

# Προσομοίωση και Μοντελοποίηση Δυναμικών Συστημάτων

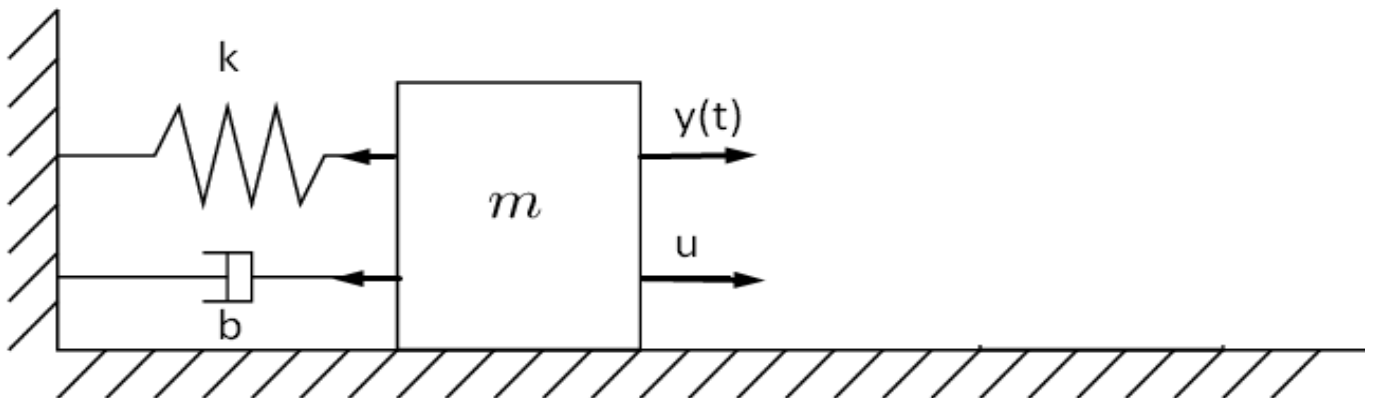
## Εργασία 1

### Γραμμική Παραμετροποίηση, Εκτίμηση Άγνωστων Παραμέτρων, Μέθοδος των Ελαχίστων Τετραγώνων

Στόχος αυτής της εργαστηριακής άσκησης είναι η εκτίμηση άγνωστων παραμέτρων με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων.

### Θέμα 1

Δίνεται το σύστημα μάζας-ελατηρίου-αποσβεστήρα που φαίνεται στο παρακάτω σχήμα:



όπου  $b$  είναι η σταθερά απόσβεσης,  $k$  είναι η σταθερά του ελατηρίου,  $u$  μια εξωτερική δύναμη και  $y(t)$  είναι η μετατόπιση της μάζας  $m$  εξαιτίας της δύναμης που εφαρμόζεται πάνω της.

- α) Βρείτε το μαθηματικό μοντέλο που περιγράφει τη δυναμική συμπεριφορά του συστήματος και παραμετροποιήστε το γραμμικά, στη μορφή:

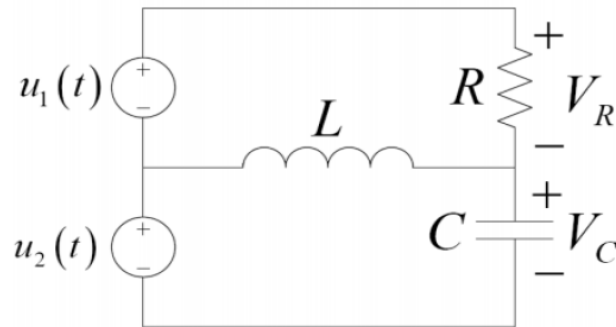
$$y = \theta^* \zeta$$

όπου το σήμα  $\zeta$  παράγεται από μετρήσεις της εξωτερικής δύναμης  $u$  και της μετατόπισης  $y$ .

- β) Σχεδιάστε τον αλγόριθμο ελαχίστων τετραγώνων για την εκτίμηση των άγνωστων παραμέτρων  $m$ ,  $b$  και  $k$  όταν μετρούμε μόνο την μετατόπιση και την εξωτερική δύναμη που εφαρμόζεται στη μάζα.
- γ) Προσομοιώστε τον αλγόριθμο που σχεδιάσατε στο προηγούμενο βήμα υποθέτοντας ότι  $m = 10\text{kg}$ ,  $b = 0.3\text{kg/s}$ ,  $k = 1.5\text{kg/s}^2$  και  $u = 10\sin(3t) + 5\text{N}$ . Χρησιμοποιήστε δείγματα ανά  $0.1\text{s}$  για  $10\text{s}$  θεωρώντας μηδενικές αρχικές συνθήκες για τις καταστάσεις του συστήματος. Σχολιάστε τα αποτελέσματα.

## Θέμα 2

Δίνεται το κύκλωμα του παρακάτω σχήματος:



όπου  $u_1(t) = 3\sin(2t)$  V και  $u_2(t) = 2$  V. Επιπλέον, μπορούμε να μετρήσουμε μόνο τις τάσεις  $V_R$ ,  $V_C$  στα άκρα της αντίστασης και του πυκνωτή αντίστοιχα.

- α) Εκτιμήστε με την μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων τον πίνακα μεταφοράς του παραπάνω κυκλώματος. Οι τάσεις  $V_R$ ,  $V_C$  παράγονται από το αρχείο `v.p` καλώντας την συνάρτηση ως εξής:

$$[V_R, V_C] = v(t);$$

όπου η παράμετρος  $t$  μπορεί να είναι είτε βαθμωτή (π.χ.  $t = 2.5$ ;) είτε πίνακας (π.χ.  $t = [1 \ 2 \ 3 \ 4]$ ).

Σημείωση: Οι προσομοιώσεις να γίνουν με συναρτήσεις του Matlab που θα επιλέξετε εσείς με βάση την ποιότητα των αποτελεσμάτων που δίνουν.

- β) Θεωρήστε ότι οι μετρήσεις  $V_R$ ,  $V_C$  λαμβάνονται εσφαλμένα (π.χ. παράγετε τα σήματα  $V_R$ ,  $V_C$  όπως πριν και προσθέστε σε 3 τυχαίες χρονικές στιγμές κάποιους τυχαίους αριθμούς πολύ μεγαλύτερης τάξης μεγέθους από τις κανονικές τιμές). Παρατηρήστε τι αντίκτυπο έχει αυτό το σφάλμα στις εκτιμήσεις των παραμέτρων μέσω της μεθόδου ελαχίστων τετραγώνων.

Να παραδώσετε τους κώδικες των προγραμμάτων που γράψατε, τις θεωρητικές αναλύσεις (όπου χρειάστηκαν) και μια αναφορά που να περιέχει τα σχόλιά σας και τα γραφήματα.