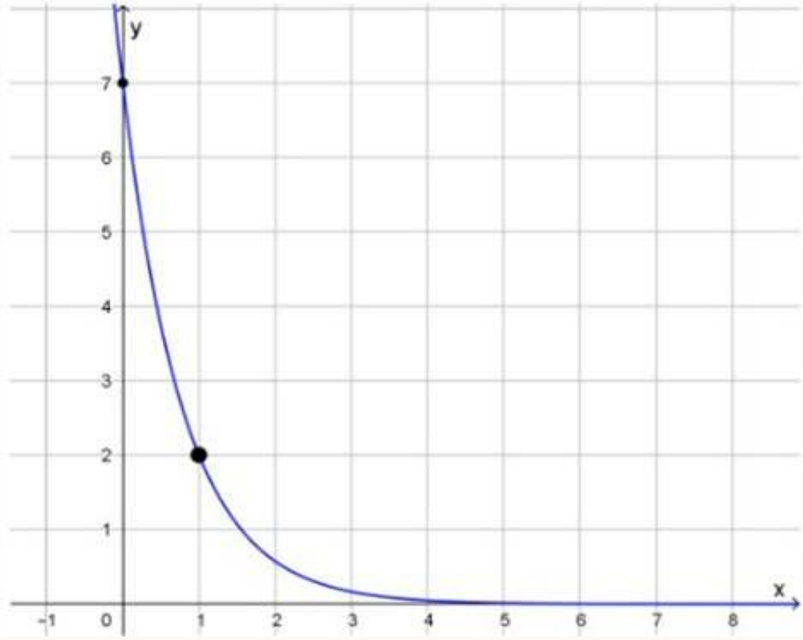
    a. $f(x) = 3 \cdot x^2$

    b. $f(x) = 3 \cdot e^{2x}$

c. $f(x) = 3 \cdot 2^{x}$

d. $f(x) = 3 \cdot 2^{2x}$

11. La función exponencial f(x) está representada en la gráfica siguiente.



Con la información que se presenta en la gráfica determine:

a. Determine la función exponencial f(x) que representa a la gráfica.
b. ¿Es una función creciente o decreciente?
c. Determine el porcentaje al que crece o decrece.
d. Determine el valor inicial.

12. Complete: dada la función $f(x) = a$ para que sea exponencial debe cumplir que ____________ y ____________, así mismo debe cumplir que ____________ para que sea creciente.

a. $a > 0, a \neq 1, a \neq 1$

b. $a > 0, a \neq 0, a > 1$

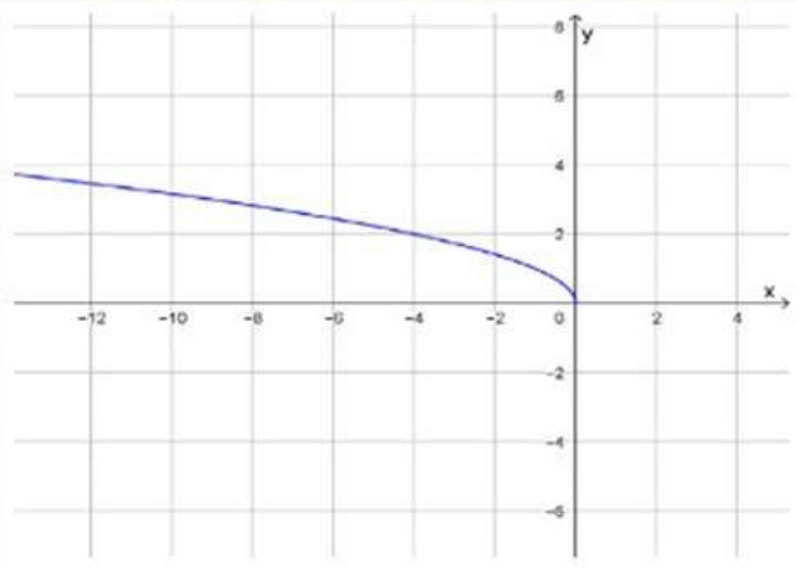
c. $a < 1, a \neq 0, a < 1$

d. $a > 0, a \neq 1, a > 1$

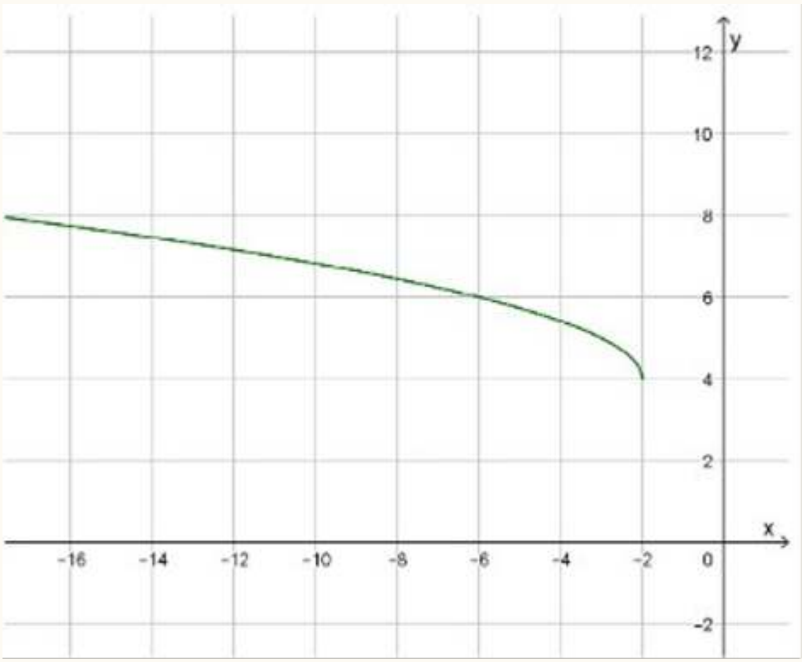
13. Seleccione el enunciado que sea correcto.

a. Una función logarítmica también es conocida como identidad de la función exponencial.
b. Las funciones logarítmicas se representan como: (x), con a > 0.
c. La equivalencia para: x=i es ai=x.
d. La forma logarítmica para 43=64, sería: 64=4.

14. En la gráfica siguiente se muestra la función f(x).



Y en la gráfica siguiente se muestra traslaciones que se han realizado en f(x).



Seleccione una opción que determine las traslaciones que se han realizado en la función f(x).

a. $f(x-2)+4$

b. $f(x+2)+4$

c. $f(x-2)-4$

d. $f(x+2)-4$

15. Dada una función f(x), ¿cuál de las siguientes representa una traslación vertical de 2 unidades hacia arriba, seguida de una reflexión con respecto al eje y?

a. $f(-x)+2$

b. $2-f(x)$

c. $f(2-x)$

d. $f(x)-2$

16. Dada una función f, ¿cuál de las siguientes representa una reflexión con respecto al eje x, seguida de un alargamiento horizontal en un factor de 1/2?

a. $-2f(x)$

b. $-f(2x)$

c. $-f(x/2)$

d. $f(-x)/2$

17. Sean las funciones $f(x)=\frac{3x+2}{2x+6}$ y $g(x)=\frac{3x-3}{x}$,determine las operaciones.

a. $f(x)+g(x)$

b. $f(x)-g(x)$

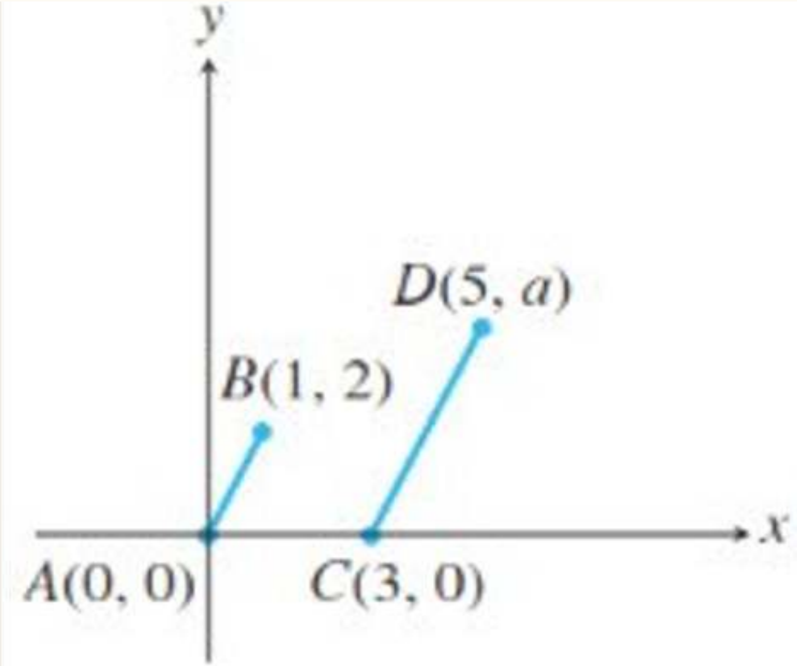
c. $f(x)\cdot g(x)$

d. $\frac{f(x)}{g(x)}$

18. Mediante la composición de funciones, verifique que la función $f(x)=x^3$ es la función inversa de $g(x)-=\sqrt[3]{x}$

19. Determine la función inversa de $f(x)=3x+8$

20. Determine el valor de **a** de la coordenada **D** de modo que los segmentos de recta AB y CD sean paralelos.



Ir al solucionario

Resultado de aprendizaje 20 a 24:

- Calcula el límite de funciones.
- Conoce las propiedades de las funciones continuas.
- Demuestra enunciados sencillos de la matemática y aplicación de la lógica.
- El estudiante calcula el límite de funciones, reconoce y aplica las propiedades de las funciones continuas.
- Reconoce y demuestra la continuidad de una función real.

Para alcanzar los resultados de aprendizaje que nos encamine al logro de los aprendizajes, vamos a partir de la definición, leyes y propiedades que se cumplen y pueden ser aplicadas para el estudio de los límites y continuidad, solo después de esto realizar correctamente las aplicaciones que nos permitirán utilizar el lenguaje matemático adecuado para la modelización y resolución de problemas. Sin descuidar que el modelaje estará referido a situaciones de la vida cotidiana y relacionadas con el entorno natural y social.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.

Semana 14

Unidad 6. Límites y continuidad

El estudio de los límites y continuidad son importantes, puesto que son la base fundamental del cálculo. Estos conceptos se pueden evidenciar en muchos hechos, fenómenos y actividades prácticas, la ciencia y la tecnología.

Aunque muchas de las veces no somos conscientes de la mayor parte de cosas que suceden en nuestro entorno, estas nos son de utilidad en suma medida y facilitan nuestro interactuar natural y social; este es el caso del conocimiento de límites, cuyos conceptos básicos nos acompañan en todo momento, como, por ejemplo: en la determinación de velocidad instantánea, tasas de cambio, comportamiento de una función en determinadas condiciones, continuidad, etc.

Por tanto, en esta unidad se estudiarán los principales conceptos de límites y continuidad, de tal forma que el educando logre la capacidad de calcular el límite de una función y aplicar las propiedades de las funciones continuas.

6.1. Límites

Cuando tratamos sobre límites, nos estamos refiriendo al valor al que tiende la función cuando nos aproximamos a un punto determinado en una función. Para ello, nos vamos a apoyar en el siguiente módulo didáctico, que contiene tres videos donde se muestra una noción intuitiva sobre este tema.

Límites

Podemos profundizar lo visto en los videos con una lectura del apartado 6.1 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 319-326.

Adicionalmente, podrás encontrar sobre leyes de los límites, límites laterales, límites inexistentes y límites en lo infinito. Luego de esto, puedes realizar la actividad recomendada de ejercicios sobre límites en la cual podrás poner en práctica lo aprendido en esta temática.

Actividad de aprendizaje recomendada

A continuación, le invito a realizar la siguiente actividad:

Ejercicios sobre límites: practica realizando ejercicios sobre cálculo de límites con el Desafío sobre fundamentos de los límites.

Semana 15

Unidad 6. Límites y continuidad

6.2. Continuidad

La naturaleza a diario nos propone problemas de aplicación de funciones en los que notablemente tenemos que acudir a los conceptos de continuidad, por ejemplo: la eficiencia del servicio de ancho de banda de *Internet* puede modelarse como una función continua por tramos, lo que indicará que no existe continuidad en el servicio en determinados instantes o intervalos de tiempo.

En esta sección se estudiará la continuidad de una función y la aplicación de esta. Para ello, vamos a revisar el siguiente módulo didáctico, que presenta tres videos explicativos sobre cómo evaluar la continuidad de una función.

Continuidad

Podemos profundizar lo visto en los videos con una lectura del apartado 6.2 del **texto-guía** Fundamentos matemáticos (2018), pp. 327-333.

Adicional podrás encontrar ejemplos sobre la aplicación de dos teoremas, los cuales parten de la concepción de que una función es continua en un intervalo dado, de esta forma encontramos que en el teorema de Bolzano lo que permite saber si en un intervalo determinado hay una solución en la función, así mismo el teorema de Weierstraß lo que permite conocer si en un intervalo dado hay un máximo y un mínimo, vale recalcar que estos dos teoremas en ningún momento le indicarán el punto exacto donde está la solución, ni tampoco el punto máximo y punto mínimo. Luego de esto, puedes realizar la actividad recomendada sobre ejercicios de continuidad en el cual podrás poner en práctica lo aprendido sobre límites.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en las actividades que se describen a continuación:

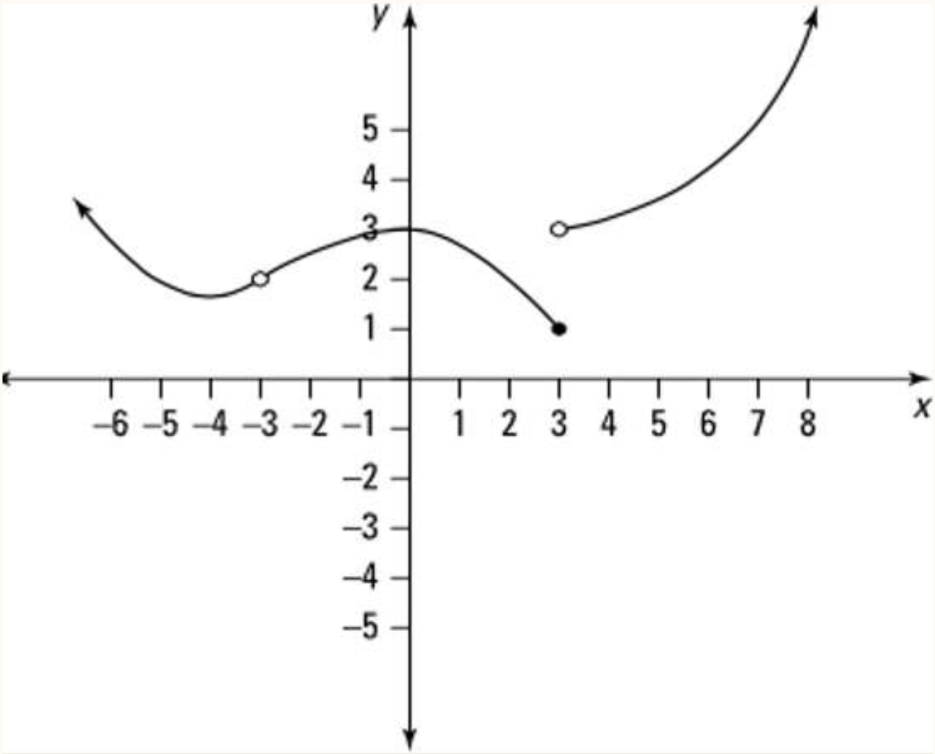
1. **Ejercicios sobre continuidad:** practica realizando ejercicios sobre evaluación de continuidad de funciones con el Desafío de continuidad.
2. **Ejercicios sobre el teorema de Bolzano:** practica realizando ejercicios sobre la aplicación del teorema de Bolzano.
3. **Ejercicios sobre el teorema de Weierstraß:** practica realizando ejercicios sobre la aplicación del teorema Weierstraß.
4. Le invito a reforzar sus conocimientos, participando en la siguiente autoevaluación:

   La presente autoevaluación le permitirá medir su aprendizaje, por lo cual es importante que la desarrolle. Asimismo, así mismo esta actividad le permitirá prepararse para la evaluación presencial, en cada pregunta de la 1 a la 9, seleccione el literal correcto, para las preguntas de la 10 a la 20, realice el procedimiento para resolver el problema planteado.

Autoevaluación 6

Para lo cual en cada pregunta de la 1 a la 9 seleccione el literal correcto, para las preguntas de la 10 a la 20, realice el procedimiento para resolver el problema planteado.

1. Use el gráfico para encontrar el límite de $lim_{x \to 3-} f(x)$



a. Cuando x se aproxima a 3 desde la izquierda, entonces y se aproxima a 1, tal que $lim_{x \to 3-} f(x) = 1$

b. Cuando x se aproxima a -3 desde la izquierda, entonces y se aproxima a 2, tal que $lim_{x \to 3-} f(x) = 2$

c. Cuando x se aproxima a 3 desde la izquierda, entonces y se aproxima a 3, tal que $lim_{x \to 3-} f(x) = 3$

d. Cuando x se aproxima a 3 desde la izquierda, entonces y se aproxima tanto a 3 como a 1, por lo que el límite no existe.

2. Evalúe el límite de $lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3}$

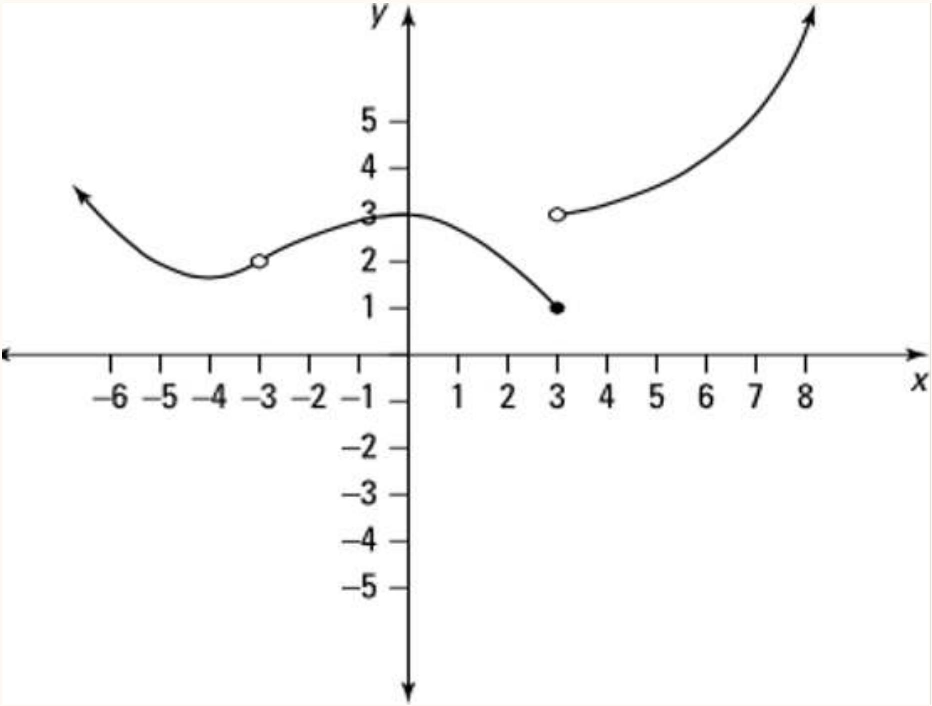
a. $lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = 4$

b. $lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = 0$

c. $lim_{x \to 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - 3} = \infty$

d. No es posible determinar el límite.

3. Use el gráfico para encontrar el límite de $lim_{x \to 3} f(x)$



a. Cuando x se aproxima a -3 por ambos lados, entonces y se aproxima a 3, tal que $lim_{x \to -3} f(x) = 3$

b. Cuando x se aproxima a -3 por ambos lados, entonces y se aproxima a 1, tal que $lim_{x \to -3} f(x) = 1$

c. Cuando x se aproxima a -3 por ambos lados, entonces y se aproxima a 2, tal que $lim_{x \to -3} f(x) = 2$

d. Cuando x se aproxima a -3 por ambos lados, entonces y se aproxima a -3, tal que $lim_{x \to -3} f(x) = -3$.

4.
Evalúe el límite de $lim_{x \to -5} \frac{x^2+5x}{x^2-25}$

a. $lim_{x \to -5} \frac{x^2+5x}{x^2-25} = -\frac{1}{2}$

b. $lim_{x \to -5} \frac{x^2+5x}{x^2-25} = \infty$

c. $lim_{x \to -5} \frac{x^2+5x}{x^2-25} = 0$

d. $lim_{x \to -5} \frac{x^2+5x}{x^2-25} = \frac{1}{2}$

5.
Evalúe el límite de $lim_{x \to 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+x}$

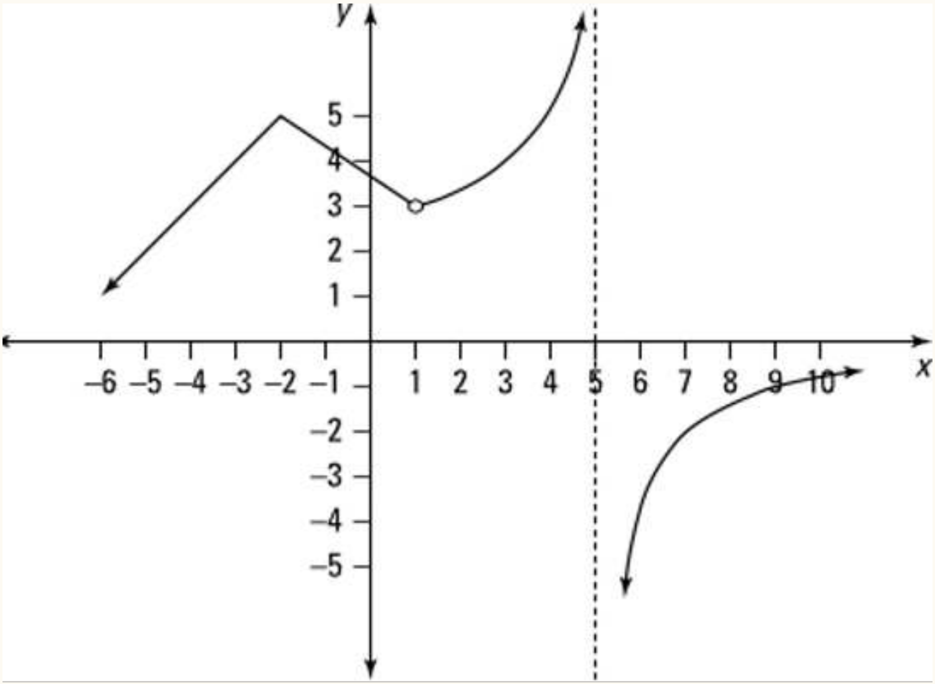
a. $lim_{x \to 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+x} = \infty$

b. $lim_{x \to 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+x} = 0$

c. $lim_{x \to 0} \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2+x} = 1$

d. No es posible determinar el límite.

6.
Use el gráfico para encontrar el límite de: $lim_{x \to 1-} f(x)$



a. Cuando x se aproxima a -1 desde la izquierda, entonces y se aproxima a 3, tal que $lim_{x \to 1-} f(x) = 3$

b. Cuando x se aproxima a 1 desde la izquierda, entonces y se aproxima a ∞, tal que $lim_{x \to 1-} f(x) = \infty$

c. Cuando x se aproxima a -1 desde la izquierda, entonces y se aproxima a ∞, tal que $lim_{x \to 1-} f(x) = \infty$

d. Cuando x se aproxima a 1 desde la izquierda, entonces y se aproxima a 3, tal que $lim_{x \to 1-} f(x) = 3$

7. La función g(x) está definida para todos los números reales. La tabla a continuación proporciona algunos valores de g(x).

Función g(x)						
x	3.9	3.99	3.999	4.001	4.01	4.1
g(x)	11.21	11.92	11.99	12.01	12.08	12.81

¿Cuál es un estimado razonable de $lim_{x \to 4}\ g(x)$?

a. 4.
b. 11.
c. 13.
d. 12.

8. La función f(x) está definida para todos los números reales. La tabla a continuación proporciona algunos valores de f(x).

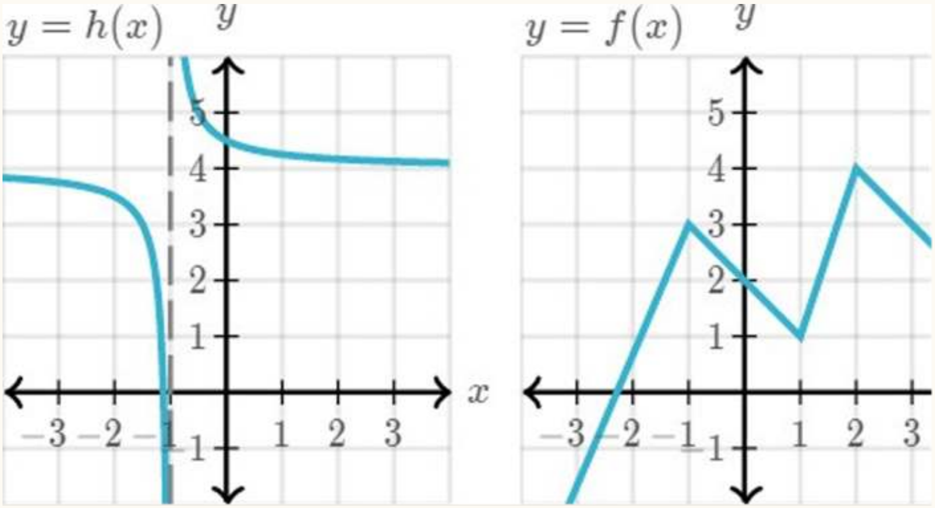
Función f(x)							
x	4.9	4.99	4.999	5	5.001	5.01	5.1
f(x)	3.21	3.92	3.99	6	3.99	3.85	3.71

¿Cuál es un estimado razonable de $lim_{x \to 5}\ f(x)$?

a. 6.
b. 5.
c. 3.99.
d. El límite no existe.

9. Dada las gráficas de las funciones f(x) y h(x). Encuentre el límite de:

$$lim_{x \to -1}[3f(x) - 2h(x)], lim_{x \to -1}[3f(x) - 2h(x)]$$



a. 0.
b. 6.
c. 9.
d. El límite no existe.

10. Sea $f(x) = x^2 + 3x - 5$ y $g(x) = x + 3$, determine los siguientes límites.

a. $lim_{x \to 0}[f(x) + g(x)]$

b. $lim_{x \to 0}[f(x) - g(x)]$

c. $lim_{x \to 0}[f(x) \cdot g(x)]$

d. $lim_{x \to 0}[\frac{f(x)}{g(x)}]$

11. Sea $f(x)=\frac{x-4}{x^2-3x-4}$ y $g(x)=\frac{1}{x+1}$, de respuesta a las siguientes interrogantes.

a. ¿f(x) está definida para x=4?
b. ¿Si una función no está definida en un punto, implica que el límite no existe en dicho punto?
c. ¿Las funciones f(x) y g(x) son funciones iguales?
d. Calcular $lim_{x\to 4} f(x)$ y $lim_{x\to 4} g(x)$

12. Determine si la función $f(x)=\frac{x^2-3x-4}{x-4}$, es continua, en caso de no serla determine el punto donde es discontinua.

13. Determine si la función $f(x)=x^2-4$, es continua, en caso de no serla determine el punto donde es discontinua

14. Sea la función definida por partes: $g(x)=\begin{cases} x+3 & , si \quad x\neq 2 \\ 5 & , si \quad x=2 \end{cases}$, determine si g(x), es continua.

15. Sea la función definida por partes: $g(x)=\begin{cases} 2x+1 & , si \quad x\neq 3 \\ -1 & , si \quad x=3 \end{cases}$, determine si g(x) es continua.

16. Si f(x) y g(x) son funciones continuas bajo qué condición el cociente de $\frac{f(x)}{g(x)}$, será discontinua.

17. Comprobar que la función $f(x) = 3x^3 + 2x - 2$, tiene una solución real en el intervalo [1,3].

18. Comprobar que la función $f(x) = x^2 - 4$, tiene una solución real en el intervalo [1, 3].

19. Aplique el teorema de Weierstraß para determinar si la función $f(x) = 0.2x^3 - x^2 - 1$ tiene un máximo y un mínimo en el intervalo cerrado [-2, 5]. Si en el intervalo dado no se cumple el teorema, grafique la función y determine el intervalo donde se cumpla el teorema.

20. Aplique el teorema de Weierstraß para determinar si la función $f(x) = x^3 - x^2$ tiene un máximo y un mínimo en el intervalo cerrado [0, 1]. Si en el intervalo dado no se cumple el teorema, grafique la función y determine el intervalo donde se cumpla el teorema.

Ir al solucionario

Resultados de aprendizaje 10, 15 a 24:

- Al concluir la asignatura el estudiante tendrá dominios en la aplicación de principios y procesos matemáticos básicos en situaciones cotidianas del ámbito personal, social y laboral; lo que ayudará en el análisis y producción de información de contenido Matemático proveniente de cualquier campo.
- Traduce al lenguaje matemático los problemas de matemáticas de la vida ordinaria.
- El estudiante aplica los conceptos básicos de sucesiones y series para resolver problemas.
- Caracteriza las funciones reales.
- El estudiante relaciona ejemplos prácticos en base a funciones o modelos de relación, e interpreta las operaciones y terminología asociados en su contexto para toma de decisiones.
- Opera con funciones de variable real.
- Calcula el límite de funciones.
- Conoce las propiedades de las funciones continuas.
- Demuestra enunciados sencillos de la matemática y aplicación de la lógica.
- El estudiante calcula el límite de funciones, reconoce y aplica las propiedades de las funciones continuas.
- Reconoce y demuestra la continuidad de una función real.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 16

Actividades finales del bimestre

Es momento de aplicar sus conocimientos a través de las actividades que se han planteado a continuación:

Actividad 1: participa de la videoconferencia donde se realizará un repaso para el examen bimestral.

En esta actividad se realizará una videoconferencia en la cual se realizará un repaso como preparación para el examen bimestral. Previamente, se ha enviado un conjunto de preguntas como insumo para esta videoconferencia.

Para participar de la misma debe ingresar en YouTube al canal de Luis Alberto Cuenca Macas.

Actividad 2: examen bimestral.

Revisa el horario de exámenes para que tengas claro el día y la hora de evaluación.

4. Autoevaluaciones

Autoevaluación 1

<table>
<tr><th>Pregunta</th><th>Respuesta</th><th>Retroalimentación</th></tr>
<tr><td>1</td><td>b</td><td>Por definición, número irracional es todo aquel que no puede ser expresado como una fracción de números enteros. Tal condición obliga a los números irracionales a contener infinitos decimales sin que estos puedan repetirse en porciones periódicas.
Ejemplos de números racionales son: el 2.090909... está compuesto por el entero 2 más la fracción periódica $\overline{09}$ (09090909...) que se expresa como: $2.\overline{09}$. La fracción periódica $\overline{09}$ es el producto de la división de 1/11, entonces, el número racional 2.090909... sería equivalente a la fracción mayor que 1: $2\frac{1}{11}$. En cuanto a números irracionales, el número pi, representa a la cantidad de diámetros que contiene la circunferencia, y también a otras procedencias, y carece de bloques de decimales que se repitan, entonces, es un número irracional: 3.14159265358979323846... y muchas cifras más.</td></tr>
<tr><td>2</td><td>d</td><td>En este caso, debe emplearse el MCM (Mínimo Común Múltiplo) de la serie de números ofrecida (precios unitarios). Se los coloca en orden y se busca para cada uno, su tabla de factores primos. Se seleccionan de entre todos los números (precios), cada factor primo con el mayor exponente (si están tabulados cada número en columnas, buscar en qué columna, cada factor primo se repite más veces), y luego, todos los factores primos que no se repitan entre los números, con sus exponentes correspondientes.
Así, entre 8, 10, 12 y 25, se produce la descomposición de factores primos:
El MCM de 8, 10, 12 y 25 se obtiene del producto de (23)(3)(52) = 8*3*25 = 60, y no hay ningún factor primo que no haya sido tomado en cuenta.
<table>
<tr><th colspan="5">Números</th></tr>
<tr><td></td><td>8</td><td>10</td><td>12</td><td>25</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Factores primos</td><td>2</td><td>2</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2</td><td>5</td><td>2</td><td>5</td></tr>
<tr><td>2</td><td></td><td>3</td><td></td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
3	b	La temperatura inicial es mayor, por lo que el cambio debe ser negativo. Cuando importa el sentido del cambio, la variación de la fórmula: $\triangle T = T_{final} - T_{inicial}$; en este caso: variación = -5 – (2) = -7.
4	c	Se trata de proporciones, lo que implica multiplicación con números fraccionarios. Así, la primera venta $\frac{2}{5}(60) = 24M$. La segunda venta es ¾ del sobrante (de 36 m): $\frac{3}{4}(36) = 27M$, por lo que el sobrante es: $\frac{1}{4}(36) = 9M$, debido a que sobró ¼ de 36 m, o también 60 – 24 – 27 = 9m, debido a la resta de la cantidad inicial menos las ventas (inventario de ventas).
5	c	Es una división por un número fraccionario. Si fuera un entero se identificaría rápidamente la división (si cada botella tuviera 2 litros, rápidamente se diera cuenta de que es una división del volumen total por la capacidad de cada botella). Debe recordarse cuando se divide por una fracción, el numerador se multiplica por el denominador de la fracción (que está en el denominador principal): $\frac{a}{\frac{b}{c}} = \frac{ac}{b}$
6	c	Es una división de un número fraccionario. En este caso, el denominador principal se multiplica por el denominador del numerador principal: $\frac{\frac{a}{b}}{c} = \frac{a}{bc}$
7	c	Similar al ejercicio 3.
8	b	Similar al ejercicio 2

<table>
<tr><th>Pregunta</th><th>Respuesta</th><th>Retroalimentación</th></tr>
<tr><td>9</td><td>a</td><td>El MCD (Máximo Común Divisor) es el máximo número que puede fungir como divisor entre una lista de números dividendos. Para averiguar cuál es el MCD, se debe realizar la tabla de factores de la lista de números, y se revisa cuál es el mayor factor común a todas las columnas de factores.
<table>
<tr><th colspan="3">Números</th></tr>
<tr><td>12</td><td>18</td><td>20</td></tr>
<tr><td>2</td><td>2</td><td>2</td></tr>
<tr><td>3</td><td>3</td><td>3</td></tr>
<tr><td>4</td><td>6</td><td>5</td></tr>
<tr><td>6</td><td>9</td><td>6</td></tr>
<tr><td>12</td><td>18</td><td>10</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>15</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>30</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><td>10</td><td>d</td><td>Para obtener la secuencia ascendente se puede dividir en cada fracción el numerador por el denominador, y comparar las expresiones decimales. También se puede comparar el numerador y el denominador de cada fracción; en este caso, 3/5 = 0.6 a simple vista (se multiplica por 2 al numerador y denominador); 5/9 es ligeramente superior a 0.5, esto es: 0.5 periódico; 7/13 y 4/7 no son tan inmediatos de ubicar.</td></tr>
<tr><td>11</td><td>b</td><td>La distancia es un ejemplo de variación (en este caso de posición). Ver ejercicio 3.</td></tr>
<tr><td>12</td><td>c</td><td>Una división entre fracciones es un caso similar a los ejercicios 5 y 6, $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{ad}{bc}$ propiedades de las fracciones.</td></tr>
<tr><td>13</td><td>b</td><td>El número tiene un signo y la operación tiene un signo. En este caso el exponente opera sobre el número 4 y no sobre el signo (-). Sería equivalente a $-(4^2)$ = -16. Si se expresa $(-4)^2 = ((-1)(4))^2 =$ $(-1)^2(4)^2$ = 16, se operaría sobre toda la expresión, incluida el signo, que sería el signo del numero. Es importante definir con paréntesis el argumento de la potenciación.</td></tr>
</table>

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
14	a	Una expresión con exponente: (ab) que se potencia a un exponente: (ab)c = (abc), se multiplican los exponentes. Una expresión donde factores con base común se potencian a exponentes, es equivalente a la base común potenciada a la suma de los exponentes: abac = ab+c.
15	a	Para resolver ejercicios con raíces, el primer paso es reemplazar dichas raíces por exponentes fraccionarios. Así, $\sqrt[a]{b^c d^e} = (b^c d^e)^{\frac{1}{a}} = b^{\frac{c}{a}} d^{\frac{e}{a}}$
16	c	Según las leyes de los logaritmos, el logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores. El logaritmo de una fracción es igual a la resta del logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor. El logaritmo de una base elevada a un exponente es igual al exponente multiplicado por el logaritmo de la base. Así, $log_n \frac{a^b}{c^d e^f} = b\, log_n a - d\, log_n c - f\, log_n e$
17	a	Similar al ejercicio 16, pero el proceso inverso.
18	d	El plano complejo se compone de dos ejes: el eje X es el Eje Real, el eje Y es el Eje Imaginario. Entonces, un número complejo consta de una componente Real (x), una Imaginaria (y). Sí contuviera solo un componente, sería un número Real (P = x; o P(x, 0)), o Imaginario (P = yi; o P(0, y)). El punto A tiene su componente Real = 1, su componente Imaginario = 3, por lo que la expresión A=1+3i se grafica en el plano complejo A(1, 3).
19	b	Similar a 10.
20	b	Similar a 4. Es una multiplicación por un número fraccionario.

Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 2

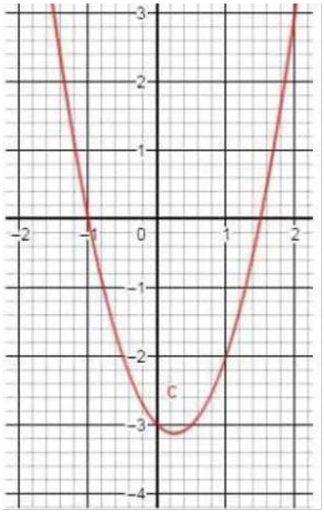
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	b	El lenguaje matemático es más exacto que el coloquial porque es específico y no admite varias interpretaciones. Coloquialmente, se utiliza expresiones para indicar operaciones o comparaciones: más (+), menos (-), veces o multiplicado (x), doble (x 2), triple (x 3), entre o dividido (/); equivalente, igual, tal como, (=), mayor que (>), menor que (<), etc.
2	a	Se puede realizar operaciones de suma y resta con áreas. En este caso es la resta de dos áreas que se asumen como cuadradas: x^2 es el área mayor o total, y^2 es el área menor (celeste). Según esto, el área verde es la resta del área mayor menos el área celeste. Existen otras formas de calcularla, pero más complicadas.
3	c	Se conoce como racionalización a la eliminación de los radicales del denominador de una expresión fraccionaria. Se realiza esta operación para simplificar la expresión, y también para controlar la variable dependiente según los intervalos de la variable independiente. Cuando se tiene un binomio con raíz cuadrada en el denominador, se multiplica la expresión por 1 (para no afectarla), pero expresado este 1 como otra fracción cuyo numerador y denominador son iguales al conjugado del denominador de la fracción original. Así, se quiere racionalizar la expresión: $\frac{a+b}{\sqrt{c}+e}=\frac{a+b}{\sqrt{c}+e}(1)=\frac{a+b}{\sqrt{c}+e}\frac{\sqrt{c}-e}{\sqrt{c}-e}=\frac{(a+b)(\sqrt{c}-e)}{c-e^2}$. Por diferencia de cuadrados (en el denominador).
4	b	Se conoce como polinomio a una expresión formada por términos donde está la variable elevada a exponentes enteros positivos o cero. Una expresión racional es la expresión fraccionaria, cuyos numerador y denominador son polinomios. En este ejercicio, p y q indica que son números porque se ha escogido los polinomios más simples: serían los coeficientes de la variable elevada a cero: p = ax0 = a; q = bx0 = b.
5	c	Si se divide 1 torta para 2 personas, resulta 1/2 torta a cada una. Si se divide 1 (torta) por 1/3 (de persona), quiere decir que generará mayor cantidad que si se dividiera por 1, esto es (tortas) por cada 1/3 (de persona).

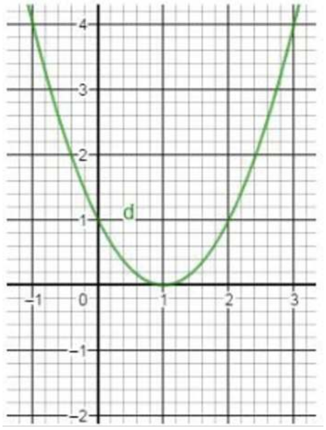
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
6	d	El método de Ruffini para la división permite simplificar y trabajar únicamente con los coeficientes de los términos de un polinomio dividido por el binomio x-a, tal que a es un número entero. El algoritmo se basa en que es más fácil multiplicar que dividir. Sea el polinomio: $2x^3+3x^2-3x+5$ dividido por $x-2$, se lo vería: 2 3 -3 5 4 14 22 2 7 11 27 por 2, donde los primeros 3 coeficientes se refieren al cociente: 2 x 2 + 7x + 11, y el residuo: 27.
7	a	El divisor según el algoritmo de Ruffini tiene la forma x-a, quiere decir que si la división del polinomio por x-a da un residuo 0: $\frac{p(x)}{x-a}=q(x)+0$ indicaría que $q(x)(x-a)=p(x)$. Se conoce como raíz al valor de x que torna cero el valor del polinomio. Según esto, si x=a, se reemplaza x por a en el producto $q(x)(x-a)=q(x)(a-a=0)$, lo que quiere decir que x=a es una raíz del polinomio p(x).
8	d	El polinomio tiene la forma: $a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+\ldots+a_1x^1+a_0$, donde ai, es un número real, n es un número entero, lo que indica que el polinomio tiene un número finito de términos.
9	c	$(a+b)(a-b)=a^2+ab-ab+b^2=a^2-b^2$
10	a	El trinomio cuadrado perfecto tiene la forma: $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$
11	a	Se puede explicar el trinomio cuadrado perfecto de forma geométrica si se trazan cuadrados de lado a y b, y dos rectángulos de lados a y b. La suma de las áreas de estos cuadrados y rectángulos dan como resultado el área del cuadrado de lado a+b.
12	b	Se conoce como términos semejantes a los algebraicos que tienen iguales variables elevadas a los mismos exponentes, así sus coeficientes (numéricos o literales) fueran diferentes.
13	d	La expresión: $\frac{1}{2}x^3y^2+\frac{1}{3}x^3y^2$ tiene términos semejantes y los coeficientes numéricos son fraccionarios que pueden sumarse, resultando un término: $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}=\frac{3+2}{6}=\frac{5}{6}x^3y^2$
14	b	La diferencia de cuadrados es un caso de factorización o productos notables. Ver ejercicio 9.

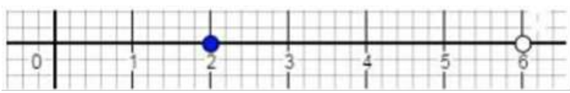
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
15	a	Un caso más general de factorización del producto de dos binomios es: $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$, que se lo puede leer: el trinomio se compone del cuadrado de x más la suma algebraica de los términos independientes más el producto de los términos independientes. En este caso -7- 2=-9, y (-7)(-2)=14, serían el coeficiente de x y el término independiente, respectivamente. Existe un caso más general aún: $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+db$. Es importante cuidar las operaciones de los signos de los coeficiente.
16	a	A menudo, es posible factorizar una expresión utilizando más de un caso típico. Este ejercicio presenta dos casos: factor común (4n) y diferencia de cuadrados (n+1)(n-1).
17	c	Se tiene un cuadrado cuyo lado está cuantificado como una expresión algebraica: 3b -7. El perímetro del cuadrado es la suma de sus lados o su lado multiplicado por 4, en este caso: 4(3b -7) = 12b -28.
18	d	El área de un paralelogramo es base por altura. El cuadrado y el rectángulo son paralelogramos. Si el largo es (x+9) y el ancho (x+9), el área sería similar a los ejercicios 2, 9 y 14. $A=(x+9)(x-9)=x^2+9x-9x-81=x^2-81$
19	d	Similar al ejercicio 2.
20	d	En álgebra, al igual que aritmética, los signos de agrupación tienen un orden que debe respetarse, realizando las operaciones de una manera jerárquica, independientemente de la forma de estos signos: (), [ ], { }, etc. Así: 4(x+2)-3{2x+[4(x-4)-2(2x-3)]} =4x+8-3{2x+[4x-16-4x+6]}=4x+8-3{2x- 10}=4x+8-6x+30=-2x+38
		Ir a la autoevaluación

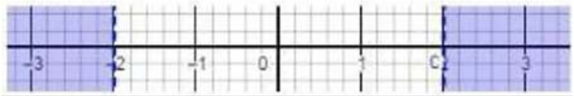
Autoevaluación 3

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	a	Una ecuación se la asocia con una balanza de platillos, donde el brazo que los sostiene es el signo =, y las expresiones a cada lado, los platillos. Para que el brazo se mantenga horizontal es necesario colocar o retirar el mismo peso de cada platillo. De igual forma, la misma operación debe realizarse en ambos miembros. Cuando se dice: el término positivo "pasa restando al otro miembro," lo que se ha hecho es restar a ambos miembros el mismo término positivo; en el miembro donde estuvo el término positivo se anulará con esta resta y en el otro miembro, permanecerá el término negativo: x+2=5y-3; x+2-2=5y-3-2; x=5y-3-2; x=5y-3-2=5y-5. La igualdad no se perdió.
2	a	Evalúe la expresión: y = $3x^2$ -2x + 5, cuando x = -1. Esto quiere decir: reemplace x por 1 en la ecuación. Quedaría: y = $3(-1)^2$ -2(-1) +5 = 3 + 2 + 5 = 10; y = 10 cuando x = -1.
3	b	Una ecuación algebraica está formada por variables y expresiones numéricas. Si con las mismas variables se puede conformar otra ecuación tal que si se adjudica los mismos valores a las respectivas variables, las dos ecuaciones permanecen consistentes (el miembro izquierdo es igual al derecho), se dice que ambas ecuaciones son equivalentes, porque contienen el mismo conjunto de valores que hacen verdadera a la ecuación, o conjunto solución.
4	b	Una ecuación lineal es la que contiene variables con exponentes 1 o 0. Cuando se la traza, se obtiene una línea recta. Así, una ecuación lineal de una variable: x + 5 = 0, quiere decir que sobre la recta numérica o de los reales, es el punto cuando x = -5. Con dos variables, se la traza sobre el plano cartesiano: y = 3x -2; quiere decir que es la recta que pasa por los puntos (0, -2) y (2/3, 0). Con tres variables, se la traza en el espacio de tres dimensiones: x + y + z = 0, es la que pasa por el origen de coordenadas y equidista de los tres ejes de coordenadas en el octeto 1.
5	b	La ecuación cuadrática de una variable: $ax^2+bx+c=0$, por medio de operaciones algebraicas se despeja $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$, donde el discriminante $b^2-4ac\geq 0$, para que x tenga valores reales. Los valores de x se conocen como raíces de la ecuación cuadrática. Si, x tendrá 2 valores o raíces reales distintas; si, x tendrá un valor real, y si, x tendrá 2 raíces complejas. Si se traza la ecuación sobre la recta numérica, las raíces reales estarán representadas como puntos (1 o 2).
6	a	Ver ejercicio 5.

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
7	b	La ecuación cuadrática es un polinomio de grado 2. Puede ser factorizado por $(ax+b)(cx+d)=acx^2+(ad+bc)x+db$, o completando el trinomio cuadrado perfecto, si los coeficientes así lo permiten, o aplicando la fórmula cuadrática del ejercicio 5.
8	d	Ver ejercicio 5.
9	b	La ecuación cuadrática de dos variables (x, y) se la traza sobre el plano cartesiano, con la forma de una parábola, donde las raíces reales se aprecian como puntos sobre el eje x. Sea $y=2x^2-x-3$ se graficaría: 

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
10	c	Cuando $b^2 = 4ac$, se produce un punto si la ecuación es de una variable, y la parábola toca en un punto al eje x si la ecuación es de dos variables. Por ejemplo: $x^2 - 2x + 1 = y$ 
11	b	Los pasos para resolver un problema son: 1. Leer el problema. 2. Obtener los datos y realizar las relaciones (ecuaciones) entre ellos. 3. Resolver las ecuaciones. 4. Interpretar los resultados. Las ecuaciones serían: J = C + 8; J - 16 = 3(C-16). Se despeja J en ambas ecuaciones y queda: C = 20, J = 28.
12	d	Es un problema con dos variables (incógnitas: x, w). La ecuación es: 98 – 3x = w, esto es, luego de x meses, Jorge habrá bajado 3x kg y tendrá un peso w de 98 – 3x kg. Hay que entender que es una ecuación lineal, y que como modelo puede funcionar un tiempo, pero x no puede tomar valores ni negativos, ni positivos muy grandes. Esto quiere decir que es un modelo que puede ser útil, pero tiene sus límites.
13	b	Es un problema con una variable (n). Tiene una palabra ambigua: mismo (porque no se sabe si se refiere al número o al valor de la mitad de un número). La ecuación es $\frac{n}{2} + \frac{n}{3} = 150$. Se opera y despeja n. n = 180.

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
14	c	Es un problema con 3 variables (A, B, C). Las ecuaciones son: B = 2A, C = 3B/2, A + B + C = 180. Existen varios métodos de resolución de sistemas de ecuaciones. Uno es despejar B en las dos primeras ecuaciones y reemplazarlas en la tercera. Con esto se logran dos ecuaciones con dos incógnitas (A, C). Luego se despeja una misma incógnita en las ecuaciones logradas y se igualan los miembros correspondientes. C = 3(2A)/2 = 3A A + 2A + 3A = 180 6A = 180 A = 180/6 = 30 C = 3(30) = 90 B = 2(30) = 60
15	a	Es un problema con una variable (f). La ecuación sería: $\frac{x}{4}+\frac{2x}{5}+140000=x$. Se agrupan los términos de x en un miembro y se resuelve.
16	c	Se tiene una ecuación con un término en cada miembro. Entre sí, las variables son factores. Se aplica la regla de las ecuaciones con los factores: a cada miembro se multiplica o divide por el mismo valor. $w\left(\frac{ab}{w}\right)=wk, ab=wk$. Se divide ambos miembros por k: $\frac{(ab)}{k}=\frac{wk}{k}, \frac{ab}{k}=w, w=\frac{ab}{k}$, por propiedad reflexiva de los reales.
17	d	Si bien la igualdad o ecuación se asocia con el brazo horizontal de una balanza de platillos, las desigualdades representarían según este modelo a cualquier otra posición del brazo de la balanza. Entonces, el signo > o >= indica que lo que está a la izquierda es mayor que lo que está a la derecha del signo. Lo opuesto ocurre con < o <=.
18	c	Los signos de agrupación [ ], () se utilizan para denotar que el extremo o límite izquierdo [, (de un intervalo, está incluido [, o no (. Lo mismo ocurre con el derecho. En este caso, representan al intervalo:  en el que está incluido el punto x = 2, pero no x = 6, como muestra

<table>
<tr><th>Pregunta</th><th>Respuesta</th><th>Retroalimentación</th></tr>
<tr><td>19</td><td>c</td><td>El valor absoluto es una operación que resta el signo de su argumento. Así, si a < 0, |a| = -a, para que |a| > 0 por definición. Si a >= 0, entonces |a| = a. Entonces, en |a| > b, se compone de dos intervalos: a > b si a >= 0, y a < -b. si a < 0. El gráfico representa a |x| > 2, lo que se traduce como cualquier valor entre -infinito y -2 (excluidos), unión, cualquier valor entre 2 e infinito (excluidos):
</td></tr>
<tr><td>20</td><td>a</td><td>Si se toma como ancho a la menor dimensión del rectángulo, este debería ser inferior a 7 porque la mitad del perímetro es 14, y debería ser inferior a la raíz cuadrada de 45 (6.7082...).</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Ir a la autoevaluación</td></tr>
</table>

Autoevaluación 4

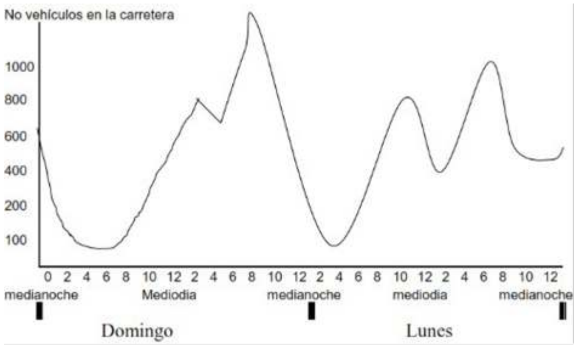
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	a	Un elemento de una sucesión aritmética tiene la forma: $a_{k+1} = a_k + d$, donde a, d son números reales.
2	b	Un elemento a$_n$ (en la posición n de la sucesión) puede ser hallado: $a_n = a_1 + (n-1)^d$. Así, se encuentra d: $a^2 - a_1 = d = 6 - 2 = 4$; se encuentran los elementos: $a_n = 2 + 4(n-1); a_{15} = 2 + (15-1)4 = 58; a_{19} = 2 + (19-1)4 = 74$
3	a	Se encuentra d entre dos elementos consecutivos (separados por "," que no haya espacios), por ejemplo - 4, -2: d = 2. Si a1=-4, entonces $a_3 = -4 + 2(3-1) = 0$
4	d	$d = a_k - a_{k-1}$. Ver el ejercicio 2.
5	c	Se encuentra d entre dos elementos consecutivos: $d = a_k - a_{k-1} = x - 1 - (x+4) = -3$; el siguiente elemento es $a_5 = a_4 + d = x - 5 + (-3) = x - 8$
6	a	La relación o razón r entre dos elementos consecutivos de una sucesión geométrica está dada por: $a_{k+1} = a_k r$
7	c	Se encuentra la razón $r = \frac{a_{k-1}}{a_k} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{9}{3} = 3$
8	a	Se encuentra la razón $r = \frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$. Se encuentra el término n: $a_n = a_1 r^{n-1} = \frac{1}{2}(\frac{1}{2})^{n-1} = (\frac{1}{2})^n$. Se calcula el quinto término: $a_5 = a_1 r^{5-1} = \frac{1}{2}(\frac{1}{2})^{5-1} = (\frac{1}{2})^5 = \frac{1}{32}$. Se calcula el octavo término: $a_8 = a_1 r^{8-1} = \frac{1}{2}(\frac{1}{2})^{8-1} = (\frac{1}{2})^8 = \frac{1}{256}$
9	c	Se encuentra $r = \frac{a_{k-1}}{a_k} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{-\frac{5}{4}}{5} = -\frac{1}{4}$. Recuerde que los términos de la sucesión y r son números reales, n es entero positivo

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
10	a, d	Se prueba la primera serie como geométrica buscando $r = \frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{3}{-3} = -1$ $r = \frac{a_{k+1}}{a_k} = \frac{a_3}{a_2} = \frac{-3}{3} = -1$, se comprueba el patrón 3, -3, ..., y que r se mantiene, por lo tanto, es una sucesión geométrica. Lo mismo se debe probar con todas, porque puede haber más de una solución
11	d	Si se conoce ak y r, se puede hallar cualquier término: $a_1 = \frac{a_5}{r^{5-1}} = \frac{16}{2^4} = 1$
12	c	Similar a los ejercicios 7, 9, 10.
13	d	Similar al ejercicio 10.
14	a	Se averigua el entero divisible por 6 más cercano a 390 y 36: $\frac{390}{6} = 65; \frac{36}{6} = 6$. Por lo tanto, existen 65 enteros múltiplos de 6 hasta el 390, y 6 hasta el 36, por lo que se debe restar el mayor menos el menor y sumarle 1 porque el 36 y el 390 están incluidos: 65 -6 + 1 = 60.
15	d	Se averigua el número de pares hasta 999: 999/2 =499.5. Quiere decir que hay 498 números pares hasta 998, o 500 números pares hasta 1000, donde el primer número par es el 2. Si se resta 1 a 1000 y a 2, se obtienen los límites de búsqueda, lo que indica que existirían 500 números impares entre 1 y 999, incluidos estos.
16	a	La sumatoria de una sucesión aritmética es: $S = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$. Si se multiplica por 2 al número de términos n se halla el elemento a_n. Conocidos los elementos de la fórmula, se opera: $S = \frac{100}{2}(2 + 100) = 10100$
17	a	Similar a los ejercicios 14 y 15.
18	a	Se tiene n = 50, a1 = -1. Se calcula el elemento a50: -50(2) + 1 = -99 porque equivale al 50mo número par menos 1. Se opera la sumatoria: $= \frac{n}{2}(a_1 + a_n) = \frac{50}{2}(-1 + (-99)) = -2500$. Revise los ejercicios 15 y 16.

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
19	c	La fórmula de la sumatoria de una sucesión geométrica es: $S_{10} = a_1 \frac{1-r^n}{1-r}$. Se conoce $a_1 = -1; n = 10, r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{1}{-1} = -1$. Se conoce $S_{10} = -1\frac{1-(-1)^{10}}{1-(-1)} = -1(\frac{0}{2}) = 0$. Si se realizara la misma operación con n=9, previsiblemente saldria $S = -1 : S_9 = -1\frac{1-(-1)^9}{1-(-1)} = -1(\frac{2}{2}) = -1$
20	a	Se conoce $a_1 = -1; n = 10, r = \frac{a_2}{a_1} = \frac{6}{2} = 3$. Se opera $S_{10} = 2\frac{1-(3)^{10}}{1-(3)} = 2(\frac{1-59049}{-2}) = 59048$

Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 5

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	a, d	Una función es una relación en la cual el elemento de partida se relaciona con un único elemento en el conjunto de llegada. En los ejemplos propuestos se puede notar que una persona puede tener varios correos electrónicos, así como varios números de celular, por lo que no llegan a cumplir con la definición.
2	b	En una gráfica de una función siempre se tiene para cada valor de x un único valor en y, por lo que si se traza una recta vertical sobre la gráfica, esta solo intersecará en un punto.
3	c, d	Al hablar de dominio se refiere a los valores relacionados con la variable independiente x. Al ser una función racional hay que evitar que el denominador sea 0, por lo que se iguala $x^2 - 16 = 0$ para determinar qué valores se deben excluir del dominio. $x^2 = 16 \;\; x = \sqrt{16} = \pm 4$
4		Para determinar el dominio se debe observar el eje x. Dominio: [-4, 1] U [2, 3). Para determinar el rango se debe observar el eje y. Rango: [-3, 3).
5	a, b	Para determinar el rango se debe observar el eje y. Hay que omitir aquellos valores que estén en el círculo sin pintar, ya que estos denotan que no se incluyen.
6	d	La gráfica que está definida por partes corresponde a 3 funciones constantes en intervalos específicos. Se puede apreciar que la función constante g(x)=9 está definida en el intervalo [-9, -6]. La función g(x)=8 está definida en el intervalo (6,-3). La función g(x)=-1 está definida en el intervalo [0, 9).
7	a, c	 En la gráfica en las partes inferiores significa que el tráfico de vehículos es menor, a diferencia de las partes altas donde indica que el tráfico es mayor.

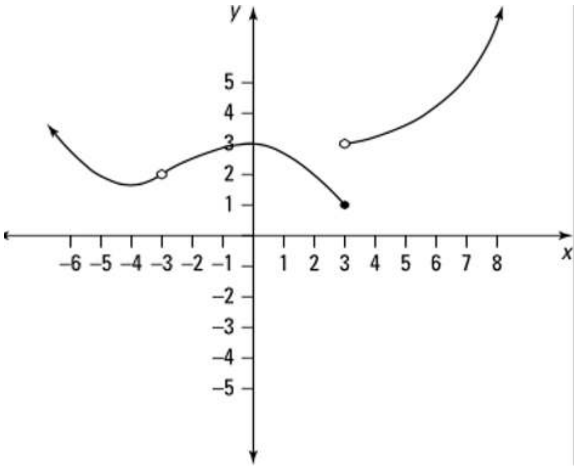
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
8	d	En una parábola, el vértice indica el valor desde donde empieza el rango. Dependiendo del tipo de parábola se tendrá que en unos casos el vértice representará un máximo y en otros casos un mínimo.
9	a, d	Una función cuadrática genera una gráfica de una parábola, pero hay que recordar que: en una gráfica de una función siempre se tiene para cada valor de x un único valor en y, por lo que si se traza una recta vertical sobre la gráfica, esta solo intersecará, en un solo punto.
10	c	Cuando se trabaja con funciones exponenciales son del tipo: $f(x) = a \cdot b^2$, donde a es el valor inicial y b indica el comportamiento de la función. Como se indica que el valor inicial es 3, entonces a vale 3. Luego dice que se duplica, esto quiere decir que se incrementa en un 100% cada día. Por lo que b=1+r, donde r es el % de incremento en este caso 100 %, pero r se debe especificar en valor decimal, es así como r vale 1. De esta forma b=1+1=2. Con esto se puede estructurar la función exponencial. $f(x) = 3 \cdot 2^2$
11		a. $f(x) = 7 \cdot \left(\frac{2}{7}\right)x$ b. como el valor de b) está entre 0 y 1, entonces es una función decreciente. c. Para determinar el porcentaje realizamos la siguiente igualdad: $1 + r = \frac{2}{7}$. Despejamos r. $r = \frac{2}{7} - 1 = -\frac{5}{7}$. Al valor de r solo tomamos el valor positivo, lo multiplicamos por 100 y lo pasamos a decimal y el porcentaje será del 71.43 %. d. El valor inicial es 7.
12	d	Toda función exponencial de la forma f(x) = a^X debe cumplir que a es mayor que 0 y diferente de 1, y para que sea creciente a debe ser mayor a 1.
13	c	La función logarítmica es la inversa de la función exponencial, es decir, que una expresión exponencial se puede representar mediante logaritmos. $log_a(x) = i \equiv a^i \equiv x$

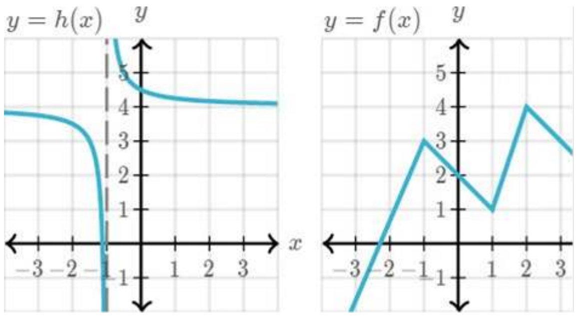
Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
14	b	Una gráfica puede tener traslaciones: Verticales, por ejemplo, f(x)+a, se trasladará a unidades hacia arriba si a > 0, o se trasladará a unidades hacia abajo si a < 0. Horizontales, por ejemplo, f(x+a), se trasladará a unidades hacia la izquierda si a > 0, o se trasladará a unidades hacia la derecha si a < 0.
15	a	Adicional a la explicación de la pregunta 14 tomar en cuenta que: La elongación significa el cambio de escala en una dirección: x o y. En el sentido y (vertical) se la formula como y = cf(x), en la cual, se estira en el sentido vertical si c > 1, y se estira en el sentido x (horizontal) si 0 < c < 1. Una función se elongará en el sentido horizontal al aplicar la transformación y = f(cx). Si c > 1, se contraerá un factor c, y si 0 < c < 1 se estirará en el sentido horizontal un factor 1/c.
16	c	Similar al ejercicio 15.
17		a. $f(x)+g(x)=\frac{3x+2}{2x+6}+\frac{3x-3}{x}$ b. $f(x)-g(x)=\frac{3x+2}{2x+6}-\frac{3x-3}{x}$ c. $f(x)\cdot g(x)=\frac{3x+2}{2x+6}\cdot\frac{3x-3}{x}$ d. $\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\frac{3x+2}{2x+6}}{\frac{3x-3}{x}}$ Estas son algunas de las operaciones básicas y fundamentales que se pueden realizar con funciones matemáticas. Cada una tiene sus propias reglas y aplicaciones.
18		$f(g(x))=(\sqrt[3]{x})^3=x$ $g(f(x))=(\sqrt[3]{x^3})=x$ Al obtener el resultado x en ambas composiciones, entonces f(x) si es función inversa de g(x).
19		Se cambia f(x) por y. $y=3x+8$ Se despeja x $3x=y-8$ $x=\frac{y-8}{3}$ Se cambia y por x y x por $f^{-1}(x)$ $f^{-1}(x)=\frac{x-8}{3}$

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
20		$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ Para la pendiente del segmento AB $\frac{2-0}{1-0} = 2$ Como se dice que la recta AB es paralela a la recta CD, entonces la pendiente de la recta AB será la misma que la recta CD, por lo tanto. $2 = \frac{a-0}{5-3}$ $2 = \frac{a}{2}$ $a = 4$

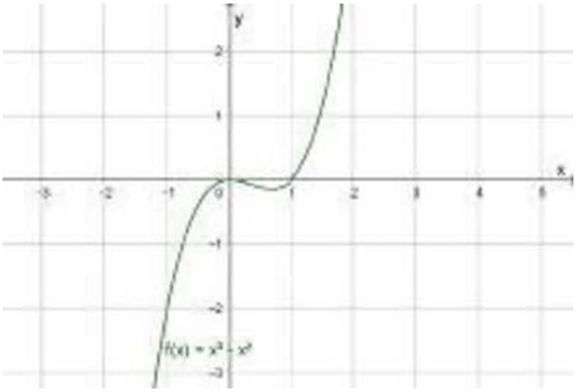
Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 6

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	a	 Se solicita un límite lateral para cuando x tiende a 3 por la izquierda, por lo que el límite es 1.
2	a	Una alternativa para calcular el límite es introducir valores cercanos a 0 en la función. Otra alternativa es racionalizar la función, para ello se lo puede hacer mediante la factorización. $x^2 - 2x - 3 = (x-3)(x+1)$ Entonces se tendría: $lim_{x\to 3}\frac{(x-3)(x+1)}{x-3}$ $lim_{x\to 3}(x+1)$
3	c	Se debe obtener el valor cuando x tiende a -3 tanto por la izquierda como por la derecha.
4	d	Similar al ejercicio 2.
5	c	Similar al ejercicio 2.
6	d	Similar al ejercicio 1.
7	d	Se hace el cálculo del límite por aproximación donde se puede observar que cuando x tiende a 4 se llega a tener valores cercanos a 12

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
8	c	Se hace el cálculo del límite por aproximación donde se puede observar que cuando x tiende a 5 se llega a tener valores cercanos a 3.99, tiene que tomar en cuenta que la función está definida para cuando x vale 5 cuyo valor es muy distinto cuando: x se aproxima a 5.
9	d	 Para la función f(x) el límite cuando x tiende a -1 es 3. Ahora para la función h(x) el límite cuando x tiende a -1 no existe debido a que sus límites laterales son distintos. Luego, cuando se realizan operaciones con límites, estos deben existir.
10		Hay que calcular los límites para cada función, luego realizar la operación. Los resultados para cada literal son: $a = -2; b = -8; c = -15; d = -\frac{5}{3}$
11		a. f(x) no está definida para x=4, es decir, cuando se introduce x=4, la función es indeterminada en ese punto. b. No, si puede existir el límite en el punto dado, para evaluar si hay límite hay que hacerlo mediante las condiciones para verificar la existencia de un límite. c. f(x) y g(x) si son funciones iguales ya g(x) resulta de 11 realizar una factorización en f(x). d. $f(x) = \frac{x-4}{x^2-3x-4} = \frac{\cancel{(x-4)}}{\cancel{(x-4)}\,(x+1)} = \frac{1}{(x+1)}$ De esta forma $f(x) = g(x)$ $lim_{x\to 4} f(x) = \frac{1}{5}$
12		12 f(x) no es continua, ya que presenta una discontinuidad en x=4.
13		f(x) es continua, ya que no hay discontinuidad en ningún punto.

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
14		g(x) es continua, ya que no hay puntos de discontinuidad.
15		g(x) no es continua. La función definida por partes: $g(x) = \begin{cases} 2x+1 & , si \quad x \neq 3 \\ -1 & , si \quad x = 3 \end{cases}$, existe g(3), por lo que cumple con la condición 1, posee límites laterales iguales, por lo que posee límite en x = 3 y la condición 2, pero la función no es igual al límite, por lo que no cumple con la condición 3, entonces, esta función no es continua.
16		El cociente de las funciones f(x) y g(x) será discontinua cuando: g(x)=0.
17		Hay que verificar por medio del teorema de Bolzano si se cumple que f(a) y f(b) tienen signo distinto. a=1; b=3 f(1) = 3(1)3 + 2(1) − 2 = 3 + 2 − 2 = 3< br f(3) = 3(3)3 + 2(3) − 2 = 3(27) + 6 − 2 = 81 + 6 − 2 = 85 Entonces podemos concluir que la función f(x) no tiene una solución real en el intervalo [1,3], ya que f(1) y f(3) tienen signo igual.
18		Hay que verificar por medio del teorema de Bolzano si se cumple que f(a) y f(b) tienen signo distinto. a=1; b=3 f(1) = (1)2 − 4 = 1 − 4 = −3 f(3) = (3)2 − 4 = 9 − 4 = 5 Entonces podemos concluir que la función f(x) si tiene una solución real en el intervalo [1,3], ya que f(1) y f(3) tienen signo distinto.
19		Para verificar si el intervalo tiene un máximo y un mínimo se deben cumplir las condiciones del teorema de Weierstraß que son: $f(a) \leq f(x) \leq f(b) \quad a \leq x \leq b$ Como se tienen el intervalo [-2, 5], entonces hay que definir un valor para x, en este caso tomaremos un valor central al intervalo y sería x=2. Ahora verificamos: $f(-2) \leq f(2) \leq f(5)$, para los que debemos calcular estos valores. f(-2)= 0.2$(-2)^3$ - $(-2)^2$ - 1=0.2(−8) − 4 − 1 = −1.6 − 5 = −6.6 f(2)= 0.2$(2)^3$ - $(2)^2$ - 1=0.2(8) − 4 − 1 = 1.6 − 5 = −3.4 f(5)= 0.2$(5)^3$ - $(5)^2$ - 1=0.2(125) − 25 − 1 = 25 − 25 − 1= −1 con ello se puede ver que se cumple la condición, ya que: $-6.6 \leq -3.4 \leq -1$ Entonces la función f(x) si tiene un máximo y un mínimo en el intervalo [-2, 5].

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
20		Para verificar si el intervalo tiene un máximo y un mínimo se deben cumplir las condiciones del teorema de Weierstraß que son: $f(a) \leq f(x) \leq f(b) \quad a \leq x \leq b$ Como se tienen el intervalo [0, 1], entonces hay que definir un valor para x, en este caso tomaremos un valor central al intervalo y sería x=0.5. Ahora verificamos: $f(0) \leq f(0.5) \leq f1$, para ello debemos calcular estos valores. f(0)= $(0)^3$ - $(0)^2$=0 – 0 = 0 f(0.5)= $(0.5)^3$ - $(0.5)^2$=0.125 – 0.25 = – 0.125 f(1)= $(1)^3$ - $(1)^2$=1 – 1 = 0 con ello se puede ver que no se cumple la condición, ya que: $\mathbf{0 \leq -0.125 \leq 0}$ Entonces hay que graficar la función f(x) e identificar donde se tiene un máximo y un mínimo, entonces en la gráfica siguiente se muestra la función f(x).  Gráficamente, se puede apreciar que el intervalo donde hay un máximo y un mínimo es en [-1,2].

Ir a la autoevaluación

5. Referencias bibliográficas

Andrade, E., Cuenca, L., y Larrea, P. (2018). Texto fundamentos matemáticos. Loja, Loja, Ecuador: Universidad Técnica Particular de Loja.

Layala, M. (2019). Ejercicios sobre radicación y potencias. Recuperado de https://app.genial.ly/5d6d9aaaac4b760fc12be468.

Ayala, M. (2019). Exponentes negativos. [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=hfKMotV9MMM.

Ayala, M. (2019). Propiedades de los exponentes. [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=4VKT5WD6np8.

Ayala, M. (2019). Representación de los números en la recta real. [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=IqpolA86YAU.

Bello, I. y Hopf, F. (2009). Álgebra intermedia: un enfoque del mundo real. México: McGraw-Hill Interamericana Editores.

Cuenca, L. (2019). Aplicaciones de funciones cuadráticas, polinomiales y racionales. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6eecc4ac4b760fc12cc29e.

Cuenca, L. (2019). Aplicaciones de las funciones exponenciales. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6eed079d7694105ab11991.

Cuenca, L. (2019). Clasificación y propiedades de los números. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6fe70d62bd2d1006fdd02f.

Cuenca, L. (2019). Combinación de funciones. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6eedb183d45a0fdcd0b429 .

Cuenca, L. (2019). Continuidad. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6eef47d705a10ff8679904 .

Cuenca, L. (2019). División de polinomio. Recuperado de https://view.genial.ly/5d4939401e40af0f991e201e.

Cuenca, L. (2019). Ecuación exponencial. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6e9ca9d705a10ff8674246.

Cuenca, L. (2019). Ejemplos de ecuaciones racionales. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6e9e84ac4b760fc12c705b.

Cuenca, L. (2019). Ejemplos de factorizar enteros. Recuperado de https://view.genial.ly/5cbd3b6119b9840f6b76221a .

Cuenca, L. (2019). Ejemplos de relaciones. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6eebf30355470fc73a7fbe .

Cuenca, L. (2019). Ejemplos de resolución de desigualdades. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6ea1660e65690ffea6ff3f.

Cuenca, L. (2019). Ejemplos de uso de ecuaciones en la vida cotidiana. Recuperado de https://view.genial.ly/5d497d5a07c7190fa8cd9f59.

Cuenca, L. (2019). Funciones lineales. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6eec69b6f35b105426d971 .

Cuenca, L. (2019). Introducción a funciones. [Archivo de video]. Recuperado de https://youtu.be/-sw3Ih-Rj2c?list=PL4rU5Yd5Zu_wZ2TdK42SbnNv5mIZKhn0O.%20 .

Cuenca, L. (2019). Introducción a las desigualdades. [Archivo de video]. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=poFDfvI3KDQ.

Cuenca, L. (2019). Introducción a las ecuaciones. [Archivo de video]. Recuperado de https://youtu.be/x0y2thlvvms?list=PL4rU5Yd5Zu_wZ2TdK42SbnNv5mIZKhn0O .

Cuenca, L. (2019). Leyes de signo. Recuperado de https://view.genial.ly/5cb5741a9c8f620f405bea5f .

Cuenca, L. (2019). Mapa conceptual de casos de factorización. Recuperado de https://view.genial.ly/5d493b60b03aeb0f8bdb91b8.

Cuenca, L. (2019). Máximo común divisor. Recuperado de https://view.genial.ly/5cd4985054bdc10f6bf98025 .

Cuenca, L. (2019). Palabras claves para las operaciones. Recuperado de https://view.genial.ly/5d49362f4559ac0f936ac41e.

Cuenca, L. (2019). Palabras claves para traducir a ecuaciones. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6de1389bd0781008f30f73.

Cuenca, L. (2019). Plano cartesiano y coordenadas. Recuperado de https://quizlet.com/_6vsvcp .

Cuenca, L. (2019). Precedencia de operadores. Recuperado de https://view.genial.ly/5d492abb1f10630fadca7e0b .

Cuenca, L. (2019). Proceso de factorización de enteros. Recuperado de https://view.genial.ly/5cbff1cd4303a70f7170c622.

Cuenca, L. (2019). Productos notables. Recuperado de https://view.genial.ly/5cf066e1c506180f39cda4e0 .

Cuenca, L. (2019). Representación de números racionales. Recuperado de https://view.genial.ly/5d4931c407c7190fa8cd969e.

Cuenca, L. (2019). Sucesiones. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6ea2226e51fb0fe24b2859 .

Cuenca, L. (2019). Transformación de funciones. Recuperado de https://view.genial.ly/5d3b6a63605caa0fa6b3e2ce .

Cuenca, L. (2019). Videos sobre límites. [Archivo de video]. Recuperado de https://view.genial.ly/5d6eee210e65690ffea75166.

Genially. (01 de 08 de 2019). Genially. Recuperado de https://www.genial.ly/.

Khan Academy. (01 de 08 de 2019). Khan Academy. Recuperado de https://es.khanacademy.org/ .

Problema verbal de ecuaciones de dos pasos. (2018). Recuperado de http://bit.ly/FM_MODECLINEAL .

Problemas verbales con sucesiones. (2018). Recuperado de http://bit.ly/FM_MODSUSARIGEO .

Problemas verbales de desigualdades. (2018). Recuperado de http://bit.ly/FM_MODINEC .

Quizzlet. (01 de 08 de 2019). Quizzlet. Recuperado de http://www.quizlet.com/ .

Sangaku Math. (01 de 08 de 2019). Sangaku Math. Recuperado de https://www.sangakoo.com/ .