

Answer Key for Problem Set 7

계량경제학

남 준우 교수

1. (1) $H_0: \beta_3 = 0$ 가설에 대한 t-통계치는

$$t\text{-stat}(b_3) = \frac{b_3}{s_{b_3}} = \frac{1.48}{0.70} = 2.11$$

은 $n-4 = 89$ 일 때 5% 임계치(60의 자유도에서는 2.00, 120의 자유도에서는 1.98) 보다 절대값에서 크므로 귀무가설을 기각한다.

(2) 식 5.14에 의해

$$F = \frac{R^2/(k-1)}{(1-R^2)/(n-k)} = \frac{0.302/(4-1)}{(1-0.302)/(93-4)} = 12.84$$

를 구한다.

(3) 식 5.9에 의해

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k} = 1 - (1 - 0.302) \frac{93-1}{93-4} = 0.278$$

을 구한다.

(4) $H_0: \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = 0$ 에 대한 F-통계치 값이 (2)에서 12.84를 구하였다. 이는 5% 유의 수준에서 3과 91의 자유도를 갖는 임계치 (3과 60의 자유도에서 임계치 2.76, 3과 120의 자유도에서 임계치 2.68)보다 크므로 귀무가설을 기각한다.

2.

(1) $H_0: \beta_1 = 0$

가설에 대한 통계치는

$$t\text{-stat}(b_1) = \frac{b_1}{s_{b_1}} = \frac{-14.47}{16.27} = -0.89$$

는 절대값에 있어서 5% 유의수준에서 자유도 86의 임계치 2.0보다 작으므로 귀무가설을 기각하지 못한다.

(2) $H_0: \beta_2 = 1$ 가설에 대한 통계치는

$$t\text{-stat} = \frac{b_2 - 1}{s_{b_2}} = \frac{0.976 - 1}{0.049} = -0.490$$

이는 절대값에 있어서 5% 유의수준에서 자유도 86의 임계치 2.0보다 작으므로 귀무가설을 기각하지 못한다.

(3) $H_0: \beta_1 = 0, \beta_2 = 1$ 의 제약조건하에서 위 모형은 $price_i = assess_i + \epsilon_i$ 가 된다. 이 제약조건하에서 잔차 제곱합

$$\sum_{i=1}^{88} (price_i - assess_i)^2 = 209,448.99$$

이다. 제5장, 식 5.23으로부터

$$F = \frac{(RSS_R - RSS_U)/J}{RSS_U/(n-k)} = \frac{(209,448.99 - 165,644.51)/2}{165,644.51/(88-2)} = 11.371$$

을 구한다. 이는 5% 유의수준에서 2와 86의 자유도를 가지는 F-분포의 임계치 3.15보다 크므로 귀무가설을 기각한다.

(4) 결정계수를 이용하여 $H_0: \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$ 을 검정하기 위해서는 식 5.19에 의한 결과

$$F = \frac{(R_U^2 - R_R^2)/J}{(1 - R_U^2)/(n-k)} = \frac{(0.829 - 0.820)/3}{(1 - 0.829)/(88-5)} = 1.456$$

을 구한다. 이는 5% 유의수준에서 3과 83의 자유도를 갖는 F-분포의 임계치 2.76보다 작으므로 귀무가설을 기각하지 못한다.

3. The best way to understand this term is to find out the rate of change of Y (consumption expenditure) with respect to X_2 and X_3 , which is:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_2} = \beta_2 + \beta_4 X_3$$
$$\frac{\partial Y}{\partial X_3} = \beta_3 + \beta_4 X_2$$

As you can see the mean change in consumption expenditure with respect to income not only depends on income but also on the level of wealth. Similarly, the mean change in consumption expenditure with respect to wealth depends not only on wealth but also on income. That is, the variables income and wealth interact. This is captured by introducing income and wealth in interactive, or multiplicative, form in the regression in addition to the two variables in the additive form. It is only when β_4 is zero that the MPC will be independent of wealth.

4.

(1)

Dependent Variable: MONEY

Method: Least Squares

Sample: 1 119

Included observations: 119

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1064.100	338.7821	3.140957	0.0021
WIN	407.7659	54.60501	7.467556	0.0000
SAVE	225.2856	34.35570	6.557445	0.0000
LOSE	-80.84901	66.22280	-1.220864	0.2247
YEAR	489.7134	49.84993	9.823753	0.0000
R-squared	0.692286	Mean dependent var		5001.891
Adjusted R-squared	0.681489	S.D. dependent var		3384.712
S.E. of regression	1910.222	Akaike info criterion		17.98894
Sum squared resid	4.16E+08	Schwarz criterion		18.10571
Log likelihood	-1065.342	F-statistic		64.11846
Durbin-Watson stat	2.019448	Prob(F-statistic)		0.000000

Adjusted R-squared 0.681489

교과서의 관계식에 의한 구한 Adjusted R-squared

$$=1-(1-0.692286)*118/114=0.681489$$

(2) WIN, SAVE, YEAR는 P-value가 0.05보다 작으므로 5% 유의수준에서 통계적으로 유의미하고, LOSE는 P-value가 0.2247로 0.05보다 크므로 5% 유의수준에서 통계적으로 유의미하지 않다.

(3) LOSE를 독립변수에서 제외하면 잔차항 제공의 합이 증가하므로 결정계수는 감소한다.

(4) LOSE의 t-ratio의 절대값이 1보다 크기 때문에 Adjusted R-squared는 감소한다.

(5)

Dependent Variable: MONEY

Method: Least Squares

Sample: 1 119

Included observations: 119

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	969.5304	330.5103	2.933435	0.0040

WIN	367.5395	43.63656	8.422744	0.0000
SAVE	221.5127	34.28932	6.460108	0.0000
YEAR	480.4536	49.37452	9.730801	0.0000
<hr/>				
R-squared	0.688263	Mean dependent var	5001.891	
Adjusted R-squared	0.680130	S.D. dependent var	3384.712	
S.E. of regression	1914.292	Akaike info criterion	17.98512	
Sum squared resid	4.21E+08	Schwarz criterion	18.07853	
Log likelihood	-1066.115	F-statistic	84.63346	
Durbin-Watson stat	2.011981	Prob(F-statistic)	0.000000	

R-squared, Adjusted R-squared는 모두 감소한다.

(6)

F-statistic의 P-value 값이 0.05보다 작기 때문에 5%유의수준에서 $H_o : \beta_2 = \beta_3 = \beta_4 = \beta_5 = 0$ 라는 귀무가설을 기각한다.

(7)

Dependent Variable: MONEY

Method: Least Squares

Sample: 1 119

Included observations: 119

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	1869.053	354.4130	5.273658	0.0000
WL	320.7110	60.01221	5.344096	0.0000
SAVE	259.6184	38.62922	6.720780	0.0000
YEAR	536.6022	56.14302	9.557771	0.0000
<hr/>				
R-squared	0.596228	Mean dependent var	5001.891	
Adjusted R-squared	0.585695	S.D. dependent var	3384.712	
S.E. of regression	2178.622	Akaike info criterion	18.24381	
Sum squared resid	5.46E+08	Schwarz criterion	18.33722	
Log likelihood	-1081.507	F-statistic	56.60475	
Durbin-Watson stat	2.133996	Prob(F-statistic)	0.000000	

* WL=WIN-LOSE

$H_o : \beta_2 = -\beta_4$

$$SSR_R = 5.46 \times 10^8, \quad SSR_u = 4.16 \times 10^8$$

$$F = \frac{(5.46 \times 10^8 - 4.16 \times 10^8) / 1}{4.16 \times 10^8 / 114} = 35.62 > F(1, 114; 0.05) = 3.92$$

따라서 귀무가설은 5%유의수준에서 기각된다.

5.

(1)

Dependent Variable: D(LOG(P1))

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 1962 1977

Included observations: 16 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.094613	0.046276	2.044523	0.0656
D(LOG(W))	0.007045	0.199293	0.035349	0.9724
D(LOG(R))	0.306511	0.216370	1.416605	0.1843
D(LOG(N))	0.197161	0.118807	1.659513	0.1252
D(LOG(Y))	0.140270	0.284794	0.492532	0.6320
R-squared	0.449673	Mean dependent var		0.164759
Adjusted R-squared	0.249554	S.D. dependent var		0.056888
S.E. of regression	0.049281	Akaike info criterion		-2.932262
Sum squared resid	0.026714	Schwarz criterion		-2.690828
Log likelihood	28.45810	F-statistic		2.247030
Durbin-Watson stat	1.589216	Prob(F-statistic)		0.130060

개별추정치의 유효성에 대한 검정은

$H_o : \beta_2 = 0, \quad H_o : \beta_3 = 0, \quad \dots \quad H_o : \beta_5 = 0$ 의 가설을 개별 검정을 하는 것을 의미하는 것으로 11의 자유도에서 $t(11, 0.025) = 2.201$ 이므로

$|t - ratio| \geq 2.201$ 이면 귀무가설을 기각하고, $|t - ratio| < 2.201$ 이면 귀무가설을 채택

하게 된다. 위의 결과에 따라서 각각의 귀무가설은 기각하지 못한다. 또한 이는 p-value를 참고하여도 마찬가지이다.

(2)

(a) 실질국민총생산의 변화가 물가변화에 직접적으로 주는 효과는 위 결과에서 보듯 0.140이다. 이는 다중회귀분석에서 결과에 대한 해석은 다른 변수를 통제한 해당변수의 직접효과를 나타내기 때문이다.

(b) 각각의 임금, 자본, 원자재 가격변화의 실질국민총생산변화에 대한 회귀식(보조회귀(auxiliary regression: 관심있는 모형에서 독립변수간의 회귀분석))은

$$D(\text{LOG}(W)) = 0.1731757266 + 0.2986468437 \cdot D(\text{LOG}(Y))$$

$$D(\text{LOG}(R)) = 0.1221772601 - 0.2597212991 \cdot D(\text{LOG}(Y))$$

$$D(\text{LOG}(N)) = 0.1572243933 - 0.2906245418 \cdot D(\text{LOG}(Y))$$

로서 각각 0.299, -0.260, -0.291이다.

따라서 $D(\text{LOG}(Y))$ 의 한 단위 변화는 임금 변화를 0.299 단위 변화시키며, 또한 임금변화의 한 단위 변화는 물가변화를 0.007 단위 변화시키게 되어 임금변화의 변화를 통한 $D(\text{LOG}(Y))$ 의 간접효과는 $0.299 \cdot 0.007$ 이다.

마찬가지로 $D(\text{LOG}(Y))$ 는 자본가격지수의 변화를 통해 물가변화를 $-0.260 \cdot 0.307$ 단위 간접적으로 변화시키며, 원자재가격 변화를 통해 물가변화를 $-0.291 \cdot 0.197$ 단위 간접적으로 변화시킨다.

(c) 실질국민총생산변화의 총효과는

$0.140(\text{직접효과}) + (0.299 \cdot 0.007) + (-0.260 \cdot 0.307) + (-0.291 \cdot 0.197)$ 이며 이 값은 $d(\log(P1))$ 을 상수항과 $d(\log(Y))$ 에 대해 회귀분석한 단순회귀분석 결과에서의 기울기 0.005와 일치한다.

(3) 모든 기울기가 0임을 검정하는 F-통계치 값이 2.247이며 $F(4, 16 - 5; 0.05) = 3.36$ 보다 작으므로 모든 기울기가 0이라는 가설을 기각하지 못한다. 이는 또한 위의 E-Views 결과에서 보듯이 F-통계치의 유의확률이 0.13임을 확인하여도 마찬가지이다. 이 0.13의 값은 유의수준인 0.05보다 크므로 마찬가지로 모든 기울기가 0이라는 귀무가설을 기각하지 못한다.

(4) $H_0: \beta_3 = \beta_4 = 0$ 을 검정하기 위해 귀무가설의 제약조건하에서의 (제약된) 회귀분석결과는 다음과 같다.

Dependent Variable: D(LOG(P1))

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 1962 1977

Included observations: 16 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.135028	0.051372	2.628413	0.0209

D(LOG(W))	0.168919	0.229857	0.734886	0.4755
D(LOG(Y))	-0.044981	0.336614	-0.133627	0.8957
R-squared	0.039905	Mean dependent var	0.164759	
Adjusted R-squared	-0.107801	S.D. dependent var	0.056888	
S.E. of regression	0.059875	Akaike info criterion	-2.625743	
Sum squared resid	0.046606	Schwarz criterion	-2.480882	
Log likelihood	24.00594	F-statistic	0.270166	
Durbin-Watson stat	1.493570	Prob(F-statistic)	0.767434	

따라서 제약된 모형하에서의 잔차항 제곱합 $RSS_R = 0.046606$ 이며 일반적인 모형하에서의 잔차항 제곱합 $RSS_U = 0.026714$ 이므로 F-통계치 값은

$$\frac{(0.0466 - 0.0267) / 2}{0.0267 / 11} = 4.099 \quad \text{이며} \quad \text{임계치는} \quad F(2, 11; 0.05) = 3.98 \quad \text{이므로}$$

$H_o : \beta_3 = \beta_4 = 0$ 의 귀무가설을 기각한다.

(5) $H_o : \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1$ 의 가설하에서 제약조건 $\beta_2 = 1 - \beta_3 - \beta_4$ 의 제약조건을 감안한 회귀분석 결과는 다음과 같다.

Dependent Variable: D(LOG(P1))-D(LOG(W))

Method: Least Squares

Sample(adjusted): 1962 1977

Included observations: 16 after adjusting endpoints

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	0.023135	0.030857	0.749747	0.4679
D(LOG(R))-D(LOG(W))	0.574070	0.184360	3.113849	0.0090
D(LOG(N))-D(LOG(W))	0.172620	0.130917	1.318542	0.2119
D(LOG(Y))	0.129082	0.315566	0.409051	0.6897
R-squared	0.628328	Mean dependent var	-0.034535	
Adjusted R-squared	0.535410	S.D. dependent var	0.080129	
S.E. of regression	0.054617	Akaike info criterion	-2.764635	
Sum squared resid	0.035796	Schwarz criterion	-2.571488	
Log likelihood	26.11708	F-statistic	6.762169	
Durbin-Watson stat	1.468520	Prob(F-statistic)	0.006378	

따라서 제약된 모형하에서의 잔차항 제곱합 $RSS_R = 0.035796$ 이며 일반적인 모형하에서의 잔차항 제곱합 $RSS_U = 0.026714$ 이므로 F-통계치 값은

$$\frac{(0.0358 - 0.0267) / 1}{0.0267 / 11} = 3.7454 \quad \text{이며} \quad \text{임계치는} \quad F(1, 11; 0.05) = 4.84 \quad \text{이므로}$$

$H_o : \beta_2 + \beta_3 + \beta_4 = 1$ 의 귀무가설을 기각하지 못한다.