Vicerrectorado de Modalidad Abierta y a Distancia

Itinerario I Ambiental y de Recursos Naturales: Modelos de Optimización para uso de Recursos

Guía didáctica

Facultad de Ciencias Económicas y Empresariales

Itinerario I Ambiental y de Recursos Naturales: Modelos de Optimización para uso de Recursos

Guía didáctica

Carrera	PAO Nivel
Economía	VII

Autora:

Luz María Castro Quezada

ECON_4110

Universidad Técnica Particular de Loja

Itinerario I Ambiental y de Recursos Naturales: Modelos de Optimización para uso de Recursos

Guía didáctica

Luz María Castro Quezada

Diagramación y diseño digital

Ediloja Cía. Ltda.
Marcelino Champagnat s/n y París
edilojacialtda@ediloja.com.ec
www.ediloja.com.ec

ISBN digital -978-9942-39-293-0

Año de edición: septiembre, 2021

Edición: primera edición reestructurada en febrero 2025 (con un cambio del 5%)

Loja-Ecuador

Índice

1. Datos de información

1.1 Presentación de la asignatura

1.2 Competencias genéricas de la UTPL

- Orientación a la innovación y a la investigación.
- Pensamiento crítico y reflexivo.
- Trabajo en equipo.
- Comunicación en inglés.
- Comportamiento ético.
- Organización y planificación del tiempo.

1.3 Competencias del perfil profesional

Diagnosticar los problemas sociales, económicos, ambientales y de gestión que enfrentan los GAD.

1.4 Problemática que aborda la asignatura

La asignatura aborda cuestiones relativas al desarrollo económico sustentable y de política económica, social y ambiental en el contexto de nuestro país. Muchas empresas e instituciones públicas no administran sus recursos en forma eficiente, produciendo pérdidas, desperdicio y contaminación. Con el objetivo de mejorar los procesos productivos y de gestión institucional, se plantea la necesidad de abordar metodologías basadas en la optimización de procesos.

Modelos de optimización para uso de recursos es una asignatura que provee nociones básicas en el campo de la investigación operativa para la resolución de problemas relacionados con el uso sostenible de recursos, teniendo como objetivo generar soluciones para problemas comunes en el campo de la Economía.

La optimización es la acción de desarrollar una actividad usando los recursos en forma eficiente. Es decir, la optimización significa realizar una tarea de la mejor manera posible, teniendo en mente los recursos disponibles. Por su versatilidad se puede aplicar a distintos ámbitos de las ciencias económicas y administrativas. Dentro de una empresa, podemos referirnos a la optimización de recursos para producir diferentes tipos de manufactura que, usando la materia prima disponible, el personal y la maquinaria, generen la mayor cantidad de ingresos para la empresa. A nivel institucional busca las mejores condiciones con base en la sostenibilidad, lo que implica el uso de recursos naturales en forma inteligente, produciendo la menor cantidad de desperdicio y contaminación posibles.

2. Metodología de aprendizaje

La metodología que se va a utilizar durante la asignatura es el Aprendizaje por Descubrimiento, el cual es un tipo de aprendizaje activo, en el que la persona en lugar de aprender los contenidos de forma pasiva, toma una actitud activa, esto implica que descubre, relaciona y reordena los conceptos para adaptarlos a su esquema cognitivo. En este tipo de aprendizaje, son los profesores o educadores quienes proponen un tema o problema y los alumnos deciden cómo abordarlo. Uno de los beneficios es que estimula a los alumnos para pensar por sí mismos, plantear hipótesis y tratar de confirmarlas de una forma sistemática.

3. Orientaciones didácticas por resultados de aprendizaje

Primer bimestre

Resultado de aprendizaje 1:

Aplica la teoría para construir modelos de programación.

Estimado estudiante, a través del estudio de los siguientes contenidos, usted estará en la capacidad de alcanzar el resultado planteado y tendrá una visión amplia de cómo recolectar información, organizarla y presentarla mediante la aplicación de varias técnicas de programación. Por lo tanto, le permitirá discriminar la información de manera efectiva para aplicarla posteriormente a sus investigaciones en el área económica.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.

Semana 1

Para el desarrollo de esta asignatura se ha seleccionado bibliografía que pone gran énfasis en explicaciones detalladas de los problemas y de las metodologías para lectores que tengan una limitada experiencia en el campo de la optimización. La bibliografía se encuentra disponible en biblioteca virtual y bases científicas de acceso libre. La presente guía ha sido diseñada para facilitar el estudio de la asignatura en forma ordenada, para facilitar el proceso enseñanza-aprendizaje; por lo tanto, es el elemento esencial para tutelar el estudio de los contenidos propuestos para su formación.

Queridos estudiantes, vamos a dar inicio al estudio de la asignatura **Modelos de optimización para el uso de recursos**. Un buen punto de partida para iniciar el estudio de modelos de optimización para el uso de recursos es el conocimiento de los aspectos básicos. Una vez tengamos claros estos conceptos, será mucho más fácil comenzar con la parte metodológica. En esta sección vamos a conocer los elementos clave que les permitirán entender las bases de la investigación de operaciones.

Unidad 1. Introducción a la investigación de operaciones

Buscar una definición concreta de investigación de operaciones no resulta del todo sencillo. La investigación operativa se puede definir como la aplicación de métodos científicos en la mejora de la efectividad de las operaciones, decisiones y gestión de las mismas.

La Investigación Operativa es la disciplina que puede dar respuesta a muchos problemas de diversa índole que pueden surgir de relaciones económicas; es decir, se pueden investigar operaciones tan diversas dentro de una misma organización, como sería: producción, comercialización, finanzas, contabilidad, recursos humanos… para todo ello se sirve de un método científico que a su vez, se apoya en diferentes técnicas para poder aportar una o varias soluciones que ayuden a los empresarios a tomar una decisión final o aportar un grupo de soluciones óptimas.

La optimización es una de las partes más relevantes dentro de la investigación operativa. Optimizar equivaldría a poder encontrar el valor que deben tomar las variables para hacer óptima la función objetiva satisfaciendo el conjunto de restricciones.

Los métodos de optimización se clasifican en:

- **Métodos clásicos:** que garantizan un óptimo local.
- **Métodos metaheurísticos:** que tienen mecanismos específicos para alcanzar un óptimo local, aunque no garantizan que se alcance.

Es necesario mencionar que los métodos de optimización son una de las ramas matemáticas que consistiría en el uso de modelos matemáticos, estadísticos y de algoritmos con el objetivo de poder realizar un proceso que nos permita tomar las decisiones. Normalmente, trata el estudio de complejas situaciones reales, con la finalidad de mejorar su funcionamiento u optimizarlo.

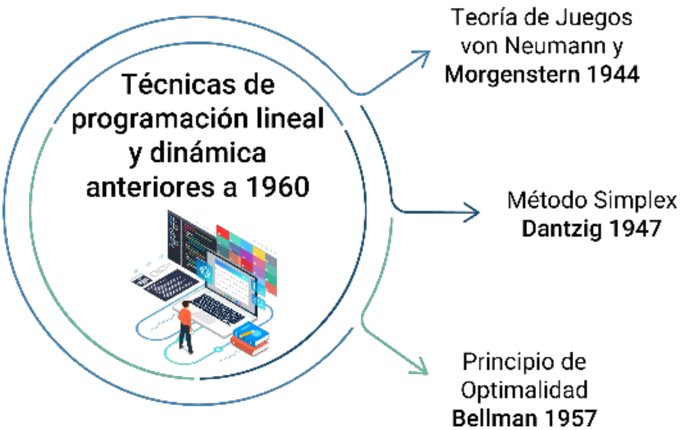
1.1 Orígenes de la investigación de operaciones

Las raíces de la Investigación Operativa se pueden remontar a las civilizaciones más antiguas, pero el verdadero origen de la investigación operativa como una nueva área de la investigación científica lo encontraríamos durante el desarrollo de la Segunda Guerra Mundial y podemos decir que sus inicios fueron totalmente militares, pues servía para hacer referencia al conjunto de técnicas y herramientas que utilizaban los distintos bandos para obtener una mejor utilización de sus propios recursos bélicos durante la guerra. Finalizada esta, su uso se extendió para el ámbito civil y, gracias a la alta especialización que desarrollaron las organizaciones económicas, el uso de la investigación operativa se generalizó dentro de las propias organizaciones.

Muchas técnicas de programación lineal y dinámica son anteriores a 1960, como, por ejemplo:

Figura 1

Técnicas de programación lineal y dinámica anteriores a 1960



Nota. Quezada, L., 2025.

Debido a la naturaleza matemática de los modelos de investigación operativa, tendemos a pensar que un estudio de investigación de operaciones siempre está enraizado en el análisis matemático. Aunque el modelado matemático es fundamental, primero se deben explorar métodos más sencillos. En algunos casos se puede obtener una solución de "sentido común" mediante observaciones sencillas. En realidad, como invariablemente el elemento humano afecta la mayoría de los problemas de decisión, un estudio de la psicología de las personas puede ser clave para resolver el problema.

En la última década, los nuevos avances en algoritmos han sido tan importantes como los impresionantes avances en informática. Las mejoras tecnológicas en algoritmos, modelación, lenguajes, software y hardware han hecho que la metodología sea mucho más accesible, fácil de usar y rápida. Hoy en día y sobre todo gracias al desarrollo tecnológico es mucho más fácil, pues se podría resolver en cuestión de pocos segundos lo que hace no muchos años se habría necesitado de años para resolver.

Para profundizar sobre este tema y afianzar sus conocimientos le recomiendo realizar la lectura del **Capítulo 1: Investigación de Operaciones** del libro de González y García (2016), en donde encontrará una interesante introducción e historia referente a la investigación de operaciones.

Una vez concluida la lectura es importante analizar algunos temas relevantes:

- ¿Cuándo inició el desarrollo de la investigación de operaciones?
- ¿Cuáles fueron las principales áreas de aplicación en el pasado?
- ¿Cuáles son las aplicaciones hoy en día?

Nota: por favor, responda las preguntas en un cuaderno o documento Word.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 2

Unidad 1. Introducción a la investigación de operaciones

Queridos estudiantes, avanzamos con la segunda semana. Durante este tiempo vamos a aprender cómo identificar un problema y cómo definir un modelo de optimización. La meta de esta semana es que usted conozca cómo identificar los componentes de un modelo de optimización que se solucionará mediante programación matemática.

La investigación de operaciones se basa en la construcción de modelos teóricos basados en el conocimiento del funcionamiento de un sistema. Un modelo teórico generalmente viene formulado mediante una expresión matemática, de un sistema o realidad compleja, que se elabora para facilitar su comprensión y facilitar el estudio de su comportamiento. En definitiva, una herramienta que ayuda a la toma de decisiones, por lo que sus resultados deben ser tangibles, además de útiles.

La modelación sería, por tanto, aquel proceso completo de abstracción de un problema real a un modelo cualitativo y tiene como resultado un modelo matemático del sistema real bajo estudio. Algunos de los beneficios derivados del proceso de modelado, además del propio modelo en sí, podemos mencionar:

- Ayuda al intercambio de información entre las personas que participan en el modelo.
- Organiza los datos obtenidos y toda la información disponible.
- Facilita la comprensión.
- Indica la dirección a la hora de tomar las decisiones.

En la investigación de operaciones no se cuenta con una técnica general única para resolver todos los modelos que puedan surgir en la práctica. En su lugar, el tipo y complejidad del modelo matemático determina la naturaleza del método de solución.

1.2 Definición del problema y recolección de datos

Todos los problemas de optimización cuentan con ciertos componentes fundamentales. Le invito a explorar la siguiente infografía, donde se presentan los elementos que, por norma general, conforman cualquier problema de este tipo.

[Componentes de un problema de optimización]

Para poder resolver un problema de optimización, será necesario poder encontrar el valor que deberán tomar las variables para hacer óptima la función objetivo, satisfaciendo a su vez el conjunto de restricciones.

1.3 Formulación del modelo matemático

En cuanto a las etapas o fases que podemos encontrar en el desarrollo de un modelo, podemos nombrar las siguientes:

- **Identificar el problema:** consiste en la recopilación de la información relevante para la resolución del problema. Lo normal es que los problemas reales muestren una información imprecisa que es necesaria interpretar para convertirla en ecuaciones matemáticas. El objetivo es identificar tres elementos principales del problema de decisión.

1. Descripción de las alternativas de decisión.
2. Determinación del objetivo del estudio.
3. Especificación de las limitaciones bajo las cuales funciona el sistema modelado.

- **Formulación:** es la componente objetiva de la modelación y consiste en convertir el sistema simplificado en un modelo cuantitativo que lo describa. Escritura matemática del problema, definiendo variables, ecuaciones, función objetivo, entre otras. Además, aquí se analiza cuál es el tamaño de nuestro problema. Si el modelo resultante se ajusta a uno de los modelos matemáticos estándar, como la programación lineal, se suele obtener una solución utilizando los algoritmos disponibles. Por otra parte, si las relaciones matemáticas son demasiado complejas como para permitir la determinación de una solución analítica, el equipo puede optar por simplificar el modelo y utilizar un método heurístico.
- **Resolución:** es la fase más sencilla de todas porque implica el uso de algoritmos de optimización bien definidos. Implantar el algoritmo que permita la obtención de la solución numérica óptima. Hay que decir que es posible que un mismo problema tenga diferentes métodos de solución.
- **Verificación y validación:** fase en la que se eliminan los errores, una etapa de depuración y posteriormente comprobar que los resultados son coherentes con respecto a lo que sucedería realmente. El modelo es válido si, en condiciones de datos de entrada iguales, reproduce de forma

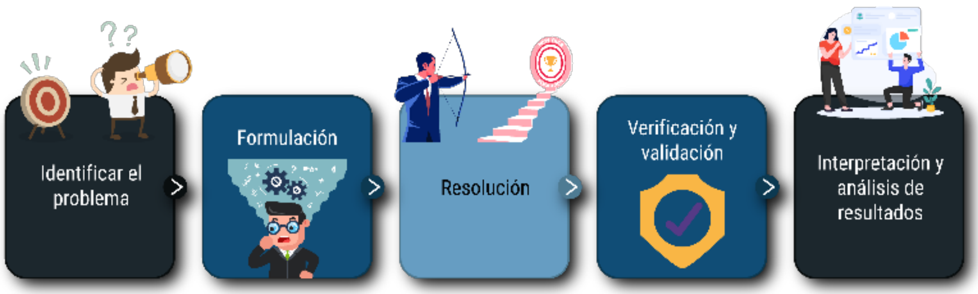
razonable el desempeño pasado. Sin embargo, no suele haber seguridad de que el desempeño futuro continuará copiando el comportamiento pasado.

- **Interpretación y análisis de los resultados:** consiste en la detección de alternativas suficientemente atractivas y comprobación de la solución óptima. La implementación de la solución de un modelo validado implica la transformación de los resultados en instrucciones de operación comprensibles que se emitirán a las personas que administrarán el sistema recomendado.

En la siguiente figura se describen los pasos a seguir para resolver un problema matemático.

Figura 2

Etapas de la formulación de un problema



Nota. Quezada, L., 2025.

Los tipos de soluciones que podemos encontrar en un problema de Programación Lineal son:

- **Única:** los valores de las variables de decisión son únicos.
- **Múltiple:** las variables de decisión pueden tomar múltiples valores.
- **No acotada**: no existe un valor extremo o límite para la función objetivo, por lo que puede decirse que el problema carece de solución.
- **No factible:** cuando no existe una combinación de valores de las variables de decisión que cumplan todas las restricciones.

Para ampliar los conceptos abordados en esta guía didáctica, realice la lectura del **Capítulo 2: Programación Lineal**, del texto de González y García (2016), donde se enuncian las nociones básicas que usted debería conocer y dominar sobre esta asignatura.

Para que conozca más sobre este tema, le invito a observar el video Programación Lineal: Todo lo que necesitas saber. El video muestra una introducción a la programación lineal y los pasos a seguir para plantear un problema utilizando esta metodología de la investigación de operaciones. Luego de observar el video puede identificar las etapas del planteamiento de un modelo de optimización.

Actividad de aprendizaje recomendada

Es hora de reforzar los conocimientos adquiridos resolviendo la siguiente actividad:

Estimado estudiante, para evaluar su aprendizaje, le invito a realizar la autoevaluación de la Unidad 1. En esta actividad, deberá responder las preguntas al final de la unidad. Esta tarea tiene la finalidad de comprobar su comprensión de los temas abordados.

Recuerde que esta autoevaluación es opcional, pero le permitirá reforzar sus conocimientos y prepararse mejor para la evaluación bimestral.

¡Vamos a trabajar!

Autoevaluación 1

Considerando el siguiente enunciado, seleccione la alternativa correcta.

1. La investigación de operaciones se define como:

   a. La aplicación de métodos científicos para mejorar la efectividad de las operaciones, las decisiones y la gestión.

b. Una ciencia que analiza datos para gestionar información para realizar análisis empíricos.
c. Un conjunto de técnicas de investigación para llevar a cabo temas de trabajos de titulación.

2. La investigación de operaciones se puede aplicar a problemas relacionados con:

a. Producción, comercialización y recursos humanos.
b. Marketing, ventas y análisis microeconómico.
c. Estudios empíricos y análisis de datos.

3. El procedimiento de encontrar los valores que deben tomar ciertas variables para hacer óptima una función objetivo sujetas a un conjunto de restricciones se conoce como:

a. Simplificación
b. Regresión
c. Optimización

4. El origen de la investigación de operaciones se remonta a:

a. La Revolución Industrial
b. La Segunda Guerra Mundial
c. La Globalización

5. El método simplex fue propuesto por:

a. Von Neumann y Morgenstern
b. Dantzig
c. Bellman

6. Un modelo teórico es:

a. Una expresión matemática de una realidad compleja, que se elabora para facilitar el estudio de su comportamiento.

b. Un análisis estadístico del comportamiento de un conjunto de variables relacionadas entre sí.
c. Un estudio descriptivo en el cual se establecen las causas y efectos de un fenómeno social y económico.

7. La definición de función objetivo es:

   a. Parámetro poblacional calculado a partir de información censal.
   b. Medición cuantitativa del funcionamiento de un sistema que se quiere optimizar.
   c. Un estadístico calculado con base a información obtenida de un muestreo.

8. Se definen como restricción a:

   a. Condiciones expresadas como ecuaciones e inecuaciones que ciertas variables deben satisfacer.
   b. Limitaciones que se aplican para la función objetivo y la optimización.
   c. Maximización de beneficios como resultado de un proceso de optimización.

9. La primera etapa en un proceso de optimización es:

   a. Resolución del problema
   b. Formulación del problema
   c. Identificación del problema

10. Cuando no existe una combinación de valores de las variables de decisión que cumplan todas las restricciones, se dice que la solución es:

   a. Acotada
   b. No acotada
   c. No factible

Ir al solucionario

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 3

Queridos estudiantes, avanzamos hacia la tercera semana. Vamos a dar inicio al estudio de la programación lineal. Iniciaremos identificando los tipos de problemas en los que se aplica este tipo de optimización, así como sus elementos constituyentes. Con este punto de partida será posible plantear modelos de optimización aplicando programación lineal.

Unidad 2. Programación lineal

2.1 Modelo de programación lineal con dos variables

Generalmente, los modelos de programación lineal son más utilizados que los otros tipos de optimización y pueden englobar distintas actividades de la actividad humana como micro y macroeconomía, marketing, economía de la empresa, química, agronomía, etc.

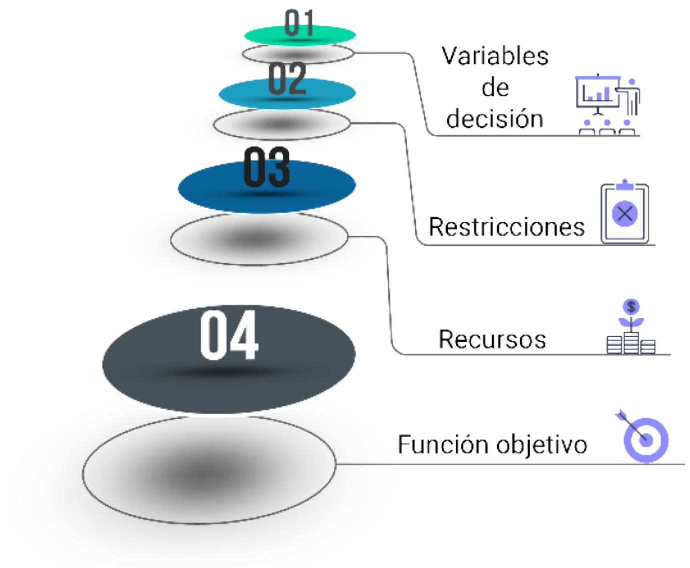
Los componentes de la Programación Lineal reconocidos son cuatro:

- **La función objetivo:** es uno de los componentes principales, debe ser perfectamente definido y orientado a dos opciones, maximizar un valor o bien minimizar un criterio.
- **Variables de decisión:** representación de los elementos a modelar que son controlables por el decisor.
- **Restricciones:** en referencia a qué actividades están sujetas a ciertas restricciones o límites, condiciones propias del sistema.
- **Los recursos con los que se cuentan:** los recursos disponibles para poder resolver el problema, aprovechándolos lo máximo posible.

Las empresas pueden utilizar programación lineal para determinar la distribución óptima de sus recursos y demás elementos como los costos, beneficios y la producción, tal como lo podemos apreciar a continuación.

Figura 3

Componentes de la Programación Lineal



Nota. Quezada, L., 2025.

Recuerde siempre identificar los aspectos mencionados en la figura anterior, ya que es esencial para poder resolver un problema mediante programación lineal.

2.1.1. Propiedades de los óptimos en problemas lineales

Todo problema de programación lineal puede ser convexo y cóncavo, en consecuencia:

- Las condiciones de Kuhn-Tucker son necesarias y suficientes para mínimo y para máximo.

- No hay mínimos locales que no sean globales, ni máximos locales que no sean globales.

Un problema lineal no puede tener soluciones óptimas en puntos interiores del dominio (salvo en el caso de que la función objetivo sea constante). Tampoco puede ser óptimo un punto aislado de una arista, si no es óptima toda la arista o si ese punto no es vértice.

1. En un problema lineal las soluciones óptimas estarán en los vértices.
2. Si dos vértices son máximos, todos los puntos de la arista que los une serán máximos. Del mismo modo, si dos vértices son mínimos, todos los puntos de la arista que los une serán mínimos.

Para profundizar sobre este tema y afianzar sus conocimientos es necesario realizar la lectura del **Capítulo 2: Programación lineal**, del texto de González y García (2016), donde se enuncian las nociones básicas sobre esta asignatura y su utilidad en la vida diaria y en el campo de la Economía

Actividad de aprendizaje recomendada

Para fortalecer sus conocimientos, a continuación, le invito a desarrollar la siguiente actividad:

Luego de haber realizado la lectura del material sugerido, le recomiendo que analice el problema que se menciona a continuación y responda las preguntas planteadas.

> Una compañía filial de unos grandes almacenes fabrica dos tipos de productos del género de alta costura: vestidos para señora y trajes para caballero. Un contrato previo establece que la empresa ha de producir al menos 30 vestidos o trajes en cualquier combinación de cantidades a la semana. Además, los acuerdos sindicales del sector exigen que las máquinas de costura funcionen al menos 40 horas por semana, que es lo que se considera un período de producción.

Cada traje de caballero necesita dos horas de costura por parte de la única máquina disponible, mientras que cada vestido de señora lleva una hora de máquina. Asimismo, cada vestido cuesta 80 dólares, mientras que cada traje cuesta 100 dólares (*Tomado de* Osorio (1999), p. 139).

- ¿Cuáles son las variables del estudio?
- ¿Cuál es la función objetivo?
- ¿Cuáles son las restricciones?

Nota: por favor, complete la actividad en un cuaderno o documento Word.

Luego de haber analizado el estudio, usted estará en capacidad de diferenciar variables, restricciones y funciones objetivo. Este paso le facilitará proponer un modelo matemático sujeto a ciertas condiciones. La forma de resolverlo se analizará en la siguiente sección.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 4

Unidad 2. Programación lineal

Queridos estudiantes, avanzamos hacia la cuarta semana. Durante esta jornada vamos a conocer el método gráfico para resolver modelos de optimización aplicando programación lineal. En esta semana veremos los pasos a seguir para resolver un problema de asignación de recursos.

En la actualidad la programación lineal es una herramienta de uso común en el campo de los negocios y la economía que ha ahorrado millones de dólares a muchas compañías en los distintos países industrializados del mundo, debido a esta particularidad su aplicación se ha ampliado con rapidez a otros sectores de la sociedad. Una proporción muy grande de los programas científicos en computadoras está dedicada al uso de la programación lineal.

La programación lineal utiliza un modelo matemático para describir el problema. El adjetivo lineal significa que todas las funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales. En este caso, la palabra programación no se refiere aquí a términos computacionales; en esencia es sinónimo de planeación. Por lo tanto, la programación lineal involucra la planeación de actividades para obtener un resultado óptimo; esto es, el resultado que mejor alcance la meta especificada entre todas las alternativas factibles.

Distinguiremos dos tipos de enunciado del problema lineal, según se trate de maximizar o de minimizar.

$$\begin{cases} max f(x_1, \ldots., x_n) \\ g_1(x_1, \ldots, x_n) \leq 0 \\ g_m(x_1, \ldots, x_n) \leq 0 \\ x_1, \ldots., x_n \geq 0 \end{cases} y \begin{cases} min f(x_1, \ldots., x_n) \\ g_1(x_1, \ldots, x_n) \geq 0 \\ g_m(x_1, \ldots, x_n) \geq 0 \\ x_1, \ldots., x_n \geq 0 \end{cases}$$

Observemos que, en los problemas de maximizar, las restricciones normalmente serán de la forma ≤ y en los de minimizar, de la forma ≥. La explicación es inmediata: en los problemas de maximizar beneficios, por ejemplo, las restricciones serán del tipo ≤, pues reflejarán limitaciones (capacidad de trabajo limitada, capital inicial limitado, número de recursos limitado, etc.), y en los problemas de minimizar, las restricciones serán del tipo ≥, pues reflejarán requerimientos (necesidad de abastecer un determinado número de clientes, necesidad de utilizar un determinado número de recursos, etc.).

Estimado estudiante, existen varias formas de resolver problemas lineales. En la unidad 2 analizaremos el método gráfico y el método simplex. Más adelante también conocerá la metodología a aplicar para resolver un problema de programación lineal usando Excel-solver.

2.2 Solución gráfica de programación lineal

El método gráfico es un procedimiento de solución de problemas de programación lineal, muy limitado en cuanto al número de variables, pero muy rico en materia de interpretación de resultados e incluso análisis de sensibilidad. Este procedimiento consiste en representar cada una de las restricciones y encontrar en la medida de lo posible el polígono (poliedro) factible, comúnmente llamado el conjunto solución o región factible, en el cual por razones trigonométricas en uno de sus vértices se encuentra la mejor respuesta conocida como solución óptima. Este tipo de solución generalmente aplica para problemas con dos variables, como veremos a continuación.

2.2.1 Solución de un modelo de maximización

Antes de iniciar, es importante que usted recuerde que, en todo problema de programación lineal, tendremos que seguir los pasos a continuación:

1. Elegir las variables del problema.
2. Escribir las restricciones en forma de inecuaciones.
3. Escribir la función objetivo en función de los datos del problema.
4. Determinar la región factible que indican las restricciones.
5. Calcular las coordenadas de los vértices de la región de soluciones factibles.
6. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cuál de ellos presenta el valor máximo.

Así que para analizar un problema de maximización mediante el método gráfico, vamos a considerar un problema. Para ello, diríjase a revisar la siguiente infografía, donde encontrará una explicación clara de **cómo aplicar este método** en la resolución del problema.

[Optimización de la producción]

Sabemos que para resolver el método gráfico debemos despejar los valores de x, y en las restricciones mediante el procedimiento a continuación. Para iniciar con el trazado de las restricciones es indispensable igualar las restricciones a 0, de esta manera podemos, mediante despeje de ecuaciones, iniciar con la tabulación que nos otorgará las coordenadas para esbozar cada una de las gráficas.

Igualamos las restricciones.

$0{,}12X + 0{,}2y = 500$

$0{,}15X + 0{,}1y = 300$

$0{,}072X + 0{,}027y = 108$

Acto seguido iniciamos con la primera restricción, hallamos las primeras dos coordenadas. Para hallar las coordenadas, llevamos una de las variables a cero, para de esta manera despejar más fácilmente la segunda.

Por ejemplo, *para un x = 0*

$0{,}12(0) + 0{,}2y = 500$

$0{,}2y = 500$

$500/0{,}2 = y$

2500 = y

para un y = 0

$0{,}12x + 0{,}2(0) = 500$

$0{,}12x = 500$

$x = 500/0{,}12$

x = 4167

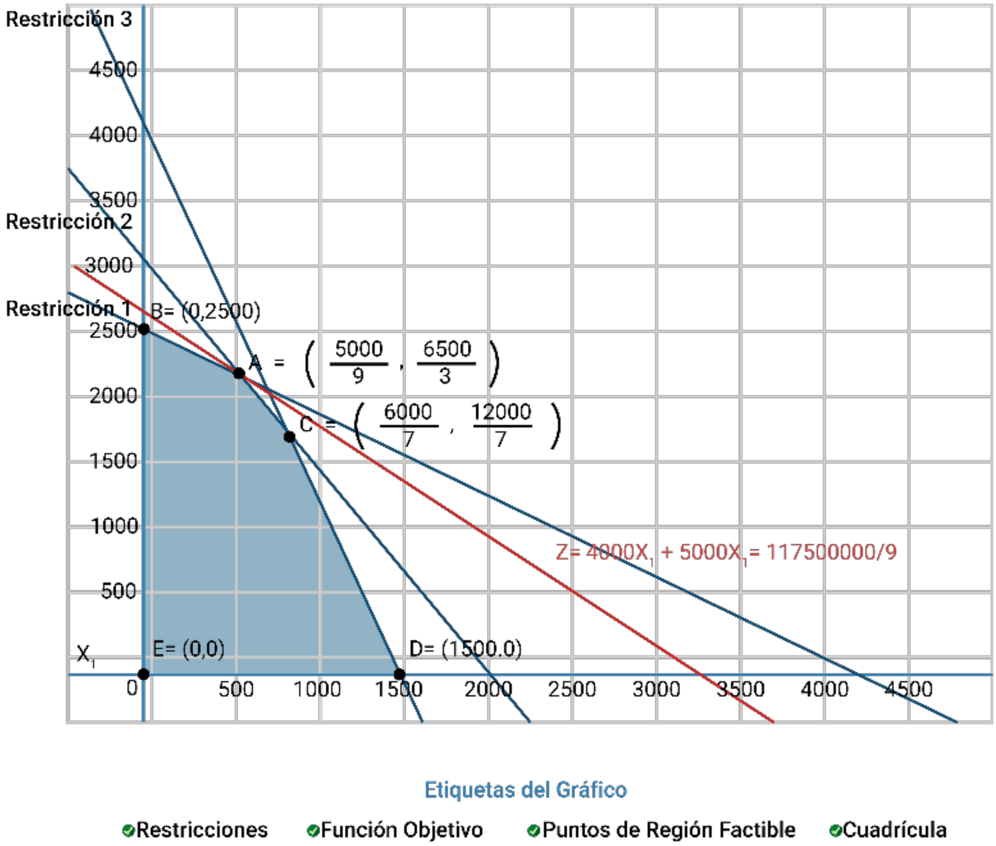
Hacemos lo mismo con la segunda y tercera restricción, y obtenemos los valores para las coordenadas.

- Segunda restricción: x= 300, y= 0; x=0, y=3000
- Tercera restricción: x=1500, y=0; x=0, y=4000

y se representan en el plano cartesiano para identificar la zona factible, como se muestra en la figura 4.

Figura 4

Resultado método gráfico



Nota. Quezada, L., 2025.

Una vez que se llega a este punto es indispensable saber que las soluciones óptimas se alojan en los vértices del polígono solución y que identificar a la solución óptima es cuestión de elegir la mejor alternativa dependiendo de las herramientas disponibles. Para hallar el valor de cada coordenada es indispensable recurrir a la resolución de ecuaciones lineales 2×2 y aplicar el método de reducción. El método por reducción consiste en igualar los coeficientes de una de las variables multiplicando una o las dos ecuaciones, teniendo en cuenta que uno de los coeficientes quede igual, pero con signo contrario.

$0{,}12x + 0{,}2y = 500$

$0{,}15x + 0{,}1y = 300$, multiplicamos por (-2) y resolvemos,

$-0{,}18x = -100$

Despejamos x =**555,55**

Luego reemplazamos x = 555,55 en cualquiera de las dos ecuaciones originales con el objetivo de despejar «y».

$0{,}12x + 0{,}2y = 500$

Despejamos **y = 2166,67**

Y realizamos el mismo procedimiento con el siguiente vértice que corresponde a la intersección de la ecuación 2 y 3. De este procedimiento obtenemos:

X= 1680

Y = 480

A continuación, se presentan los resultados de la función objetivo en cada uno de los puntos que conforman la región factible.

Tabla 1
Valores calculados para x, y, z mediante el método gráfico

Punto	Coordenadas (x, y)	Valor de la Función Objetivo 4000x + 5000y
A	**(555,2166)**	**13 030 000**
B	(0,2500)	12 500 000
C	(905,1642)	11 830 000
D	(1500,0)	6 000 000
E	(0,0)	0

Nota. Quezada, L., 2025.

Cómo se puede observar en la tabla 1, las coordenadas que dan lugar a maximizar la función objetivo corresponden al vértice A (x=555, y=2166). Este set de coordenadas nos permite calcular el valor máximo de beneficio posible que sería de USD 13 030 000, cuando se fabriquen 555 unidades de lino y 2166 unidades de paño.

Este ejemplo nos permite ilustrar la metodología a seguir para resolver un problema de optimización mediante el método gráfico. Este tipo de ejercicios son muy útiles para la gestión de empresas y de emprendimientos mediante el uso de programación lineal.

Para profundizar sobre este tema y afianzar sus conocimientos es necesario realizar la lectura del **Capítulo 2: Programación lineal**, en la sección **Problema general de maximización**, del texto de González y García (2016), donde se indican los pasos a seguir para resolver un problema de programación lineal.

Para que conozcan más sobre este tema, le invito a observar el video Programación lineal maximización. El video muestra cómo aplicar el método gráfico para un problema de maximización, el mismo le permitirá replicar sus conocimientos en problemas aplicados a la economía, por lo que, les invito a revisarlos en el transcurso de la semana.

Actividad de aprendizaje recomendada

Para fortalecer sus conocimientos, a continuación, lo invito a desarrollar la siguiente actividad:

Una vez que haya revisado la literatura correspondiente y observado el video, le sugiero realizar el ejercicio por su cuenta una vez más. Luego, cuando haya resuelto el problema, responda la siguiente pregunta:

¿Cree que es útil planificar la producción de una fábrica, en función de una función objetivo mediante programación lineal?

Nota: por favor, complete la actividad en un cuaderno o documento Word.

Para comprobar si la resolución del ejercicio fue correcta, puede utilizar la calculadora del método gráfico. Con el uso de esta herramienta, usted podrá revisar si el gráfico realizado es correcto y confirmar si los vértices corresponden a los resultados obtenidos.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 5

Queridos estudiantes, avanzamos hacia la quinta semana. Durante esta jornada vamos a conocer el método gráfico para resolver modelos de optimización aplicando programación lineal para problemas de minimización de la función objetivo.

2.2 Solución gráfica de programación lineal

2.2.2 Solución de un modelo de minimización

Vamos a recordar que para todo gestor o tomador de decisiones que plantea la resolución de un problema de programación lineal es importante considerar los pasos a continuación:

1. Elegir las variables del problema.
2. Escribir las restricciones en forma de inecuaciones.
3. Escribir la función objetivo en función de los datos del problema.
4. Determinar la región factible que indican las restricciones.
5. Calcular las coordenadas de los vértices de la región de soluciones factibles.
6. Calcular el valor de la función objetivo en cada uno de los vértices para ver en cuál de ellos presenta el valor mínimo.

Como se observa en las instrucciones, el método a seguir es similar al usado en la sección anterior, ¿entonces cuál es la diferencia entre un problema de maximización y uno de minimización? Pues, la principal diferencia radica en la función objetivo, ya que en el caso de un problema de minimización lo que desea es calcular la mínima cantidad de recursos o de costos posibles para producir un bien.

En un principio, puede resultar desafiante realizar esta diferenciación en el tipo de función objetivo, pero veremos que con la práctica nos iremos familiarizando con este proceso. Para conocer cómo se resuelve un problema de minimización utilizando programación lineal, vamos a proponer el siguiente ejemplo.

Un colegio ha organizado una excursión con 400 alumnos. Para ello se contrata el viaje a una empresa que dispone de 8 autobuses del tipo A con 40 plazas y 10 del tipo B con 50 plazas, pero solo hay 9 conductores para ese día. Dada la diferente capacidad y calidad, el alquiler de cada autobús de los grandes (tipo B) cuesta 80 dólares y el de cada uno de los pequeños (tipo A), 60 dólares. ¿Cuántos autobuses de cada clase se conviene alquilar para que el viaje resulte lo más económico posible?

Primero identificamos las variables. En este caso serán el número de autobuses del tipo A y el número de autobuses del tipo B.

x: número de autobuses del tipo A.

y: número de autobuses del tipo B.

Planteamos las restricciones del problema en forma de inecuaciones.

$40x + 50y \geq 400$, ya que queremos que el número total de puestos disponibles sea como mínimo igual al número de alumnos.

$x + y \leq 9$, ya que solo hay 9 conductores.

$x \leq 8$, ya que solo hay 8 autobuses del tipo A.

$y \leq 10$, ya que solo hay 10 autobuses del tipo B.

$x \geq 0$, $y \geq 0$, ya que el valor de las variables debe ser siempre positivo.

Y formulamos la función objetivo:

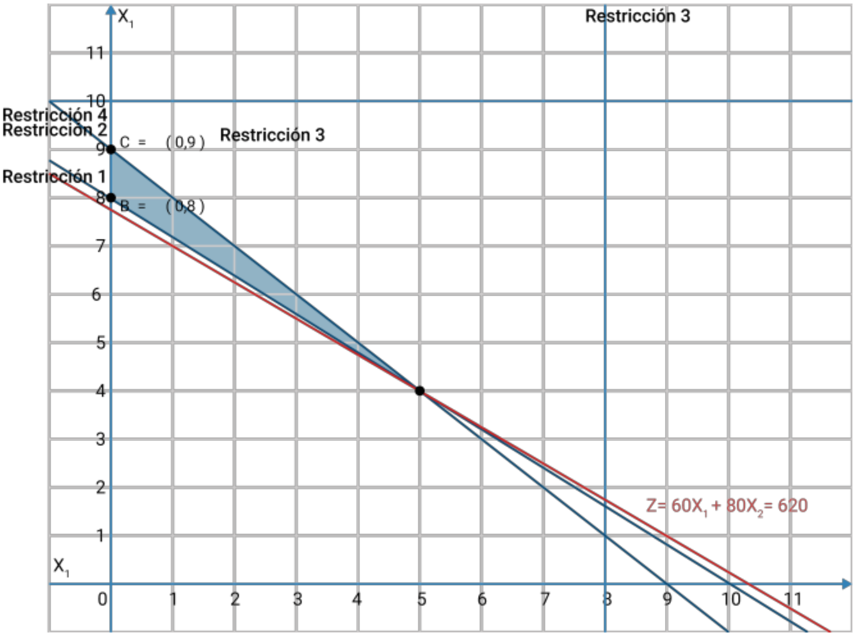
$Z \min (x, y) = 60x + 80y$.

La función objetivo es el precio y se ha de minimizar. El precio, en función de las variables del problema, será la suma de lo que vale un autobús del tipo A que es USD 60, multiplicado por el número de autobuses del tipo A que se alquilan, más el número de autobuses tipo B multiplicado por su valor de alquiler que es USD 80.

Cómo se observa en el ejemplo, la finalidad es minimizar los costos de contratación de un medio de transporte. Buscamos las rectas asociadas a las inecuaciones, las zonas de validez de cada inecuación y la zona factible común a todas las restricciones, como se observa en la figura 5.

Figura 5

Resolución de un problema de minimización mediante el método gráfico



Nota. Quezada, L., 2025.

Para facilitar el proceso de resolución de un problema de programación lineal mediante el método gráfico le invito a revisar la sección 2.1.1. de esta guía que explica paso a paso como aplicar el método gráfico.

A continuación, se presentan los resultados de la función objetivo en cada uno de los puntos que conforman la región factible A, B y C.

Tabla 2

Resultados del proceso de optimización

Punto	Coordenadas (x, y)	Valor de la Función Objetivo 60x+80y
A	**(5,4)**	**620**
B	(0,8)	640
	(0,9)	720

Nota. Quezada, L., 2025.

Los resultados nos indican que los costos se mantendrían al mínimo (USD 620) si se alquilan 5 unidades del bus tipo A y 4 unidades del bus tipo B, por lo que las coordenadas correspondientes al vértice C nos indica la solución del problema.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Es hora de reforzar los conocimientos adquiridos resolviendo las siguientes actividades:

1. Una vez que haya revisado la sección 2.1.1, de esta guía, usted podrá resolver el ejercicio antes planteado. Le invito a que lo haga, y una vez completado el problema, responda la siguiente pregunta:

   ¿Cree que es útil planificar la organización logística, usando programación lineal?

   Nota: por favor, complete la actividad en un cuaderno o documento Word.

2. Para comprobar si la resolución del ejercicio fue correcta, le recomiendo usar la calculadora del método gráfico en línea, cuyas instrucciones se presentan en la sección 2.1.1.
3. Para profundizar sobre este tema y afianzar sus conocimientos es necesario realizar la lectura del **Capítulo 3: Solución gráfica a los modelos de la programación lineal,** del texto de González y García

(2016), donde se explican los métodos de resolución de problemas lineales.

4. Para que conozcan más sobre este tema, le invito a observar el video Problema lineal minimización, donde se muestra cómo aplicar el método gráfico para un problema de minimización, por lo que le recomiendo que lo observe en el transcurso de la semana, si tiene dudas o inquietudes no olvide que tenemos tutoría dirigida cada semana para solventar sus dudas.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 6

Queridos estudiantes, avanzamos hacia la sexta semana. Durante este período vamos a conocer el algoritmo simplex para resolver problemas de maximización y minimización mediante programación lineal.

Unidad 2. Programación lineal

2.3 Método simplex

El Método Simplex es un método analítico de solución de problemas de programación lineal, capaz de resolver modelos más complejos que los resueltos mediante el método gráfico, sin restricción en el número de variables.

El Método Simplex es un método iterativo que permite ir mejorando la solución en cada paso. La razón matemática de esta mejora radica en que el método consiste en caminar del vértice de un poliedro a un vértice vecino de manera que aumente o disminuya (según el contexto de la función objetivo, sea maximizar o minimizar), dado que el número de vértices que presenta un poliedro solución es finito siempre se hallará solución.

Fue desarrollado por el matemático George Dantzig y Leonid Vitalievch Kantorovich en 1947, con el objetivo claro de crear un algoritmo con capacidad para resolver aquellos problemas de m restricciones y n variables. Podemos decir que el método simplex es uno de los mejores métodos analíticos de solución para los problemas de programación lineal. Este método es capaz de resolver modelos mucho más complejos que otros métodos, como por ejemplo el método gráfico. Este método permite localizar de la forma más eficiente la solución óptima entre los puntos extremos de un problema de PL. La principal ventaja de la que goza el método simplex, es la de ser un método bastante sencillo y práctico.

Cuenta con mucha importancia en el ámbito de la empresa, y suele ser utilizado por diferentes entidades para obtener solución a problemas de beneficios y costes, entre otros. A los empresarios, este método muestra las respuestas de cuánto han de producir, comprar, vender, para maximizar o minimizar sus ganancias o pérdidas. Dicho de otra forma, podemos decir que de las características más importantes de este método es que resuelve los problemas de programación lineal en iteraciones, cada una de estas iteraciones desplaza la solución a un nuevo punto esquina que tiene el suficiente potencial como para mejorar la función objetivo y el proceso termina cuando ya no se puede mejorar dicha función objetivo.

Este método, por otro lado, conlleva una gran cantidad de cálculos que provoca que una computadora sea una herramienta básica y fundamental para poder resolver los problemas de programación lineal. Las propias reglas del método simplex se adaptan perfectamente para el cálculo automático de los problemas.

a. **Variables de holgura y exceso**

En el algoritmo del método simplex cobra mucha importancia la teoría de las matrices. La matriz idéntica o de identidad puede ser considerada como una ordenación de los distintos elementos, números colocados en forma de filas y columnas; basándose en estas se puede resolver un problema. Además, en este método es muy importante convertir las inecuaciones iniciales en ecuaciones, utilizando para ello las variables denominadas de holgura. Estas variables tienen una gran importancia y valor en el análisis de sensibilidad y juegan un papel fundamental a la hora de crear la matriz identidad que es la base del método simplex.

Ejemplo de transformación de inecuaciones a ecuaciones.

Inecuaciones modeladas mediante programación lineal.

2x1 + 3x2 + 1x3 ≤ 500.

3x1 + 1x2 + 1x3 ≤ 700.

4x1 + 2x2 +2x3 ≤ 800.

Inecuaciones transformadas en ecuaciones.

$$\begin{array}{l} 2X1 + 3X2 + 1X3 + \\ 3X1 + 1X2 + 1X3 + \\ 4X1 + 2X2 + 2X3 + \end{array} \underbrace{\begin{bmatrix} 1S1 + 0S2 + 0S3 \\ 0S1 + 1S2 + 0S3 \\ 0S1 + 0S2 + 1S3 \end{bmatrix}}_{\text{Matriz Identidad}} \begin{array}{l} = 500 \\ = 700 \\ = 800 \end{array}$$

Inecuaciones modeladas mediante programación lineal.

2x1 + 3x2 + 1x3 ≥ 500.

3x1 + 1x2 + 1x3 ≥ 700.

4x1 + 2x2 +2x3 ≥ 800.

Inecuaciones transformadas en ecuaciones.

2x1 + 3x2 + 1x3 - 1S1 + 0S2 + 0S3 = 500.

3x1 + 1x2 + 1x3 + 0S1 - 1S2 + 0S3 = 700.

4x1 + 2x2 +2x3 + 0S1 + 0S2 - 1S3 = 800.

Las variables artificiales nos son útiles para convertir inecuaciones ≥ o ≤ en ecuaciones. Tenemos que decir que en el resultado no deben aparecer estas, pues no representan ningún tipo de recurso. La función principal, como hemos dicho, es la de perder la formación de la matriz identidad.

Una de las principales ventajas de este método y de las más destacables es que dicho método no solo proporciona el plan óptimo junto con el valor de la función objetivo, además aporta un conjunto de resultados extra, que pueden tener mucho valor para la toma de una decisión final y que otros métodos no son capaces de proporcionar.

Vamos a considerar el siguiente ejemplo. Para ello, diríjase al siguiente módulo didáctico:

Empresa Ecuamueble

El método símplex es un algoritmo eficiente y confiable para resolver problemas de programación lineal. También proporciona la base para llevar a cabo, en forma muy eficiente, las distintas etapas del análisis post-óptimo.

Para profundizar sobre este tema y afianzar sus conocimientos es necesario realizar la lectura del **Capítulo 4: Método simplex**, en el texto de González y García (2016), donde se enuncian las nociones básicas que usted debería conocer para resolver un problema de programación lineal siguiendo este método.

Adicionalmente, vamos a observar el siguiente video que explica cómo resolver un problema de programación lineal aplicando el Método Simplex. El video es un ejemplo práctico sobre cómo aplicar el método simplex para resolver un problema de maximización.

Actividad de aprendizaje recomendada

Es momento de aplicar su conocimiento a través de la actividad que se ha planteado a continuación:

Una vez que haya revisado la literatura correspondiente y observado el video, usted podrá resolver el ejercicio antes planteado. Una vez completado, responda las siguientes preguntas:

- ¿Cuáles son las ventajas de aplicar el método simplex frente al método gráfico?
- ¿Cree que la aplicación del método simplex amplía los rangos de aplicación de la programación lineal?

Nota: por favor, complete la actividad en un cuaderno o documento Word.

Para comprobar si la resolución del ejercicio fue correcta, puede utilizar la calculadora que usa el método simplex en línea.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 7

Queridos estudiantes, avanzamos hacia la séptima semana. Durante este período vamos a conocer el proceso para resolver problemas de maximización y minimización mediante programación lineal por medio de Excel- solver.

Unidad 2. Programación lineal

2.4 Soluciones con uso de*software* (solver)

Microsoft Excel Solver es una herramienta que forma parte de una serie de comandos, a veces denominados «*What if analysis*». Con Solver, se puede buscar el valor óptimo para un problema dado utilizando hojas de cálculo. Solver funciona en un grupo de celdas que estén relacionadas, directa o indirectamente, con la fórmula de la celda objetivo. Solver ajusta los valores en las celdas cambiantes que se especifiquen se denominan celdas ajustables, para generar el resultado especificado en la fórmula de la celda objetivo.

Pueden aplicarse restricciones para restringir los valores que puede utilizar *Solver* en el modelo y las restricciones pueden hacer referencia a otras celdas a las que afecte la fórmula de la celda objetivo, lo cual lo constituyen en una herramienta adecuada para solucionar problemas de programación lineal.

La herramienta utiliza el código de optimización no lineal desarrollado por la Universidad Leon Lasdon de Austin y la Universidad Allan Waren. Los problemas lineales y enteros utilizan el [Método Simplex] con límites en las variables y el método de ramificación y límite (método de branch and bound) para la solución de problemas de programación lineal entera y/o que utilicen variables binarias.

Vamos a analizar el siguiente problema:

Un fabricante cuenta con 80 kg, de acero y 120 kg, de aluminio, desea elaborar bicicletas de paseo y de montaña que quiere vender, respectivamente, a 20.000 y 15.000 pesos cada una para sacar el máximo beneficio. Para la de paseo empleará 1 kg, de acero y 3 kg, de aluminio, y para la de montaña 2 kg, de ambos metales.

¿Cuántas bicicletas de paseo y de montaña deberá fabricar para maximizar las utilidades?

Primeramente, se identifican las variables:

x = Cantidad de bicicletas de paseo a producir.

y = Cantidad de bicicletas de montaña a producir.

Luego, se identifican las restricciones del problema.

$x + 2y \leq 80$

$3x + 2y \leq 120$

$x >= 0$

$y >= 0$

Y finalmente, la función objetivo:

Z(max) = 20000x + 15000y

En el texto de González y García (2016) se detallan paso a paso los comandos a seguir en Excel- solver para solucionar cualquier problema de programación lineal. Revise el **Capítulo9: Solución gráfica a los modelos de la programación lineal.**

Vamos a observar el siguiente video que explica cómo habilitar el complemento Solver de Excel. Además, revisaremos el siguiente ejemplo de aplicación de solver para resolver problemas de programación lineal aplicando el método símplex. Optimización en Excel con Solver.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Estimados estudiantes, teniendo más claros los conceptos arriba descritos, les invito a desarrollar las siguientes actividades para afianzar sus conocimientos.

1. Después de revisar la literatura correspondiente y observar el video, usted podrá resolver el ejercicio anteriormente planteado. Una vez resuelto el problema, responda las siguientes preguntas:

    - ¿Cuáles son las ventajas de aplicar solver para la resolución de problemas que requieren programación lineal?
    - ¿Cuáles son las ventajas de la aplicación de solver en la resolución de problemas de programación lineal frente a las opciones de resolución mediante los métodos gráficos y simplex?

    Nota: por favor, complete la actividad en un cuaderno o documento Word.

2. Una vez que ha concluido con el estudio de la unidad 2 de esta asignatura, le invito a realizar la siguiente autoevaluación para verificar su aprendizaje sobre los contenidos analizados. Recuerde que la

autoevaluación no es obligatoria; sin embargo, le ayuda a reforzar sus conocimientos y lo prepara para la evaluación bimestral.

¡Vamos a trabajar!

Autoevaluación 2

Considerando el siguiente enunciado, seleccione la alternativa correcta.

1. La programación lineal se denomina así debido a que:

   a. Algunas funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales.
   b. Todas las funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales.
   c. Ninguna de las funciones matemáticas del modelo debe ser lineal.

2. En investigación de operaciones el término programación se refiere a:

   a. Planeación
   b. Investigación
   c. Algoritmo

3. Un problema de programación lineal busca:

   a. Obtener un promedio de producción
   b. Eficiencia de recursos disponibles
   c. Maximizar una función objetivo

4. En los problemas de maximización, las restricciones tienen la forma:

   a. Inecuaciones ≤
   b. Inecuaciones ≥
   c. Igualdades

5. Las restricciones del tipo ≤ reflejan:

   a. Surplus

b. Déficit
c. Estado estacionario

6. Los problemas de programación lineal se pueden resolver mediante:

a. Método gráfico
b. Método panel
c. Regresión múltiple

7. En un problema de maximización, el primer paso es:

a. Plantear las restricciones del modelo
b. Identificar la función objetivo del modelo
c. Identificar las variables del modelo

Antes de responder las siguientes preguntas, lea atentamente el siguiente caso:

Una empresa especializada en la fabricación de sillones produce 2 tipos de asientos para aviones A y B, utilizando para ello mano de obra y material sobrante de su proceso productivo habitual. Por tanto, para este mercado específico la fábrica tiene restricciones en cuanto al tiempo de producción, metros cúbicos de fibra comprimida y metros cuadrados de cuero. Los beneficios y requerimientos de material por cada unidad fabricada se muestran en la tabla, así como las disponibilidades máximas para un período determinado:

Tipo de asiento	Beneficios (usd)	Horas de trabajo	m2 de cuero	m3 de fibra
Al	700	2	1	1
A2	800	1	1	2
	--	19	14	20

Tipo de asiento	Beneficios (usd)	Horas de trabajo	m2 de cuero	m3 de fibra
Total disponible				

8. Las variables del problema son:

   a. Tipos de asientos A y B
   b. Los beneficios y horas de trabajo
   c. La cantidad de cuero y fibra

9. La función objetivo es:

   a. Z(max)=19x +20y
   b. Z(max)= 700x + 800y
   c. Z(min)= 700x + 800y

10. La restricción del problema en términos de tiempo es:

   a. $2x+1y=19$
   b. $2x+1y>19$
   c. $2x+1y \leq 19$

Ir al solucionario

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 8

Actividades finales del bimestre

¡Estamos finalizando el bimestre!

Durante esta última semana les recomiendo realizar una revisión general de lo estudiado en el bimestre y revisar los ejercicios y las autoevaluaciones una vez más, previo a la preparación de su evaluación del bimestre. Esta información será de gran utilidad para preparar su evaluación. Recuerde que durante este primer bimestre hemos estudiado dos unidades importantes. La primera es la Introducción a la investigación de operaciones y la segunda sobre Programación lineal.

La planificación oportuna de las actividades académicas, le facilitará su preparación para culminar con éxito este bimestre.

¡Éxitos!

Segundo bimestre

Resultado de aprendizaje 2:

Incorpora la realidad económica e institucional en los modelos de programación.

Estimado estudiante, a través del estudio de las siguientes unidades, usted adquirirá una visión amplia de cómo aplicar varias técnicas de programación matemática en problemas asociados a sus investigaciones en el área económica, lo que le permitirá alcanzar el resultado de aprendizaje.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Recuerde revisar de manera paralela los contenidos con las actividades de aprendizaje recomendadas y actividades de aprendizaje evaluadas.

Semana 9

Queridos estudiantes, iniciamos el segundo bimestre. Durante este período vamos a conocer sobre la aplicación de modelos de optimización basados en programación no lineal y multiobjetivo. Iniciaremos con los contenidos referentes a programación no lineal y sus bases conceptuales

Unidad 3. Programación no lineal

La programación no lineal forma parte de la investigación de operaciones y también, como la programación lineal, tiene como finalidad proporcionar los elementos para encontrar los puntos óptimos para una función objetivo. En este planteamiento, tanto la función objetivo como las restricciones son no lineales. Se presenta un problema de programación no lineal cuando tanto la función objetivo que debe optimizarse, como las restricciones del problema, o ambas, tienen forma de ecuaciones diferenciales no lineales, es decir, corresponden a ecuaciones cuyas variables tienen un exponente mayor que 1.

El campo de aplicación de la programación no lineal es muy amplio; sin embargo, hasta la fecha, los investigadores de esta rama del conocimiento no han desarrollado un método sistemático que sea práctico para su estudio. La programación no lineal también es conocida con el nombre de programación cuadrática, en virtud de que la mayor parte de los problemas que resultan contienen ecuaciones cuadráticas o de segundo grado.

Aunque la programación lineal es muy popular debido a su facilidad, puede atribuirse a muchos factores, incluyendo su fácil resolución mediante el uso del método Símplex. Sin embargo, muchos problemas reales no pueden ser adecuadamente representados o aproximados como un programa lineal debido a la naturaleza de la no linealidad de la función objetivo y/o la no linealidad de cualquiera de las restricciones.

Los esfuerzos por resolver tales problemas no lineales en forma eficiente provocaron un rápido progreso durante las pasadas tres décadas. La presente unidad contiene material de consulta para estudiantes que requieren aplicar técnicas de programación no lineal en la resolución de problemas en diversos campos de aplicación y cómo referenciar en cursos de programación no lineal y de investigación de operaciones.

3.1 Introducción a programación no lineal

3.1.1 Conceptos básicos

Los problemas no lineales se caracterizan por tener relaciones no lineales; es decir, no existe una relación directa y proporcional entre las variables que intervienen. Los problemas de programación no lineal, también son llamados curvilíneos, ya que el área que delimita las soluciones factibles en un gráfico se presenta en forma de curva. La función objetivo en la programación no lineal, puede ser cóncavo o convexo. Es cóncavo cuando se trata de maximizar utilidades. Es confuso cuando trata de minimizar recursos. Los problemas que contienen restricciones lineales, se resuelven de una forma más sencilla que los problemas con restricciones no lineales.

Así, la programación no lineal incluye al conjunto de métodos utilizados para optimizar una función objetivo, sujeta a una serie de restricciones en los que una o más de las variables incluidas son no lineal. Como ejemplo, considere el siguiente problema de programación no lineal:

Minimizar f(x)

Sujeta a $g_i\left(x\right) < 0$ i = 1, 2 ..., m

$h_i\left(x\right) - 0$ j = 1, 2 ..., 1

donde f. $g_j . g_2, ... gm. h_1, h_2, ..., h_j$, son funciones definidas en L_n. el espacio euclidiano de n dimensiones. X es un subconjunto de L_n. y *x* es un vector de componentes $x_1, x_2, ..., x_n$

El problema anterior puede ser resuelto para los valores de las variables $x_1, x_2, ..., x_n$ que satisfacen las restricciones que minimicen la función f. La función f es llamada usualmente la función objetivo. Cada una de las restricciones gi(*x*) para i 1, 2... m es llamada restricción de desigualdad y cada una de las restricciones hj(x) para j- 1, 2 ...l es llamada restricción de igualdad. Un vector *x* que satisface todas las restricciones es llamado una solución factible al problema.

La colección de todas las posibles soluciones forma la región factible. El problema de programación no lineal es encontrar un punto factible x tal que f(x) > f(X) para cada punto factible x. Un punto tal x, es llamado una solución óptima o simplemente una solución al problema. Si existe más de un punto óptimo, estos son referidos como soluciones alternativas óptimas.

3.1.2 Tipos de problemas de programación no lineal

Analicemos ahora el planteamiento de problemas, obteniendo modelos de programación no lineal, para buscar luego métodos de solución a problemas no lineales.

3.1.2.1 Problemas de maximización

En ocasiones, la programación no lineal se puede aplicar para maximizar un problema que tiene una función objetivo o unas restricciones en forma cuadrática, como se observa en el ejemplo a continuación:

Un joven ingeniero de una compañía ha sintetizado un nuevo fertilizante hecho a partir de dos materias primas. Al combinar cantidades de las materias primas básicas x1 y x2, la cantidad de fertilizante que se obtiene viene dada por $Q = 4x_1 + 2x_2 - 0.5{x_1}^2 - 0.25{x_2}^2$. Se requieren 480 euros por unidad de materia prima 1 y 300 euros por cada unidad de materia prima 2 que se empleen en la fabricación del fertilizante (en estas cantidades se incluyen los costos de las materias primas y los costos de producción). Si la compañía dispone de 24000 euros para la producción de materias primas, plantear el problema para determinar la cantidad de materia prima de forma que se maximice la cantidad de fertilizante.

Primeramente, definimos las variables de decisión del problema, que en este caso son:

x_1: Cantidad de materia prima 1.

x_2: Cantidad de materia prima 2.

Luego, se definen las restricciones del problema, en donde se indica que el coste no puede exceder el presupuesto que la empresa tiene asignado para el fertilizante y la no negatividad de las cantidades, así.

480x1 + 300x2 ≤ 24000

$$-x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

Finalmente, se define la función objetivo a maximizar. En este ejemplo, el objetivo es maximizar la cantidad de fertilizante. La función objetivo es cuadrática.

Q (max) = $4x_1+2x_2-0.5{x_1}^2 -0.25{x_2}^2$

3.1.2.2 Problemas de minimización

En ocasiones, la programación no lineal se puede aplicar para minimizar un problema que tiene una función objetivo o unas restricciones en forma cuadrática, como se observa en el ejemplo a continuación:

Unilever se anuncia en telenovelas y juegos de fútbol. Cada comercial en una telenovela cuesta 5000 dólares y cada comercial en un juego de fútbol cuesta 10000 dólares. Si se compran x_1 comerciales en novelas, serán vistos por $5\sqrt{x_1}$ hombres y por $20\sqrt{x_1}$ mujeres (los datos vienen en millones de espectadores). Si se compran $x_2$comerciales en juegos de fútbol, serán vistos por $7\sqrt{x_2}$, mujeres y por $17\sqrt{x_2}$hombres. Por lo menos 40 millones de hombres y por lo menos 60 millones de mujeres, quiere la compañía que vean sus comerciales.

Primeramente, definimos las variables de decisión del problema, que en este caso son:

x_1: Anuncios en telenovelas.

x_2: Anuncios en fútbol.

Luego identificamos las restricciones del problema, que en este caso son cuadráticas:

$5\sqrt{x_1} + 17\sqrt{x_2} \geq 40$

$20\sqrt{x_1} + 7\sqrt{x_2} \geq 60$

$x_1 >= 0$,

$x_2 >= 0$

Y finalmente,proponemos la función objetivo a minimizar

$Z(min) = 5000x_1 + 1000x_2$.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Es momento de aplicar su conocimiento a través de las actividades que se han planteado a continuación:

1. Una vez que haya revisado la literatura correspondiente a González, Á., García, G. (2016), analice la estructura de los problemas planteados y responda la siguiente pregunta:

   ¿En qué se diferencian los modelos lineales de los no lineales?

2. Investigue un problema no lineal y explique por qué cumple con las características de la no linealidad. Al realizar esta actividad, usted se entrenará para identificar con facilidad distintos tipos de problemas y cómo resolverlos en la práctica aplicando métodos de programación matemática.

Nota: por favor, complete las actividades en un cuaderno o documento Word.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 10

Queridos estudiantes, durante este período vamos a conocer sobre la aplicación de modelos de optimización basados en programación no lineal. Iniciaremos con los contenidos referentes a programación no lineal y sus bases conceptuales.

Durante esta semana, continuamos con los contenidos referentes a programación no lineal, enfocándonos en el estudio de la Teoría del Portafolio para problemas que tienen como finalidad maximizar una función objetivo y al mismo tiempo reducir el riesgo de las inversiones.

3.2 Teoría del portafolio

Harry Markowitz desarrolló una teoría en la cual los inversionistas construyen portafolios basados en el riesgo y en el rendimiento esperado. Aquí el riesgo es entendido como la variabilidad del retorno de la inversión, y los inversionistas prefieren lograr rendimientos con la menor variabilidad posible. En este contexto, es importante entender el concepto de aversión al riego, que depende de las expectativas de los inversionistas. Cuando se invierte un capital en un portafolio, se logra conseguir un rendimiento particular con menor riesgo que el de invertir todo el capital en un solo activo. Este fenómeno es conocido como “diversificación”. La diversificación es una gran aplicación de la investigación de operaciones en el campo de la Economía.

La programación no lineal permite resolver la asignación de portafolios conociendo los rendimientos individuales y el riesgo de cada opción que se va a incluir en el portafolio. El modelo de Markowitz está basado en las correlaciones de los activos de riesgo, esto implica que no debe existir correlación entre activos. Cuando un activo con gran retorno, pero con gran riesgo, se combina con otro, cuyo retorno es menor, así como su riesgo. En el portafolio óptimo del modelo de Markowitz se balancean el ingreso y el riesgo de ambas opciones, sujetas al nivel de aversión al riesgo de parte del inversionista. La diversificación basada en la correlación se denomina “diversificación eficiente”.

3.2.1 Rendimiento esperado y riesgo

Dado que el rendimiento futuro de los activos financieros es incierto, este es considerado como una variable aleatoria. Así, la incertidumbre hace que, además de los rendimientos esperados, los analistas deban tener en cuenta el riesgo de los activos financieros. Por este motivo, la teoría moderna de la inversión hace uso de distribuciones de probabilidad para estimar el rendimiento futuro de los activos financieros y el riesgo asociado.

La teoría del portafolio considera que en las decisiones de inversión solo se tienen en cuenta el retorno esperado y el riesgo. El primer momento de la distribución del retorno es usado como estimación del retorno esperado, y la varianza (o la desviación estándar) del retorno es empleada como medida del riesgo. En el área financiera, la desviación estándar es conocida como la volatilidad.

3.2.2 Estructura de preferencias bajo incertidumbre

En el contexto de la teoría financiera, el riesgo a menudo se mide en términos de la desviación estándar del rendimiento económico. Con base en esta consideración, los inversionistas con una actitud de aversión al riesgo exigirían un mayor ingreso para aceptar una unidad adicional de riesgo, o renunciarían a parte de su ingreso si esto influye en la reducción de sus riesgos. Teniendo en cuenta la aversión al riesgo, varias combinaciones de ingreso y riesgo pueden generar una utilidad idéntica, porque un riesgo reducido puede compensar un ingreso bajo y viceversa.

El Método Varianza-media (MV) se utiliza ampliamente en el ámbito financiero, porque se puede aplicar para cálculos bastante interesantes. A partir de ciertos axiomas se construye una función de utilidad que depende de la cantidad de bienes no inciertos. La utilidad que deriva un consumidor o inversionista de un activo incierto puede ser tratada por la función de utilidad propuesta por Neumann y Morgenstern. Estos autores definen el concepto de “utilidad esperada” como la utilidad de un activo incierto o variable aleatoria. Tomemos el caso en que la utilidad de un inversionista se representa por una función que está en términos del rendimiento cierto: $u = u(r)$.

La selección de una proporción óptima se puede lograr siguiendo el enfoque propuesto por Harry Markowitz en 1952, que reduce la elección óptima a un conjunto de dos criterios: recompensa económica (media) y riesgo (desviación estándar). Del universo de todas las carteras posibles, el inversionista debe seleccionar una del conjunto de carteras eficientes. Esto significa que, para un valor dado del rendimiento financiero medio, minimizan el riesgo, o bien, para un valor dado de riesgo aceptado, maximizan el retorno financiero medio.

Para la selección de una cartera que combina A y M, utilizamos la volatilidad de los precios de los productos y el rendimiento esperado como sustitutos del riesgo y la recompensa. De todo el universo de posibles carteras, las específicas proporcionarán la máxima recompensa por un riesgo determinado, lo que Markowitz llamó la frontera eficiente de las carteras.

$$V_P = \sum_{i=1}^{n} f_i v_i$$

Donde:

V_p Beneficio esperado del portafolio.

f_i *Fracción* del activo individual A o M (fraction of a specific land use in our case *A* and *M*).

v_i Beneficio esperado del activo individual *i*.

n Número de activos.

La desviación estándar de los rendimientos financieros se puede utilizar para cuantificar el riesgo de una inversión mixta.

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{(i \in N)} f_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i \in N} \sum_{j \in N} f_i f_j cov_{i,j}}$$

$$\sum_{i \epsilon N} f_i = 1; cov_{i,j} = k_i \sigma_i \sigma_j; f_i, f_j \geq 0$$

Donde:

σ_p Desviación estándar de los activos del portafolio.

i, j Índices de los activos.

N Número de activos disponibles.

f_i Pesos de cada activo en el portafolio.

σ_i Desviación estándar de los beneficios del activo *i*.

$k_{i,j}$ Coeficiente de correlación de los beneficios de los activos *i* y *j*.

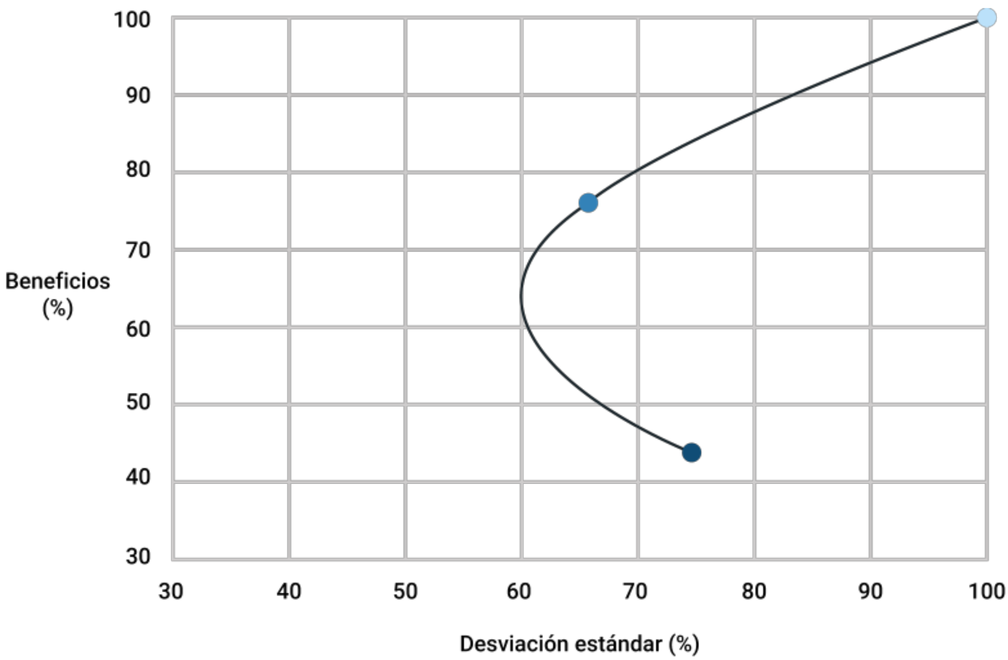
$cov_{i,j}$ Covarianza de beneficios de los activos *i* y *j*.

Los efectos de la diversificación pueden identificarse para diferentes combinaciones de activos, siempre que la variabilidad de su rendimiento financiero no tenga una correlación positiva perfecta ($k \neq 1$). La decisión sobre la fracción óptima de las diferentes inversiones depende finalmente de la tolerancia al riesgo del inversor, expresada por su función de utilidad individual. Para ampliar su conocimiento sobre la aplicación de la Teoría del Portafolio, revise los artículos de Castro et al. (2013) y Torres (2016), sobre aplicaciones de la teoría del portafolio para diversificación.

El trabajo de Castro et al. (2013) es una aplicación de la teoría del Portafolio en el campo de la agricultura y medioambiente. Este trabajo calcula la proporción de café y maíz necesaria para maximizar los ingresos de los productores y mantener el nivel de riesgo al mínimo. En la figura 6 se muestra la frontera eficiente de portafolios con varios niveles de combinaciones para maíz y café. El punto amarillo muestra la combinación óptima para la cual el ingreso fue el máximo posible y el riesgo se mantuvo al mínimo. La cartera compuesta por un 40 % de café y un 60 % de maíz ofreció los rendimientos maximizados por unidad de riesgo. El ingreso promedio fue de US \$311 ha^{-1} $año^{-1}$ (± US \$80).

Figura 6

Frontera eficiente de un portafolio óptimo de la mezcla de café y maíz



Nota. Castro, L. M., Calvas, B., Hildebrandt, P., et al. (2013). *Avoiding the loss of shade coffee plantations: how to derive conservation payments for risk-averse land-users*. Agroforestry Systems, 87(2), 331–347. [Springer Nature Link]

Una de las principales ventajas derivadas de la diversificación mediante la aplicación de la Teoría del portafolio es que los inversores pueden reducir su exposición al riesgo de los activos individuales.

Para profundizar sobre este tema y afianzar sus conocimientos es necesario realizar la lectura del artículo de Castro et al. (2015), en donde se explican la aplicación de la teoría del portafolio para inversiones en el sector agrícola de la costa ecuatoriana.

Semana 11

Queridos estudiantes, en esta semana vamos a utilizar Excel-solver para resolver problemas de programación no lineal aplicando la Teoría del portafolio. El uso de solver es muy difundido para este tipo de aplicaciones, dado el fácil acceso a esta herramienta informática.

Unidad 3. Programación no lineal

3.3 Programación no lineal con solver

Uno de los conceptos más importantes que todo inversionista debe conocer es la relación que existe entre el riesgo y la ganancia de un activo financiero y cómo esta relación afecta la composición de una cartera de inversión. La principal meta en la construcción de una cartera consiste en distribuir óptimamente la inversión entre distintos activos con la noción fundamental de diversificación.

Para tal fin, el método de la Media-Varianza resulta una valiosa herramienta cuantitativa que permite realizar dicha distribución, esto se logra con la determinación de la frontera eficiente, es decir, el conjunto de combinaciones de activos que maximizan la ganancia esperada para un nivel determinado de riesgo o bien minimizan el riesgo soportado para un nivel determinado de ganancia esperada. La frontera eficiente se determina planteando un problema de programación matemática no lineal, específicamente un problema de programación cuadrática (en el caso que se desea minimizar el riesgo para una ganancia determinada), que es el modelo ideado por Harry Markowitz (ver figura 6 de la sección anterior).

La herramienta Microsoft Excel Solver utiliza el código de optimización no lineal desarrollado por la *Universidad Leon Lasdon de Austin y la Universidad Allan Waren*, para la resolución de problemas en el campo económico y de negocios.

Vamos a considerar el ejemplo de aplicación de la teoría de portafolio de Torres (2016), quien elabora un portafolio eficiente aplicando la teoría de Markowitz a partir del análisis de las acciones más representativas que cotizan en la bolsa de valores de Colombia. Para facilitar la comprensión de la metodología, en la sección recursos de aprendizaje, se indican varios videos explicativos sobre el uso de Excel solver para resolver problemas relacionados con la Teoría del Portafolio. Durante las tutorías semanales estaremos revisando la aplicación paso a paso de la programación en Excel.

Para profundizar sobre este tema y afianzar sus conocimientos, le invito a observar el video Programación no lineal, ejemplo, en el cual se explica cómo resolver problemas de programación no lineal usando Solver de Excel. También, revisaremos el siguiente ejemplo: Optimización del portafolio de inversión con Solver de Excel para resolver problemas de portafolios.

Actividades de aprendizaje recomendadas

Es momento de aplicar su conocimiento a través de las actividades que se han planteado a continuación:

1. Una vez que haya revisado la literatura recomendada y observado los videos explicativos, utilice los datos de Torres (2016) para elaborar un portafolio diversificado de inversiones mediante la aplicación solver.
2. Estimado estudiante, una vez que ha concluido con el estudio de la unidad de esta asignatura, le invito a realizar la siguiente autoevaluación para verificar su aprendizaje sobre los contenidos analizados. Tengan en cuenta que la autoevaluación no es obligatoria; sin embargo, le ayuda a reforzar sus conocimientos y lo prepara para la evaluación bimestral. Esta tarea tiene la finalidad de comprobar que usted está teniendo sintonía con los temas tratados y está en capacidad de identificar un problema que use programación no lineal, así como su resolución.

¡Vamos a trabajar!

Autoevaluación 3

Considerando el siguiente enunciado, seleccione la alternativa correcta.

1. La característica principal de la programación no lineal es:

    a. La función objetivo es no lineal
    b. Las restricciones son lineales
    c. Las variables son no lineales

2. El tipo de programación en el que el área que delimita las soluciones factibles se presenta en forma de curva se conoce como:

    a. Lineal
    b. Multiobjetivo
    c. No lineal

3. La función objetivo en la programación no lineal es cóncava cuando:

    a. Se trata de minimizar recursos
    b. Se trata de maximizar utilidades
    c. Se trata de optimizar una restricción

4. El enfoque que permite optimizar una función objetivo considerando el riesgo se denomina:

    a. Teoría de juegos
    b. Teoría del portafolio
    c. Teoría de utilidad

5. La aversión al riesgo implica que:

    a. El inversionista prefiere opciones con gran riesgo
    b. El inversionista prefiere opciones con poco riesgo
    c. El inversionista es indiferente al riesgo

6. De acuerdo al modelo de portafolio óptimo desarrollado por Markowitz:

    a. Debe existir correlación entre activos
    b. No debe existir correlación entre activos
    c. La correlación es indiferente

7. En el portafolio la volatilidad de las inversiones se estima mediante:

    a. La desviación estándar
    b. La varianza
    c. El coeficiente de correlación

8. El método utilizado para optimizar un portafolio de inversiones es:

    a. Regresión lineal
    b. Media-Varianza
    c. Regresión múltiple

9. La definición de frontera eficiente es:

    a. El conjunto de combinaciones de activos que minimizan la ganancia esperada para un nivel determinado de riesgo.
    b. El conjunto de combinaciones de activos que maximizan tanto la ganancia como el riesgo.
    c. El conjunto de combinaciones de activos que maximizan la ganancia esperada para un nivel determinado de riesgo.

10. Los portafolios óptimos se pueden resolver mediante:

    a. El método gráfico
    b. El método simplex
    c. Optimización en Solver

Ir al solucionario

Semana 12

Queridos estudiantes, iniciamos con el estudio de la técnica de optimización basada en objetivos múltiples. Durante esta unidad vamos a conocer las bases de la programación multiobjetivo para la toma de decisiones y el campo de aplicación de este tipo de problemas.

Unidad 4. Programación multiobjetivo

4.1 Programación por objetivos

La teoría de toma de decisiones multicriterio es una disciplina relativamente joven que nace de la interacción entre las matemáticas y la economía. Su origen se sitúa en los estudios que Jean-Charles de Borda y el Marqués de Condorcet llevan a cabo en el siglo XVIII sobre política y la preferencia en las votaciones. Posteriormente, ya en el siglo XIX, economistas como Antoine Cournot y León Walras analizarán los conceptos de conflicto y equilibrio, mientras que Wilfredo Pareto introducirá el concepto de eficiencia y optimalidad.

Las implicaciones que puede tener la aplicación de un modelo de programación matemática, incluirían desde "la planificación de la actividad productiva, el impacto de las opciones estratégicas o tácticas, o la programación de la producción". Por ello, se precisa de un proceso formal de toma de decisiones, al menos en la empresa, de forma que no solo se cubran riesgos, sino que exista la posibilidad de conseguir un óptimo en la toma de esas decisiones.

Así, se antoja necesaria la existencia de métodos para la resolución de problemas de decisión. En todos ellos existirán unos objetivos, acompañados de unas restricciones que el analista deberá tener en cuenta para llegar a conseguir, en un principio, un conjunto de soluciones: las soluciones factibles, para posteriormente determinar la mejor solución. Esos métodos forman la llamada programación matemática. Los problemas de programación matemática usualmente tienen un solo objetivo, es decir, un único propósito que resolver. Un solo objetivo en un entorno empresarial tan cambiante, a la par que lleno de oportunidades y amenazas, es insuficiente, debido a la complejidad de dicho entorno. Es por ello que se recurre a la programación multiobjetivo.

La programación multiobjetivo se refiere a la posibilidad de resolver problemas de programación matemática, añadiendo a estos un extra de complejidad, introduciendo al problema más de un objetivo que optimizar. En la toma de decisiones, nunca se tiene, ni certeza de todas las variables a tener en cuenta, ni todos los recursos disponibles para llevar a cabo la decisión correcta.

Una descripción general de la programación multiobjetivo

La Programación Multiobjetivo se ha utilizado ampliamente para realizar optimización matemática para analizar decisiones multiobjetivo e incorporar las diferentes opiniones de los responsables de la toma de decisiones en el uso de recursos. Los métodos multiobjetivo pueden combinar objetivos ecológicos con criterios sociales y económicos y considerar valores no comerciales de servicios del ecosistema. Por tanto, son muy populares y de uso frecuente en la economía ecológica.

La mayor parte de la literatura clasifica la optimización multiobjetivo dentro del campo más amplio de los sistemas de apoyo a la toma de decisiones. Los sistemas de apoyo de decisiones están divididos en métodos cualitativos, cuantitativos e híbridos. Los métodos cualitativos (por ejemplo: entrevistas o valoraciones), se centran en estructurar un problema. También ayudan a definir los objetivos iniciales y a evaluar opiniones de las partes interesadas. Las técnicas cuantitativas (incluida la optimización) utilizan información numérica para evaluar un número de alternativas de decisión. Finalmente, los métodos híbridos están compuestos por la combinación de ambos enfoques.

Para conocer los diferentes enfoques de las técnicas de decisión, vamos a realizar la lectura de Kaim et al. (2018). Este artículo describe técnicas de optimización multiobjetivo aplicadas para la agricultura y cómo apoyar la toma de decisiones basada en modelos de optimización.

Actividad de aprendizaje recomendada

Continuemos con el aprendizaje mediante su participación en la actividad que se describe a continuación:

La optimización multiobjetivo tiene un amplio campo de aplicaciones. Le invito a revisar el trabajo de Soler (2014) sobre la aplicación de la metodología multiobjetivo para el caso de una compañía aérea que busca optimizar su desempeño empresarial mediante una mejor asignación de sus recursos.

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 13

Queridos estudiantes, continuamos con el estudio de la técnica de optimización basada en objetivos múltiples. Durante esta semana vamos a conocer técnicas aplicadas para la resolución de problemas basados en programación multiobjetivo para la toma de decisiones y el campo de aplicación de este tipo de problemas.

La Programación Multiobjetivo es la rama de la Programación Matemática que se ocupa de este tipo de problemas, es decir, problemas de optimización con más de una función objetivo. La optimización multiobjetivo, puede ser definida como un problema en el que se deben tener en consideración dos o más funciones objetivas. El inconveniente que rodea a este tipo de problemas radica en la subjetividad de la solución encontrada, debido a que para un problema multiobjetivo no se tiene una solución óptima única, en su lugar se genera un conjunto de soluciones factibles que no pueden ser consideradas diferentes entre sí. A este conjunto de soluciones factibles se les denomina **Frontera de Pareto**.

Unidad 4. Programación multiobjetivo

4.2 Métodos de solución multiobjetivo

Una técnica o método multiobjetivo está diseñada para encontrar un conjunto de soluciones que son igualmente buenas entre sí, para los problemas multiobjetivo se han desarrollado diferentes enfoques de solución que permiten obtener el conjunto de soluciones "frente de Pareto", entre ellos se pueden encontrar los siguientes métodos de solución: método de las ponderaciones, método de restricciones, método de programación compromiso y el método de programación por metas. Entre todos estos, el método de las ponderaciones es el más utilizado (Chen y Shieh, 2000).

4.2.1 Método de las ponderaciones

El Método de las Ponderaciones, se basa en la idea de convertir el problema multiobjetivo en uno de tipo escalar, de forma que se construye una función objetivo que sea la suma de las funciones objetivo de partida, ponderadas según un peso relativo que se le asigne a cada una de ellas. De esta forma, para cada ponderación posible, se obtiene un problema escalar consistente en minimizar la función resultante, sujeta a las restricciones del problema original. La asignación de las ponderaciones a cada uno de los objetivos también se podría realizar a partir del uso de herramientas multicriterio, que permitan determinar una jerarquización que represente la preferencia global del decisor sobre la importancia de los diferentes objetivos en el problema. Entre estas herramientas se encuentra el Proceso de Análisis Jerárquico (AHP por sus siglas en inglés), el cual, a partir de evaluaciones subjetivas, construye una jerarquización de cada una de las alternativas de solución que se estén considerando en el problema.

4.2.2 Método de restricciones

El método de restricciones consiste en optimizar la función objetivo que se considere más importante sobre las otras que hacen parte del modelo. Estas últimas se consideran como restricciones a las cuales se les introducen números reales que corresponden o hacen las veces de cotas inferiores. Las cotas inferiores, al igual que la función objetivo seleccionada como la de mayor importancia, representan preferencias subjetivas del decisor, generalmente son definidas por metas gerenciales, por lo que si no existiera una solución, se tendría que relajar al menos una de las cotas por parte del decisor. La solución del problema será eficiente si es una única solución. De esta forma, el problema multiobjetivo se reduce a un problema con un único objetivo.

4.2.3 Método de programación compromiso

La idea básica de este método de optimización consiste en aproximar la posición del decisor a un punto ideal definido previamente. El punto ideal se define como un vector, escrito de la forma transpuesta, conformado por los mejores resultados obtenidos para cada uno de los objetivos considerados en el modelo. La elección de dicha solución se evalúa según la distancia que exista entre ella y el punto ideal.

4.2.4 Método de programación por metas

La idea tras el método de la programación por metas es encontrar el conjunto de soluciones que estén lo más cerca posible a las metas definidas para cada uno de los objetivos incluidos en el modelo. Para esto, el decisor debe definir el valor objetivo o meta para cada una de las funciones; a continuación, resuelve un problema de un solo objetivo que le ayude a minimizar la suma de las desviaciones de los objetivos.

Normalmente, luego de realizar el establecimiento de las metas para cada uno de los objetivos, el decisor asigna a estos diferentes niveles de prioridad, es decir, le asigna un peso a cada uno, de modo que les permita ordenarlos atendiendo a las prioridades identificadas. Esta asignación puede ser uno a uno, es decir, en cada nivel un solo objetivo, o pueden aparecer varios compartiendo un mismo nivel; este caso implica una ponderación entre los objetivos que comparten el nivel. De esta forma, la resolución se llevará a cabo atendiendo a las metas impuestas y a los niveles de prioridad establecidos, de forma que se preferirá una solución que mejore al primero, una vez conseguida, se pasa al segundo y así sucesivamente.

Vamos a observar el video Modelo de programación multiobjetivo, que explica cómo plantear y resolver un problema de programación multiobjetivo como un insumo a su formación en esta asignatura.

Una vez observado el video, analice la siguiente interrogante.

¿Cuáles son las ventajas de aplicar la optimización multiobjetivo frente a opciones como la programación lineal y no lineal?

Actividad de aprendizaje recomendada

Estimados estudiantes, teniendo más claros los conceptos arriba descritos, les invito a desarrollar la siguiente actividad para afianzar sus conocimientos.

Una vez que ha concluido con el estudio de la cuarta unidad de esta asignatura, le invito a realizar la siguiente autoevaluación para verificar su aprendizaje sobre los contenidos analizados. Recuerde que la autoevaluación no es obligatoria; sin embargo, le ayuda a reforzar sus conocimientos y lo prepara para la evaluación bimestral. Además, tiene la finalidad de comprobar que usted está teniendo sintonía con los temas tratados.

¡Vamos a trabajar!

Autoevaluación 4

Considerando el siguiente enunciado, seleccione la alternativa correcta.

1. El autor que introdujo el concepto de optimalidad fue:

    a. Antoine Cournot
    b. Jean-Charles de Borda
    c. Wilfrido Pareto

2. La programación multiobjetivo se refiere a:

    a. La posibilidad de resolver problemas de programación matemática, introduciendo al problema más de un objetivo que optimizar.
    b. La posibilidad de resolver problemas de programación matemática, introduciendo el riesgo de las inversiones.
    c. La posibilidad de resolver problemas de programación matemática, utilizando métodos no lineales.

3. La desventaja de la optimización multiobjetivo es:

    a. La solución se resuelve con un conjunto de combinaciones que se ubican en la frontera eficiente.
    b. Que las soluciones pueden ser cóncavas o convexas, dependiendo del tipo de problema a solucionar.
    c. Que no se tiene una solución óptima única, sino un conjunto de soluciones factibles.

4. La programación que tiene por fin encontrar el conjunto de soluciones que estén lo más cerca posible a las metas definidas para cada uno de los objetivos incluidos en el modelo, se conoce como:

    a. Método de ponderaciones
    b. Programación por metas

c. Programación compromiso

5. El método multiobjetivo que consiste en optimizar la función objetivo que se considere más importante sobre las otras que hacen parte del modelo se conoce como:

    a. Programación compromiso
    b. Método de ponderaciones
    c. Método de restricciones

6. La idea básica de este método de optimización consiste en aproximar la posición del decisor a un punto ideal definido previamente, su nombre es:

    a. Programación compromiso
    b. Método de ponderaciones
    c. Programación por metas

7. A la hora del diseño de un automóvil tenemos que tener varias variables en cuenta. Por ejemplo, tendremos que minimizar el coste de producción, su consumo de combustible al tiempo que maximizamos su seguridad y confort. Para resolver este problema el método más óptimo sería:

    a. Programación lineal
    b. Programación no lineal
    c. Programación multiobjetivo

8. La programación multiobjetivo se apoya en técnicas multicriterio como:

    a. AHP Proceso analítico jerárquico
    b. Método Delphi
    c. Método Pattern

9. Los métodos multiobjetivo se destacan por:

    a. Su capacidad de capturar problemas complejos
    b. La dificultad de encontrar soluciones óptimas
    c. La facilidad de integrar la opinión de expertos

10. La programación multiobjetivo se puede aplicar a campos de las ciencias:

    a. Económicas
    b. Sociales
    c. Ambientales

Ir al solucionario

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 14

Queridos estudiantes, en estas últimas semanas vamos a concentrarnos en la aplicación de programación matemática para optimización de recursos. Durante esta semana vamos a conocer múltiples ejemplos de problemas que se pueden resolver mediante la aplicación de técnicas de optimización.

Unidad 5. Aplicaciones de la investigación operativa en estudios de caso

Como muchos avances científicos, la Investigación Operativa comenzó aplicándose con objetivos militares. Sin embargo, viendo sus ventajas, pronto se practicó en otros campos tales como industria, transporte, urbanismo, comercio, finanzas, sanidad, etc. para optimizar los recursos disponibles y obtener beneficios, principalmente económicos. A continuación, revisaremos los campos en los que se aplica en la actualidad con un enfoque en las ciencias empresariales y económicas. Estos problemas fueron tomados del libro Administración de Operaciones-Procesos y cadenas de valor de Krajewski, Ritzman y Malhotra (2008) y Salazar (2021).

5.1 Planificación de producción

En este campo de aplicación se busca minimizar los costos de producción en un corto plazo que logre satisfacer la demanda esperada. Las limitaciones que se presentan son: la capacidad de producción esperada, el tamaño de la fuerza de trabajo y los niveles de inventario. Los costos asociados en este tipo de problema son los salarios normales y de tiempo extra, contrataciones y despidos, subcontratación y costo de manejo de inventarios.

Ejemplo:

The Really Big Shoe es un fabricante de calzado deportivo para básquetbol y fútbol. El gerente de marketing tiene que decidir la mejor forma de gastar los recursos destinados a publicidad. Cada uno de los equipos de fútbol patrocinados requiere 120 pares de zapatos. Cada equipo de básquetbol requiere 32 pares de zapatos. Los entrenadores de fútbol reciben $300,000 por concepto de patrocinio para el calzado, y los entrenadores de básquetbol reciben $1,000,000. El presupuesto de Sullivan para promociones asciende a $30,000,000.

The Really Big Shoe dispone de una provisión limitada (4 litros, o sea, 4,000 centímetros cúbicos) de flubber, un compuesto raro y costoso que se utiliza en la fabricación del calzado atlético de promoción. Cada par de zapatos para básquetbol requiere 3 cc de flubber y cada par de zapatos de fútbol requiere 1 cc. Sullivan desea patrocinar el mayor número de equipos de básquetbol y fútbol que sus recursos le permitan.

Formule un conjunto de ecuaciones lineales para describir la función objetivo y las restricciones de este problema. ¿Cuál es el número máximo de cada tipo de equipo que The Really Big Shoe podrá patrocinar?

5.2 Flujo de producción

Determinamos el flujo óptimo para fabricar un producto que debe pasar en secuencia por varias estaciones de trabajo, donde la estación tiene sus costos y características de producción.

Ejemplo:

Mile-High Cervecería fabrica una cerveza clara y una oscura. Mile-High dispone de una provisión limitada de cebada, tiene capacidad de embotellamiento limitada y tiene un mercado también limitado para su cerveza clara. Las utilidades son de $0.20 por cada botella de cerveza clara y $0.50 por cada botella de cerveza oscura.

La tabla 3 muestra la disponibilidad de recursos en la cervecería.

Tabla 3
Recursos para la producción de la cervecería

Recurso	Cerveza clara	Cerveza oscura	Disponibilidad de recursos
Cebada	0.1 gramos	0.6 gramos	2000 gramos
Embotellado	1 botella	1 botella	6 000 botellas
Mercado	1 botella	--	4 000 botellas

Nota. Castro, L., 2025.

Formule un conjunto de ecuaciones lineales para describir la función objetivo y las restricciones de este problema. Aplique el método gráfico de programación lineal para maximizar las utilidades. ¿Cuántas botellas de cada producto deberán fabricarse cada mes?

5.3 Programación de transporte

Sirve para programar múltiples recorridos de cierta cantidad de vehículos para atender a los clientes o llevar los materiales que se transportarán entre diferentes plazas. Cada vehículo puede tener diferente capacidad de carga y de desempeño.

Ejemplo:

Un fabricante desea despachar varias unidades de un artículo a tres tiendas T1, T2, y T3. Dispone de dos almacenes desde donde realizar el envío, A y B. En el primero dispone de 5 unidades de este artículo y en el segundo 10. La demanda de cada tienda es de 8, 5, y 2 unidades respectivamente. Los gastos de transporte de un artículo desde cada almacén a cada tienda están expresados en la tabla:

Tabla 4
Recursos disponibles para el caso

	T1	T2	T3
A	1	2	4
B	3	2	1

Nota. *Castro*, L., 2025.

¿Cómo ha de realizar el transporte para que sea lo más económico posible?

5.4 Manejo de inventarios

Encontrar la combinación óptima de productos que se tendrán en inventario dentro de una red de almacenes.

Ejemplo:

Una inversora dispone de 50.000 USD para invertir entre las cuatro siguientes posibilidades: bolsa X, bolsa Y, bonos X, y bonos Y, por el periodo de un año. Un máximo de 10.500 USD puede ser invertido en bonos X, y un máximo de 10.000 USD en bonos Y. La inversión en la bolsa X conlleva un riesgo considerable por lo que se determina no invertir más de un cuarto de la inversión total. La cantidad invertida en la bolsa Y debe ser al menos tres veces la cantidad invertida en la bolsa X. Además, la inversora requiere que la inversión en bonos sea al menos tan grande como la mitad de la inversión en las bolsas. Los retornos netos anuales se estiman según se muestra en la siguiente tabla:

Tabla 5
Datos del problema

Bolsa X	Bolsa Y	Bonos X	Bonos Y
20%	10%	9%	11%

Nota. Castro, L., 2025.

¿Cuál es la forma óptima de realizar la inversión para conseguir las máximas ganancias?

5.5 Programación de personal

Cuando se requiere elaborar un plan de personal que permita atender la demanda variable esperada con el menor número posible de empleados.

Ejemplo:

Una empresa ha preseleccionado 5 candidatos para ocupar 4 puestos de trabajo que consisten en manejar 4 máquinas diferentes (un trabajador para cada máquina). La empresa puso a prueba a los 5 trabajadores en cada una de las 4 máquinas realizando el mismo trabajo, obteniendo los siguientes tiempos:

Tabla 6

Recursos disponibles para el caso

Candidato	Máquina 1	Máquina 2	Máquina 3	Máquina 4
Candidato A	10	6	6	5
Candidato B	8	7	6	6
Candidato C	8	6	5	6
Candidato D	9	7	7	6
Candidato E	8	7	6	5

Nota. Castro, L., 2025.

Determinar qué candidatos debe seleccionar la empresa y a qué máquinas debe asignarlos.

5.6 Control de desperdicios

Cuando se requiere cortar algunos materiales como el acero, cuero, tela o alguna lámina de material, mediante programación lineal se puede calcular cómo reducir el desperdicio al mínimo.

Estos son algunos de los usos más comunes donde se utiliza la programación lineal. En general, cualquier problema de optimización que cumpla las condiciones mencionadas puede ser resuelto con programación lineal.

Muchos de los problemas que presentan las empresas se pueden modelar como problemas de programación lineal; por lo tanto, el conocer los conceptos relacionados y el planteamiento correspondiente, brindará a los responsables mejores herramientas para la toma de decisiones.

En la próxima sección se analiza la aplicación de un problema de control de desechos aplicado a una empresa mediante la aplicación de políticas públicas en el campo ambiental.

Para profundizar sobre este tema y afianzar sus conocimientos es necesario realizar la lectura del **Capítulo 7: Modelo de transporte y 8: Método de asignación**, del texto de González y García (2016), donde se enuncian las nociones básicas que usted debería conocer y dominar sobre esta asignatura.

¿Qué le ha parecido el tema? Es interesante, ¿verdad? Ahora, le invito a enriquecer lo aprendido participando en la actividad que se presenta a continuación.

Actividad de aprendizaje recomendada

Verifique los conocimientos adquiridos en esta unidad completando la autoevaluación que se presenta a continuación.

Autoevaluación 5

Responda a las siguientes interrogantes evaluando si las afirmaciones presentadas son verdaderas o falsas

1. ( ) La Investigación Operativa comenzó siendo utilizada principalmente en el ámbito militar.
2. ( ) Los problemas de planificación de producción solo consideran los costos de salarios y no incluyen otros costos como subcontratación o inventarios.
3. ( ) En el ejemplo de "The Really Big Shoe", el flubber es el recurso que se necesita para fabricar zapatos deportivos y su cantidad disponible está limitada.
4. ( ) El método gráfico de programación lineal no es adecuado para resolver problemas con más de dos variables.
5. ( ) En la programación de transporte, los costos de transporte entre almacenes y tiendas son irrelevantes, solo importa la cantidad de productos a transportar.

6. ( ) En el problema de manejo de inventarios de la inversora, las inversiones en bonos X y Y tienen un retorno similar, pero se deben gestionar de manera estratégica por los límites establecidos.

7. ( ) El objetivo de la programación de personal es reducir el número de empleados sin tener en cuenta la demanda de producción.

8. ( ) El control de desperdicios es un ejemplo de cómo la programación lineal puede optimizar el uso de materiales en la producción, reduciendo los residuos.

9. ( ) La programación de transporte es una herramienta útil solo para empresas que operan en el sector del transporte, como las de logística.

10. ( ) En la planificación de producción, los costos asociados a los niveles de inventario son irrelevantes si la demanda es constante.

Ir al solucionario

Contenidos, recursos y actividades de aprendizaje recomendadas

Semana 15

Queridos estudiantes, en estas últimas semanas vamos a concentrarnos en la aplicación de programación matemática para optimización de recursos. Durante esta semana vamos a conocer múltiples ejemplos de problemas que se pueden resolver mediante la aplicación de técnicas de optimización.

Unidad 6. Aplicaciones de la investigación operativa: economía de los recursos naturales, agricultura y ambiente

La investigación operativa tiene un amplio campo de aplicación. Aunque fue desarrollada en un inicio con fines militares, en la actualidad se puede aplicar casi a todo campo del conocimiento. Ya que estamos en el itinerario que se ocupa del uso sostenible de recursos naturales, durante esta última unidad nos vamos a concentrar en campos de aplicación relacionados con el uso óptimo de recursos y a la aplicación de estrategias para reducir la contaminación ambiental al mínimo.

Como parte del Itinerario, ustedes conocieron sobre la aplicación de políticas con enfoque ambiental. Conocen, por lo tanto, que existen medidas encaminadas a reducir la contaminación causada por el uso insostenible de recursos, las cuales se denominan medidas de comando y control. También, hay medidas encaminadas a promover la conservación y el uso sostenible de recursos.

En esta unidad vamos a analizar dos casos específicos. El primero está enfocado al uso de recursos en la agricultura, con la finalidad de alcanzar la máxima producción posible para los agricultores. Un problema común de los productores agrícolas en el Ecuador es que no conocen cómo invertir sus recursos de la forma óptima, considerando que tienen muchas veces recursos limitados.

En el segundo caso, revisaremos la aplicación de optimización para reducir los niveles de contaminación en una fábrica, y cómo los resultados de la programación matemática pueden usarse como insumo en el campo de la política ambiental, con el fin de mejorar las condiciones de vida de las personas.

6.1 Agricultura

Comprender cómo los agricultores toman decisiones sobre la gestión de la tierra es fundamental para diseñar estrategias que mejoren sus rendimientos. La rentabilidad de un uso de la tierra en particular, obviamente, alienta a los agricultores a usar su tierra en las opciones agrícolas que generan más ingresos. A través de los precios, los mercados influyen en las decisiones de los productores sobre cómo asignar los recursos de la manera más eficiente para maximizar las ganancias. Para conocer cómo funciona la asignación de recursos, les invito a revisar el trabajo de Castro et al. (2013), en donde se explican las motivaciones de los productores con mayor profundidad.

A continuación, en el siguiente módulo didáctico, les propongo un ejemplo de optimización con enfoque a la agricultura y el uso óptimo de recursos disponibles.

Estudio de caso: Agricultura

Una vez planteado el problema, vamos a analizar lo siguiente:

- ¿Qué tipo de problema es?
- ¿Cuál es el mejor método para resolverlo?

Una vez que hemos decidido cuál es la mejor opción de programación matemática para resolver este tipo de ejemplos, estamos en capacidad de resolverlo. Recuerde que en la tutoría semanal revisaremos si el ejercicio estuvo correctamente planteado y resuelto.

6.2 Políticas públicas

La asignación óptima de recursos con la intención de proporcionar servicios ecosistémicos y conservación de la biodiversidad es uno de los desafíos clave en la gestión agrícola. Las técnicas de optimización han permitido resolver problemas de uso de recursos. Sin embargo, no existe directriz única que respalde la selección de un método apropiado. Para mejorar la aplicabilidad de las técnicas de optimización para estudios de casos del mundo real, es necesario analizar el tipo de caso y la cantidad de información disponible.

En la actualidad se aplican políticas públicas para promover el desarrollo sostenible, en las cuales se consideran varios parámetros de calidad ambiental. Muchas empresas públicas y privadas deben cumplir leyes, reglamentos, y normas que garanticen la calidad ambiental de su desempeño. En el siguiente ejemplo vamos a considerar el caso de una empresa que durante su producción genera una serie de desperdicios y contaminación del ambiente.

Estudio de caso

El gerente de la empresa, Joshinen desea que su compañía se acoja a parámetros de responsabilidad ambiental, por lo que propone modificar su proceso productivo. El gerente define su plan de la siguiente forma "Nuestra política ambiental define el compromiso de realización de nuestra actividad dentro de los parámetros de un desarrollo sostenible, manteniendo el control y la gestión de los aspectos ambientales que produce, especialmente de aquellos más significativos".

Para cumplir estos compromisos y alcanzar los objetivos establecidos, la empresa ha establecido los siguientes principios fundamentales:

- Asegurar la protección del medioambiente, trabajando de forma respetuosa, previniendo la contaminación y minimizando los efectos ambientales producidos como consecuencia de la actividad que desarrollamos.
- Asegurar el cumplimiento de los requisitos legales ambientales.
- Establecer indicadores y sistemas de reporte que permitan conocer de forma objetiva el impacto ambiental de nuestros centros.
- Integrar el sistema de gestión ambiental en la gestión global de la empresa.
- Definir objetivos y metas concretas y medibles dentro de un programa ambiental, siendo revisables según su consecución al menos una vez al año.
- Realizar una evaluación periódica anual de los aspectos ambientales derivados de nuestra actividad, a efectos de mantenimiento y mejora continua del sistema de gestión ambiental.

Con el fin de cumplir con este propósito de mejorar su desempeño ambiental, la empresa inicia acciones encaminadas a disminuir la producción de desechos, seleccionando un sector de trabajo específico, como se indica en el ejemplo a continuación.

La empresa Joshine posee 3 fábricas instaladas a la orilla de un río; cada una de las fábricas arroja 2 tipos de contaminantes al río. Si la basura es procesada en cada fábrica, es posible reducir el contaminante vertido al río. Cuesta 20 dólares procesar una tonelada de basura de la fábrica 1, reduciendo en 0,35 toneladas el contaminante 1 y en 0,25 toneladas el contaminante 2. Cuesta 12 dólares procesar una tonelada de basura de la fábrica 2, reduciendo en 0,2 toneladas el contaminante 1 y en 0,25 toneladas el contaminante 2. Cuesta 10 dólares procesar una tonelada de basura de la fábrica 3, reduciendo en 0,1 toneladas el contaminante 1 y en 0,45 toneladas el contaminante 2.

Por otro lado, la ley obliga a la empresa a reducir la contaminación total vertida al río en al menos 35 toneladas del contaminante 1 y en al menos 40 toneladas del contaminante 2. Cada fábrica tiene la posibilidad de procesar como máximo 70 toneladas de basura.

Primeramente, vamos a determinar las variables de decisión del modelo y expresarlas algebraicamente. En este caso:

X_1 = Cantidad de toneladas procesadas en la fábrica 1.

X_2 = Cantidad de toneladas procesadas en la fábrica 2.

X_3 = Cantidad de toneladas procesadas en la fábrica 3.

A continuación, vamos a determinar las restricciones del modelo y expresarlas como ecuaciones o inecuaciones dependientes de las variables de decisión. Dichas restricciones se deducen de la legislación con respecto a la reducción mínima del contaminante 1 y 2, la disponibilidad de minutos y la capacidad de procesamiento de cada fábrica.

$0.35X_1 + 0.20X_2 + 0.10X_3 >= 35$ (Reducción mínima contaminante 1).

$0.25X_1 + 0.25X_2 + 0.45X_3 >= 40$ (Reducción mínima contaminante 2).

$12X_1 + 10X_2 <= 3900$ (Disponibilidad de minutos de Detallado).

$X_1 <= 70$ (Capacidad de procesamiento de la fábrica 1).

$X_2 <= 70$ (Capacidad de procesamiento de la fábrica 2).

$X_3 <= 70$ (Capacidad de procesamiento de la fábrica 3).

Finalmente, determinamos la función objetivo:

$$Z(min) = 20x_1 + 12x_2 + 10x_3.$$

Una vez planteado el problema, vamos a analizar lo siguiente:

- ¿Qué tipo de problema es?
- ¿Cuál es el mejor método para resolverlo?

Si conoce la mejor forma de resolver el problema de minimización, le invito a utilizar la opción Excel solver o el método Símplex, para que durante la tutoría semanal podamos analizar cuál de las dos opciones resultó de más fácil aplicación.

Actividad de aprendizaje recomendada

Estimados estudiantes, teniendo más claros los conceptos arriba descritos, les invito a desarrollar la siguiente actividad para afianzar sus conocimientos.

Una vez que ha concluido con el estudio de la primera unidad de esta asignatura, le invito a realizar la siguiente autoevaluación para verificar su aprendizaje sobre los contenidos analizados. Recuerde que la autoevaluación no es obligatoria; sin embargo, le ayuda a reforzar sus conocimientos y lo prepara para la evaluación bimestral. Además, esta tarea tiene la finalidad de comprobar que usted está teniendo sintonía con los temas tratados.

¡Vamos a trabajar!

Autoevaluación 6

Considerando el siguiente enunciado, seleccione la alternativa correcta.

Un estudiante de Economía necesita completar un total de 65 cursos para graduarse. El número de cursos obligatorios tendrá que ser mayor que o igual a 23. El número de cursos complementarios deberá ser mayor que o igual a 20. El curso obligatorio promedio requiere un libro de texto que cuesta $60 e implica 120 horas de estudio. Los cursos complementarios requieren un libro de texto que cuesta $24 e implican 200 horas de estudio. El estudiante dispone de un presupuesto de $3,000 para libros.

1. Las variables son:

   a. X = cursos obligatorios / Y = cursos complementarios
   b. X = horas de estudio / Y = valor de los libros
   c. X = valor de los libros / Y = Cursos complementarios

2. Las restricciones de cursos son:

   a. $X + Y = 23$
   b. $X + Y = 120$
   c. $X + Y = 65$

3. Las restricciones del presupuesto son:

   a. $120X + 24Y \leq 3000$
   b. $60X + 24Y \leq 3000$
   c. $60X + 120Y \leq 3000$

4. La restricción del número de cursos obligatorios es:

   a. $X \geq 23$
   b. $Y \geq 20$
   c. $X \geq 20$

5. La función objetivo es:

   a. Min (60X + 24Y)
   b. Min (23X + 24Y)
   c. Min (60X + 20Y)

6. El tipo de problema es:

   a. Lineal
   b. No lineal
   c. Multiobjetivo

7. El método que no tiene validez para este tipo de problemas es:

   a. Método gráfico
   b. Método simplex
   c. Teoría del portafolio

8. Este problema es de tipo:

   a. Maximización
   b. Minimización
   c. Riesgo

9. La resolución del problema está dada por:

   a. Poliedro
   b. Frontera eficiente
   c. Punto factible

10. La solución de este problema es:

   a. Factible
   b. No factible
   c. Acotada

Ir al solucionario

Semana 16

Actividades finales del bimestre

¡Estamos finalizando el bimestre!

Durante esta última semana les recomiendo realizar una revisión general de lo estudiado en el bimestre y revisar las autoevaluaciones una vez más. Esta información será de gran utilidad para preparar su evaluación presencial. Recuerde que durante este segundo bimestre hemos estudiado unidades importantes como la Programación no lineal, la Programación multiobjetivo y las Aplicaciones para la producción y la política ambiental.

¡Éxitos!

4. Autoevaluaciones

Autoevaluación 1

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	a	Investigación operativa es la aplicación de métodos científicos para mejorar la efectividad de las operaciones, las decisiones y la gestión
2	a	Trata problemas relacionados con producción, comercialización y recursos humanos
3	c	Optimización es el procedimiento de encontrar los valores que deben tomar ciertas variables para hacer óptima una función objetivo, sujetas a un conjunto de restricciones
4	b	La Segunda Guerra Mundial
5	b	Dantzig
6	a	Una expresión matemática de una realidad compleja que se elabora para facilitar el estudio de su comportamiento
7	b	Función objetivo es la medición cuantitativa del funcionamiento de un sistema que se quiere optimizar
8	a	Restricción son las condiciones expresadas como ecuaciones e inecuaciones que ciertas variables deben satisfacer
9	c	La primera etapa es la identificación del problema
10	c	Es una resolución no factible

Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 2

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	b	En programación lineal todas las funciones matemáticas del modelo deben ser funciones lineales
2	a	Programación es planeación
3	a	Un problema de programación lineal busca maximizar una función objetivo
4	a	En los problemas de maximización, las restricciones tienen la forma de inecuaciones ≤
5	b	Las restricciones del tipo ≤ reflejan déficit
6	a	Los problemas de programación lineal se pueden resolver mediante el método gráfico
7	c	En un problema de maximización, el primer paso es identificar las variables
8	a	Tipos de asientos A y B
9	b	$Z(max) = 700x + 800y$
10	c	$2x + 1y \leq 19$

Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 3

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	a	La característica principal de la programación no lineal es que la función objetivo es no lineal
2	c	El tipo de programación en el que el área que delimita las soluciones factibles se presenta en forma de curva se conoce como no lineal
3	b	La función objetivo en la programación no lineal es cóncava cuando se trata de maximizar utilidades
4	b	El enfoque que permite optimizar una función objetivo considerando el riesgo se denomina Teoría del Portafolio
5	b	La aversión al riesgo implica que el inversionista prefiere opciones con poco riesgo
6	b	De acuerdo al modelo de portafolio óptimo desarrollado por Markowitz, no debe existir correlación entre activos
7	a	En el portafolio, la volatilidad de las inversiones se estima mediante la desviación estándar
8	b	El método utilizado para optimizar un portafolio de inversiones es Media-Varianza
9	c	La definición de frontera eficiente es el conjunto de combinaciones de activos que maximizan la ganancia esperada para un nivel determinado de riesgo
10	c	Los portafolios óptimos se pueden resolver mediante optimización con solver

Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 4

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	c	El autor que introdujo el concepto de optimalidad fue Wilfrido Pareto
2	a	La programación multiobjetivo se refiere a la posibilidad de resolver problemas de programación matemática, introduciendo al problema más de un objetivo que optimizar
3	c	La desventaja de la optimización multiobjetivo es que no se tiene una solución óptima única, sino un conjunto de soluciones factibles
4	b	La programación que tiene por fin encontrar el conjunto de soluciones que estén lo más cerca posible a las metas definidas para cada uno de los objetivos incluidos en el modelo, se conoce como Programación por metas
5	c	El método multiobjetivo que consiste en optimizar la función objetivo que se considere más importante sobre las otras que hacen parte del modelo se conoce como programación por restricciones
6	a	La idea básica de este método de optimización consiste en aproximar la posición del decisor a un punto ideal definido previamente, su nombre es programación compromiso
7	c	A la hora del diseño de un automóvil debemos tener varias variables en cuenta. Por ejemplo, tendremos que minimizar el coste de producción, su consumo de combustible al tiempo que maximizamos su seguridad y confort. Para resolver este problema el método más óptimo sería la programación multiobjetivo
8	a	La programación multiobjetivo se apoya en técnicas multicriterio como la AHP (Proceso analítico jerárquico)
9	a	Los métodos multiobjetivo se destacan por su capacidad de capturar problemas complejos
10	a, b y c	La programación multiobjetivo se puede aplicar a campos de las ciencias económicas, sociales y ambientales

Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 5

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	Verdadero	La Investigación Operativa nació como una herramienta para resolver problemas militares, como la optimización de recursos y la logística durante la Segunda Guerra Mundial. Posteriormente, su aplicación se extendió a otros campos, como la industria y el comercio, debido a su efectividad
2	Falso	En la planificación de producción, no solo se consideran los costos de salarios, sino también los costos relacionados con el tiempo extra, las contrataciones y despidos, la subcontratación y los costos de manejo de inventarios, todos los cuales impactan la optimización de recursos y la reducción de costos
3	Verdadero	En este caso, el flubber es un recurso clave y limitado para la fabricación de zapatos. La cantidad disponible de flubber (4 litros) debe ser gestionada cuidadosamente para maximizar el número de equipos patrocinados, tanto de fútbol como de básquetbol
4	Verdadero	El método gráfico es útil solo para problemas con dos variables, ya que permite visualizar las restricciones y la función objetivo en un plano Para problemas con más de dos variables, se deben usar otros métodos, como el Simplex
5	Falso	En la programación de transporte, los costos de transporte entre los almacenes y las tiendas son un factor clave para determinar la ruta más económica. La estrategia de optimización busca minimizar esos costos mientras se satisfacen las demandas de los clientes
6	Verdadero	Las inversiones en bonos X y Y tienen diferentes retornos netos (9% y 11%, respectivamente), pero el problema establece restricciones sobre cuánto se puede invertir en cada tipo de bono y cómo debe distribuirse el capital entre las distintas opciones para maximizar las ganancias
7	Falso	La programación de personal tiene como objetivo atender la demanda variable de producción utilizando el menor número de empleados posible, pero siempre respetando la capacidad de producción requerida para satisfacer las necesidades operativas de la empresa
8	Verdadero	La programación lineal es una herramienta excelente para optimizar la utilización de materiales, como acero o tela, minimizando los desperdicios durante el proceso de producción. El objetivo es maximizar la eficiencia y reducir el impacto ambiental

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
9	Falso	Aunque la programación de transporte es común en empresas logísticas, también se aplica en otros sectores donde se requiere optimizar el movimiento de productos, recursos o materiales entre diferentes ubicaciones, como en la manufactura o distribución
10	Falso	Aunque la demanda sea constante, los costos asociados a los inventarios, como su almacenamiento y manejo, siguen siendo relevantes. Estos costos deben ser optimizados para evitar que se conviertan en una carga económica significativa para la empresa

Ir a la autoevaluación

Autoevaluación 6

Pregunta	Respuesta	Retroalimentación
1	a	Las variables son X= cursos obligatorios/ Y= cursos complementarios
2	c	Las restricciones de cursos son **$X + Y = 65$**
3	b	Las restricciones del presupuesto son **$60X + 24Y \leq 3000$**
4	a	La restricción del número de cursos obligatorios es **$X \geq 23$**
5	a	La función objetivo es **Min $(60X + 24Y)$**
6	a	El tipo de problema es Lineal
7	c	El método que no tiene validez para este tipo de problemas es la teoría del Portafolio
8	b	Este problema es de tipo: minimización
9	c	La resolución del problema está dada por el punto factible
10	a y c	La solución de este problema es Factible y Acotada

Ir a la autoevaluación

5. Referencias bibliográficas

Castro, L.M., Calvas, B., Hildebrandt, P., Knoke T., (2013). Avoiding the loss of shade coffee plantations: how to derive conservation payments for risk-averse land-users. Agroforestry Systems 87: 331-347.

Castro L.M., Calvas B., Knoke T., (2015). Ecuadorian Banana Farms Should Consider Organic Banana with Low Price Risks in Their Land-Use Portfolios. PLoS ONE 10(3) doi: 10.1371/journal.pone.0120384

Castro, L.M., Härtl, F., Ochoa, S., Calvas, B., Izquierdo, L., Knoke, T., 2018. Integrated bio-economic models as tools to support land-use decision making: potentials and limitations. Journal of Bioeconomics. [doi.org/10.1007/s10818-018-9270-6](doi.org/10.1007/s10818-018-9270-6)

Castro, L. M., Lechthaler, F. (2022) The contribution of bio-economic assessments to better informed land-use decision making: An overview. Ecological Engineering 174: 106449

González, Á., García, G. (2016) Manual práctico de investigaciones de operaciones I. 4. ed. Barranquilla: Universidad del Norte. 368 p. Disponible en: https://elibro.net/es/ereader/bibliotecautpl/69942?page=1.

Kaim. A., Cord, A. F., Volk, M. (2018) A review of multi-criteria optimization techniques for agricultural land use allocation. Environmental Modelling & Software 105: 79 - 93

Krajewski, L., Ritzman, L., Malhotra, M. (2008) Administración de Operaciones: Procesos y cadenas de valor. Pearson Educación, México

Soler, S. (2014) Programación Multiobjetivo: Caso práctico aplicado a una compañía aérea. Trabajo de fin de grado. Universidad de Murcia. https://digitum.um.es/digitum/bitstream/10201/40606/1/TrabajoRC5.pdf

Torres, L. (2016) Conformación de un portafolio eficiente según la teoría de Markowitz a partir del análisis de las acciones más representativas que cotizan en la bolsa de valores de Colombia, según índice COLCAP de los últimos 3 años. trabajo de grado. Universidad Pedagógica Y Tecnológica De Colombia. https://repositorio.uptc.edu.co/bitstream/001/1623/1/TGT-358.pdf

Inge Darwin (2020) Programación Lineal: Todo lo que necesitas saber. Recuperado de https://youtu.be/0SSkMnP-3IQ.

Ortega, A. (2014) Programación lineal maximización. Recuperado de https://youtu.be/dHTFI-wAPUg.

Osorio, J. (1999) Problemas de programación lineal. Las Palmas de Gran Canaria: Universidad de Las Palmas de G.C.I.

Plan de mejora (2021) Calculadora método gráfico, en línea. Recuperado de https://www.plandemejora.com/calculadora-metodo-grafico-programacion-lineal/.

Plan de mejora (2018) Ejercicios de programación lineal. Recuperado de https://youtu.be/jHkXRqflRlY.

Ortega, A. (2018) Problema lineal minimización. Recuperado de https://youtu.be/MK29boPJDcg.

Hernández, A. (2020) Método Simplex. Recuperado de https://youtu.be/nmp4zwWXoWA.

Plan de mejora (2020) Calculadora método simplex, en línea. Recuperado de https://www.plandemejora.com/calculadora-metodo-simplex-online/.

Plan de mejora (2018) Cómo habilitar solver en EXCEL. Recuperado de https://youtu.be/tCtgXuEeIAA.

nR2 (2016) Optimización en Excel con Solver. Recuperado de https://youtu.be/CBI30uRaWyw.

Bedolla- Rivera, H. (2016) Programación no lineal ejemplo. Recuperado de https://youtu.be/OgCYVGlFh1s.

Cueva, L (2019) Optimización de portafolio de inversión con Solver. Recuperado de https://youtu.be/cLKFg8LWXe8.

UPV (2018) Modelo de programación multiobjetivo. Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=7SzH4AuuRlY.