

Αριστοτέλειο Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης  
Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών  
Τομέας Ηλεκτρονικής και Υπολογιστών



Εργασία στο Μάθημα Ψηφιακή Επεξεργασία Εικόνας  
**Σημειακός Μετασχηματισμός και Εκτίμηση  
Ιστογράμματος**

Εργασία 1

Όνομα: Στέφανος Γανωτάκης

AEM: 7664

Email: sganotak@auth.gr

ΜΑΙΟΣ 2020

## Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή .....	3
1.1	Αντικείμενο και Δομή Εργασίας.....	3
2	Ανάλυση Παραδοτέου Κώδικα.....	4
2.1	Σημειακός Μετασχηματισμός (συνάρτηση pointtransform) .....	4
2.2	Μετασχηματισμός με βάση το ιστόγραμμα (συνάρτηση histtransform) .....	7
2.3	Εκτίμηση ιστογράμματος από συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κατανομής (συνάρτηση pdf2hist).....	10

# 1 Εισαγωγή

Στην εργασία αυτή αναπτύχθηκε πρόγραμμα σε matlab όπου έγινε η επεξεργασία μιας grayscale εικόνας βάση σημειακού μετασχηματισμού, κάποιου δοθέν ιστογράμματος και τέλος βάση μια γνωστής κατανομής

## 1.1 Αντικείμενο και Δομή Εργασίας

Η εργασία έχει δομηθεί σε τρεις ενότητες για τις οποίες έχουν αναπτυχθεί τρία demos.

- Το πρώτο demo υλοποιεί τρεις σημειακούς μετασχηματισμούς με χρήση της συνάρτησης `pointtransform`.
- Το δεύτερο demo, με τη χρήση της συνάρτησης `histtransform` μετασχηματίζει την δεδομένη εικόνα σε μια άλλη με τη χρήση ενός άπληστου αλγορίθμου, έτσι ώστε τελικά να προσεγγίζεται ένα ζητούμενο ιστόγραμμα με βάση κάποιες παραμέτρους που έχουν δοθεί
- Για το τρίτο demo αναπτύχθηκε επιπλέον η συνάρτηση `pdf2hist`, η οποία μαζί με την συνάρτηση `histtransform` μετασχηματίζει τη δεδομένη εικόνα έτσι ώστε να προσεγγίζει μια δεδομένη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

## 2 Ανάλυση Παραδοτέου Κώδικα

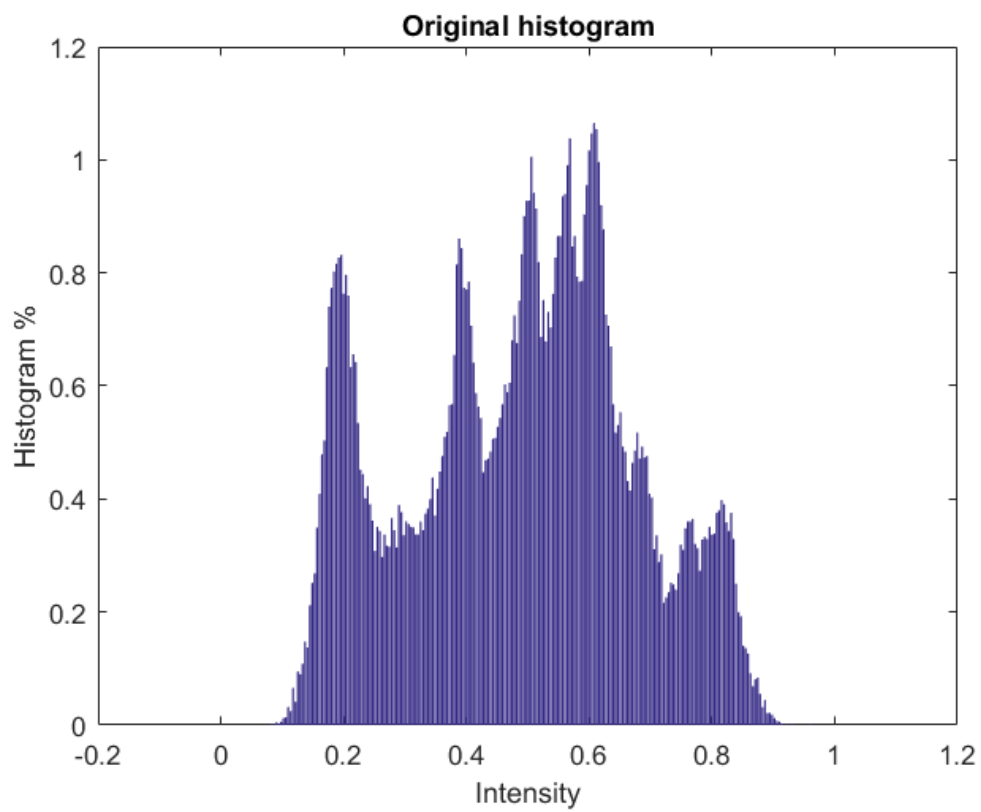
### 2.1 Σημειακός Μετασχηματισμός (συνάρτηση pointtransform)

Η συνάρτηση  $Y = \text{pointtransform}(X, x1, y1, x2, y2)$  υλοποιήθηκε όπως ακριβώς ζητήθηκε από την εκφώνηση. Πιο συγκεκριμένα, η δεδομένη εικόνα  $X$  μετασχηματίζεται σε μια άλλη με βάση τις ευθείες που ορίζονται από τα σημεία  $(0,0)$  και  $(x1,y1)$ ,  $(x1,y1)$  και  $(x2,y2)$  και τέλος  $(x2,y2)$  και  $(1,1)$ . Ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε ελέγχει πια pixel της εικόνας βρίσκονται στα διαστήματα που ορίζουν οι ευθείες που παράγονται από τα ορίσματα  $x1,y1,x2,y2$  και πραγματοποιεί τον ανάλογο μετασχηματισμό. Τα αποτελέσματα για τις εισόδους που ζητήθηκαν από την εκφώνηση παρουσιάζονται στις παρακάτω εικόνες και διαγράμματα.

Η αρχική εικόνα καθώς και το ιστόγραμμα αυτής είναι τα παρακάτω:

**Original image**

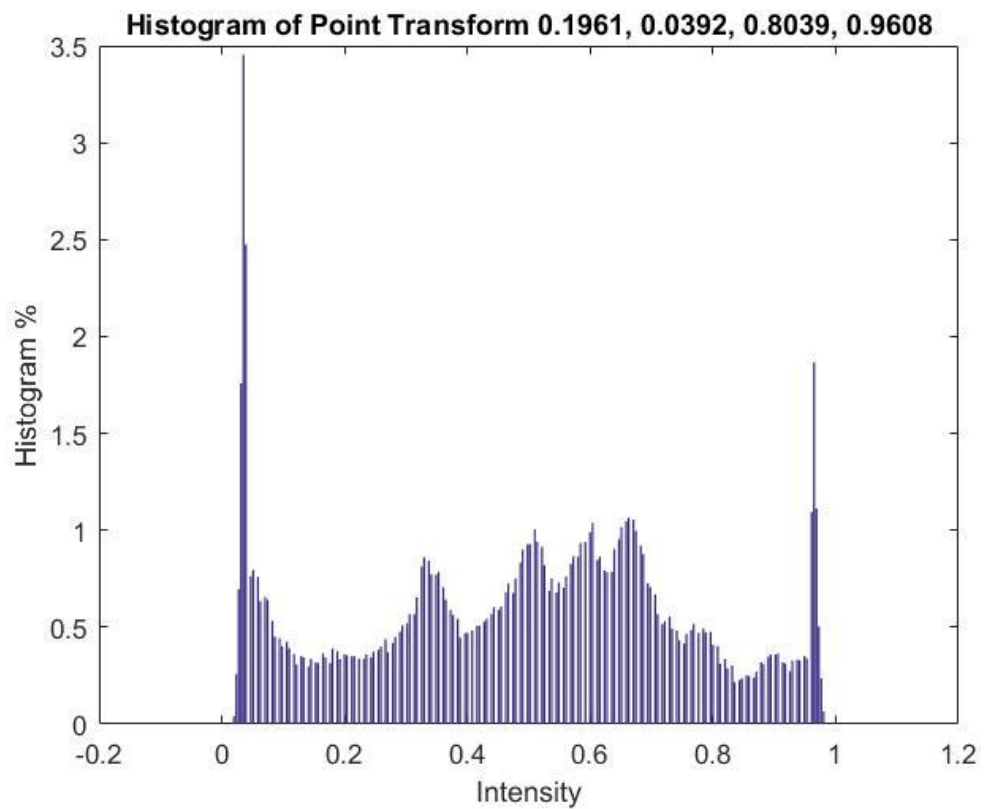




Για είσοδο  $[x_1, y_1, x_2, y_2] = [0.1961, 0.0392, 0.8039, 0.9608]$  προκύπτουν τα παρακάτω αποτελέσματα:

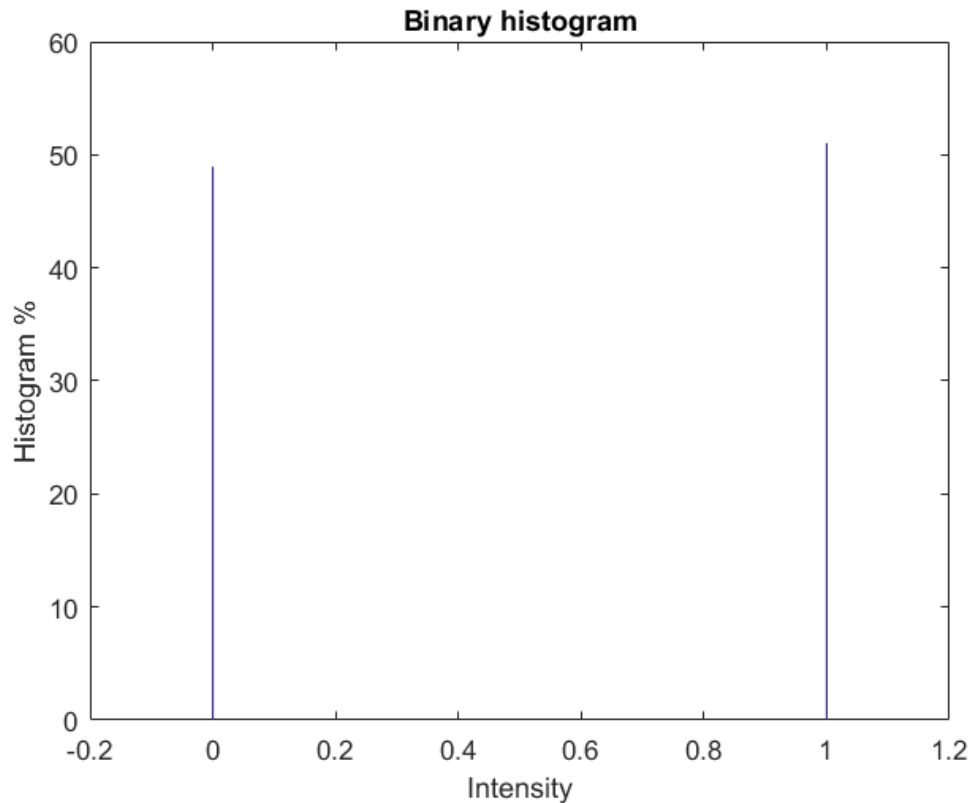
**Point Transform 0.1961, 0.0392, 0.8039, 0.9608**





Τα αποτελέσματα για  $[x_1, y_1, x_2, y_2] = [0.5, 0, 0.5, 1]$  παράγουν την ακόλουθη δυαδική εικόνα και το ιστόγραμμα της.





## 2.2 Μετασχηματισμός με βάση το ιστόγραμμα (συνάρτηση `histtransform`)

Η συνάρτηση  $Y = \text{histtransform}(X, h, v)$  μετασχηματίζει τη δεδομένη εικόνα  $X$  σε μια καινούργια  $Y$  με βάση της παραμέτρους  $h, v$  του ιστογράμματος που δίνονται. Για την υλοποίηση της συγκεκριμένης συνάρτησης αναπτύχθηκε ένας greedy αλγόριθμος, ο οποίος αρχικά ταξινομεί τα pixels φωτεινότητας της εικόνας με αύξουσα σειρά σε ένα vector, ενώ παράλληλα σε ένα index διατηρούνται οι αρχικές θέσεις των pixel. Έπειτα τα pixel ίδιας φωτεινότητας μετασχηματίζονται στην στάθμη  $v(i)$  που έχει δοθεί ως όρισμα, μέχρις ότου ο λόγος του συνολικού αριθμού των pixel που έχουν μετασχηματιστεί με τον συνολικό αριθμό των pixel της εικόνας υπερβεί το  $h(i)$ . Όταν το όριο αυτό ξεπεραστεί μεταβαίνουμε στην τιμή  $i+1$  κ.ο.κ. Αφού ολοκληρωθεί ο μετασχηματισμός, το vector με τις μετασχηματισμένες τιμές αναδιαμορφώνεται στην νέα εικόνα  $Y$ .

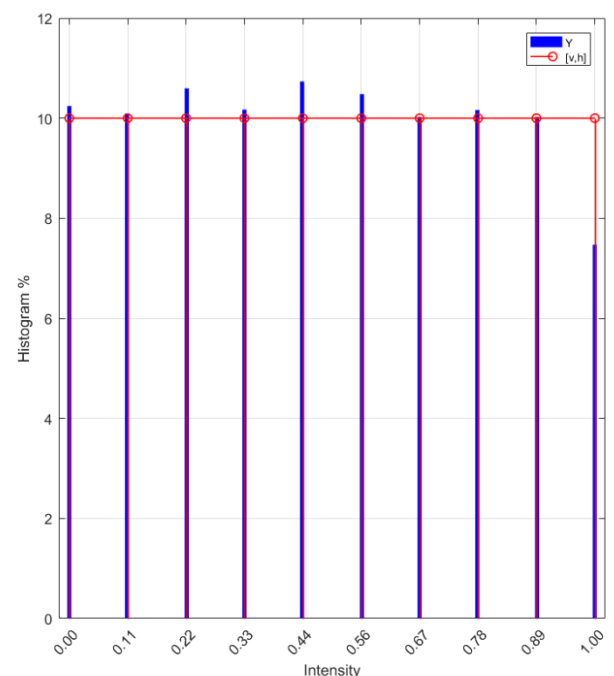
Τρέχοντας το `demo2` παίρνουμε τα αποτελέσματα για τις 3 περιπτώσεις που ζητήθηκαν από την εκφώνηση. Στα διαγράμματα που συνοδεύουν τις εικόνες οι μπλε μπάρες αντιπροσωπεύουν την κατανομή της φωτεινότητας της παραγόμενης εικόνας  $Y$  ενώ οι κόκκινες αντιπροσωπεύουν την δεδομένη κατανομή/ιστόγραμμα, διευκολύνοντας έτσι την εξαγωγή συμπερασμάτων για την αποτελεσματικότητα του αλγορίθμου.

Για την 1<sup>η</sup> περίπτωση έχουμε τα ακόλουθα δεδομένα

```
%% Case 1
L = 10;
v = linspace (0, 1, L);
h = ones([1, L]) / L;
```

που ουσιαστικά περιγράφουν μια ομοιόμορφη κατανομή στο  $[0,1]$ . Τα αποτελέσματα είναι τα παρακάτω.

Case 1 : Uniform distribution  $[0,1]$



Όπως φαίνεται ο αλγόριθμος προσεγγίζει αρκετά καλά την κατανομή με ελάχιστες αποκλίσεις

Για την 2<sup>η</sup> περίπτωση έχουμε τα ακόλουθα δεδομένα

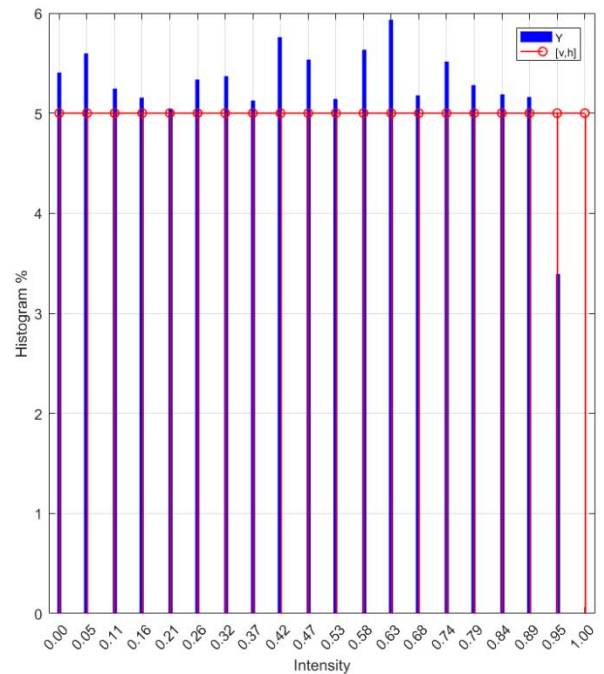
```
%% Case 2
L = 20;
v = linspace (0, 1, L);
h = ones([1, L]) / L;
```

Και σε αυτή την περίπτωση περιγράφεται μια ομοιόμορφη κατανομή στο διάστημα  $[0,1]$  με διπλάσιες όμως τιμές μεσοδιαστημάτων από την 1<sup>η</sup> περίπτωση. Τα



αποτελέσματα που προκύπτουν μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου είναι τα ακόλουθα

Case 2 : Uniform distribution [0,1]

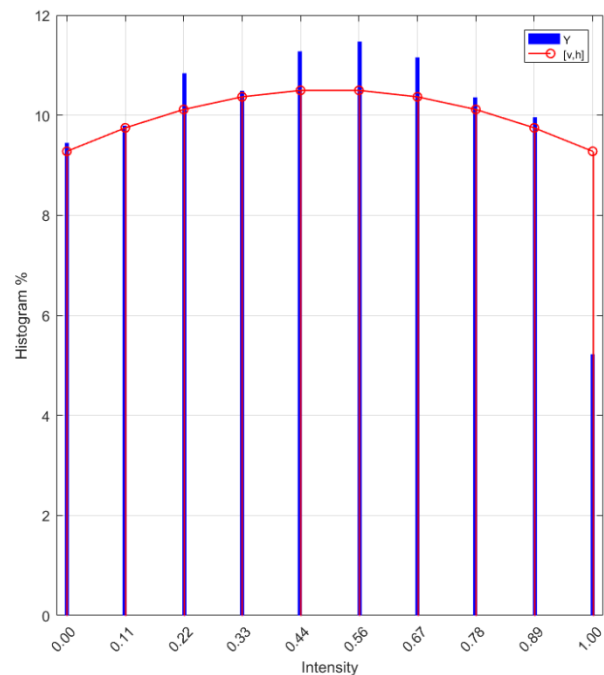


Όπως φαίνεται, η κατανομή εδώ προσεγγίζεται λιγότερο καλά σε σχέση με την 1<sup>η</sup> περίπτωση. Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι το άπληστο κριτήριο του αλγορίθμου που αναπτύχθηκε είναι λιγότερο αποτελεσματικό όσο ανεβαίνει ο αριθμός των υποδιαστημάτων.

Τέλος, η 3<sup>η</sup> περίπτωση περιλαμβάνει τις ακόλουθες προδιαγραφές

```
%% Case 3
L = 10;
v = linspace (0, 1, L);
h = normpdf(v, 0.5) / sum(normpdf(v, 0.5));
```

Τα συγκεκριμένα δεδομένα περιγράφουν μια κανονική κατανομή με μέση τιμή 0.5 και τυπική απόκλιση 1. Η εικόνα και το ιστόγραμμα που παράγεται μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου είναι τα παρακάτω:



Και σε αυτήν την περίπτωση η κατανομή προσεγγίζεται αρκετά καλά, παρόλα αυτά υπάρχουν και πάλι τιμές που αποκλίνουν.

Μελετώντας τα τρία πειράματα που πραγματοποιήθηκαν παραπάνω εξάγουμε το συμπέρασμα ότι ο αλγόριθμος που αναπτύχθηκε προσεγγίζει αρκετά ικανοποιητικά τα δοθέντα ιστογράμματα, ωστόσο για κατανομές με μεγαλύτερο αριθμό μεσοδιαστημάτων παρουσιάστηκαν κάποιες αποκλίσεις, συγκεκριμένα για τις μεγαλύτερες τιμές της φωτεινότητας της εικόνας. Αυτό οφείλεται στην άπληστη φύση του αλγορίθμου, αφού όλες οι τιμές της ίδιας φωτεινότητας καταλήγουν στην ίδια στάθμη, με αποτέλεσμα οι τελευταίες στάθμες να έχουν μικρότερο αριθμό pixel. Πιθανώς με τη χρήση ενός μη άπληστου αλγορίθμου να μπορούσαμε να προσεγγίσουμε τέλεια τα ιστογράμματα

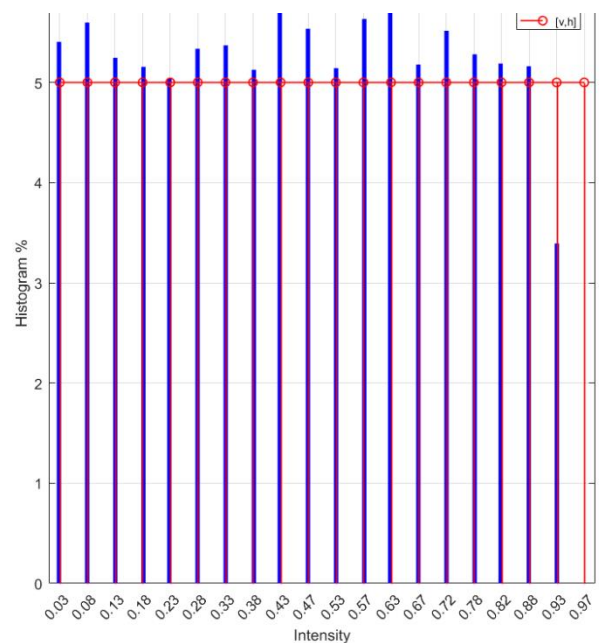
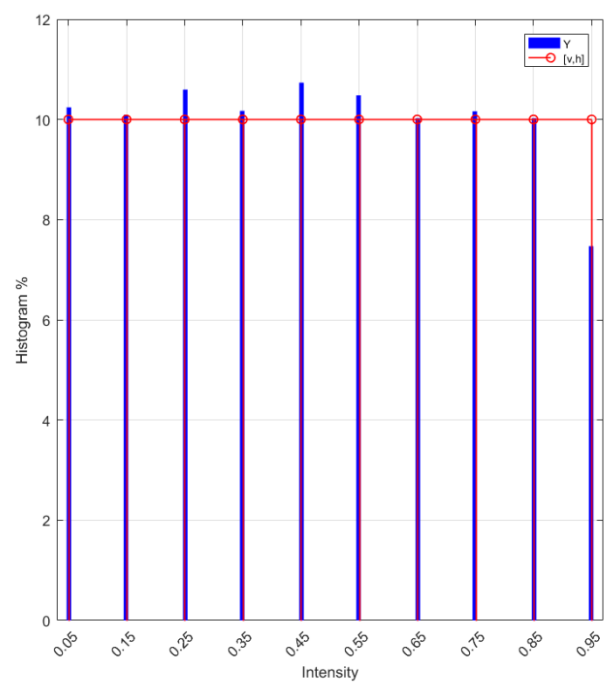
## 2.3 Εκτίμηση ιστογράμματος από συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας κατανομής (συνάρτηση pdf2hist)

Για το 3<sup>ο</sup> μέρος της εργασίας δημιουργήθηκε η συνάρτηση  $h = \text{pdf2hist}(d, f)$  η οποία επιστρέφει ένα ιστόγραμμα  $h$  με βάση ένα διάστημα  $d$  και ένα function pointer  $f$  που προσδιορίζει μια συνάρτηση. Για το σκοπό της εργασίας δημιουργήθηκαν τρεις δοκιμαστικές συναρτήσεις που περιγράφουν τρεις διαφορετικές κατανομές όπως ζητήθηκε από την εκφώνηση. Η συνάρτηση `unif1` περιγράφει μια ομοιόμορφη κατανομή στο  $[0,1]$ , η `unif2` μια ομοιόμορφη κατανομή στο  $[0,2]$  και η `normalpdf` μια κανονική κατανομή με μέση τιμή 0.5 και τυπική απόκλιση 0.1. Στη συνάρτηση που υλοποιήθηκε αρχικά υπολογίζονται οι τιμές του ιστογράμματος μέσω της έτοιμης συνάρτησης του matlab, `integral`. Πιο συγκεκριμένα έχουμε  $h(i) = \text{integral}(f, d(i), d(i+1))$ , δηλαδή ολοκληρώνουμε τα διαδοχικά μεσοδιαστήματα που ορίζονται από την κατανομή που περιγράφεται από την συνάρτηση  $f$ . Αφού υπολογισθεί το ιστόγραμμα μέσω της διαδικασίας της ολοκλήρωσης γίνεται κανονικοποίηση των τιμών του έτσι ώστε  $\sum_{i=1}^n h(i) = 1$ .

Αφού γίνει ο υπολογισμός του ιστογράμματος χρησιμοποιείται η συνάρτηση  $Y = \text{histtransform}(h, v)$  του προηγούμενου ερωτήματος έτσι ώστε να επιτευχθεί ο επιθυμητός μετασχηματισμός. Τα διανύσματα φωτεινότητας  $v$  ορίστηκαν ως τα μέσα των διαστημάτων. Παρακάτω παρουσιάζονται τα αποτελέσματα για τις 3 περιπτώσεις που ζητήθηκαν από την εκφώνηση. Σε κάθε περίπτωση έγιναν δοκιμές για δυο διαφορετικές κατατμήσεις των διαστημάτων, αρχικά έγινε χωρισμός σε δέκα υποδιαστήματα και έπειτα σε είκοσι.

### 1. Ομοιόμορφη Κατανομή σε [0,1]

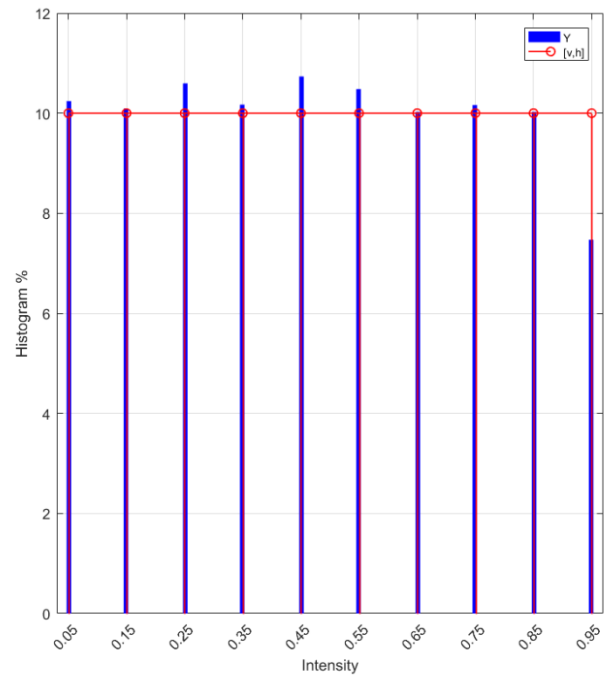
Uniform distribution [0,1]



Όπως βλέπουμε και στις δυο περιπτώσεις η κατανομή προσεγγίζεται αρκετά καλά. Παρόλο που η δεύτερη εικόνα η οποία παράγεται από κατάτμηση σε είκοσι υποδιαστήματα έχει καλύτερη ποιότητα οπτικά, παρουσιάζει μεγαλύτερη απόκλιση από το δοθέν ιστόγραμμα. Αυτό οφείλεται στον άπληστο αλγόριθμο που χρησιμοποιεί η histtransform

## 2. Ομοιόμορφη Κατανομή σε [0,2]

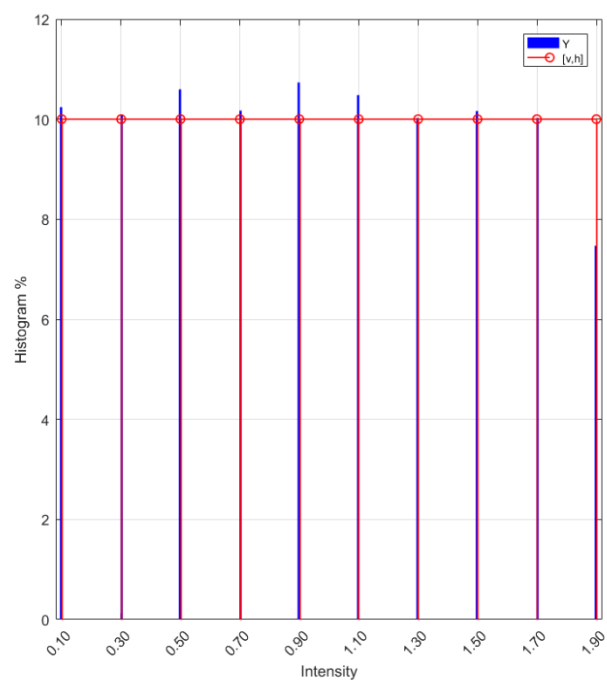
Uniform distribution [0,2]



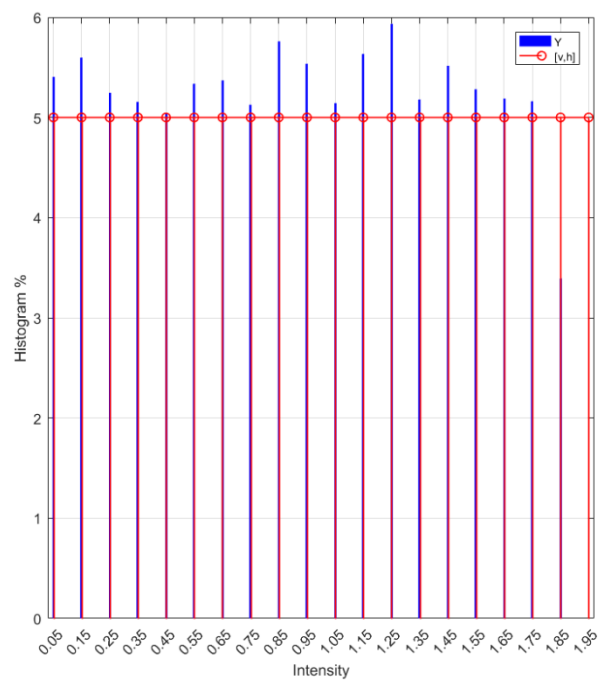
Στην περίπτωση αυτή χρησιμοποιήσαμε ίδιο διάστημα  $d$  με την παραπάνω κατανομή. Βλέπουμε ότι τα ιστογράμματα που παράγονται είναι ίδια. Αυτό οφείλεται στην κανονικοποίηση που έχουμε εφαρμόσει.

Αλλάζοντας το διάστημα  $d$  στο διάστημα  $[0,2]$  και κάνοντας κατάτμηση σε δέκα και είκοσι υποδιαστήματα παίρνουμε τις παρακάτω εικόνες και τα αντίστοιχα ιστογράμματα τους.

Uniform distribution [0,2]



Uniform distribution [0,2]



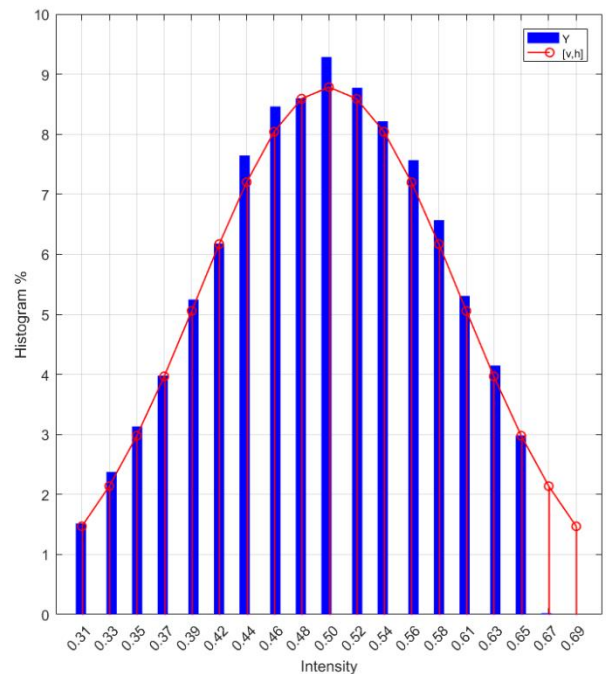
Εδώ παρατηρούμε ότι εμφανίζεται κορεσμός στη φωτεινότητα 1 καθώς αφού επεξεργαζόμαστε μια grayscale εικόνα, όλες οι τιμές μεγαλύτερες της

μονάδας γίνονται 1. Παρόλα αυτά η κατανομή προσεγγίζεται καλύτερα σε σχέση με πριν λόγω της ύπαρξης των τιμών μεταξύ [1,2]

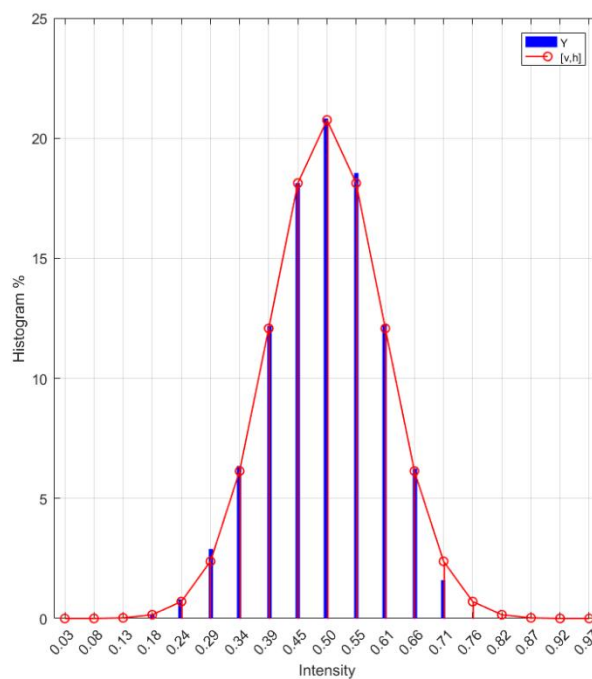
3. Κανονική κατανομή με μέση τιμή 0.5 και τυπική απόκλιση 0.1

Για την τελευταία περίπτωση, δηλαδή αυτήν της κανονικής κατανομής επιλέχθηκε να εξεταστούν δυο διαστήματα  $d$ . Το πρώτο είναι το  $[\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$ , αφού ως γνωστόν το 95% των τιμών μιας κανονικής κατανομής βρίσκεται στο παραπάνω διάστημα. Επίσης, επιλέχθηκε και το  $[0,1]$ . Και τα δυο διαστήματα χωρίστηκαν σε 20 υποδιαστήματα. Οι εικόνες που παράγονται καθώς και τα ιστογράμματα τους παρουσιάζονται παρακάτω

Normal Distribution



# Normal Distribution



Παρατηρούμε ότι και στις δυο περιπτώσεις κόβονται οι χαμηλές και υψηλές συχνότητες λόγω της κανονικής κατανομής. Επιπλέον βλέπουμε, ότι το οπτικό αποτέλεσμα του διαστήματος  $[\mu-2\sigma, \mu+2\sigma]$  είναι καλύτερο, αλλά έχουμε κάποιες τιμές που ξεπερνάνε τα όρια της κατανομής. Απεναντίας, το διάστημα  $[0,1]$  παράγει ένα χειρότερο οπτικά αποτέλεσμα, αλλά προσεγγίζει τη δεδομένη κατανομή σχεδόν τέλεια.