

Problem Set 2

계량경제학

남 준우 교수

1. 다음은 학생 8명의 학점(GPA)과 주당 학습시간(STUDY)에 관한 자료이다.

| 학생 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
|-------|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| GPA | 2.8 | 3.4 | 3.0 | 3.5 | 3.6 | 3.0 | 2.7 | 3.7 |
| STUDY | 21 | 24 | 26 | 27 | 29 | 25 | 25 | 30 |

학습시간과 학점에 관한 회귀식 $GPA_i = \beta_1 + \beta_2 STUDY_i + \varepsilon_i$ 에서

- (1) β_1 , β_2 의 최소자승추정치 b_1 , b_2 의 값을 구하여라.
- (2) 만일 주당 학습시간이 5 시간 증가한다면 학점은 얼마나 오르는가?
- (3) 각 학생에 대해 주당 학습시간이 설명하는 학점, 즉 학점의 추정치(fitted value)와 잔차를 구하고 잔차의 합이 0인지 확인하라.

2. 시험성적과 학습시간 사이의 관계를 구하기 위해 다음은 30명의 학생을 대상으로 계량경제학

과목 시험성적(Y)과 계량경제학 학습시간(X)에 대하여 구한 자료를 요약한 것이다.

$$\sum_{i=1}^n Y_i = 2,400$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 450$$

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y}) = 3,600$$

$$\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = 900$$

(1) 최소자승추정법에 의한 회귀계수 β_1, β_2 의 추정치 b_1, b_2 의 값을 구하라.

(2) 시험성적과 학습시간과의 (모집단) 관계를 $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$ 라 할 때, 오차항 ε_i 의 발생원인으로 고려될 수 있는 누락변수로는 어떠한 것들을 들 수 있는가?

3. $Y_i = \mu + \varepsilon_i$, $E(\varepsilon_i) = 0$ 의 모형에서 잔차항 제곱합 $\sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{\mu})^2$ 을 최소화하는 $\hat{\mu} = \bar{Y}$ 임을 증명하라.

(Note) 이 모형은 수업시간에 배운 단순 회귀분석 모형 $Y_i = \beta_1 + \beta_2 X_i + \varepsilon_i$ 의 모형에서 독립변수인 X_i 가 없는 경우이다.

(Note) Problem set 1의 2를 참고하세요.

4. 다음으로 절편이 없는 $Y_i = \beta X_i + \varepsilon_i$ 의 모형을 고려하자.

(1) β 에 대한 최소자승추정량을 구하라.

(2) 이 모형에서는 $\sum_{i=1}^n e_i = 0$ 이 성립하는가? 판단하고 그 이유를 설명하라.

5. 수업시간에 다룬 $\hat{Y}_i = b_1 + b_2 X_i$ 의 모형에서 다음을 증명하라.

(1) $\sum_{i=1}^n Y_i = \sum_{i=1}^n \hat{Y}_i$.

(2) $\sum_{i=1}^n X_i Y_i = \sum_{i=1}^n X_i \hat{Y}_i$.

6. A soda vendor at football games observes that more sodas are sold the warmer the temperature at game time is. Based on 32 home games covering five years, the vendor estimates the relationship between soda sales and temperature to be $\hat{Y} = -240 + 12X$, where Y = the number of sodas she sells and X = temperature degrees,

- (a) Interpret the estimated slope. Do the estimates make sense? Why, or why not?
- (b) On a day when the temperature at game time is forecast to be 30°C, predict how many sodas the vendor will sell.
- (c) Below what temperature are the predicted sales zero?
- (d) Sketch a graph of the estimated regression line.