

ΑΡΙΣΤΟΤΕΛΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗΣ
ΤΜΗΜΑ ΗΛΕΚΤΡΟΛΟΓΩΝ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ
ΚΑΙ ΜΗΧΑΝΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ
ΤΟΜΕΑΣ ΗΛΕΚΤΡΟΝΙΚΗΣ ΚΑΙ ΥΠΟΛΟΓΙΣΤΩΝ

ΣΥΝΘΕΣΗ
ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ
ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

ΕΙΣΗΓΗΤΗΣ: ΘΕΟΧΑΡΗΣ Ι.

7^ο ΕΞΑΜΗΝΟ

Όνομα : Στέφανος Γανωτάκης

A.E.M. : 7664

ΘΕΣΣΑΛΟΝΙΚΗ 2018

ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

ΕΡΓΑΣΙΑ #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών Φίλτρων (Butterworth)

Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	3-8
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	9-15
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο Multisim....	15-25

ΕΡΓΑΣΙΑ #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών Φίλτρων (Inv. Chebyshev)

Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	26-37
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	37-42
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο Multisim....	42-52

ΕΡΓΑΣΙΑ #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών Φίλτρων (Chebyshev)

Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	53-61
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB.....	62-68
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο Multisim....	69-79

ΕΡΓΑΣΙΑ #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών Φίλτρων (Inv. Chebyshev)

Α. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου.....	80-86
Β. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο Multisim.....	86-92
Γ. Υλοποίηση του Κυκλώματος του Φίλτρου στο Multisim..	92-101

ΣΥΝΘΕΣΗ ΕΝΕΡΓΩΝ ΚΑΙ ΠΑΘΗΤΙΚΩΝ ΚΥΚΛΩΜΑΤΩΝ

Εργασία #1 : Σχεδίαση Κατωδιαβατών φίλτρων

Αριθμός Εργασίας #1

ΚΑΤΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ BUTTERWORTH

Να σχεδιασθεί ένα κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_p = 6 \text{ KHz} , \omega_p = 37699, \quad f_s = 13.8 \text{ KHz} , \omega_s = 86708$$

και

$$a_{\max} = 0.6875 \text{ dB} , \quad a_{\min} = 24.5 \text{ dB} .$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση των Φίλτρου

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στα πλαίσια της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$\begin{aligned} n &= \frac{\log[(10^{a_{\min}/10} - 1)/(10^{a_{\max}/10} - 1)]}{2 \log(\omega_s/\omega_p)} \\ &= \frac{\log[(10^{24.5/10} - 1)/(10^{0.6875/10} - 1)]}{2 \log(86708/37699)} \end{aligned}$$

Θα μετατρέψουμε τώρα τις συχνότητες $f_p = 6 \text{ KHz}$ και $f_s = 13.8 \text{ KHz}$ ára θα έχουμε :

$$\omega_p = 37699 \text{ rad/sec}$$

$$\omega_s = 86078 \text{ rad/sec}$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή $n=4.4428$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος, επιλέγουμε το αμέσως μεγαλύτερο ακέραιο νούμερο.

Δηλαδή ,

$$\underline{n = 5}$$

Θα υπολογίσουμε τώρα την συχνότητα ημίσειας ισχύος από τον τύπο

$$\omega_0 = \frac{\omega_p}{[10^{a_{max}/10} - 1]^{1/2n}} = \frac{37699}{[10^{0.6875/10} - 1]^{\frac{1}{2*5}}}$$

Με τον τύπο που επιλέξαμε για τον υπολογισμό της συχνότητας ημίσειας ισχύος θα έχουμε για $\omega = \omega_s$, $a > a_{min}$ δηλαδή οι προδιαγραφές στην συχνότητα αποκοπής υπερκαλύπτονται.

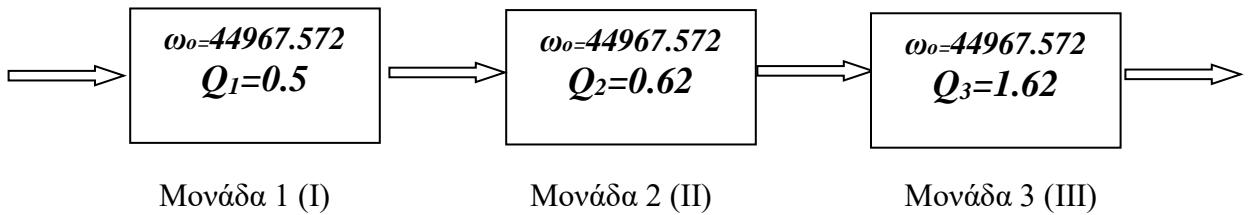
Έτσι λοιπόν έπειτα από αντικατάσταση θα έχουμε ότι η συχνότητα ημίσειας ισχύος ω₀ είναι :

$$\underline{\omega_0=44967.572 \text{ rad/sec}}$$

Οι πόλοι της συνάρτησης μεταφοράς , οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών προκύπτουν και φαίνονται στον παρακάτω πίνακα:

Ψ_k	Q	p_k
0	0.5	-1
$\pm 36^\circ$	0.62	$-0.8090 \pm j0.5877$
$\pm 72^\circ$	1.62	$-0.3090 \pm j0.9510$

Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται απόμονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Θα θεωρήσουμε προσωρινά ότι $\omega_0=1$ και θα υλοποιήσουμε τις κανονικοποιημένες μονάδες και στην συνέχεια θα κάνουμε κλιμακοποίηση στη συχνότητα με $k_f = \omega_0$.

ΜΟΝΑΔΑ (Ι)

Η πρώτη αυτή μονάδα υλοποιείται από ένα κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης (κεφ. 2) και αντιστοιχεί στον πραγματικό πόλο p_1 . Η γενικευμένη συνάρτηση μεταφοράς του φίλτρου είναι:

$$T(s) = \frac{\frac{1}{R_1 C_1}}{s + \frac{1}{R_1 C_1}} = \frac{p_1}{s + p_1}$$

όπου p_1 είναι ο πόλος και ταυτόχρονα η συχνότητα ημίσειας ισχύος:

$$p_1 = \frac{1}{RC} = 1 \quad (\omega_o = 1)$$

Επιλεγούμε $R1=C1=1$

Κλιμακοποίηση

Μπορούμε να κάνουμε κλιμακοποίηση κατά πλάτος και συχνότητα ταυτόχρονα.

Επειδή $\omega_0 = 44967.572 \text{ rad/sec}$ επιλέγομε $k_f = \omega_0 = 44967.572$. Επιπλέον για να έχουμε πυκνωτή $0.1 \mu\text{F}$ πρέπει $k_m = 222.38$ καθώς, $C_n = \frac{1}{k_m * k_f} * C_1$, $0.1 * 10^{-6} = \frac{1}{k_m * 44967.572} * 1$

$k_m = 222.38$.

Άρα $R_n = k_m * R_o = 0.22 \text{ K}\Omega$.

Επομένως τα πραγματικά στοιχεία είναι $C_1 = 0.1 \mu\text{F}$ και $R_1 = 0.22 \text{ K}\Omega$.

ΜΟΝΑΔΑ (ΙΙ)

Την μονάδα αυτή την υλοποιούμε με το κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key (στρατηγική 1).

Για $\omega_0 = 1$ προκύπτει:

$C_{21} = C_{22} = 1$ και $R_{21} = R_{22} = 1$

$k = 3 - 1/Q = 3 - 1/0.62$, $k = 1.387$

$r_1 = 1$ και $r_2 = 2 - 1/Q = 2 - 1/0.62 = 0.387$

Κλιμακοποίηση

$k_f = \omega_0 = 44967.572$ και $k_m = 222.38$. Επομένως οι πραγματικές τιμές είναι:

$$R_{21} = R_{22} = 0.22 \text{ K}\Omega, r_1 = 0.22 \text{ K}\Omega, r_2 = 0.086 \text{ K}\Omega, C_{31} = C_{32} = 0.1\mu\text{F}$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Ακολουθούμε την ίδια διαδικασία με την προηγούμενη μονάδα

$$C_{31} = C_{32} = 1 \text{ και } R_{31} = R_{32} = 1$$

$$k = 3 - 1/Q_3 = 3 - 1/1.62 = 2.382$$

$$r_1 = 1 \text{ και } r_2 = 2 - 1/Q_3 = 2 - 1/1.62 = 1.382$$

Κλιμακοποίηση

$k_f = \omega_0 = 44967.572$ και $k_m = 222.38$. Επομένως οι πραγματικές τιμές είναι:

$$R_{31} = R_{32} = 0.22 \text{ K}\Omega, r_1 = 0.22 \text{ K}\Omega, r_2 = 0.307 \text{ K}\Omega, C_{31} = C_{32} = 0.1\mu\text{F}$$

Συναρτήσεις Μεταφοράς

1. Για την πρώτη μονάδα όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_1(s) = \frac{\omega_0}{s + \omega_0} = \frac{44967.572}{s + 44967.572}$$

2. Για την δεύτερη μονάδα, Sallen-Key, η συνάρτηση μεταφοράς είναι:

$$T_2(s) = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_2}s + \omega_0^2} = \frac{1.387 * 44967.572^2}{s^2 + \frac{44967.572}{0.62}s + 44967.572^2} = \frac{1.387 * 44967.572^2}{s^2 + 72528.34s + 44967.572^2}$$

3. Για την τρίτη μονάδα με παρόμοιο τρόπο η συνάρτηση μεταφοράς προκύπτει:

$$T_3(s) = \frac{k\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_3}s + \omega_0^2} = \frac{1.387 * 44967.572^2}{s^2 + \frac{44967.572}{1.62}s + 44967.572^2} = \frac{2.382 * 44967.572^2}{s^2 + 27757.76s + 44967.572^2}$$

Η συνολοκή συνάρτηση μεταφοράς του κατωδιαβατού φίτρου είναι το γινόμενο των επιμέρους μονάδων.

$$Tlp(s) = T_1(s) * T_2(s) * T_3(s) = \frac{\omega_0}{s+\omega_0} * \frac{k\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_2}s + \omega_0^2} * \frac{k\omega_0^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q_3}s + \omega_0^2}$$

$$Tlp(s) = \frac{44967.572}{s+44967.572} * \frac{1.387*44967.572^2}{s^2 + 72528.34s + 44967.572^2} * \frac{2.382*44967.572^2}{s^2 + 27757.76s + 44967.572^2}$$

Υποσημείωση: Στον παραπάνω υπολογισμό δεν συμπεριλήφθηκε ο παράγοντας α που στοχεύει στην εξασθένιση της εισόδου, καθώς αυτή θα ενσωματωθεί πριν την τοποθέτηση της διάταξης του φίλτρου (θεωρείται ξεχωριστή διάταξη).

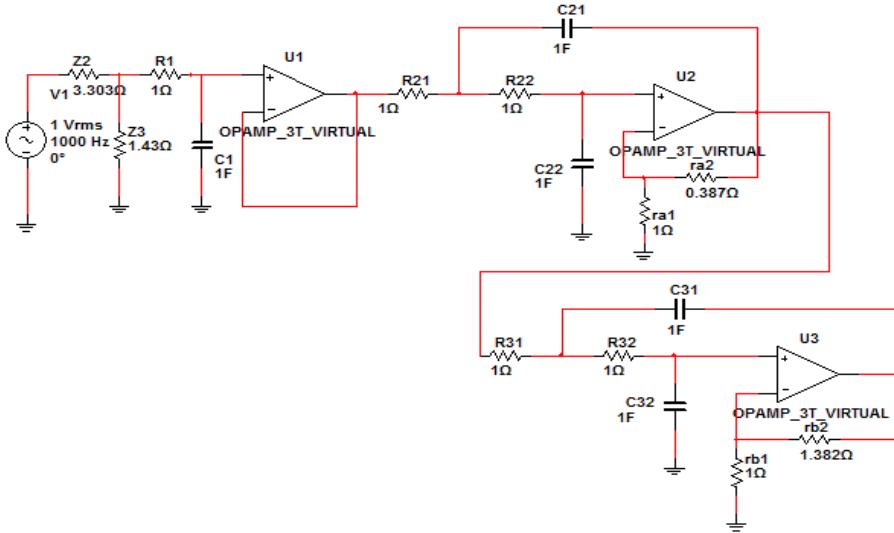
- **Ρύθμιση Κέρδους:**

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου στο dc να είναι 0dB, δηλαδή $T(j0)=1$. Παρατηρώντας τις συναρτήσεις μεταφοράς των μονάδων παραπάνω βλέπουμε ότι το κέρδος της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς είναι $k=k_1*k_2=1,387*2,382= 3,303$. Οπότε η τάση εξόδου είναι μεγαλύτερη από αυτή που επιθυμούμε και θα πρέπει να γίνει παθητική εξασθένιση εισόδου με $\alpha<1$ και συγκεκριμένα $\alpha=1/k$, $\alpha=0.302$

Για την υλοποίηση της απόσβεσης θεωρούμε από τον τύπο 6.50 :

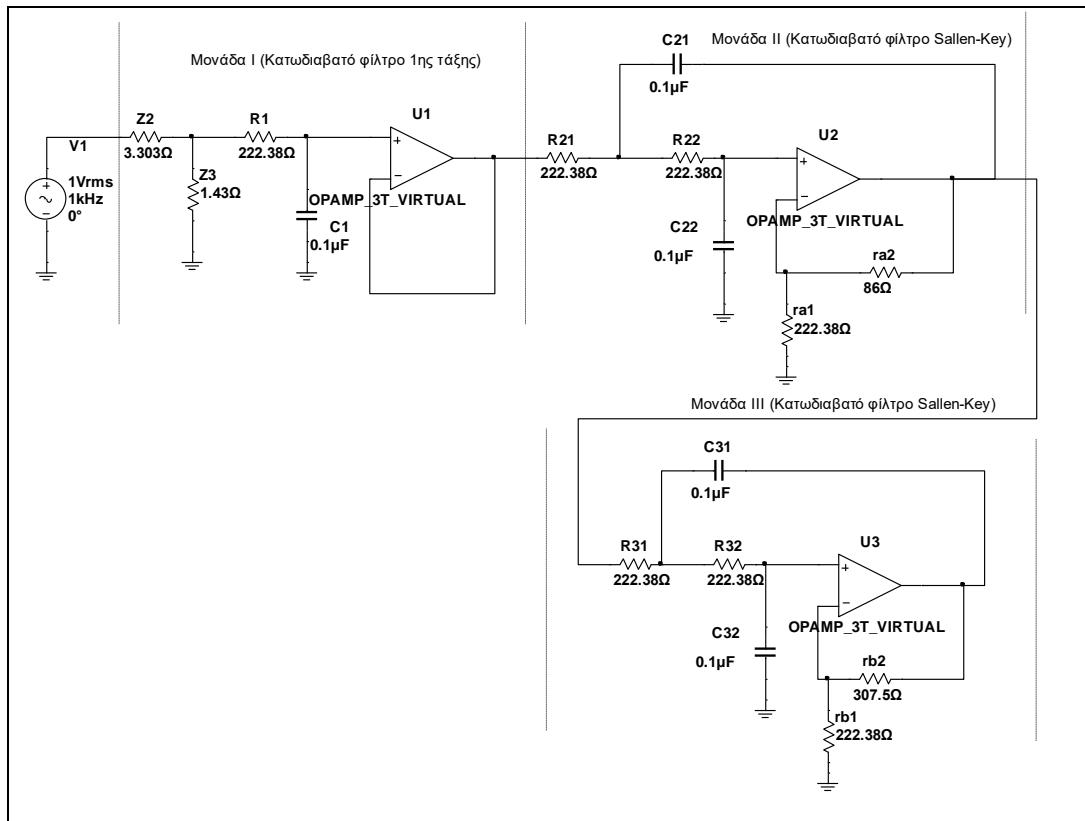
$$Z_2= k= 3,303 \text{ και } Z_3=\frac{k}{k-1}= 1,43$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι τρεις μονάδες αλλά και η απομόνωση μεταξύ 1ης και 2ης μονάδας προκειμένου να μην αλληλεπιδρούν η μια στην άλλη. Στο σημείο αυτό πρέπει να σημειώσουμε ότι τα φίλτρα πρώτης τάξης πρέπει να απομονώνονται από το υπόλοιπο κύκλωμα, έτσι ώστε να μην επηρεάζουν την συνολική συνάρτηση μεταφοράς. Τέλος, φαίνεται και η συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους (η οποία θα μπορούσε να τοποθετηθεί και μετά το τέλος της τρίτης μονάδας).



• Τελικό Κύκλωμα

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή κατωδιαβατό φίλτρο Butterworth με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.

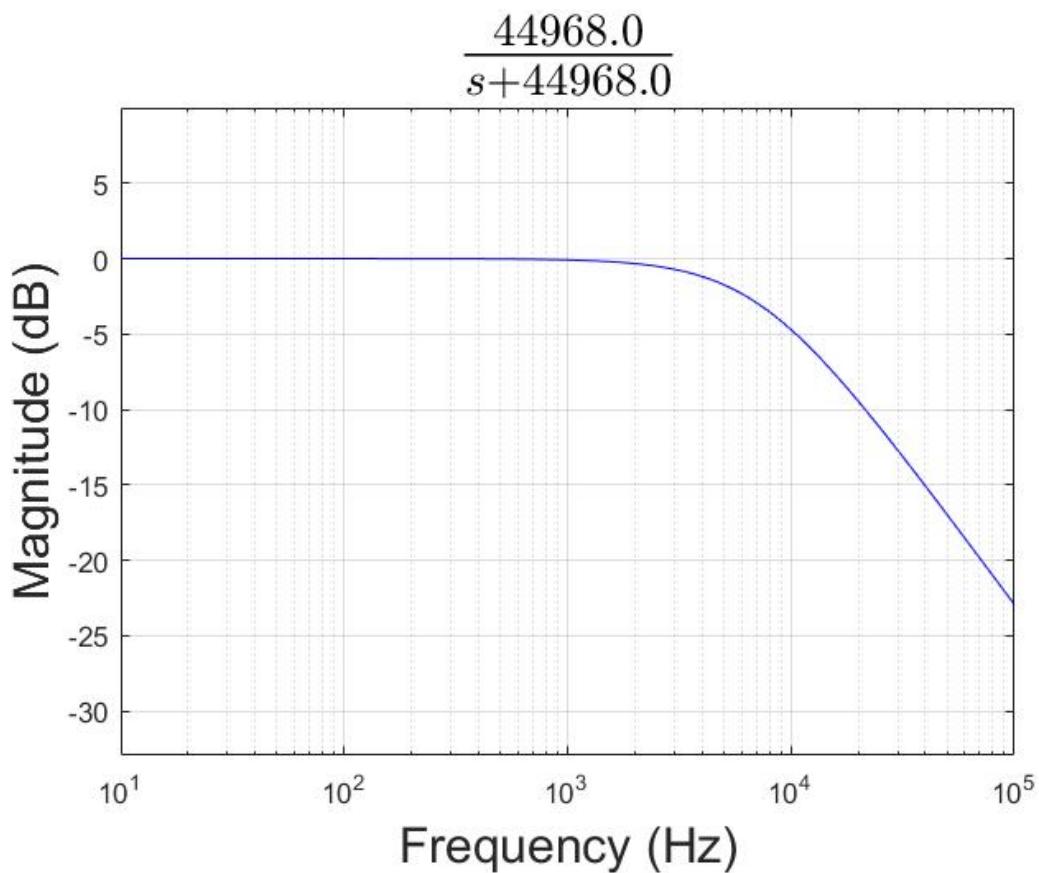


B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

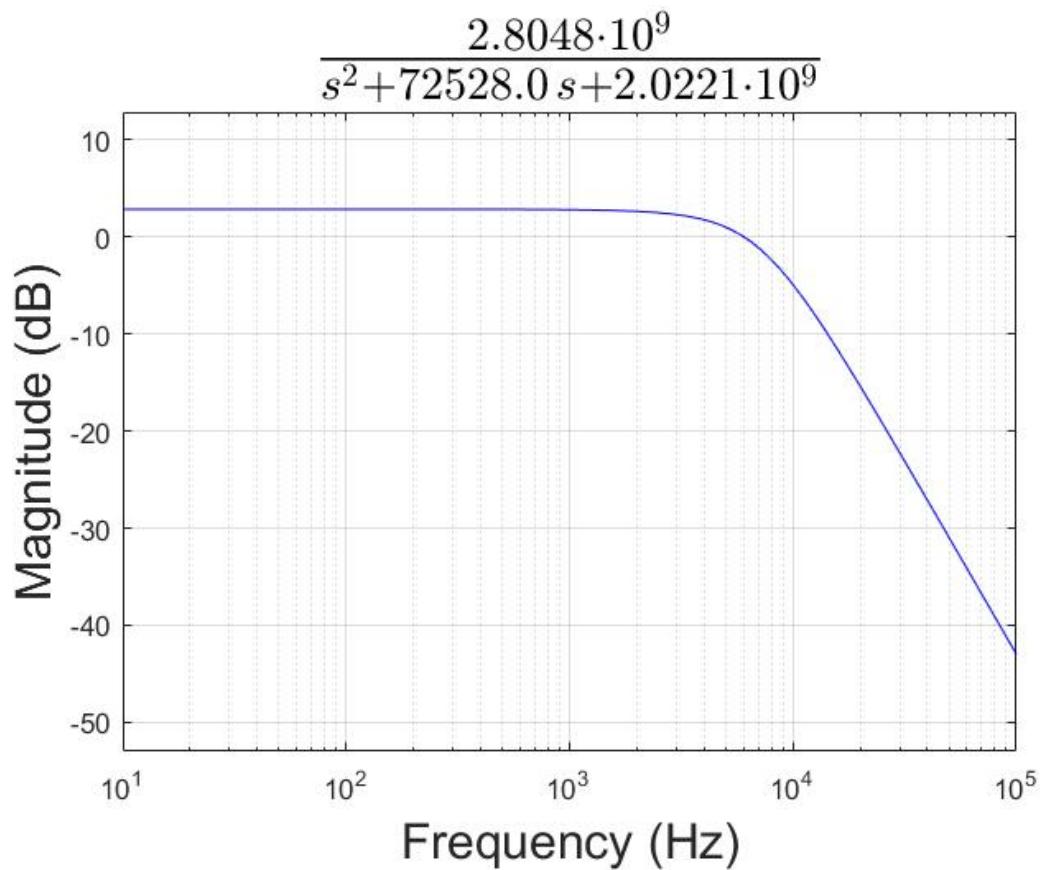
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των $T_1(s), T_2(s), T_3(s)$ αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, τη δεύτερη και την τρίτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την συνάρτηση plot_transfer_function που μας δίνεται με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων.

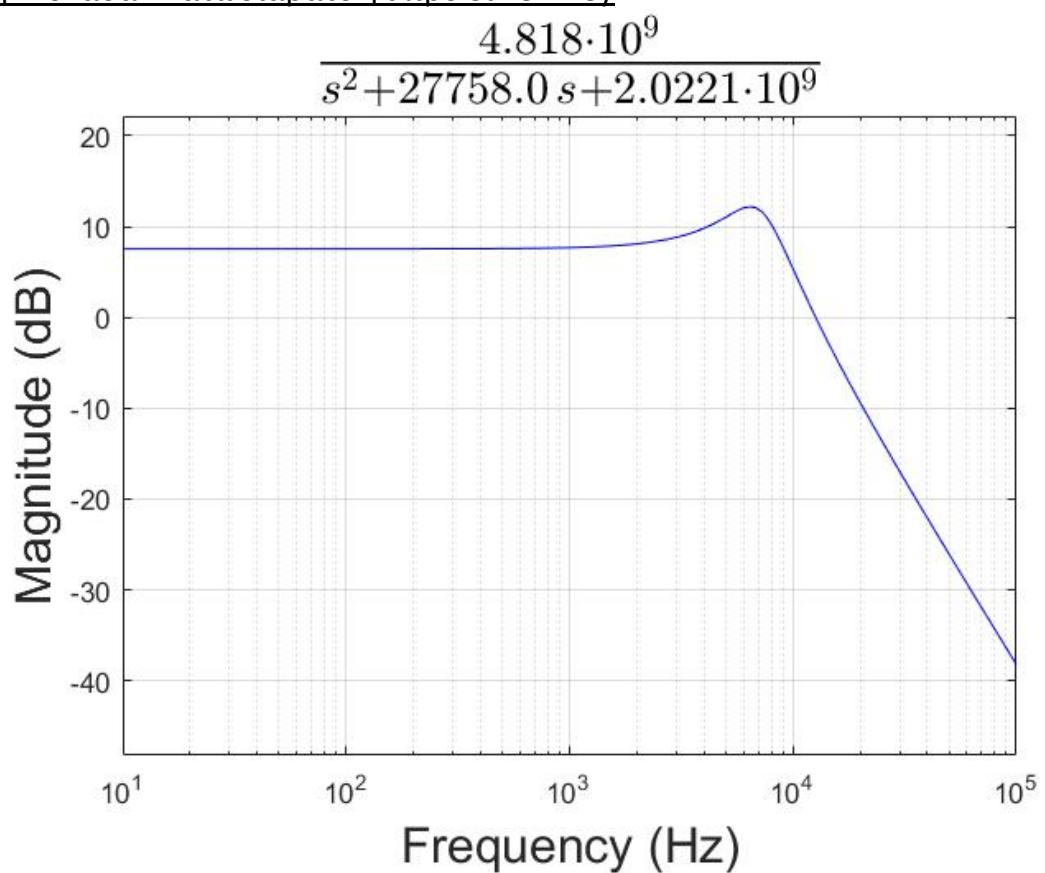
1η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο πρώτης τάξης.



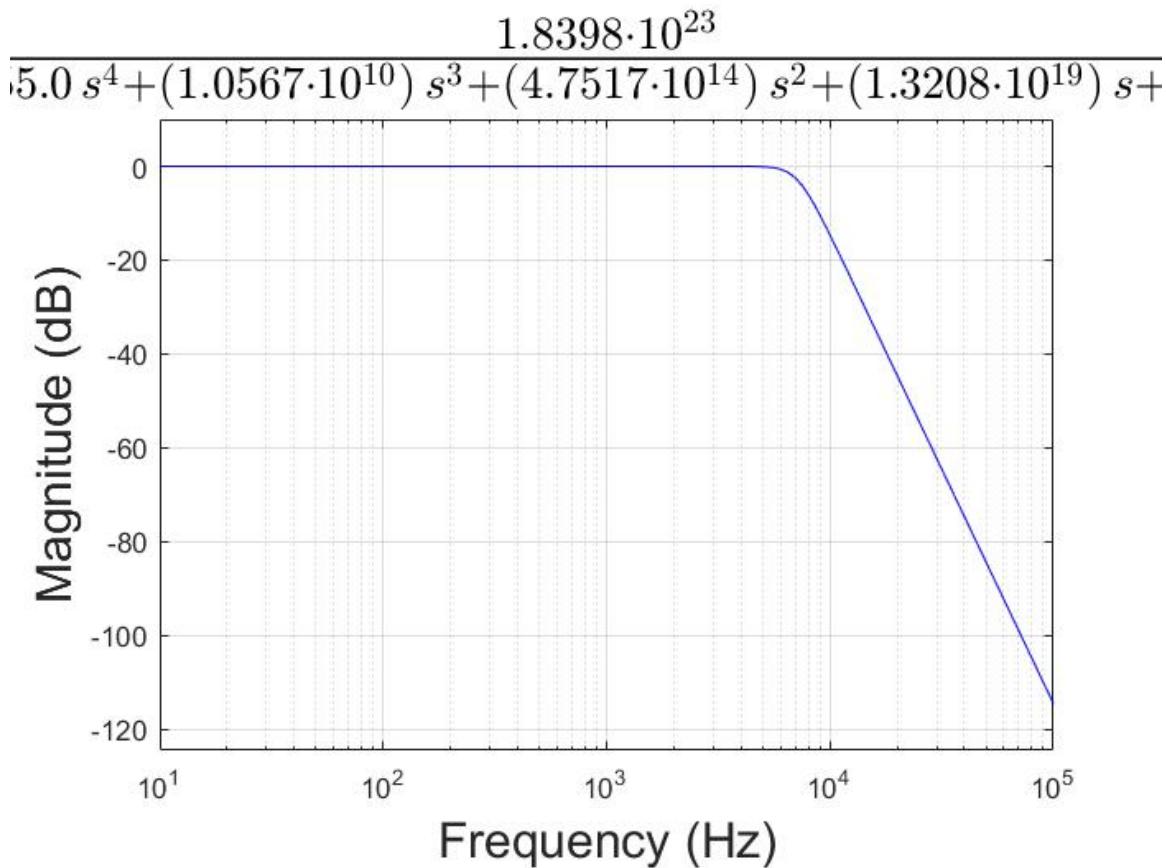
2η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



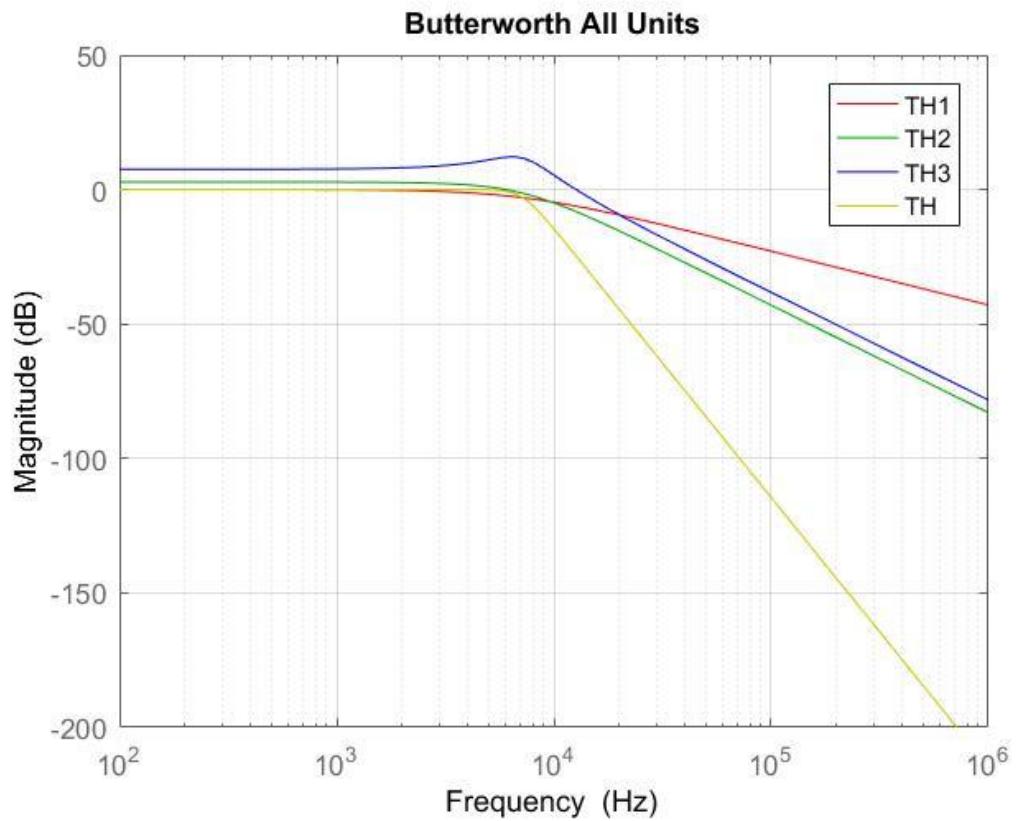
3η Μονάδα : Κατωδιαβατό φίλτρο Sallen-Key



Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας. Επίσης φαίνεται ότι το κέρδος του φίλτρου στις χαμηλές συχνότητες είναι 0 db, όπως ζητήθηκε από την εκφώνηση.

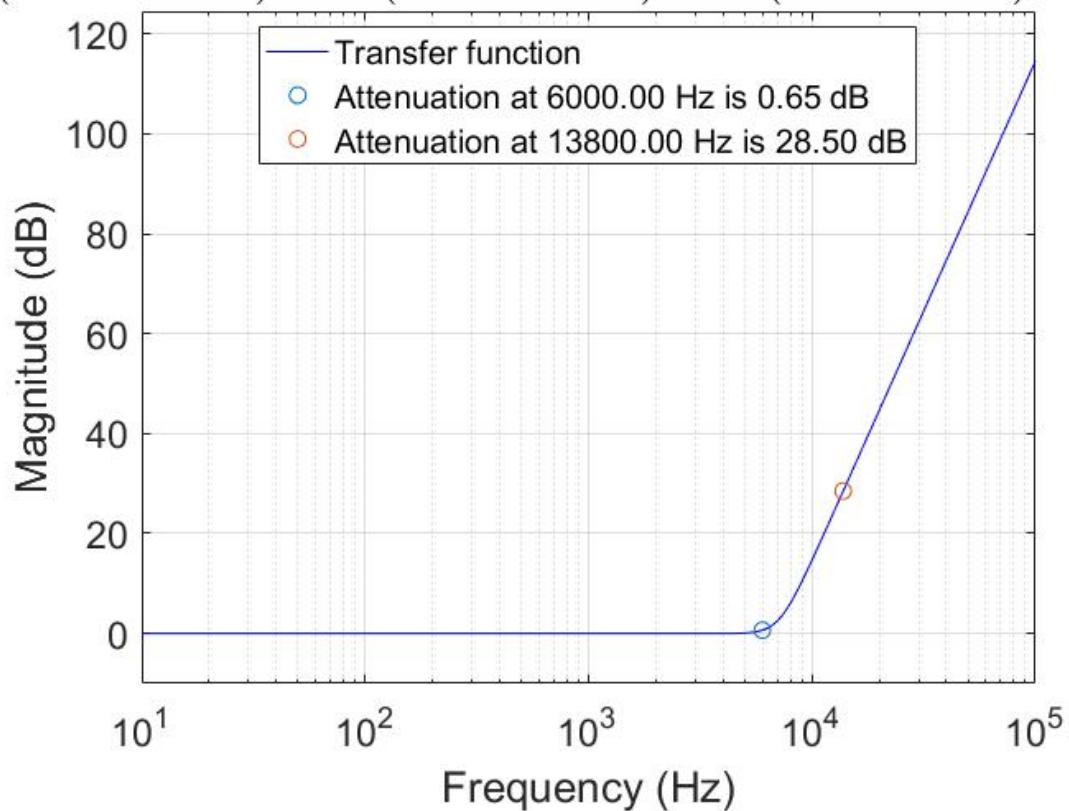


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



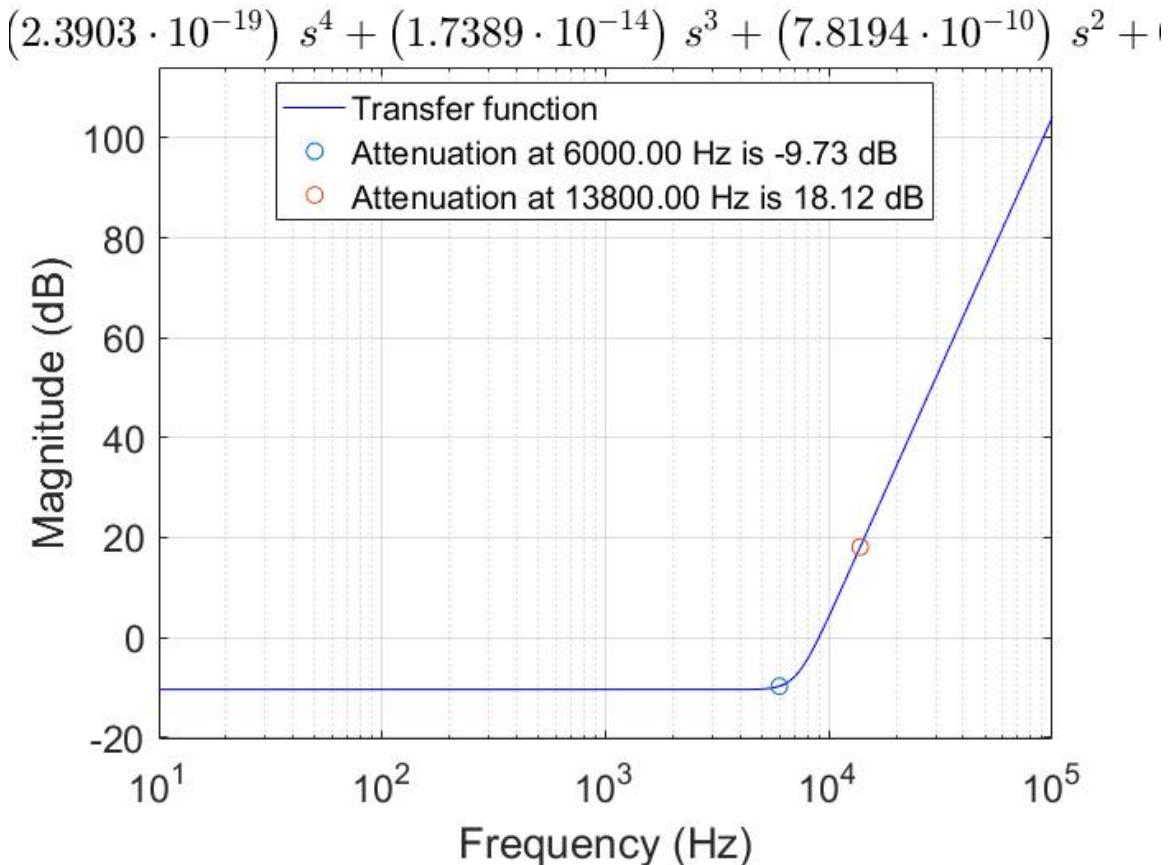
Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

$$(7.8951 \cdot 10^{-19}) s^4 + (5.7436 \cdot 10^{-14}) s^3 + (2.5828 \cdot 10^{-9}) s^2 + ($$



Στην συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή την $f_p=6\text{ KHz}$ και την $f_s=13.8\text{ KHz}$, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση βρίσκεται στα όρια των προδιαγραφών, εφόσον για $f_p=6\text{ KHz}$ έχουμε απόσβεση 0.65 dB , μικρότερο από το $\alpha_{\max}=0.6875\text{ dB}$ ενώ για $f_s=13.8\text{ KHz}$ η απόσβεση είναι στα 28.5 dB , μεγαλύτερη από το $\alpha_{\min}=24.5\text{ dB}$.

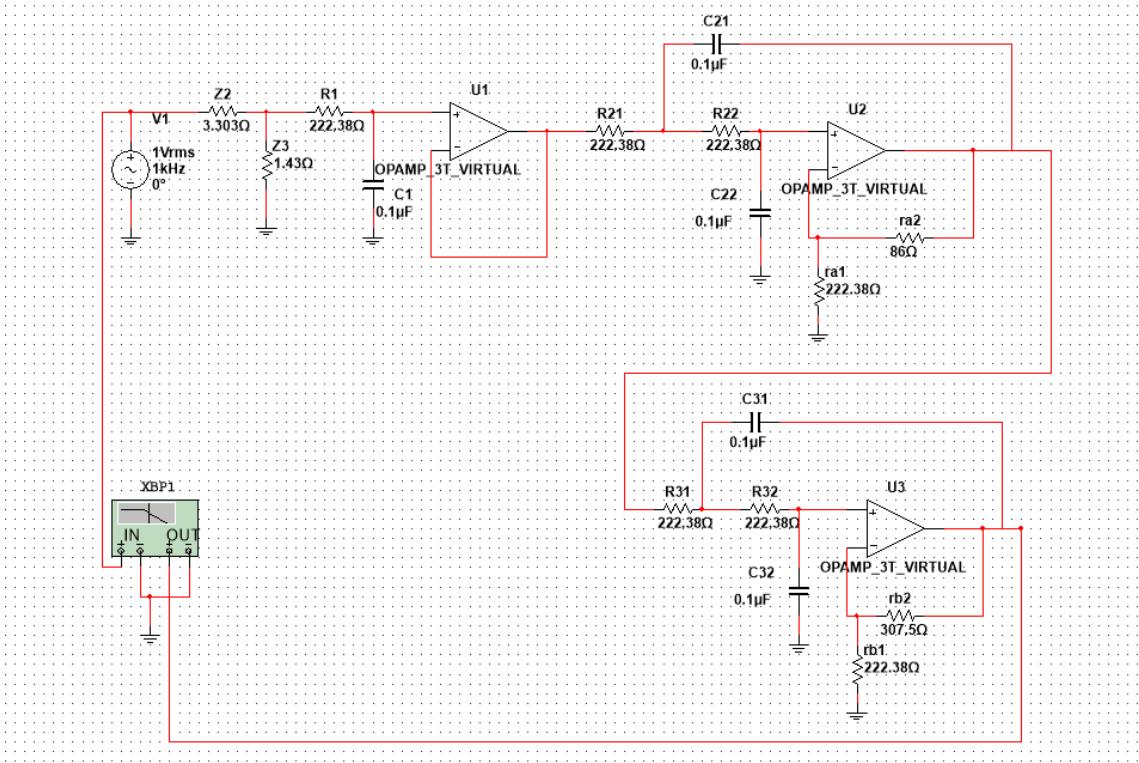
Πριν την ρύθμιση κέρδους η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα στο οποίο φαίνεται ξεκάθαρα ότι δεν καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.



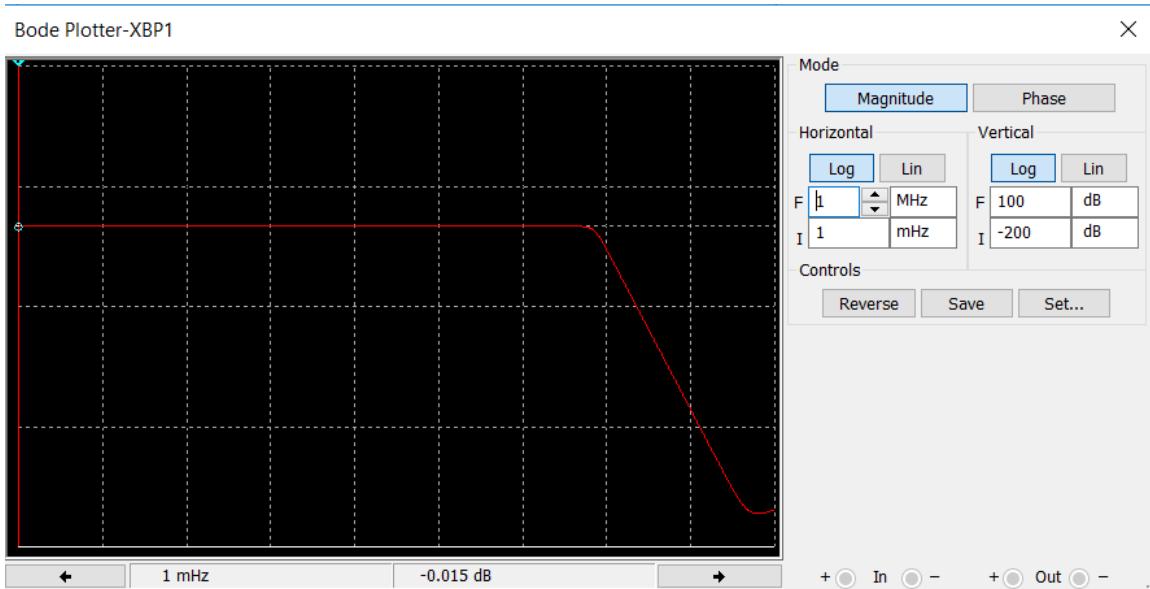
Γ. Υλοποίηση των Κυκλώματος των Φίλτρου στο Multisim

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

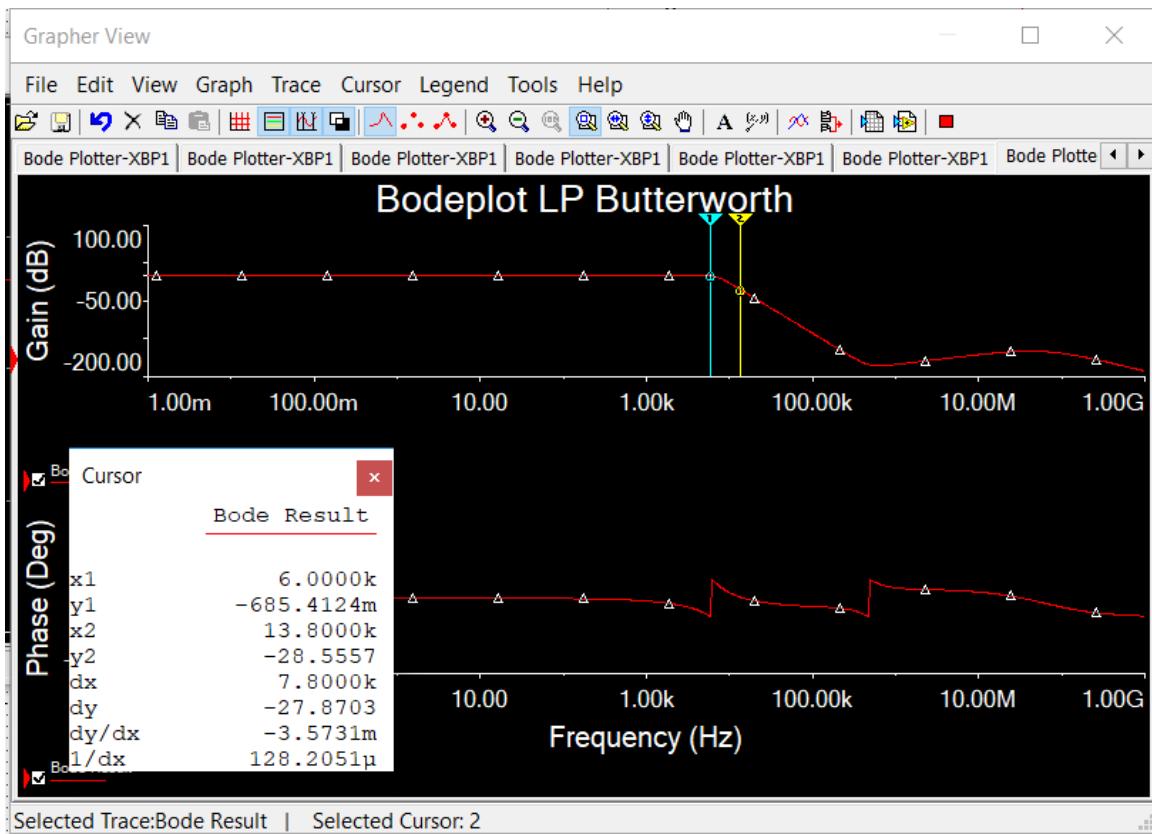
Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον Multisim και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :

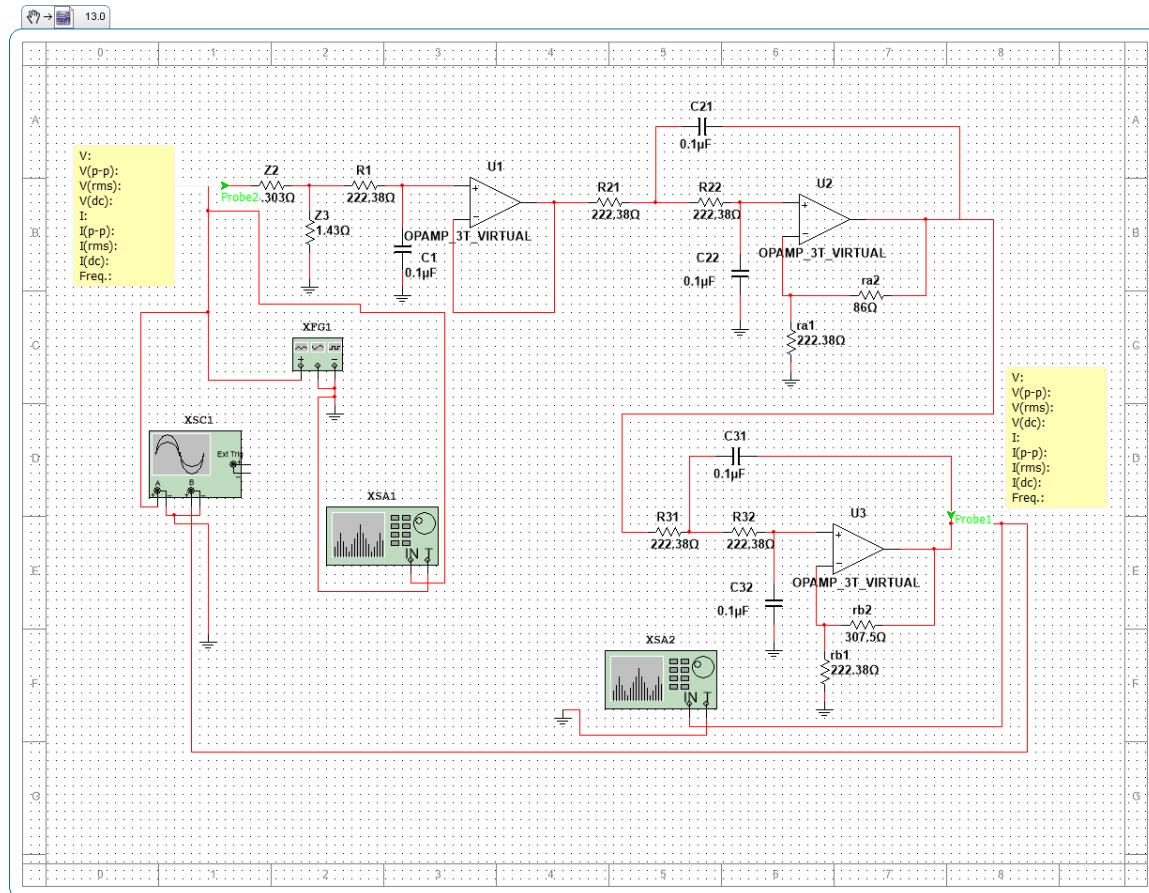


Με την δυνατότητα του Multisim ‘Grapher παίρνουμε το παρακάτω διάγραμμα, το οποίο απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.

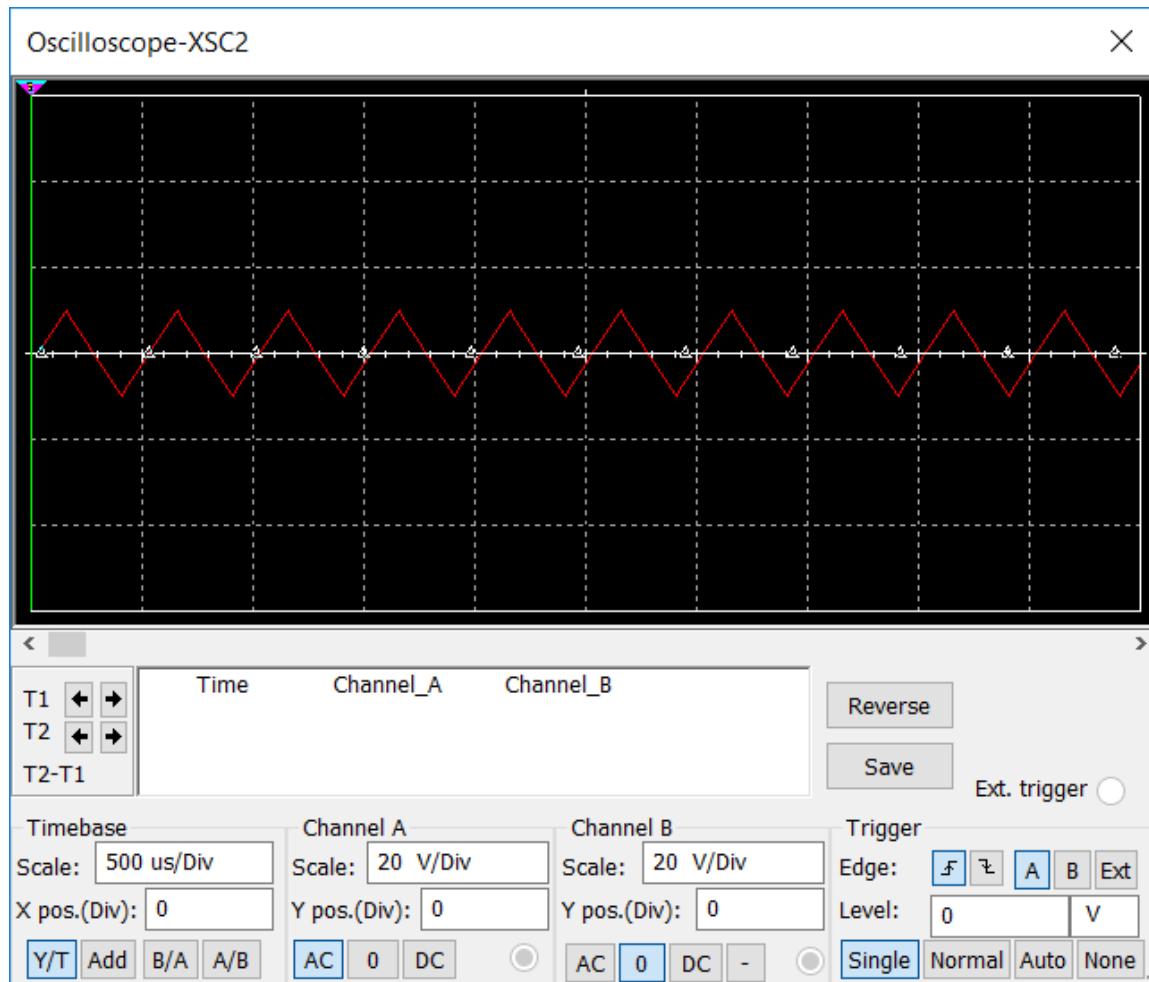


Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι οι απαιτούμενες προδιαγραφές τηρούνται, αφού στη συχνότητα $f_p = 6\text{kHz}$ έχουμε απόσβεση $\approx 0.685\text{dB} < a_{max} = 0.6875\text{ dB}$, ενώ στην συχνότητα $f_s = 13.8\text{k kHz}$ έχουμε απόσβεση $28.5\text{dB} > a_{min} = 24.5\text{dB}$

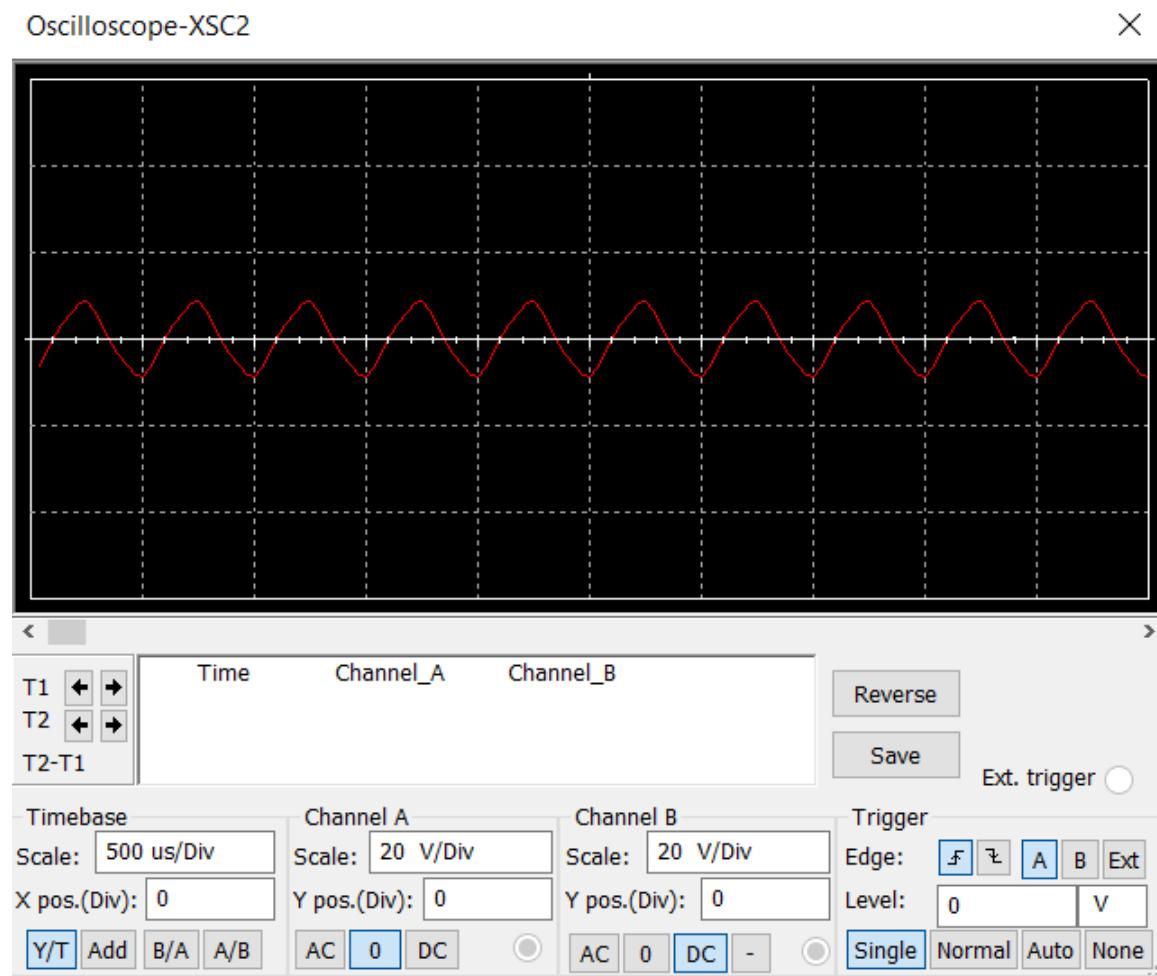
- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης η οποία παράγει ένα τριγωνικό περιοδικό σήμα με θεμελιώδη συχνότητα 2 kHz . Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Το κύκλωμα με την νέα είσοδο παρουσιάζεται παρακάτω:



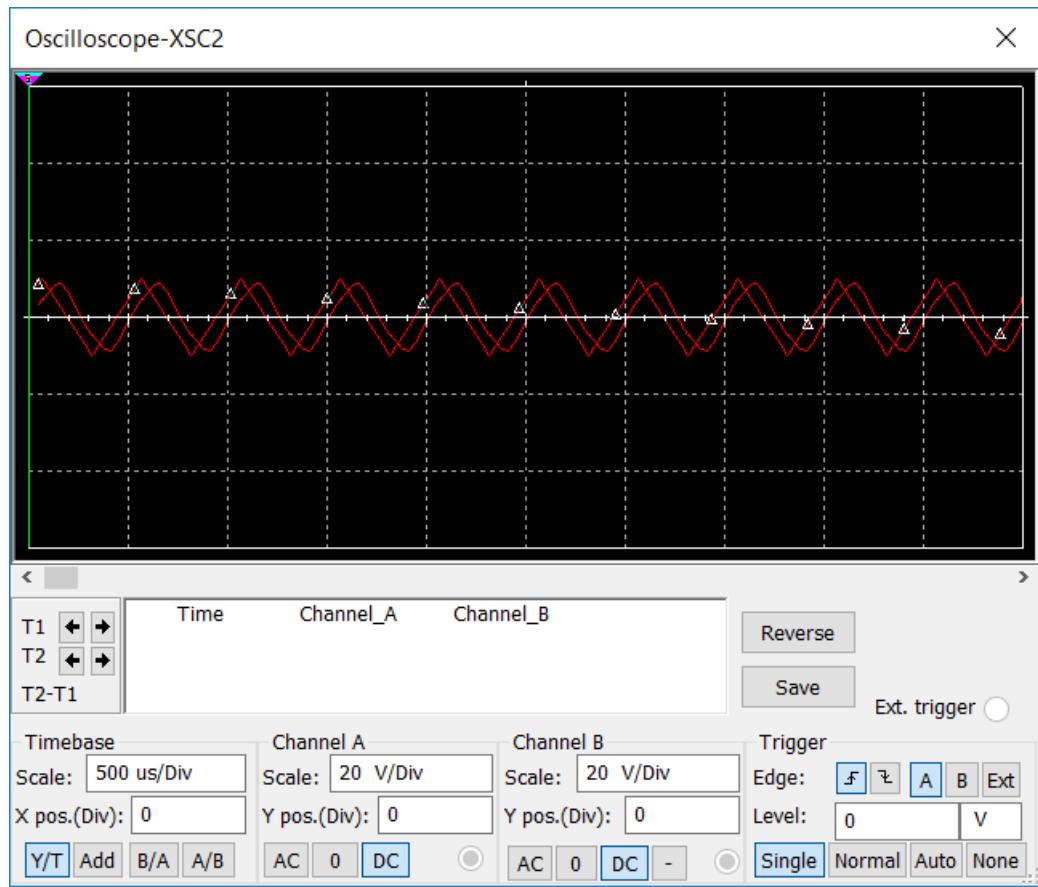
Σήμα Εισόδου :



Σήμα Εξόδου :



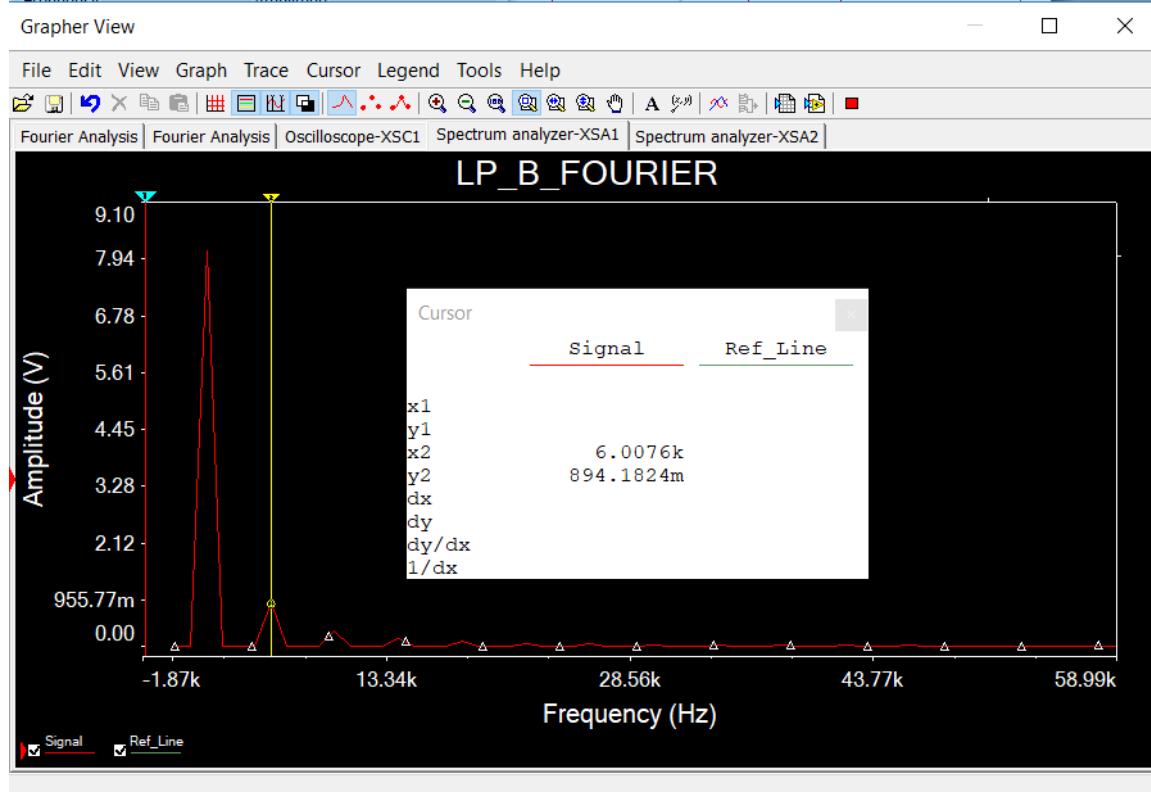
Και τα δύο σήματα φαίνονται σε κοινό διάγραμμα παρακάτω:



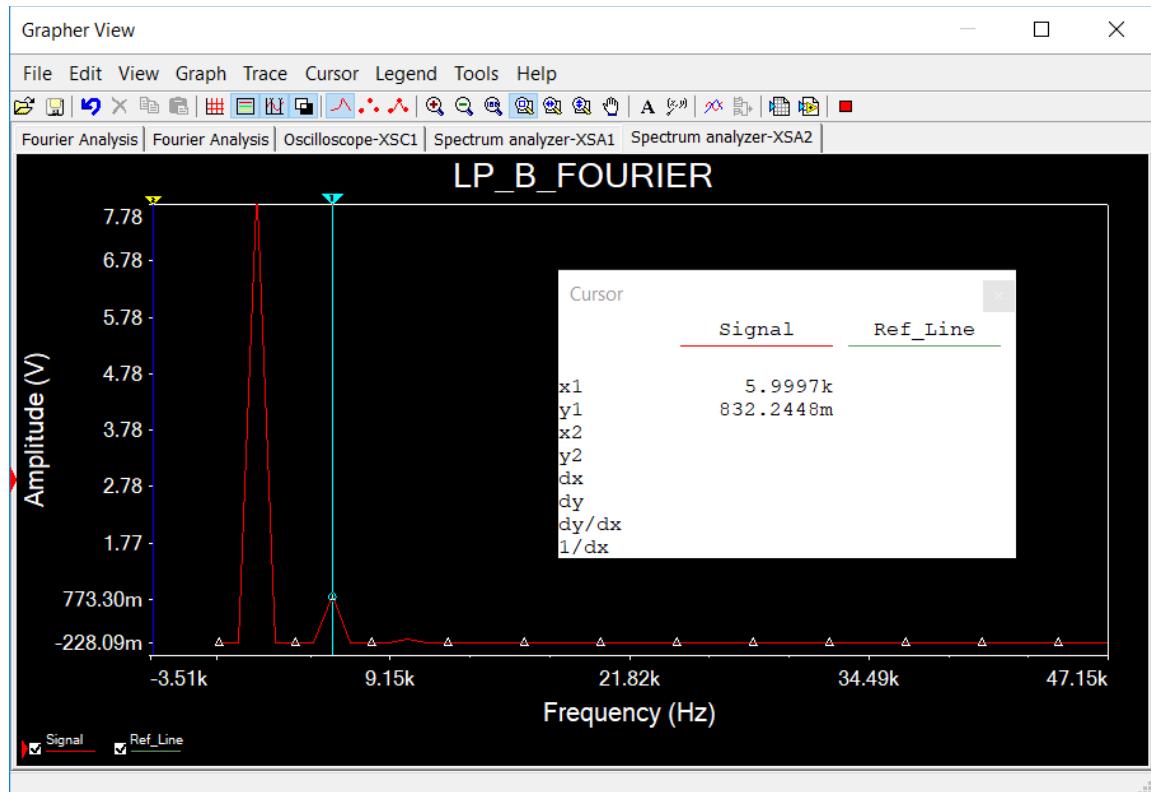
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις

- Σε αυτό το σημείο της áσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του κατωδιαβατού Butterworth φίλτρου. Για να γίνει κάτι τέτοιο μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε την εντολή Fourier Transform Analysis του Multisim από την οποία προκύπτουν τα επιθυμητά διαγράμματα FOURIER (φάσματα σημάτων). Παράλληλα πραγματοποιούμε την ίδια ανάλυση στο Matlab. Κατά συνέπεια, στην επόμενη σελίδα παρουσιάζουμε τα φάσματα FOURIER που προέρχονται από την FFT του Matlab και του Multisim και τα οποία θα σχολιάσουμε στην συνέχεια.

Φάσμα Σήματος Εισόδου :



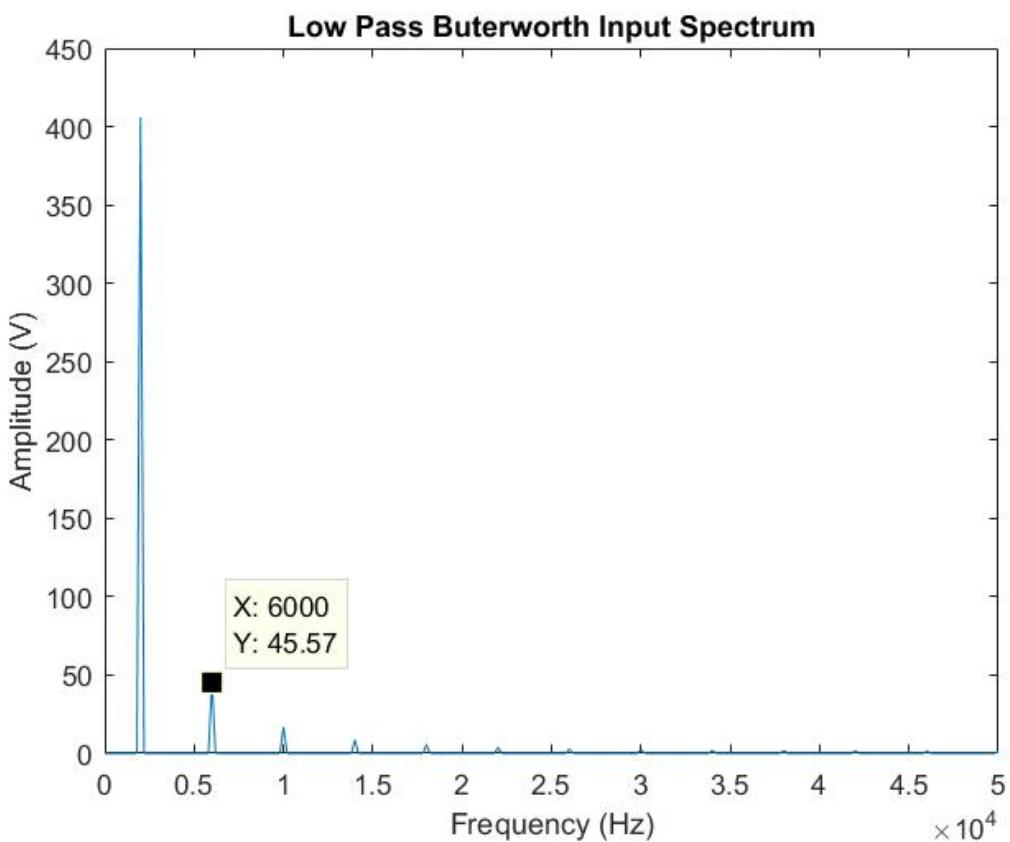
Φάσμα Σήματος Εξόδου :



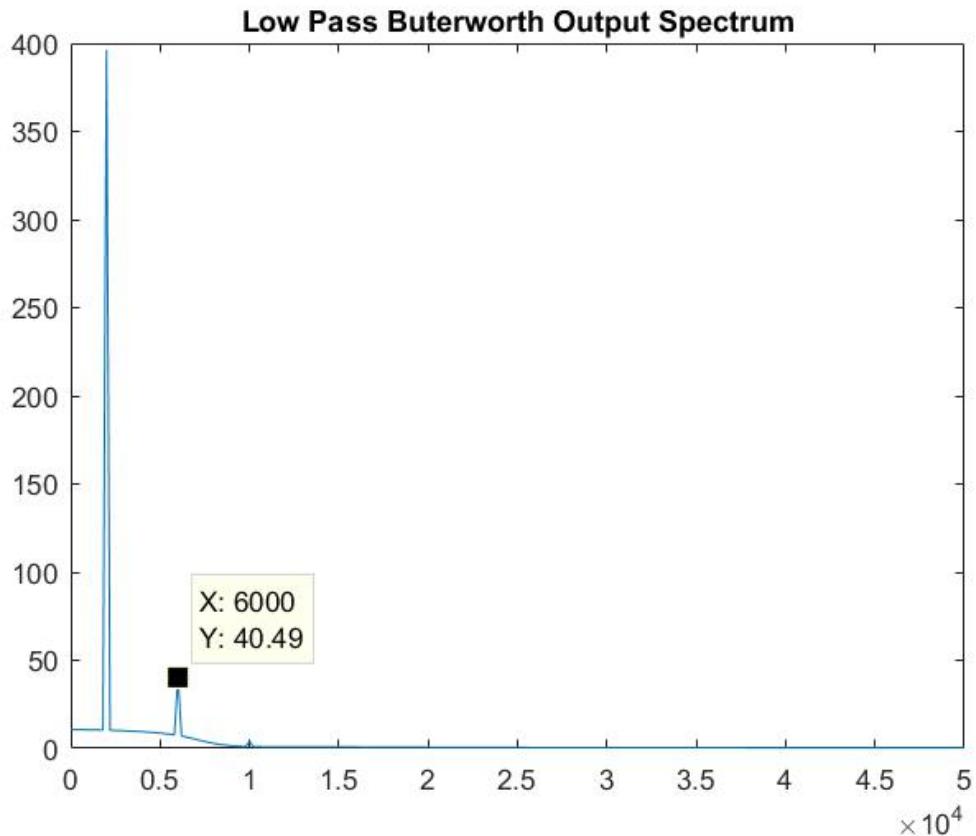
Με βάση τα παραπάνω σχήματα παρατηρούμε ότι από την συχνότητα 6KHz και πάνω αρχίζει η απόσβεση του σήματος, η οποία ειδικά για αρμονικές $>13.8\text{kHz}$ είναι πολύ μεγάλη, κάτιο το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι κατωδιαβατό με $f_p=6\text{ kHz}$ και $f_s=13.8\text{ kHz}$. Παρατηρούμε επίσης ότι μέχρι και την αρμονική των 6kHz δεν υπάρχει ούτε απόσβεση, ούτε ενίσχυση, πράγμα που σημαίνει ότι καλύπτονται οι προδιαγραφές μας, αφού στις χαμηλές συχνότητες είχαμε κέρδος 0dB.

Πραγματοποιούμε τώρα την ίδια ανάλυση στο Matlab και παίρνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα.

Φάσμα Εισόδου :



Φάσμα Εξόδου :



Ο κώδικας στο Matlab:

```
T = 10*(1/2000);  
Period=1/2000;  
Fs = 100000;  
dt = 1/Fs;  
t = 0:dt:T-dt;  
x = sawtooth(2*pi*2000*t,0.5);  
  
out=lsim(TH,x,t)  
  
Fn = Fs/2; % Nyquist Frequency  
N = length(t);  
FTx = fft(out)/N; % Fourier Transform  
Fv = linspace(0, 1, fix(N/2)+1)*Fn; % Frequency Vector  
Iv = 1:length(Fv); % Index Vector  
  
figure(6)  
plot(Fv, abs(FTin(Iv))*2)  
figure(7)  
plot(Fv, abs(FTx(Iv))*2)
```

Και εδώ βλέπουμε ότι παίρνουμε παρόμοια αποτελέσματα. Συνεπώς από τη παραπάνω ανάλυση σε Multisim και Matlab, βλέπουμε ότι η σχεδίαση του φίλτρου μας πλησιάζει αυτή του κατωδιαβατού φίλτρου Butterworth, που απαιτούν οι προδιαγραφές. Οι όποιες διαφορές προκύπτουν, είναι πολύ πιθανό να οφείλονται στις στρογγυλοποιήσεις που έγιναν κατά την Αναλυτική Σχεδίαση του φίλτρου.

Εργασία #2 : Σχεδίαση Ζωνοδιαβατών φίλτρων

Αριθμός Εργασίας #2

ΖΩΝΟΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 1.7 \text{ KHz}, \omega_0 = 10681 \text{ rad/sec},$$

$$f_1 = 1400 + 25 * a_4 = 1400 + 25 * 4 = 1.5 \text{ KHz}, \omega_1 = 9424.8 \text{ rad/sec},$$

$$f_2 = \frac{f_0^2}{f_1} = \frac{1700^2}{1575} = 1926.7 \text{ Hz}, \omega_2 = 12106 \text{ rad/sec} \quad D = 3.5 \frac{(f_0^2 - f_1^2)}{f_1} =$$

$$3.5 \frac{1700^2 - 1500^2}{1500} = 1493.3,$$

$$f_3 = \frac{-D + \sqrt{D^2 + 4*f_0^2}}{2} = \frac{1493.3 + \sqrt{1493.3^2 + 4*1700^2}}{2} = 1.11 \text{ KHz}, \omega_3 = 6974.8 \text{ rad/sec},$$

$$f_4 = \frac{f_0^2}{f_3} = \frac{1700^2}{1110} = 2.603 \text{ KHz}, \omega_4 = 16358 \text{ rad/sec}$$

και

$$a_{max} = 0.4 + \frac{a_4}{36} = 0.51 \text{ dB},$$

$$a_{min} = 33 + a_3 \frac{5}{9} = 33 + 6 \frac{5}{9} \Rightarrow a_{min} = 36.33 \text{ dB}.$$

A. Αναλυτική Σχεδίαση των Φίλτρων

• Υπολογισμός του αντίστοιχου Butterworth

Αρχικά, από τις προδιαγραφές του φίλτρου $a_{min}, a_{max}, (\omega_2, \omega_1), (\omega_3, \omega_4)$

καταλήγουμε στις προδιαγραφές του πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου Butterworth οι

$$\text{οποίες είναι } [\Omega_p = 1], \Omega_s = \frac{\omega_4 - \omega_3}{\omega_2 - \omega_1} \Rightarrow [\Omega_s = 3.5], [bw = \omega_2 - \omega_1 = 2680.3 \text{ r/s}].$$

Για να ταιριάζουν οι προδιαγραφές μας με αυτές του Inverse Chebyshev κλιμακοποιούμε

$$\text{έτσι ώστε } \boxed{\Omega_s = 1} \text{ και } \boxed{\Omega_p = \frac{1}{3.5} = 0.285}$$

- Υπολογισμός της τάξης, των πόλων και της συχνότητας ημίσειας ισχύος του πρότυπου κατωδιαβατού Butterworth:

Η τάξη υπολογίζεται από τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1}[(10^{a_{min}/10} - 1)/(10^{a_{max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}(1/\Omega_p)}$$

Μετά την αντικατάσταση των δεδομένων μας από τον τύπο προκύπτει η τιμή $n=3.0736$.

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος θα διαλέξουμε την αμέσως επόμενη ακέραια τιμή. Δηλαδή ,

$$\underline{n = 4}$$

Στη συνέχεια υπολογίζουμε τις παράμετρο ε και α από τους τύπους:

$$\varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{a_{min}}{10}} - 1}} = \frac{1}{\sqrt{10^{\frac{36.33}{10}} - 1}} = 0.0153$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \cdot \sin h^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) = 1.219$$

$$\omega_{hp} = \frac{1}{\cosh \alpha} = 0.5436 < 1$$

Για $n=4$ οι γωνίες Butterworth προκύπτουν $\pm 22.5^\circ$ και $\pm 67.5^\circ$, Για να βρούμε τους πόλους χρησιμοποιούμε τη μέθοδο Guillemin:

$$\begin{aligned} p_k &= -\sin h(\alpha) \cdot \cos(\psi_k) \pm j \cos h(\alpha) \cdot \sin(\psi_k) \\ \Rightarrow p_{1,2} &= -1.42 \pm j0.7 \text{ και } p_{2,3} = -0.59 \pm j1.69 \end{aligned}$$

Το Q των πόλων υπολογίζεται από τον τύπο:

$$Q = \frac{|p_k|}{-2 \cdot \operatorname{Re}(p_k)} \Rightarrow Q_{1,2} = 0.55 \text{ και } Q_{2,3} = 1.522$$

Οπότε τελικά έχουμε:

Ψ_κ	Q	p_κ
$\pm 22.5^\circ$	0.55	$-1.42 \pm j0.7$
$\pm 67.5^\circ$	1.522	$-0.59 \pm j1.69$

Για να αποκτήσουμε τους πόλους του Inverse Chebyshev φίλτρου, αντιστρέφουμε τους πόλους της απόκρισης Chebyshev, δηλαδή $\tilde{\Omega}_{012} = 0.6286$ και $\tilde{\Omega}_{034} = 0.555$

Κλιμακοποιούμε τώρα τα μέτρα των πόλων της ICH έτσι ώστε να μεταφερθούμε στο πεδίο συχνοτήτων της απόκρισης ICH:

$$\tilde{\Omega}_{012} = \tilde{\Omega}_{012} * \Omega_s = 2.2 \text{ και } \tilde{\Omega}_{034} = \tilde{\Omega}_{034} * \Omega_s = 1.945$$

Με αυτό τον τρόπο βρίσκουμε τους πόλους της συνάρτησης μετά από εφαρμογή των παρακάτω τύπων:

$$\Sigma_{12} = \frac{\tilde{\Omega}_{012}}{2Q_{12}} = 1.97 \text{ και } \Omega_{12} = \sqrt{\tilde{\Omega}_{012}^2 - \Sigma_{12}^2} = 0.9736$$

$$\Sigma_{34} = \frac{\tilde{\Omega}_{034}}{2Q_{34}} = 0.6387 \text{ και } \Omega_{34} = \sqrt{\tilde{\Omega}_{034}^2 - \Sigma_{34}^2} = 1.8371$$

Συνεπώς, οι πόλοι της συνάρτησης μετάφορας, οι γωνίες καθώς και τα αντίστοιχα Q των ριζών του Inverse Chebyshev ζωνοδιαβατού φίλτρου φαίνονται στον παρακάτω πίνακα

Ψ_κ	Q	p_κ	$\tilde{\Omega}_{0\kappa}$
$\pm 22.5^\circ$	0.55	$1.97 \pm j0.9736$	2.2
$\pm 67.5^\circ$	1.522	$0.6387 \pm j1.8371$	1.945

Τα μηδενικά της πρωτότυπης κατωδιαβατής συνάρτησης μεταφοράς θα βρεθούν από την σχέση:

$$\omega_{z,k} = \sec\left(\frac{k\pi}{2n}\right), k=1,3$$

Έτσι για $k=1, 3$ θα είναι: $\omega_{z,1} = 1.08$ και $\omega_{z,2} = 2.6131$. Τέλος κλιμακοποιούμε τα μηδενικά $\Omega_{z,1} = \omega_{z,1} * \Omega_s = 3.78$ και $\Omega_{z,2} = \omega_{z,2} * \Omega_s = 9.1459$

Μετασχηματίζουμε τώρα τους πόλους και τα μηδενικά που υπολογίσαμε μέσω του ζωνοδιαβατού μετασχηματισμού LP → BP.

1) Μετασχηματισμός των φανταστικών πόλων (Αλγόριθμος Geffe) $p_{1,2} =$

$$1.9729 \pm j \cdot 0.9736$$

Έχουμε $\Sigma_{12} = 1.9729$ και $\Omega_{12} = 0.9736$

$$C = \Sigma_{12}^2 + \Omega_{12}^2 = 1.9729^2 + 0.9736^2 = 4.84, q_c = 3.98, D = \frac{2\Sigma_{12}}{q_c} = \frac{2 \cdot 1.97}{3.98} = 0.9903$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4 + \frac{4.84}{3.98^2} = 4.30, G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = \sqrt{4.3^2 - 4 \cdot 0.9903^2} = 3.82$$

$$Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = \frac{1}{0.9903} \sqrt{\frac{1}{2}(4.3 + 3.82)} \Rightarrow Q = 2.0356$$

$$k = \frac{\Sigma_{12}Q}{q_c} = \frac{1.9729 \cdot 3.3246}{3.98} = 1.0079, W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.0079 + \sqrt{1.0079^2 - 1} =$$

$$1.1339$$

$$\omega_{02} = W \cdot \omega_0 = 1.1339 \cdot 10681 \Rightarrow \boxed{\omega_{02} = 9419.7 \text{ rad/sec}}$$

$$\omega_{02} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = \frac{1}{1.1339} \cdot 10681 \Rightarrow \boxed{\omega_{02} = 12112 \text{ rad/sec}}$$

Από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτουν δυο ζεύγη μιγαδικών πόλων ω_{01} και ω_{02} καθώς και δυο μηδενικά στο s=0. Οι πόλοι έχουν το ίδιο Q, κείνται επομένως πάνω στην ίδια ευθεία Q. Η θέση των δυο ζευγών πόλων βρίσκεται από τους κύκλους με ακτίνες ω_{01} και ω_{02} και την ευθεία Q

Ομοίως εργαζόμαστε για $p_{3,4} = 0.6387 \pm j \cdot 1.8371$

Έχουμε $\Sigma_{34} = 0.6387$ και $\Omega_{34} = 1.8371$

$$C = \Sigma_{34}^2 + \Omega_{34}^2 = 0.6387^2 + 1.8371^2 = 3.78, q_c = 3.98, D = \frac{2\Sigma_{34}}{q_c} = \frac{2 \cdot 0.6387}{3.98} = 0.3206$$

$$E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4 + \frac{3.78}{3.98^2} = 4.24, G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = \sqrt{4.24^2 - 4 \cdot 0.3206^2} = 4.1895$$

$$Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = \frac{1}{0.3206} \sqrt{\frac{1}{2}(4.24 + 4.1895)} \Rightarrow \boxed{Q = 6.4025}$$

$$k = \frac{\Sigma_{34}Q}{q_c} = \frac{0.6387 \cdot 10.34}{3.98} = 1.0624, W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.0624 + \sqrt{1.0624^2 - 1} = 1.2576$$

$$\omega_{04} = W \cdot \omega_0 = 1.2576 \cdot 10681 \Rightarrow \boxed{\omega_{04} = 13433 \text{ rad/sec}}$$

$$\omega_{03} = \frac{1}{W} \cdot \omega_0 = \frac{1}{1.2576} \cdot 10681 \Rightarrow \boxed{\omega_{03} = 8493.2 \text{ rad/sec}}$$

Από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτουν δυο ζεύγη μιγαδικών πόλων ω_{03} και ω_{04} καθώς και δυο μηδενικά στο $s=0$. Οι πόλοι έχουν το ίδιο Q, κείνται επομένως πάνω στην ίδια ευθεία Q. Η θέση των δυο ζευγών πόλων βρίσκεται από τους κύκλους με ακτίνες ω_{03} και ω_{04} και την ευθεία Q

2) Μετασχηματισμός των φανταστικών μηδενικών

Εφαρμόζουμε τον αλγόριθμο ζωνοδιαβατού μετασχηματισμού των μηδενικών και έχουμε:

Για $\Omega_{z,1} = 3.78$

$$k = 2 + \frac{\Omega_{z1}^2}{q_c^2} = 2 + \frac{3.78^2}{3.98^2} = 2.904$$

$$x = \frac{k + \sqrt{k^2 - 4}}{2} = \frac{2.904 + \sqrt{2.904^2 - 4}}{2} = 2.5048$$

$$\omega_{z1} = \omega_0 \cdot \sqrt{x} = 16905$$

$$\omega_{z2} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x}} = 6749$$

Από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτουν 2 ζεύγη φανταστικών μηδενικών στο και 2 πόλοι στο 0

Ομοίως εργαζόμαστε για $\Omega_{z,2} = 9.1459$

$$k = 2 + \frac{\Omega_{z2}^2}{q_c^2} = 2 + \frac{9.1459^2}{3.98^2} = 7.2691$$

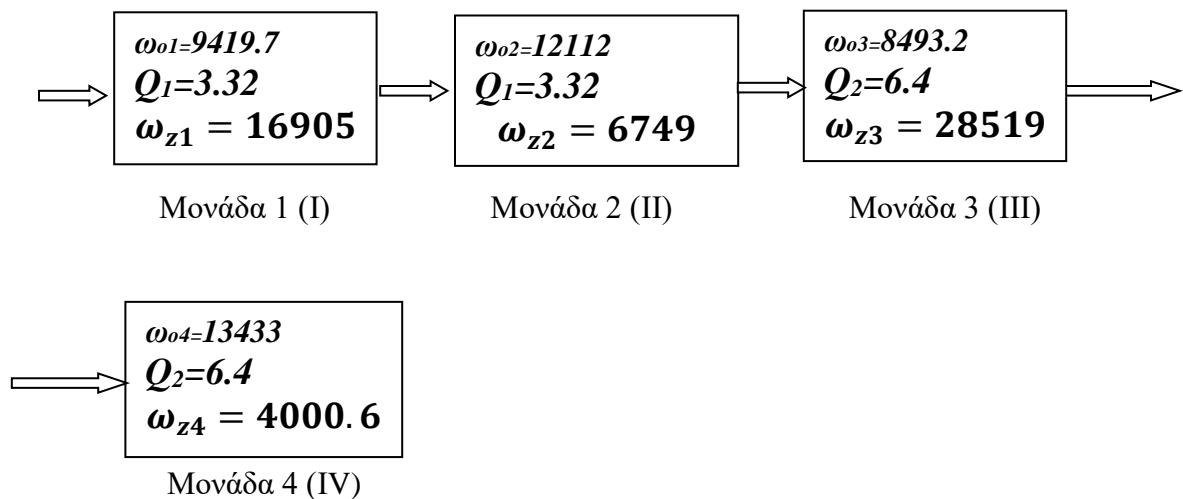
$$x = \frac{k + \sqrt{k^2 - 4}}{2} = \frac{7.2691 + \sqrt{7.2691^2 - 4}}{2} = 7.1288$$

$$\omega_{z3} = \omega_0 \cdot \sqrt{x} = 28519$$

$$\omega_{z4} = \frac{\omega_0}{\sqrt{x}} = 4000.6$$

Από τη διαδικασία μετασχηματισμού προκύπτουν 2 ζεύγη φανταστικών μηδενικών στο και 2 πόλοι στο 0

Το συνολικό αποτέλεσμα είναι η δημιουργία τεσσάρων ζευγών φανταστικών πόλων και τεσσάρων ζευγών φανταστικών μηδενικών. Άρα η συνάρτηση μεταφοράς που πρέπει να υλοποιηθεί θα αποτελείται από 4 μονάδες οι οποίες και φαίνονται παρακάτω σε διαγραμματική μορφή.



• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

Για την υλοποίηση της συνάρτησης μεταφοράς θα χρησιμοποιηθούν τα ζωνοφρακτικά κυκλώματα του σχήματος 7.24 (κυκλώματα Boctor) όπως ζητείται απ' την εκφώνηση

ΜΟΝΑΔΑ (I)

Από την σχετική θέση των ω_{01} και ω_{z1} μπορούμε να συμπεράνουμε τον τύπο του φίλτρου. Στην προκειμένη επειδή $\omega_{01} < \omega_{z1}$ πρόκειται για ένα LPN φίλτρο που υλοποιείται με κύκλωμα Bodeor του σχήματος 7.24. Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$, $\omega_z = \frac{16905}{9419.7}$ και $Q = 3.32$. Επιλέγουμε $k_{11} = 0.7$ ώστε να ικανοποιείται η σχέση $\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} < k_{11} < 1$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος είναι:

$$C_{11} = \frac{k_{11}}{2Q} = 0.719, C_{12} = 2Q = 4.0711, R_{11} = \frac{2}{k_{11} \cdot \omega_z^2 - 1} = 1.5942, R_{12} = \frac{1}{1 - k_{11}} = 3.33, R_{13} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_{11}}{Q^2} + k_{11} * \omega_z^2 - 1 \right) = 0.7117, R_{14} = \frac{1}{k_{11}} = 1.42 \Omega, R_{15} = R_{16} = 1 \Omega$$

Τέλος, το κέρδος είναι $k_{12} = \frac{1}{\frac{1}{2} \left(\frac{k_{11}}{Q^2} + k_{11} * \omega_z^2 + 1 \right)} = 0.5842 \text{ dB}$

Η συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται είναι:

$$T_{BP_1}(s) = k_{12} * \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_{01}}{Q_1} \right) s + \omega_{01}^2} = 0.5842 * \frac{s^2 + 16905^2}{s^2 + \frac{9419.7}{3.32} s + 9419.7^2}$$

Κλιμακοποίηση

Η κλιμακοποίηση στην συχνότητα γίνεται για $k_f = \omega_{01} = 9419.7$ ενώ στο πλάτος γίνεται έτσι ώστε $C = 1.0 \mu F$, οπότε $k_m = \frac{C_{11}}{k_f \cdot 10^{-6}} = 18.2535$ Επομένως τα πραγματικά στοιχεία του κυκλώματος είναι :

$$C_{11} = 1 \mu F, C_{12} = 23.67 \mu F, R_{11} = 29.1 \Omega, R_{12} = 60.84 \Omega, R_{13} = 12.9916 \Omega, R_{14} = 26.07 \Omega, R_{15} = R_{16} = 18.2535 \Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Από την σχετική θέση των ω_{02} και ω_{z2} μπορούμε να συμπεράνουμε τον τύπο του φίλτρου. Στην προκειμένη επειδή $\omega_{02} > \omega_{z2}$ πρόκειται για ένα HPN φίλτρο το οποίο η εκφώνηση μας ζητά να υλοποιήσουμε με κύκλωμα Bocctor-HPN του σχήματος 7.24, κάτι τέτοιο όμως προϋποθέτει ότι $Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_z^2}{\omega_0^2}} = 1.94$. Επειδή στην περίπτωση μας κάτι τέτοιο δεν ισχύει, η μονάδα θα υλοποιηθεί με το κύκλωμα HPN-Notch του σχήματος 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$

$$k_{21} = \left(\frac{\omega_{02}}{\omega_{z2}}\right)^2 - 1 = 2.2208$$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος είναι:

$$C = \frac{1}{Q_1(2+k_{21})} = 0.1164, C_{21} = k_{21}C = 0.2585$$

$$R_{21} = 1, R_{23} = 1, R_{22} = Q_1^2(k_{21} + 2)^2 = 73.81,$$

$$R_{24} = Q_2^2(k_{21} + 2) = 17.48, k_{22} = \frac{Q_1^2(k_{21} + 2)}{Q_1^2(k_{21} + 2) + 1} = 0.9459$$

Και κέρδος στις υψηλές συχνότητες:

$$k_2 = k_{22} * \left(\frac{\omega_{02}}{\omega_{z2}}\right)^2 = 3.0466 \text{ db}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται είναι:

$$T_{BP2}(s) = k_{22} * \frac{s^2 + \omega_{z2}^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_{02}}{Q_1}\right) \cdot s + \omega_{02}^2} = 3.0466 \frac{s^2 + 6749^2}{s^2 + \frac{12112}{3.32} \cdot s + 12112^2}$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $k_f = 12112$ και επειδή θέλουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή να είναι $1\mu\text{F}$ έχουμε

$$k_m = \frac{C_{21}}{k_f * 10^{-7}} = 9.61$$

Άρα, τα πραγματικά στοιχεία είναι:

$$R_{21} = R * k_m = 9.61 \Omega,$$

$$R_{22} = R * k_m = 709.34 \Omega$$

$$R_{23} = R * k_m = 9.61 \Omega,$$

$$R_{24} = R * k_m = 168.06 \Omega,$$

$$C_2 = 1 \mu\text{F}$$

$$C_{21} = 2.221 \mu\text{F}$$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

Από την σχετική θέση των ω_{03} και ω_{z3} μπορούμε να συμπεράνουμε τον τύπο του φίλτρου. Στην προκειμένη επειδή $\omega_{03} < \omega_{z3}$ πρόκειται για ένα LPN φίλτρο που υλοποιείται με κύκλωμα Bodeor του σχήματος 7.24. Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$, $\omega_z = \frac{28519}{8493.2}$ και $Q = 6.4$. Επιλέγουμε $k_{31} = 0.5$ ώστε να ικανοποιείται η σχέση $\frac{\omega_0^2}{\omega_z^2} < k_{31} < 1$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος είναι:

$$C_3 = \frac{k_{31}}{2Q} = 0.039 \mu\text{F}, C_{31} = 2Q = 12.8, R_{31} = \frac{2}{k_{31} \cdot \omega_z^2 - 1} = 0.4312, R_{32} = \frac{1}{1 - k_{31}} = 2, R_{33} = \frac{1}{2} \left(\frac{k_{31}}{Q^2} + k_{31}, \omega z^2 - 1 \right) = 2.325, R_{34} = \frac{1}{k_{31}} = 2, R_{35} = R_{36} = 1$$

Τέλος, το κέρδος είναι $k_{32} = \frac{1}{\frac{1}{2} \left(\frac{k_{11}}{Q^2} + k_{11}, \omega z^2 + 1 \right)} = 0.3008 \text{ dB}$

Η συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται είναι:

$$T_{BP_3}(s) = k_{32} * \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_{03}}{Q_1} \right) s + \omega_{01}^2} = 0.3008 * \frac{s^2 + 28519^2}{s^2 + \frac{8493.2}{6.4} s + 8493.2^2}$$

Κλιμακοποίηση

Η κλιμακοποίηση στην συχνότητα γίνεται για $k_f = \omega_{03} = 8493.2$ ενώ στο πλάτος γίνεται έτσι ώστε $C = 1.0 \mu\text{F}$, οπότε $k_m = 4.5974$. Επομένως τα πραγματικά στοιχεία του κυκλώματος είναι:

$$C_3 = 1 \mu\text{F}, C_{31} = 327.9 \mu\text{F}, R_{31} = 1.9826 \Omega, R_{32} = 9.195 \Omega, R_{33} = 0.69 \Omega, R_{34} = 9.195 \Omega, R_{15} = R_{16} = 4.59 \Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ (IV)

Από την σχετική θέση των ω_{02} και ω_{z2} μπορούμε να συμπεράνουμε τον τύπο του φίλτρου. Στην προκειμένη επειδή $\omega_{02} > \omega_{z2}$ πρόκειται για ένα HPN φίλτρο το οποίο η εκφώνηση μας ζητά να υλοποιήσουμε με κύκλωμα Boctor-HPN του σχήματος 7.24, κάτι τέτοιο όμως προϋποθέτει ότι $Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_{z2}}{\omega_0}}$. Επειδή στην περίπτωση μας κάτι τέτοιο δεν ισχύει, η μονάδα θα υλοποιηθεί με το κύκλωμα HPN-Notch του σχήματος 7.21.

Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_0 = 1$

$$k_{41} = \left(\frac{\omega_{04}}{\omega_{z4}}\right)^2 - 1 = 10.2754$$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος είναι:

$$C = \frac{1}{Q_1(2+k_{21})} = 0.0127, C_{41} = k_{41}C = 0.1307$$

$$R_{41} = 1, R_{43} = 1, R_{42} = Q_2^2(k_{41} + 2)^2 = 6176,$$

$$R_{44} = Q_2^2(k_{21} + 2) = 503.19$$

$$k_{42} = \frac{Q_2^2(k_{41} + 2)}{Q_2^2(k_{41} + 2) + 1} = 0.9980$$

Και κέρδος στις υψηλές συχνότητες:

$$k_4 = k_{42} * \left(\frac{\omega_{04}}{\omega_{z4}}\right)^2 = 11.253 \text{ db}$$

Η συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται είναι:

$$T_{BP4}(s) = k_4 * \frac{s^2 + \omega_{z4}^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_{04}}{Q_1}\right) \cdot s + \omega_{04}^2} = 11.253 * \frac{s^2 + 4000.6^2}{s^2 + \frac{13433}{6.4} \cdot s + 13433^2}$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $k_f = 13433$ και επειδή θέλουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή να είναι $1\mu\text{F}$ έχουμε

$$k_m = \frac{C_{41}}{k_f * 10^{-7}} = 0.9472$$

Άρα, τα πραγματικά στοιχεία είναι:

$$R_{41} = R * k_m = 0.9472 \Omega,$$

$$\begin{aligned} R_{42} &= R * k_m = 5.85 \text{ } k\Omega \\ R_{43} &= R * k_m = 0.9472 \text{ } \Omega, \\ R_{44} &= R * k_m = 476.6 \text{ } \Omega, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_4 &= 1 \mu\text{F} \\ C_{41} &= 10.275 \mu\text{F} \end{aligned}$$

• Ρύθμιση Κέρδους

Το συνολικό κέρδος του φίλτρου στην κεντρική συχνότητα είναι:

$$\begin{aligned} k_1 * \frac{(\omega z_1^2 - \omega_0^2)}{\sqrt{(\omega_{01}^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{\omega_{01} - \omega_0}{Q_1}\right)^2}} k_2 * \frac{(\omega z_2^2 - \omega_0^2)}{\sqrt{(\omega_{02}^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{\omega_{02} - \omega_0}{Q_1}\right)^2}} * k_3 \\ * \frac{(\omega z_3^2 - \omega_0^2)}{\sqrt{(\omega_{03}^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{\omega_{03} - \omega_0}{Q_2}\right)^2}} k_4 * \frac{(\omega z_4^2 - \omega_0^2)}{\sqrt{(\omega_{04}^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{\omega_{04} - \omega_0}{Q_2}\right)^2}} \end{aligned}$$

$$= 65.5642$$

Αυτό που ζητείται όμως είναι το φίλτρο τα έχει κέρδος 5dB δηλαδή 1.778. Επομένως πρέπει να αποσβέσουμε το κέρδος κατά έναν συντελεστή $a = \frac{1.778}{65.5642} = 0.0045$

Για τον σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε μια μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία με $\frac{r_2}{r_1} = 0.0045$ και επιλέγουμε $r_2 = 45 \text{ } \Omega$ και $r_1 = 10 \text{ } k\Omega$

Συνάρτηση Μεταφοράς Μονάδων

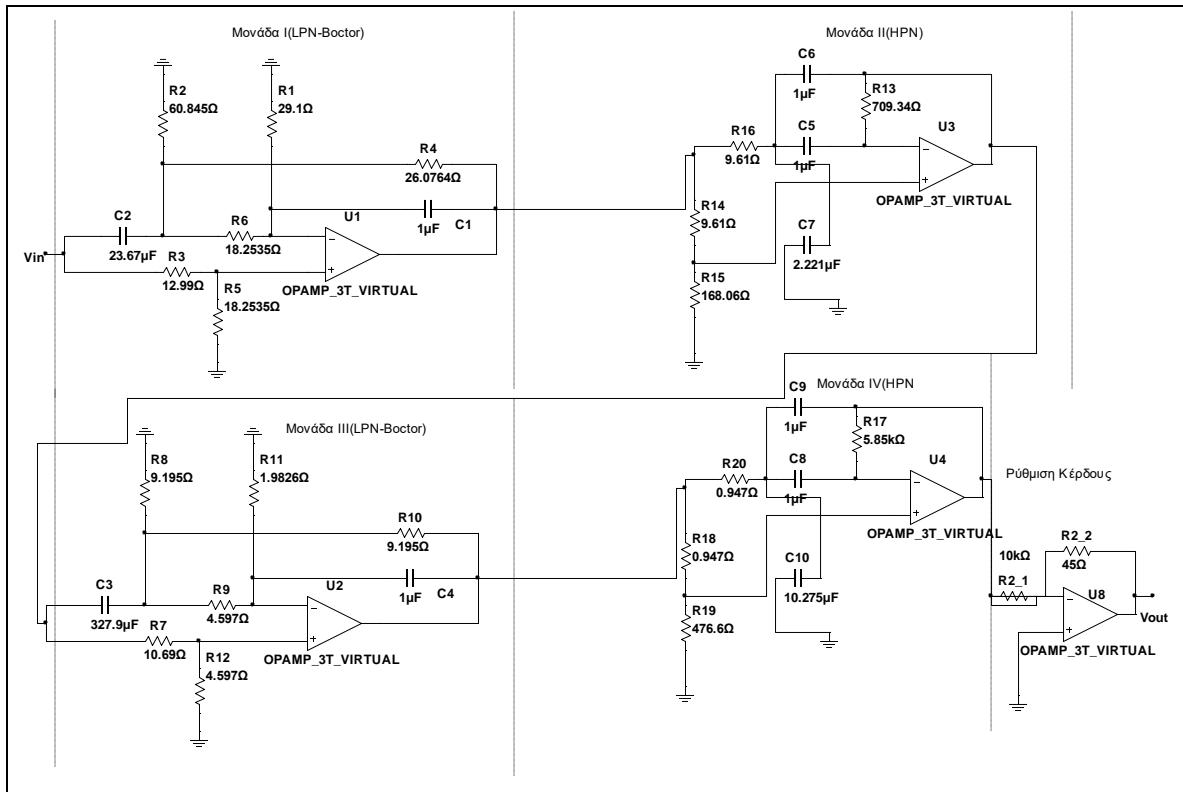
Η τελική συνάρτηση μεταφοράς μετά από την ρύθμιση κέρδους δίνεται από τον ακόλουθο τύπο:

$$\begin{aligned} T_{BP}(s) &= a * T_{BP1}(s) * T_{BP2}(s) * T_{BP3}(s) * \\ T_{BP4}(s) &= 1.778 * \frac{s^2 + 16905^2}{s^2 + \frac{9419.7}{3.32} \cdot s + 9419.7^2} * \frac{s^2 + 6749^2}{s^2 + \frac{12112}{3.32} \cdot s + 12112^2} * \frac{s^2 + 28519^2}{s^2 + \frac{8493.2}{6.4} \cdot s + 8493.2^2} * \frac{s^2 + 4000.6^2}{s^2 + \frac{13433}{6.4} \cdot s + 13433^2} \end{aligned}$$

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το κανονικοποιημένο κύκλωμα στο οποίο φαίνονται οι 4 μονάδες. Τέλος, φαίνεται και η συνδεσμολογία για την ρύθμιση του κέρδους(στην 1^η μονάδα).

Τελικό Κύκλωμα

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ζωνοδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

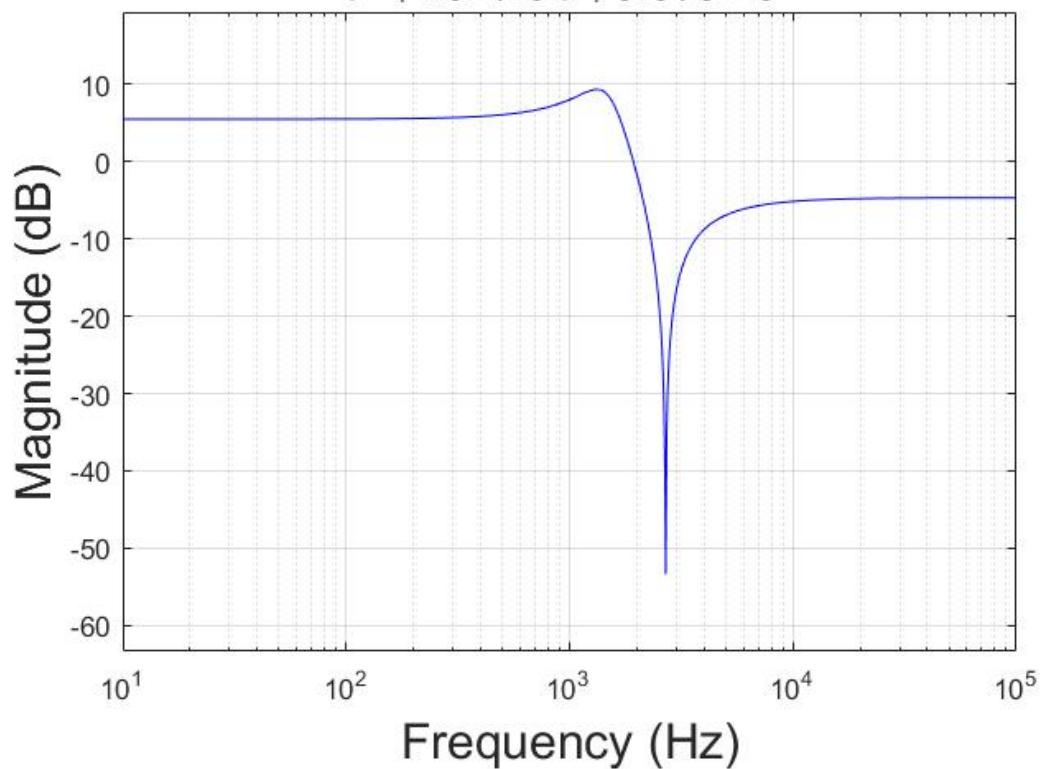
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη, την τρίτη και την τέταρτη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο

Matlab χρησιμοποιώντας την συνάρτηση plot_transfer_function που μας δίνεται με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων.

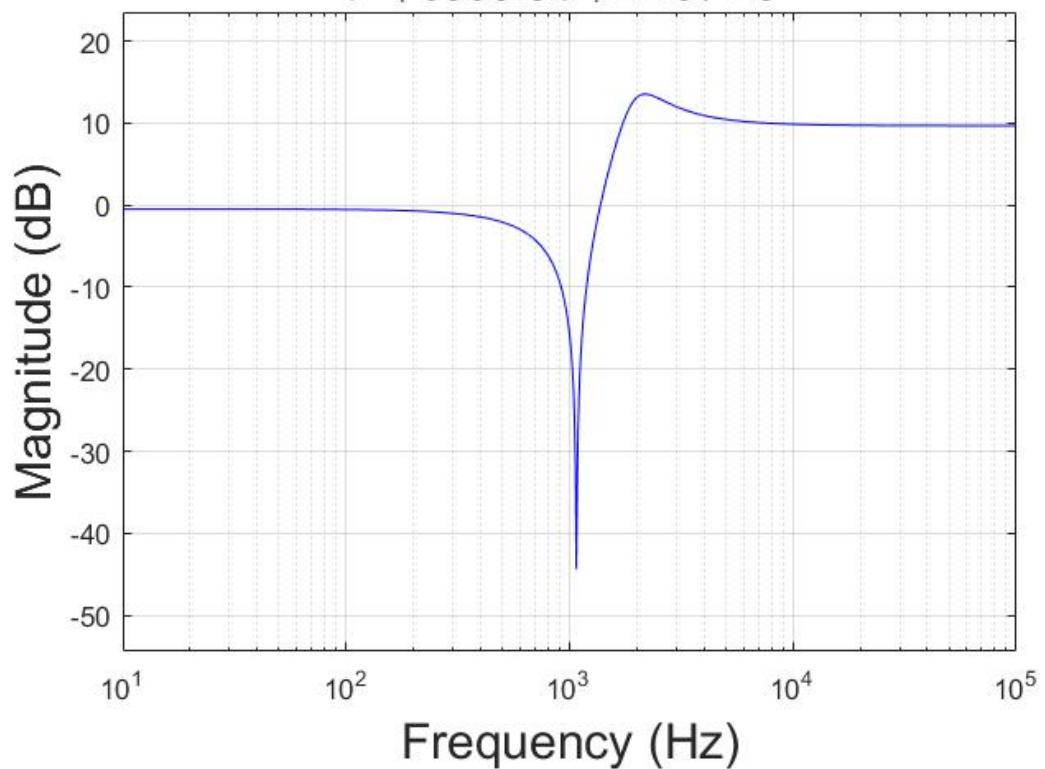
1^η Μονάδα : LPN (Boctor)

$$\frac{0.5842 s^2 + 1.6695 \cdot 10^8}{s^2 + 4627.5 s + 8.873 \cdot 10^7}$$



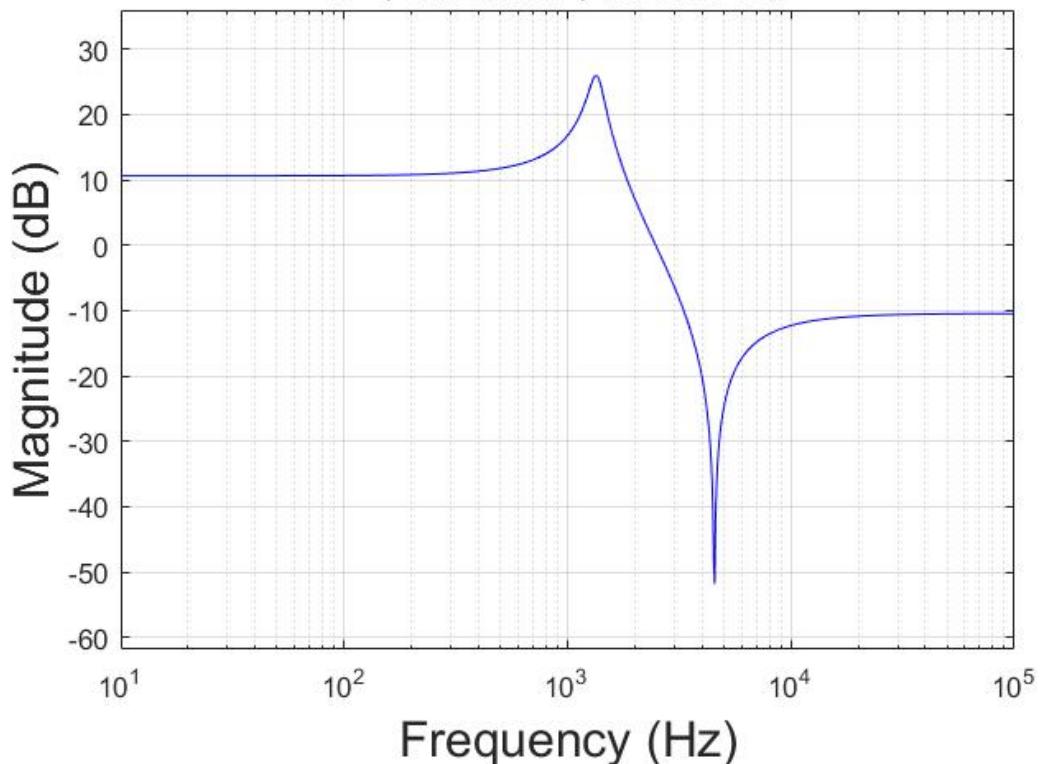
2^η Mováδα : HPN

$$\frac{3.0466 s^2 + 1.3877 \cdot 10^8}{s^2 + 5950.3 s + 1.467 \cdot 10^8}$$



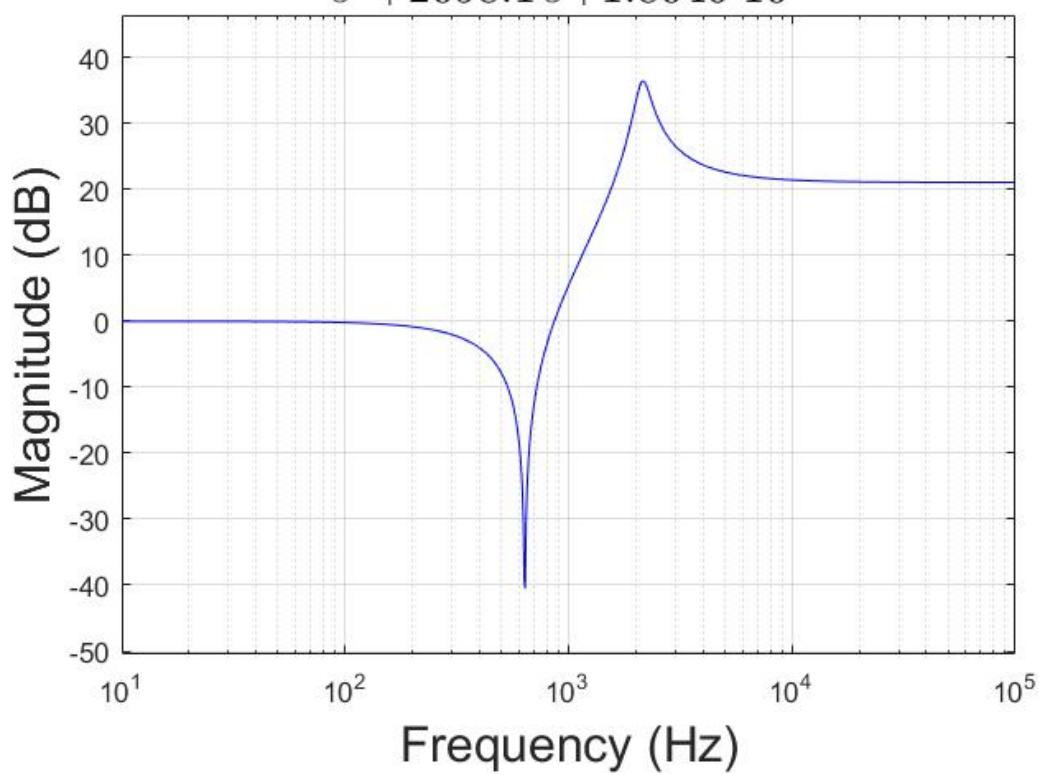
3^η Mováδα : LPN (Boctor)

$$\frac{0.30076 s^2 + 2.4462 \cdot 10^8}{s^2 + 1326.5 s + 7.2135 \cdot 10^7}$$



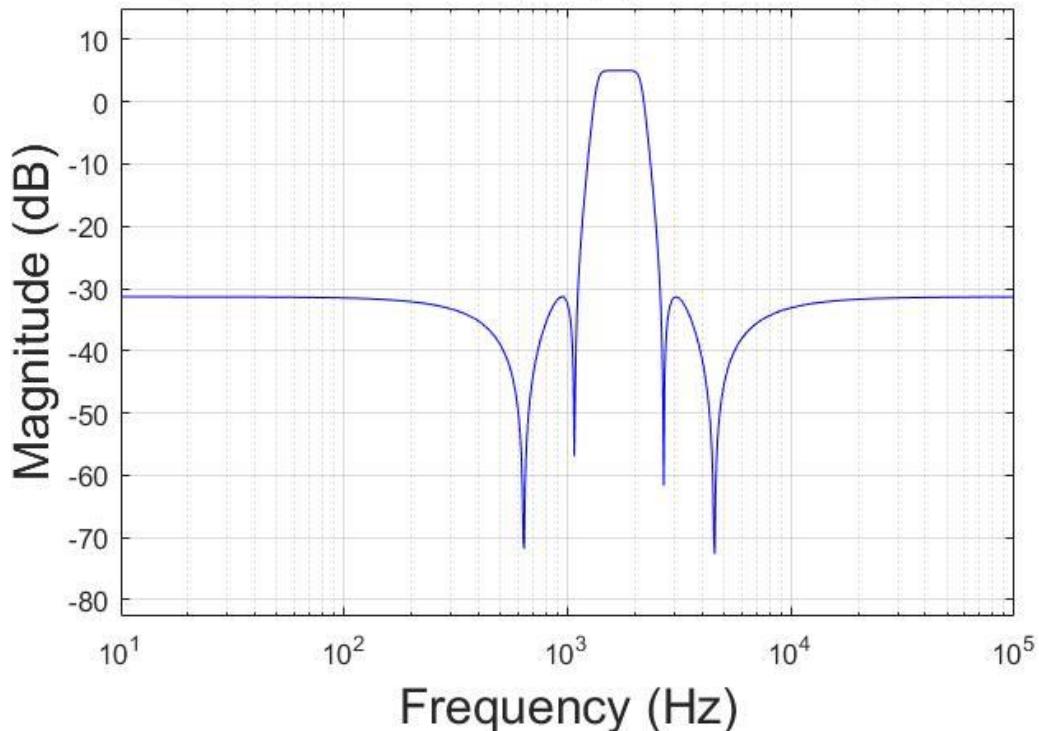
4^η Mováδα : HPN

$$\frac{11.253 s^2 + 1.801 \cdot 10^8}{s^2 + 2098.1 s + 1.8046 \cdot 10^8}$$

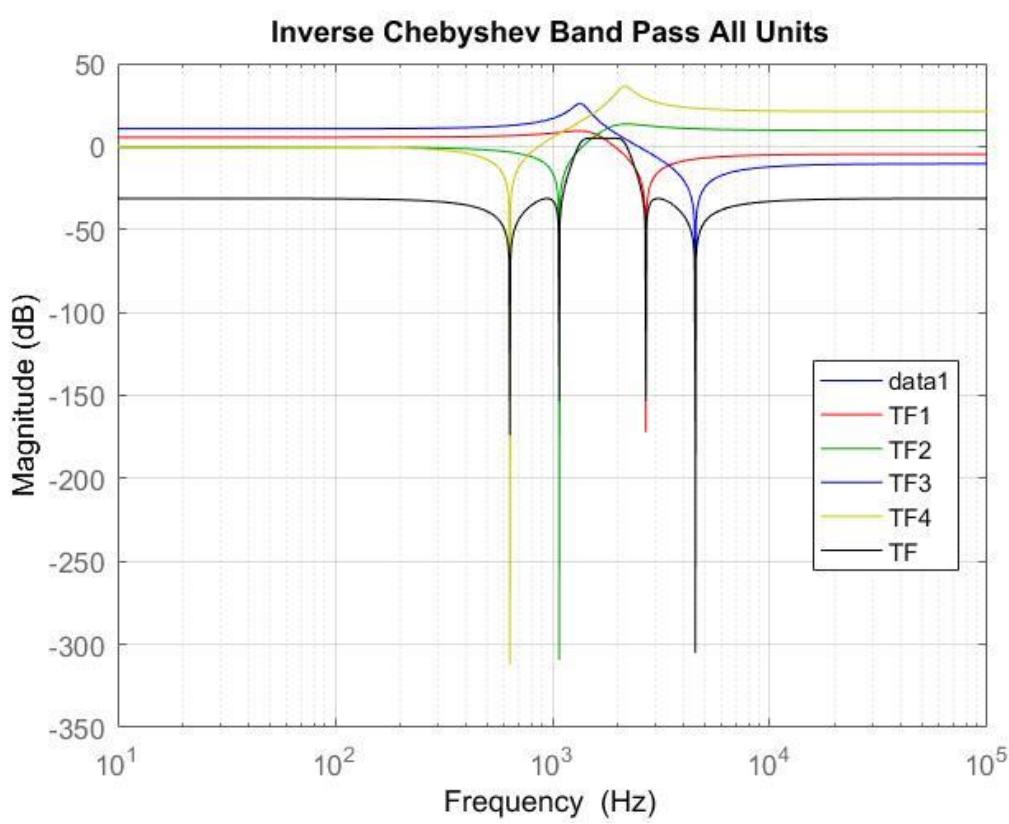


Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

$$\frac{s^8 + (3.1476 \cdot 10^7) s^6 + (8.1578 \cdot 10^{15}) s^4 + (4.0973 \cdot 10^{23}) s^2 + .1995 \cdot 10^{12}}{.1995 \cdot 10^{12} s^5 + (1.0146 \cdot 10^{17}) s^4 + (5.9322 \cdot 10^{20}) s^3 + (7.2189 \cdot 10^{24}) s^2 + (1.0146 \cdot 10^{17}) s + .1995 \cdot 10^{12}}$$

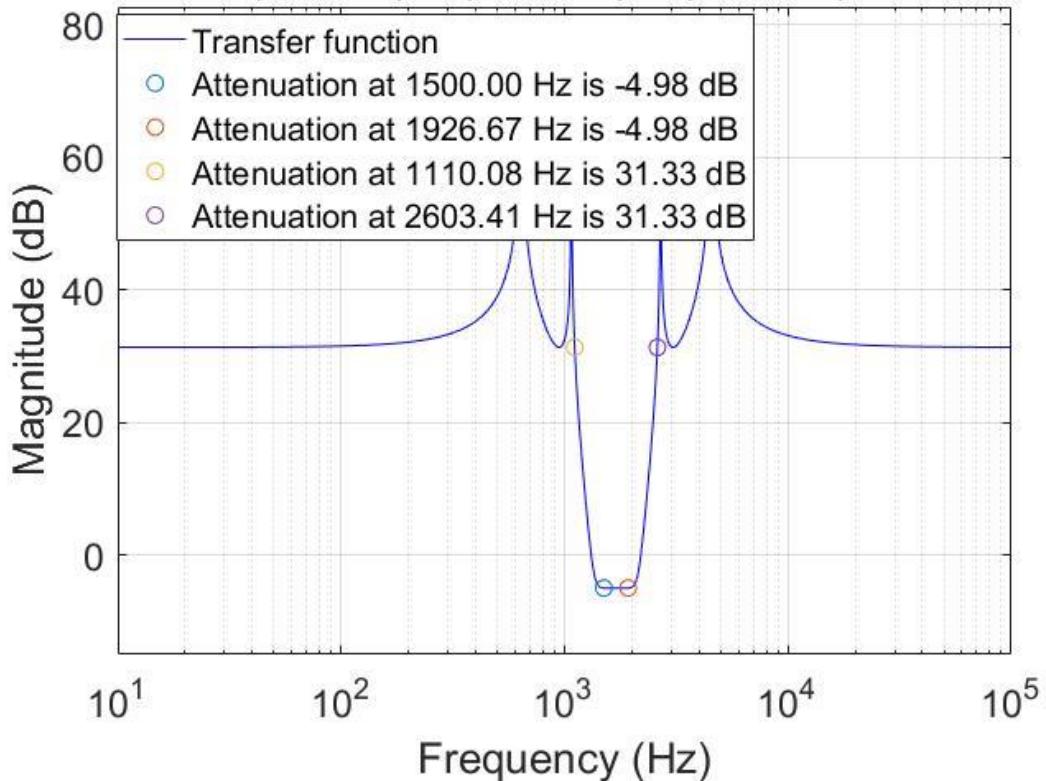


Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

$$\frac{457 \cdot 10^8 s^6 + (5.1995 \cdot 10^{12}) s^5 + (1.0146 \cdot 10^{17}) s^4 + (5.9322 \cdot 10^{20}) s^3 + (7.2189 \cdot 10^{24}) s^2 + (2.07 \cdot 10^{28})}{0.027118 s^8 + (3.1476 \cdot 10^7) s^6 + (8.1578 \cdot 10^{15}) s^4 + (4.0973 \cdot 10^{23}) s^2 + 4.5951 \cdot 10^{30}}$$



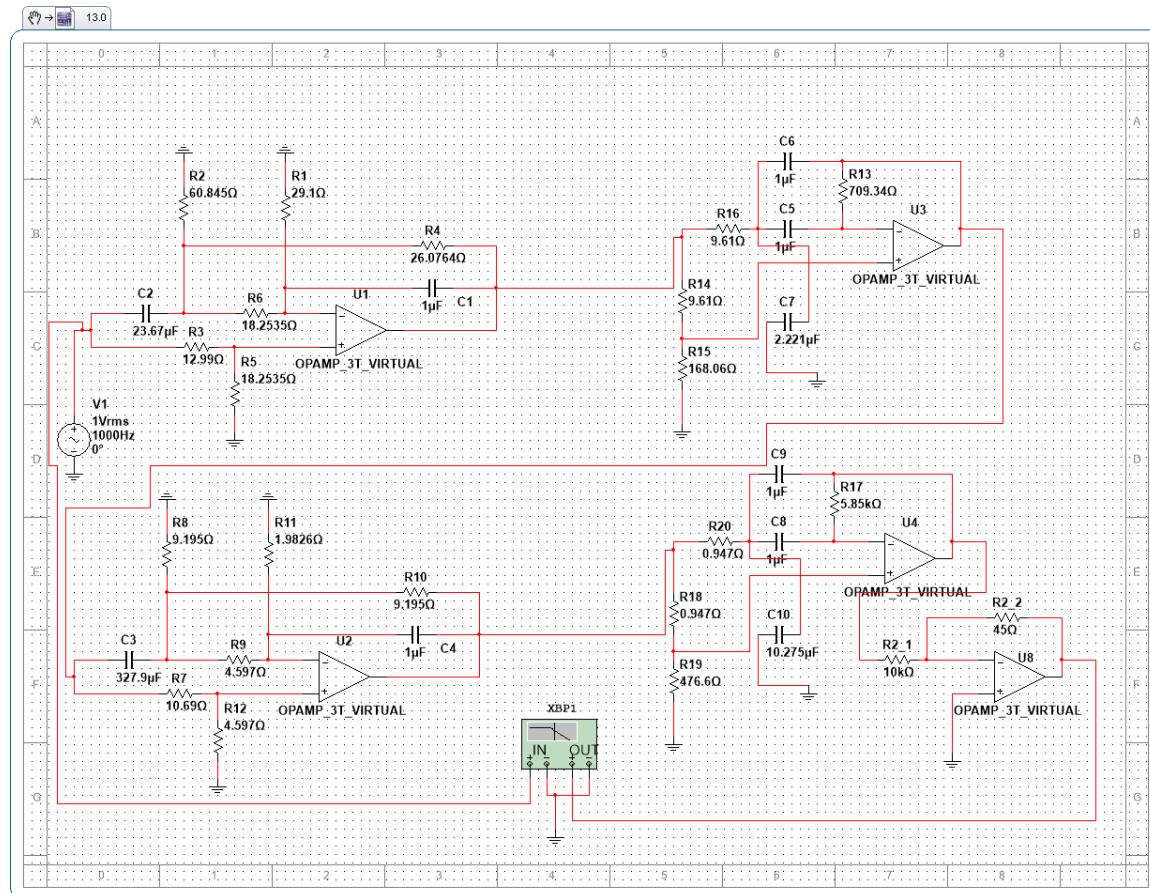
Στην συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες $f_1 = 1500 \text{ Hz}$, όπου έχουμε απόσβεση $-4.98 + 5 = 0.02 < 0.61 = a_{max}$ και $f_3 = 1110.08 \text{ Hz}$ με απόσβεση $31.33 + 5 = 36.33 \geq 36.33 = a_{min}$. Φυσικά οι αντίστοιχες αποσβέσεις ισχύουν και για τις κατοπτρικές (σε σχέση με την κεντρική) συχνότητες $f_2 = 1926 \text{ Hz}$ και $f_4 = 2603 \text{ Hz}$.

Είναι φανερό λοιπόν ότι υπερκαλύπτονται όλες οι προδιαγραφές (αν λάβουμε υπόψιν το κέρδος 5db)

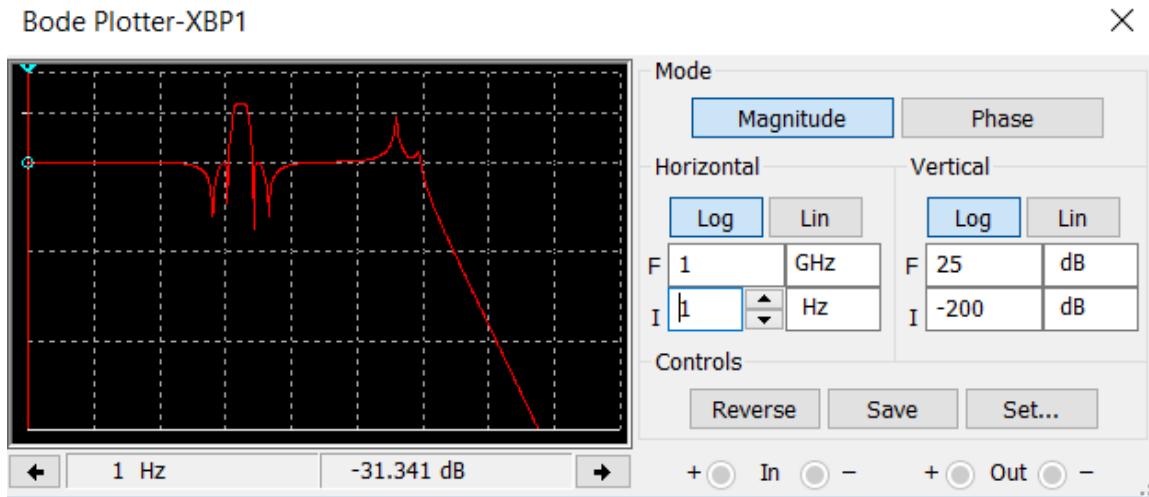
Γ. Υλοποίηση των Κυκλώματος των Φίλτρου στο Multisim

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

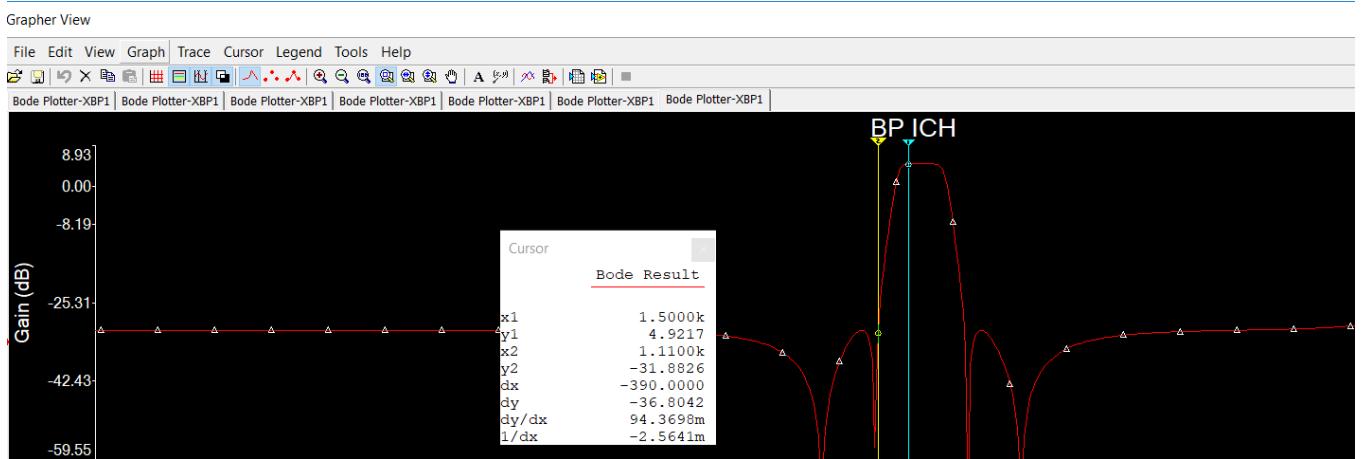
Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον Multisim και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Εξάλλου, με την δυνατότητα του Multisim ‘Grapher’ παίρνουμε το παρακάτω διάγραμμα, το οποίο απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών.



Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι η προδιαγραφή $a_{max} = 0.51dB$ στην συχνότητα 1.5 kHz υπερκαλείπτεται. Επίσης παρατηρούμε ότι η προδιαγραφή $a_{min} = 36.33dB$ υπερκαλύπτεται στην συχνότητα $f_3 = 1.11 \text{ kHz}$, αφού εκεί έχουμε

απόσβεση περίπου 31.88dB. Το ίδιο ισχύει και για τις κατοπτρικές συχνότητες. Στις μετρήσεις αυτές συνυπολογίζουμε πάντα το πρόσθετο κέρδος 5 db που μας έχει ζητηθεί

- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα μια πηγή διέγερσης $f(t) = \cos[\omega_0 -$

$$\frac{(\omega_0 - \omega_1)}{2} t + 0.6 \cos\left[\omega_0 + \frac{(\omega_0 + \omega_1)}{2}\right] t +$$

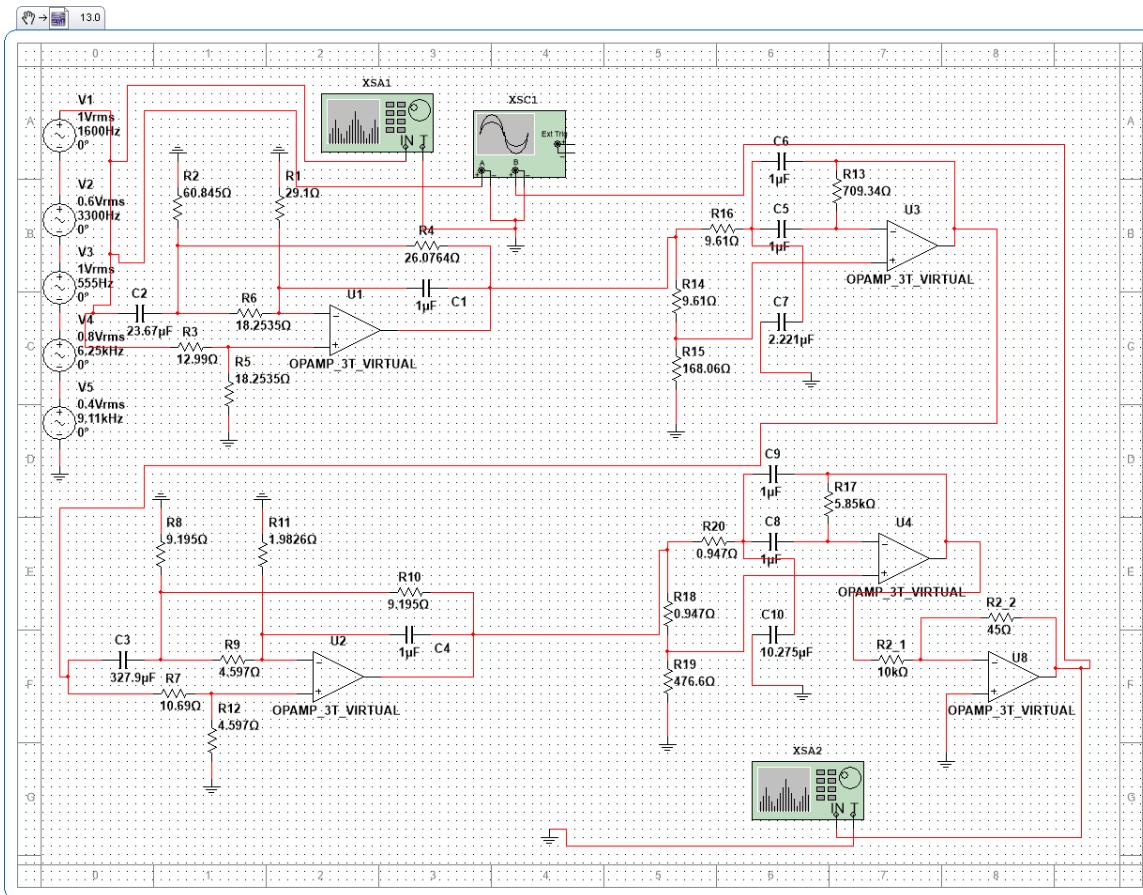
$$\cos(0.5\omega_3 t) + 0.8 \cos(2.4\omega_4 t) + 0.6 \cos(3\omega_4 t)$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos 10053 t + 0.6 \cos 20735 t + \cos 3487.4 t + 0.8 \cos 39259 t + 0.6 \cos 57252 t}$$

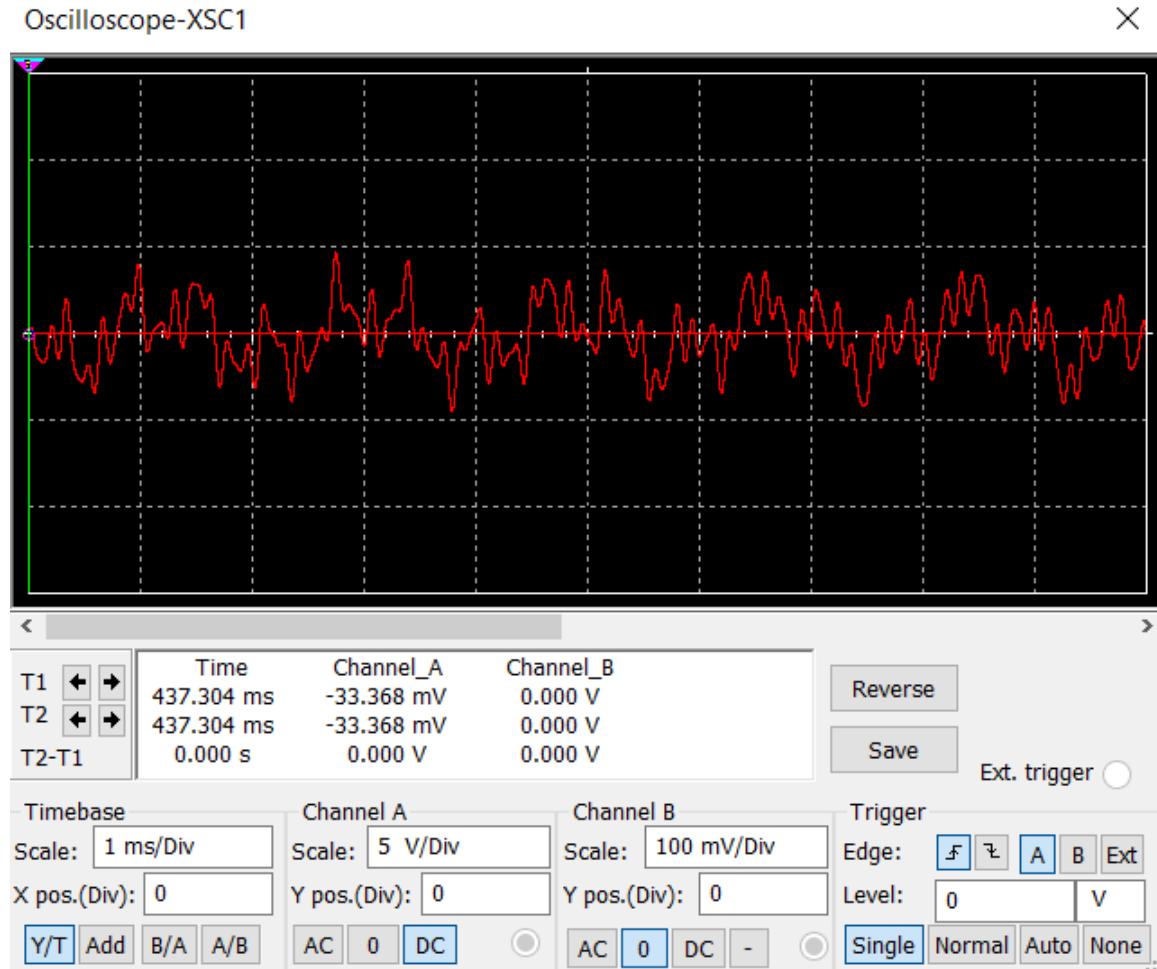
Έχουμε δηλαδή 5 συνημίτονα στις εξής θεμελιώδεις συχνότητες αντίστοιχα:

- 1600Hz
- 3300 Hz
- 555 Hz
- 6.25 kHz
- 9.11 kHz

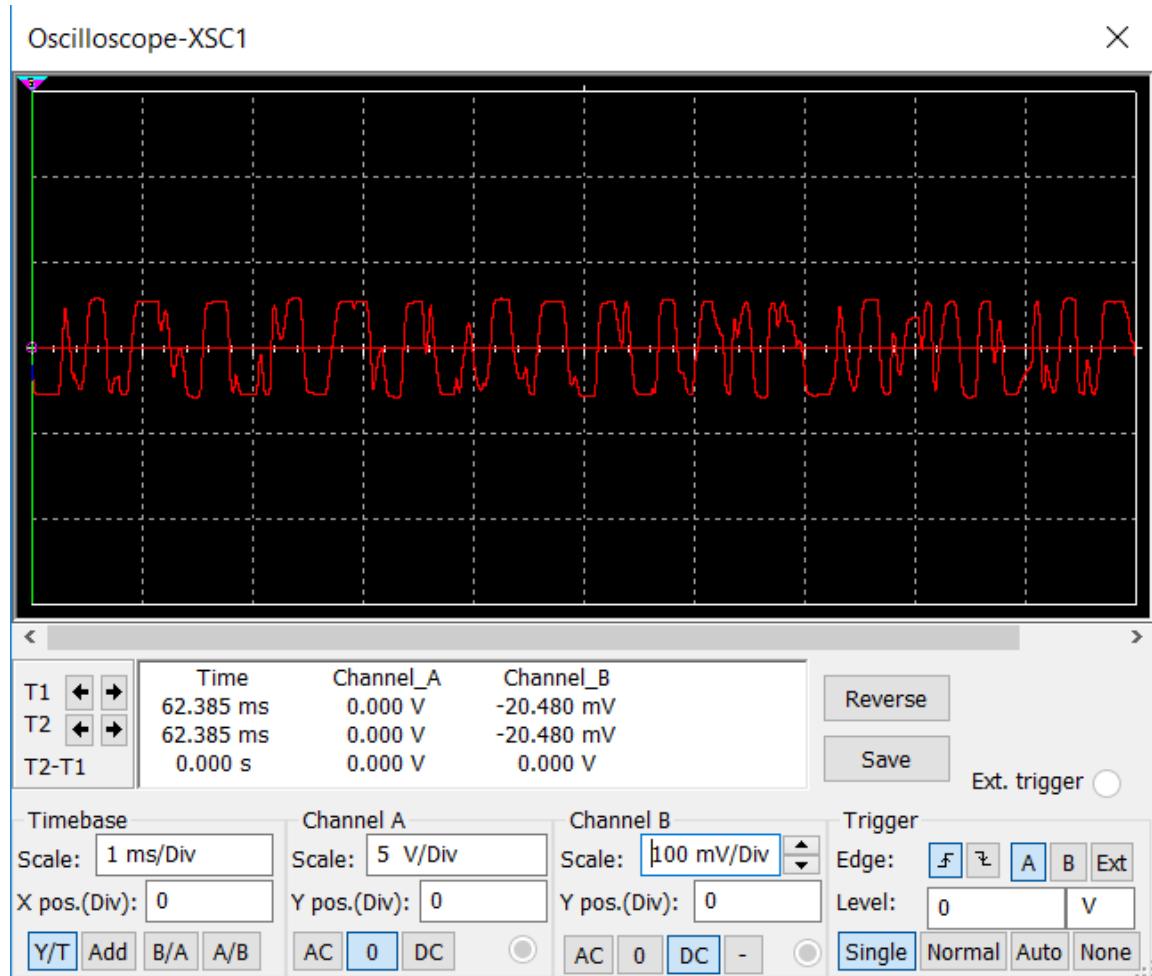
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Το κύκλωμα με την νέα είσοδο παρουσιάζεται παρακάτω:



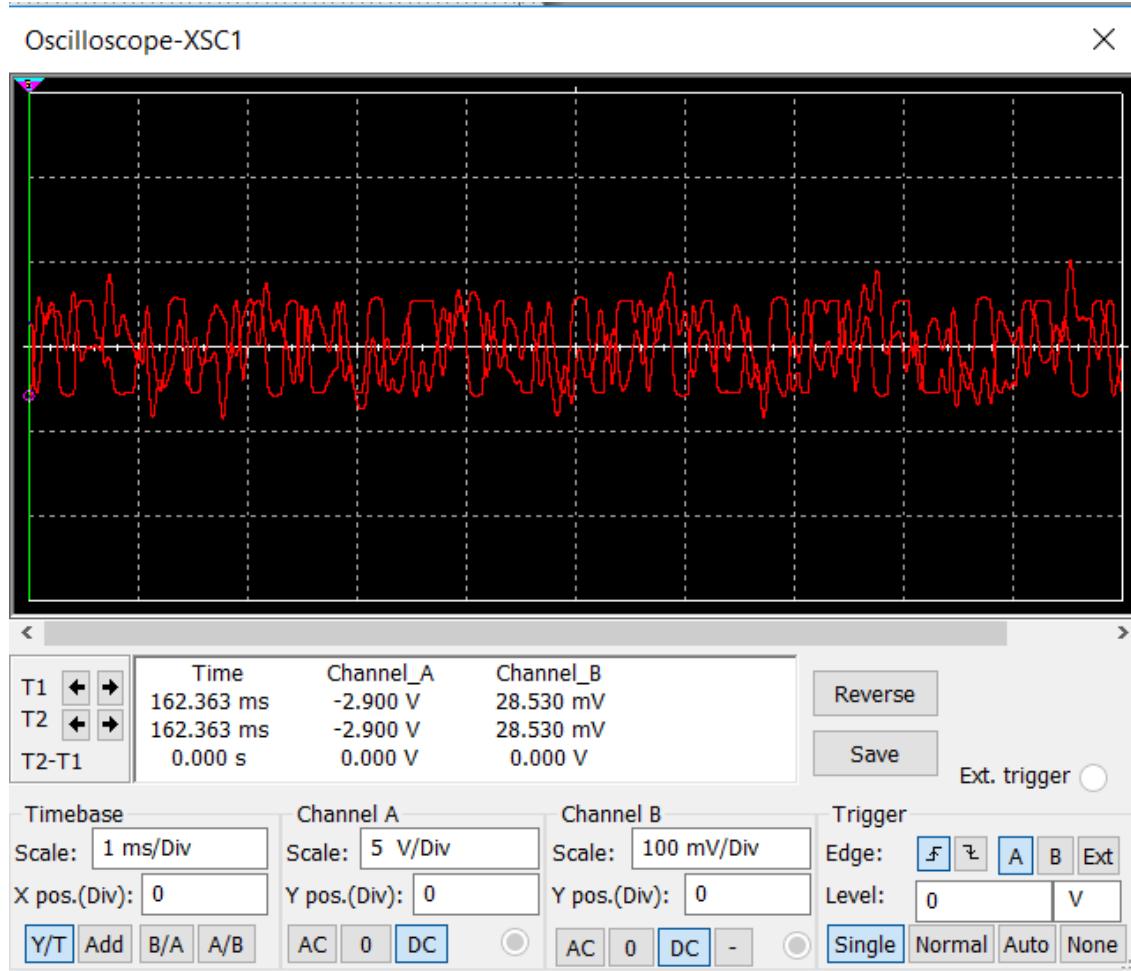
Σήμα Εισόδου :



Σήμα Εξόδου :



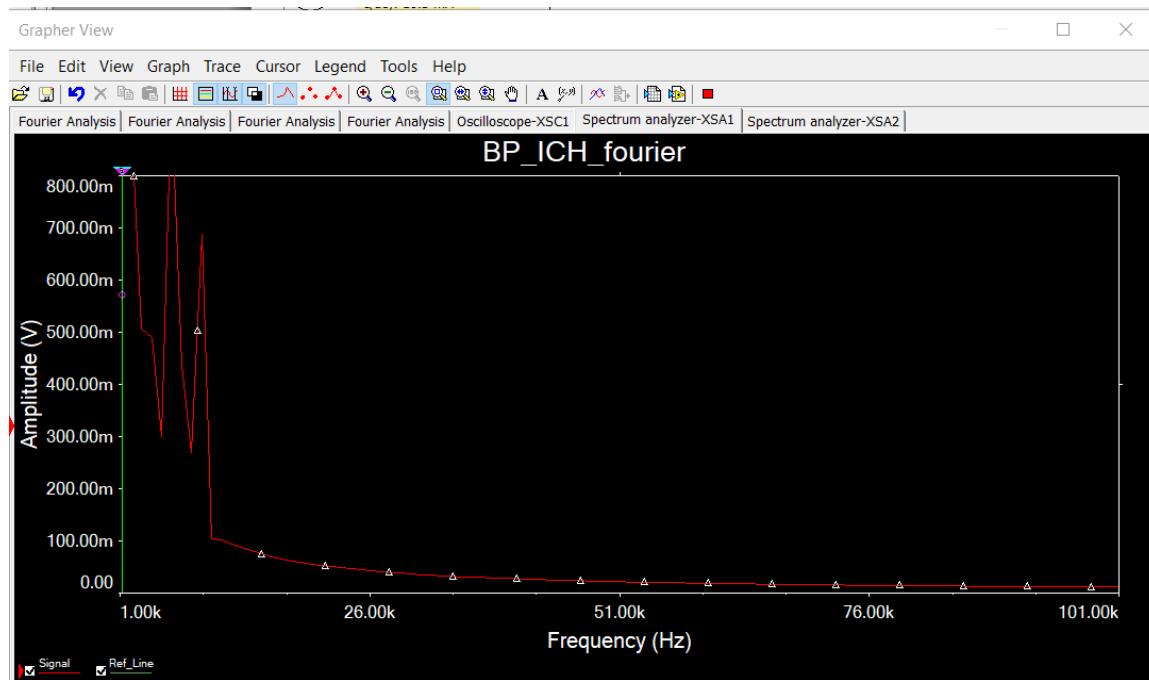
Και τα 2 σήματα φαίνονται σε κοινό διάγραμμα παρακάτω:



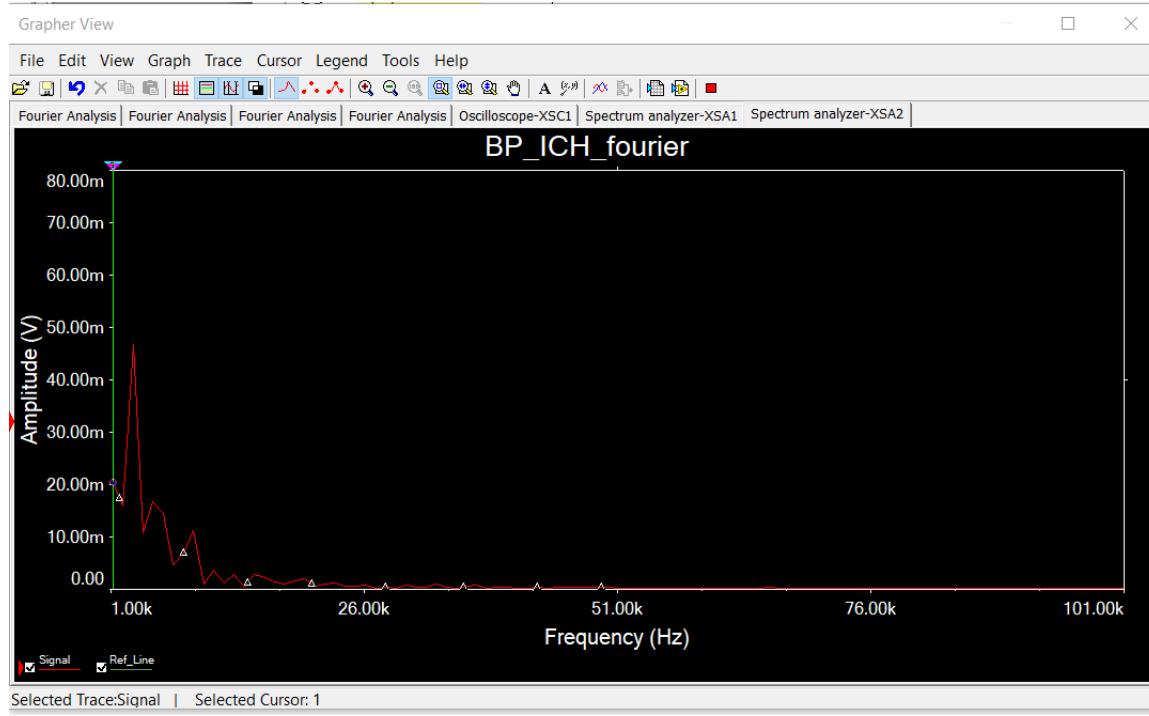
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: 5V/Div, 1msec/Div κτλ.).

- Σε αυτό το σημείο της áσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου για να δούμε ποιες συχνότητες περνάνε και ποιες κόβονται. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται τα φάσματα εισόδου και εξόδου αντίστοιχα

Φάσμα Εισόδου :



Φάσμα Εξόδου :



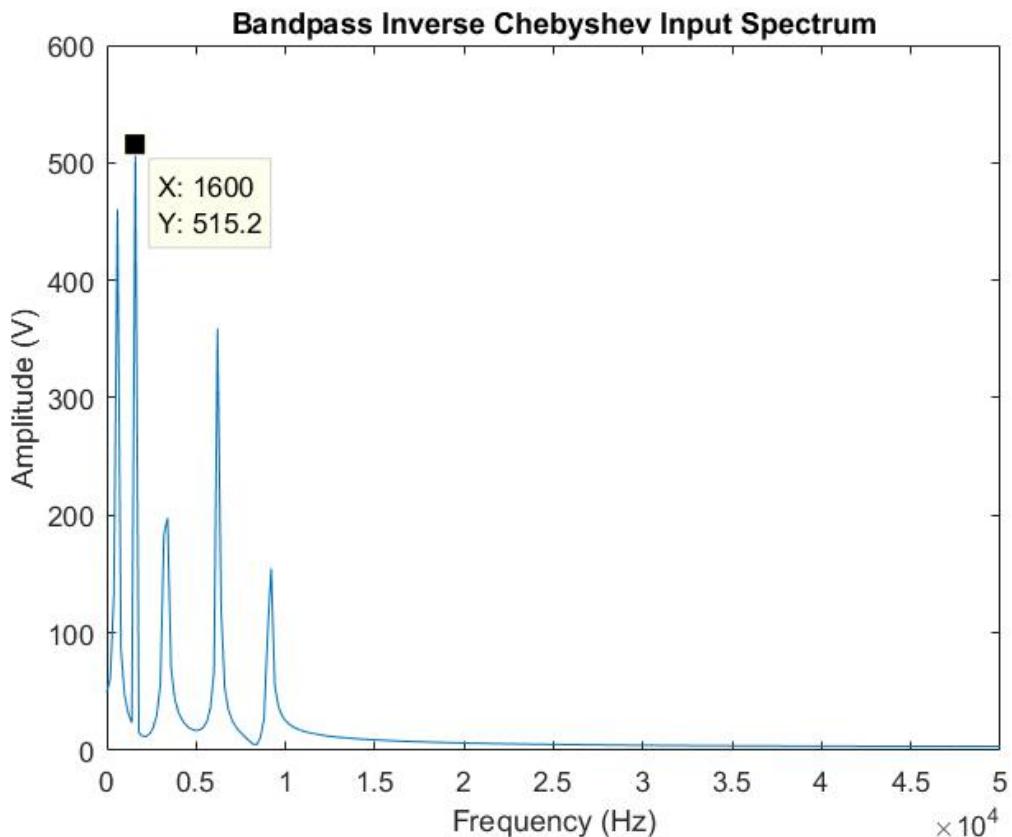
Από τα παραπάνω διαγράμματα βλέπουμε ότι οι αρμονικές μειώνονται, κάτι το οποίο είναι απολύτως λογικό εφόσον το κύκλωμα μας είναι ένα ζωνοδιαβατό φίλτρο. Βλέπουμε ότι κρατάει τις συχνότητες που είναι εντός της περιοχής διόδου (1500Hz έως 1926) και αποκόπτει αυτές που βρίσκονται στην περιοχή αποκοπής (0 έως 1100 και >2.6KHz).

Στην περίπτωση μας παρατηρούμε ότι διατηρείται μόνο η συχνότητα των 1600 Hz ενώ οι υπόλοιπες τέσσερις αποκόπτονται.

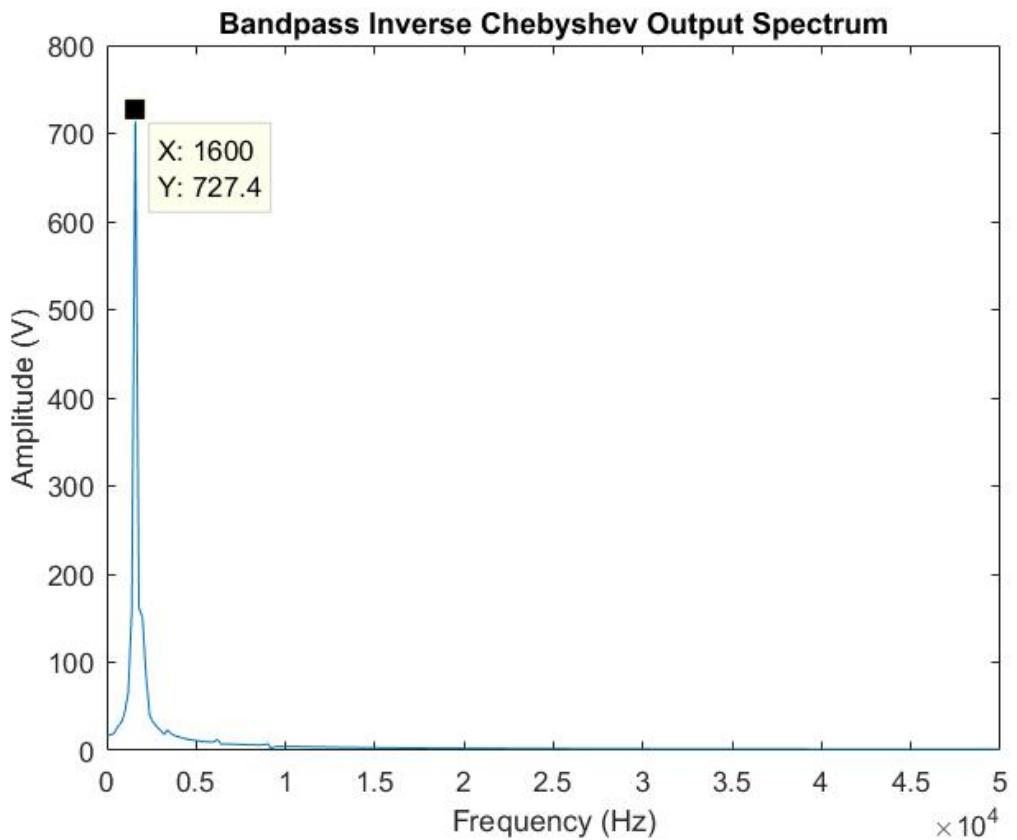
Επομένως η υλοποίηση του φίλτρου έγινε σωστά και πληρούνται οι προδιαγραφές μας.

Πραγματοποιούμε τώρα την ίδια ανάλυση στο Matlab και παίρνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα.

Φάσμα Εισόδου :



Φάσμα Εξόδου :



Ο κώδικας σε Matlab που χρησιμοποιήθηκε:

```
fp1=f0-(f0-f1)/2;
fp2=f0+(f0+f1)/2;
fp3=0.5*f3;
fp4=2.4*f4;
fp5=3.5*f4;

wp1=2*pi*fp1;
wp2=2*pi*fp2;
wp3=2*pi*fp3;
wp4=2*pi*fp4;
wp5=2*pi*fp5;

T = 10*(1/2000);
Period=1/2000;
Fs = 100000;
dt = 1/Fs;
t = 0:dt:T-dt;

signal=cos (wp1*t)+0.6*cos (wp2*t)+cos (wp3*t)+0.8*cos (wp4*t)+0.4*cos (wp5*t) ;

out=lsim(sys,signal,t);

Fn = Fs/2; % Nyquist Frequency
N = length(t);
FTin = fft(signal); % Fourier Transform
Fv = linspace(0, 1, fix(N/2)+1)*Fn; % Frequency Vector
Iv = 1:length(Fv);
figure(8)
plot(Fv, abs(FTin(Iv))*2)

FTx= fft(out);

figure(9)
plot(Fv, abs(FTx(Iv))*2)
```

Και εδώ βλέπουμε ότι παίρνουμε παρόμοια αποτελέσματα. Συνεπώς από τη παραπάνω ανάλυση σε Multisim και Matlab, βλέπουμε ότι η σχεδίαση του φίλτρου μας πλησιάζει αυτή του ζωνοδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev, που απαιτούν οι προδιαγραφές. Οι όποιες διαφορές προκύπτουν, είναι πολύ πιθανό να οφείλονται στις στρογγυλοποιήσεις που έγιναν κατά την Αναλυτική Σχεδίαση του φίλτρου.

Εργασία #3 : Σχεδίαση Ζωνοφρακτικών φίλτρων

Αριθμός Εργασίας #3

ΖΩΝΟΦΡΑΚΤΙΚΟ ΦΙΛΤΡΟ CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ζωνοφρακτικό φίλτρο Chebyshev το οποίο να πληροί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$f_0 = 2.5 \text{ KHz}, f_1 = 1.95 \text{ KHz}, f_2 = 3.2 \text{ KHz}, f_3 = 2.26 \text{ KHz}, f_4 = 2.76 \text{ KHz}$$

$$\omega_1 = 12252 \text{ rad/sec}, \omega_2 = 20138 \text{ rad/sec}, \omega_3 = 14210 \text{ rad/sec},$$

$$\omega_4 = 17364 \text{ rad/sec}$$

Και $a_{min} = 29.33 \text{ dB}$, $a_{max} = 0.72 \text{ dB}$

A. Αναλυτική Σχεδίαση του Φίλτρου

• Υπολογισμός των μεταβλητών του αντίστοιχου LP Chebyshev

Αρχικά, από τις προδιαγραφές του φίλτρου a_{min} , a_{max} , (ω_2, ω_1) , (ω_3, ω_4) καταλήγουμε στις προδιαγραφές του πρωτότυπου κατωδιαβατού φίλτρου Chebyshev οι οποίες είναι

$$a_{max} = 0.72 \text{ dB}, a_{min} = 29.33 \text{ dB}, \Omega_p = 1, \Omega_s = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_4 - \omega_3} = 2.5$$

• Υπολογισμός της τάξης, των πόλων και της συχνότητας ημίσειας ισχύος του πρότυπου κατωδιαβατού Chebyshev:

Η τάξη υπολογίζεται από τον τύπο

$$n = \frac{\cosh^{-1}[(10^{a_{min}/10} - 1)/(10^{a_{max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1} \Omega_s}$$

$$= \frac{\cosh^{-1}[(10^{29.33/10} - 1)/(10^{0.72/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1} 2.5}$$

Αντικαθιστώντας τις τιμές προκύπτει ότι $n = 3.1430$

Επειδή το n που προέκυψε δεν είναι ακέραιος, θα διαλέγουμε την αμέσως επόμενη ακέραια τιμή: $n = 4$

Ακόμη έχουμε:

$$\varepsilon = (10^{a_{max}/10} - 1)^{1/2} = (10^{0.72} - 1)^{1/2} \Rightarrow \boxed{\varepsilon = 0.4254}$$

$$\alpha = \frac{1}{n} \sinh^{-1} \left(\frac{1}{\varepsilon} \right) \Rightarrow \boxed{\alpha = 0.3976}$$

Οι γωνίες Butterworth είναι $\psi_k = \pm 22.5^\circ, \pm 67.5^\circ$, επομένως οι πόλοι Chebyshev είναι

$$\boxed{p_{1,2} = -0.3771 \pm j0.4133} \text{ και } \boxed{p_{3,4} = -0.1562 \pm j0.9979}$$

Για τους πόλους $p_{1,2}$ έχουμε $\Omega_{1,2} = \sqrt{0.3771^2 + 0.4133^2} = 0.5595$ και $Q_{1,2} = \frac{\Omega_{1,2}}{2 \times \sigma_{1,2}} = 0.7419$

, ενώ για τους πόλους $p_{3,4}$ έχουμε $\Omega_{3,4} = \sqrt{0.1562^2 + 0.9979^2} = 1.01$ και $Q_{3,4} = \frac{\Omega_{3,4}}{2 \times \sigma_{3,4}} = 3.23$

Αντιστρέφοντας τους πόλους έχουμε $\hat{\Omega}_{1,2} = \frac{1}{0.3694} = 1.78$, $Q_1 = 0.7419$, $\hat{\psi}_{1,2} = \cos^{-1} \left(\frac{1}{2 \times Q_{1,2}} \right) = 47.62^\circ$

Και $\hat{\Omega}_{3,4} = \frac{1}{\Omega_{3,4}} = \frac{1}{0.9297} = 0.9901$, $Q_{3,4} = 3.23$, $\hat{\psi}_{3,4} = \cos^{-1} \left(\frac{1}{2 \times Q_{3,4}} \right) = 81.1^\circ$

Οι μετασχηματισμένοι πόλοι είναι:

$$\hat{p}_{1,2} = \hat{\Omega}_{1,2} \times -\cos \hat{\psi}_{1,2} \pm j \sin \hat{\psi}_{1,2}) = -1.2 \pm j \cdot 1.32 \text{ και } \hat{p}_{3,4} = \hat{\Omega}_{3,4} \times (-\cos \hat{\psi}_{3,4} \pm j \sin \hat{\psi}_{3,4}) = -0.1531 \pm j \cdot 0.978$$

Μετασχηματίζουμε τους πόλους $\hat{p}_{1,2}, \hat{p}_{3,4}$ με την μέθοδο Geffe:

- Μετασχηματισμός των μηγαδικών πόλων $\hat{p}_{1,2} = -1.2 \pm j \cdot 1.32$

$$\Sigma_1 = 1.2, q_c = \frac{\omega_0}{bw} = 1.99 \text{ άρα } \Omega_2 = 1.32.$$

$$C = \Sigma_1^2 + \Omega_1^2 = 3.19, D = \frac{2\Sigma_1}{q_c} = 1.20, E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4 + \frac{1.113}{0.896^2} = 4.80$$

$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = \sqrt{5.386^2 - 4 \times 0.68^2} = 4.15, Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 1.7496,$$

$$k = \frac{\Sigma_2 Q}{q_c} = \frac{0.6 \times 3.8497}{1.99} = 1.05, W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.4$$

$$\text{Και τελικά } \omega_{02} = W \cdot \omega_0 = 1.7962 \times 15708 \Rightarrow \boxed{\omega_{02} = 22054 \text{ rad/sec}}, \omega_{01} = \frac{1}{W}.$$

$$\omega_{01} = \frac{1}{1.7962} \times 15708 \Rightarrow \boxed{\omega_{01} = 11188 \text{ rad/sec}}$$

- Μετασχηματισμός των μηγαδικών πόλων $\hat{p}_{3,4} = -0.1531 \pm j \cdot 0.978$

$$\Sigma_2 = 0.1531, \Omega_2 = 0.978, q_c = 1.99$$

$$C = \Sigma_2^2 + \Omega_2^2 = 0.9802, D = \frac{2\Sigma_2}{q_c} = 0.1537, E = 4 + \frac{C}{q_c^2} = 4.2471$$

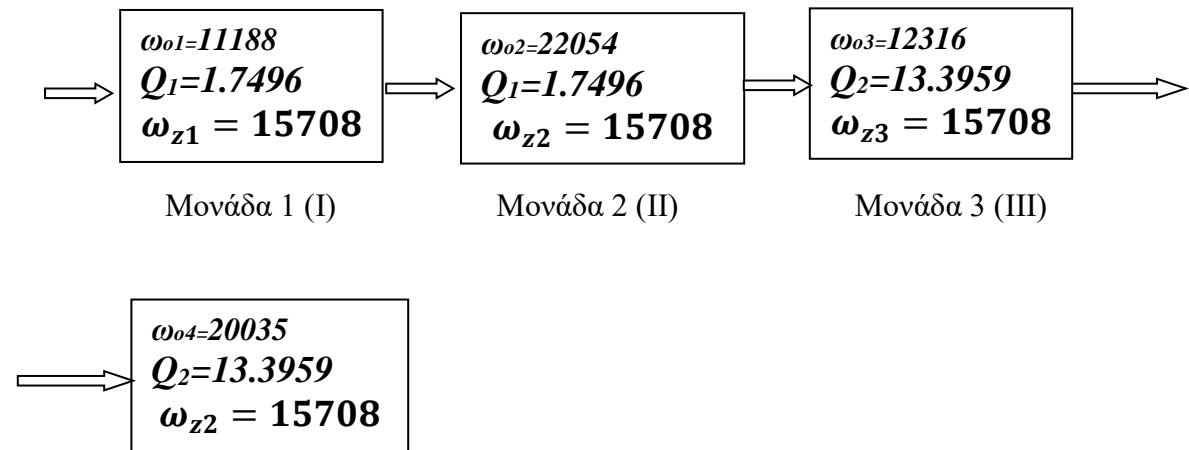
$$G = \sqrt{E^2 - 4D^2} = 4.2359, Q = \frac{1}{D} \sqrt{\frac{1}{2}(E + G)} = 13.3959,$$

$$k = \frac{\Sigma_2 Q}{q_c} = 1.0297, W = k + \sqrt{k^2 - 1} = 1.2757$$

$$\text{Και τελικά } \omega_{04} = W \cdot \omega_0 = 1.3055 \times 15708 \Rightarrow \boxed{\omega_{04} = 20035 \text{ rad/sec}}, \omega_{01} = \frac{1}{W}.$$

$$\omega_{03} = \frac{1}{1.3055} \times 15708 \Rightarrow \boxed{\omega_{03} = 12316 \text{ rad/sec}}$$

Χωρίζουμε τους πόλους και τα μηδενικά όπως φαίνεται παρακάτω



Μονάδα 4 (IV)

- **ΜΟΝΑΔΑ Ι**

Πρόκειται για ένα LPN φίλτρο διότι $\omega_{01} < \omega_{z1}$. Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\Omega_{z1} = \frac{\omega_{z1}}{\omega_{01}}$. Θα χρησιμοποιήσουμε το φίλτρο LPN του σχήματος 7.23. Έτσι έχουμε:

$$R_1 = R_4 = 1$$

$$R_2 = 4 * Q^2 = 12.24$$

$$R_3 = \frac{\Omega_{z1}^2}{2Q^2} = 0.3220$$

$$R_5 = \frac{4*Q^2}{\Omega_{z1}^2 - 1} = 12.6079$$

$$C_1 = \frac{1}{2Q} = 0.2858$$

$$k = \frac{1}{R^3 + 1} = 0.7564$$

$$\text{Η συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται είναι } T_{BE1} = k \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} =$$

$$0.7564 \frac{s^2 + 15708^2}{s^2 + 6394.6s + 11188^2}$$

Κλιμακοποίηση:

Επιλέγουμε $k_f = \omega_0 = 11188$ και επειδή θέλουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή να είναι $0.1\mu F$ έχουμε

$$k_m = \frac{C_1}{k_f * 10^{-7}} = 255.4292$$

$$R_1 = R_4 = 1 * k_m = 255.4292 \Omega$$

$$R_2 = R_2 * k_m = 3.12 K\Omega$$

$$R_3 = R_3 * k_m = 82.23 \Omega$$

$$R_5 = R_5 * k_m = 3.22 K\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ ΙΙ

Από την σχετική θέση των ω_{02} και ω_{z2} μπορούμε να συμπεράνουμε τον τύπο του φίλτρου. Στην προκειμένη επειδή $\omega_{02} > \omega_{z2}$ πρόκειται για ένα HPN φίλτρο. Η μονάδα θα υλοποιηθεί με το κύκλωμα HPN-Notch του σχήματος 7.21. Θεωρούμε $\omega_{02} = 1$ και $\Omega_{z2} = \frac{\omega_{z3}}{\omega_{01}} = 0.7123$

$$k_{21} = \left(\frac{\omega_{02}}{\omega_{z2}}\right)^2 - 1 = 0.9712$$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος είναι:

$$C = \frac{1}{Q_1(2+k_{21})} = 0.1924, C_{21} = k_{21}C = 0.1868$$

$$R_{21} = 1, R_{23} = 1, R_{22} = Q_1^2(k_{21} + 2)^2 = 27.024,$$

$$R_{24} = Q_2^2(k_{21} + 2) = 9.0954$$

$$\text{και κέρδος στο άπειρο } k_{22} = \frac{Q_1^2(k_{21}+2)}{Q_1^2(k_{21}+2)+1} = 0.9009$$

Η συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται είναι:

$$T_{BE2}(s) = k_{22} * \frac{s^2 + \omega_{z2}^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_{02}}{Q_1}\right) \cdot s + \omega_{02}^2} = \frac{0.9009s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605 \cdot s + 22054^2}$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγοντες $k_f = 22054$ και επειδή θέλουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή να είναι $0.1\mu F$ έχουμε

$$k_m = \frac{C_{21}}{k_f * 10^{-7}} = 87.2248$$

Άρα, τα πραγματικά στοιχεία είναι:

$$R_{21} = R * k_m = 87.22 \Omega,$$

$$R_{22} = R * k_m = 2.35 K\Omega$$

$$R_{23} = R * k_m = 87.22 \Omega,$$

$$R_{24} = R * k_m = 793.34 \Omega,$$

$$C_2 = 0.1 \mu F$$

$$C_{21} = 97.1 nF$$

ΜΟΝΑΔΑ ΙΙΙ

Πρόκειται για ένα LPN φίλτρο διότι $\omega_{01} < \omega_{z1}$. Θεωρούμε $\omega_0 = 1$ και $\Omega_{z_3} = \frac{\omega_{z3}}{\omega_{01}}$. Θα χρησιμοποιήσουμε το φίλτρο LPN του σχήματος 7.23. Έτσι έχουμε:

$$R_1 = R_4 = 1$$

$$R_2 = 4 * Q^2 = 717.79$$

$$R_3 = \frac{\Omega_{z1}^2}{2Q^2} = 0.0045$$

$$R_5 = \frac{4*Q^2}{\Omega_{z1}^2 - 1} = 1145.2$$

$$C_1 = \frac{1}{2Q} = 0.0373$$

$$k = \frac{1}{R^3 + 1} = 0.9955$$

Η συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται είναι $T_{BE3} = k \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} =$

$$0.9955 \frac{s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605s + 12316^2}$$

Κλιμακοποίηση:

Επιλέγουμε $k_f = \omega_0 = 12316$ και επειδή θέλουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή να είναι $0.1\mu F$ έχουμε

$$k_m = \frac{C_1}{k_f * 10^{-7}} = 30.30$$

$$R_1 = R_4 = 1 * k_m = 30.3 \Omega$$

$$R_2 = R_2 * k_m = 21.75 K\Omega$$

$$R_3 = R_3 * k_m = 0.1374 \Omega$$

$$R_5 = R_5 * k_m = 1.14 K\Omega$$

ΜΟΝΑΔΑ IV

Από την σχετική θέση των ω_{04} και ω_{z4} μπορούμε να συμπεράνουμε τον τύπο του φίλτρου. Στην προκειμένη επειδή $\omega_{02} > \omega_{z2}$ πρόκειται για ένα HPN φίλτρο. Η μονάδα θα υλοποιηθεί με το κύκλωμα HPN-Notch του σχήματος 7.21. Θεωρούμε $\omega_{04} = 1$ και $\Omega_{z4} = \frac{\omega_{z4}}{\omega_{04}} = 0.7840$

$$k_{41} = \left(\frac{\omega_{04}}{\omega_{z4}}\right)^2 - 1 = 0.6268$$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος είναι:

$$C = \frac{1}{Q_1(2+k_{21})} = 0.028, C_{41} = k_{41}C = 0.0178$$

$$R_{41} = 1, R_{43} = 1, R_{42} = Q_1^2(k_{21} + 2)^2 = 1238.2,$$

$$R_{44} = Q_2^2(k_{21} + 2) = 471.3$$

$$\text{και κέρδος στο άπειρο } k_{42} = \frac{Q_1^2(k_{21}+2)}{Q_1^2(k_{21}+2)+1} = 1.6234$$

Η συνάρτηση μεταφοράς που υλοποιείται είναι:

$$T_{BE4}(s) = k_{22} * \frac{s^2 + \omega_{z2}^2}{s^2 + \left(\frac{\omega_{02}}{Q_1}\right) \cdot s + \omega_{02}^2} = \frac{1.6234s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605 \cdot s + 22054^2}$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $k_f = 20035$ και επειδή θέλουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή να είναι $0.1\mu F$ έχουμε

$$k_m = \frac{C_{21}}{k_f * 10^{-7}} = 14.1845$$

Άρα, τα πραγματικά στοιχεία είναι:

$$R_{41} = R * k_m = 14.18 \Omega,$$

$$R_{42} = R * k_m = 17.5 K\Omega$$

$$R_{43} = R * k_m = 14.18 \Omega,$$

$$R_{44} = R * k_m = 6.68 K\Omega,$$

$$C_4 = 0.1 \mu F$$

$$C_{41} = 62.68 nF$$

• Ρύθμιση Κέρδους:

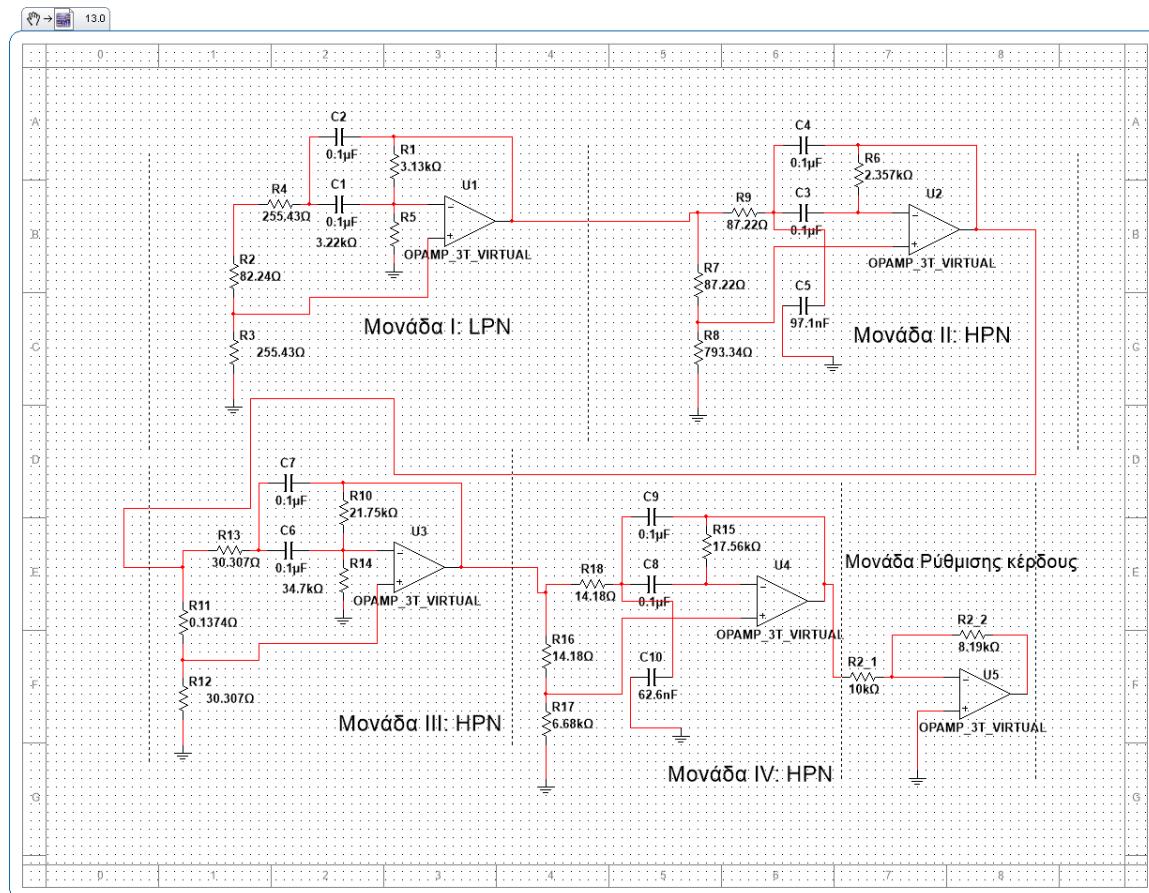
Θα ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε να έχουμε κέρδος φίλτρου στο dc (στις χαμηλες συχνότητες) 5dB. Από την εξίσωση 7.123 βρίσκουμε το κέρδος κάθε μονάδας στο dc $Tbe(j0) = H * \left(\frac{\omega z^2}{\omega o^2}\right)$. Άρα έχουμε $Tbe1(j0) = 0.7564$, $Tbe2(j0) = 1.7759$, $Tbe3(j0) = 0.9955$, $Tbe4(j0) = 1.6234$

Το κέρδος μας στα dc είναι $H = H_1 \times H_2 \times H_3 \times H_4 = 2.171$. Αυτό που ζητείται όμως είναι το φίλτρο τα έχει κέρδος 5dB δηλαδή 1.778. Επομένως πρέπει να αποσβέσουμε το κέρδος κατά έναν συντελεστή $a = \frac{1.778}{2.171} = 0.8190$

Για τον σκοπό αυτό θα χρησιμοποιήσουμε μια μη αναστρέφουσα συνδεσμολογία με

$$\frac{r_2}{r_1} = 0.8190 \text{ και επιλέγουμε } r_2 = 8.19 \text{ k}\Omega \text{ και } r_1 = 10 \text{ k}\Omega$$

• Τελικό κύκλωμα:



Συναρτήση Μεταφοράς Μονάδων

Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ζωνοφρακτικού φύλτρου πριν την ρύθμιση του κέρδους προκύπτει πολλαπλασιάζοντας τις επιμέρους συναρτήσεις μεταφοράς των

$$\text{μονάδων: } T_{BE}(s) = H * T_{BE1}(s) * T_{BE2}(s) * T_{BE3}(s) * T_{BE4}(s)$$

Οπότε έχουμε:

$$T_{BE}(s) = \\ 2.17 * \frac{s^2 + 15708^2}{s^2 + 6394.6s + 11188^2} * \frac{0.9009s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605 \cdot s + 22054^2} * \frac{s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605s + 12316^2} * \frac{1.6234s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605 \cdot s + 22054^2}$$

Και μετά την ρύθμιση κέρδους:

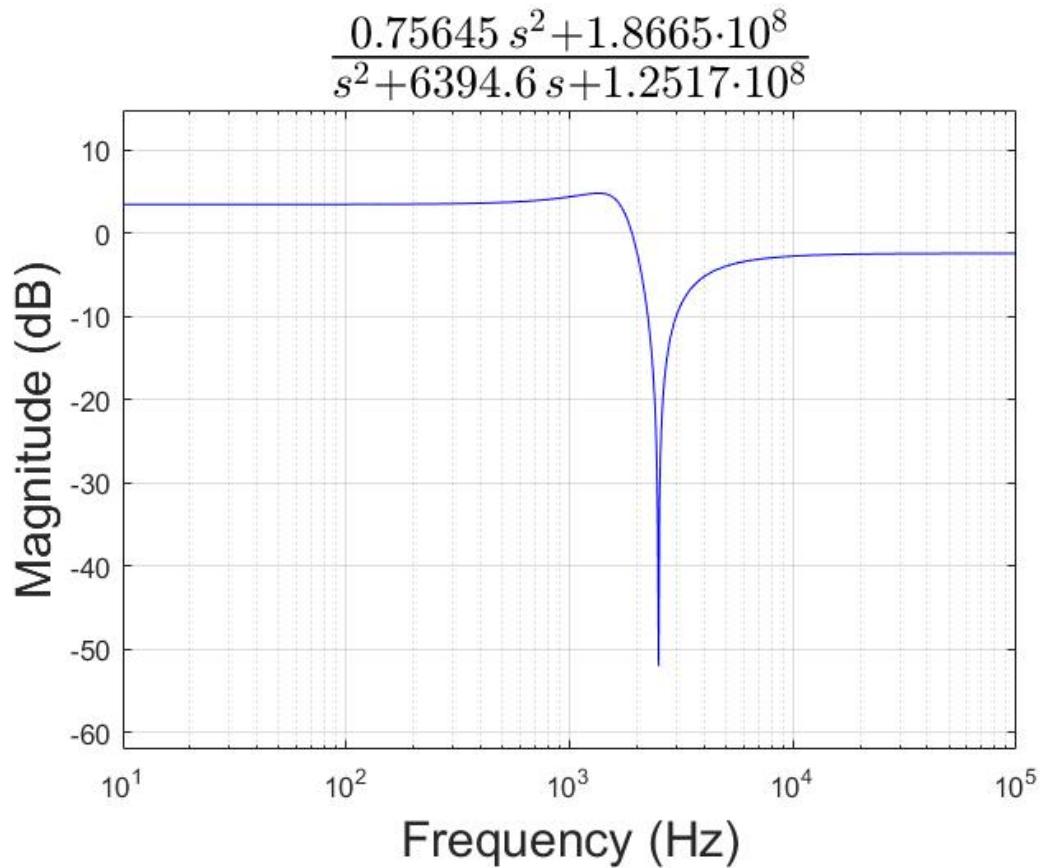
$$T_{BE}(s) = \\ 1.778 \frac{s^2 + 15708^2}{s^2 + 6394.6s + 11188^2} * \frac{0.9009s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605 \cdot s + 22054^2} * \frac{s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605s + 12316^2} * \frac{1.6234s^2 + 15708^2}{s^2 + 12605 \cdot s + 22054^2}$$

B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

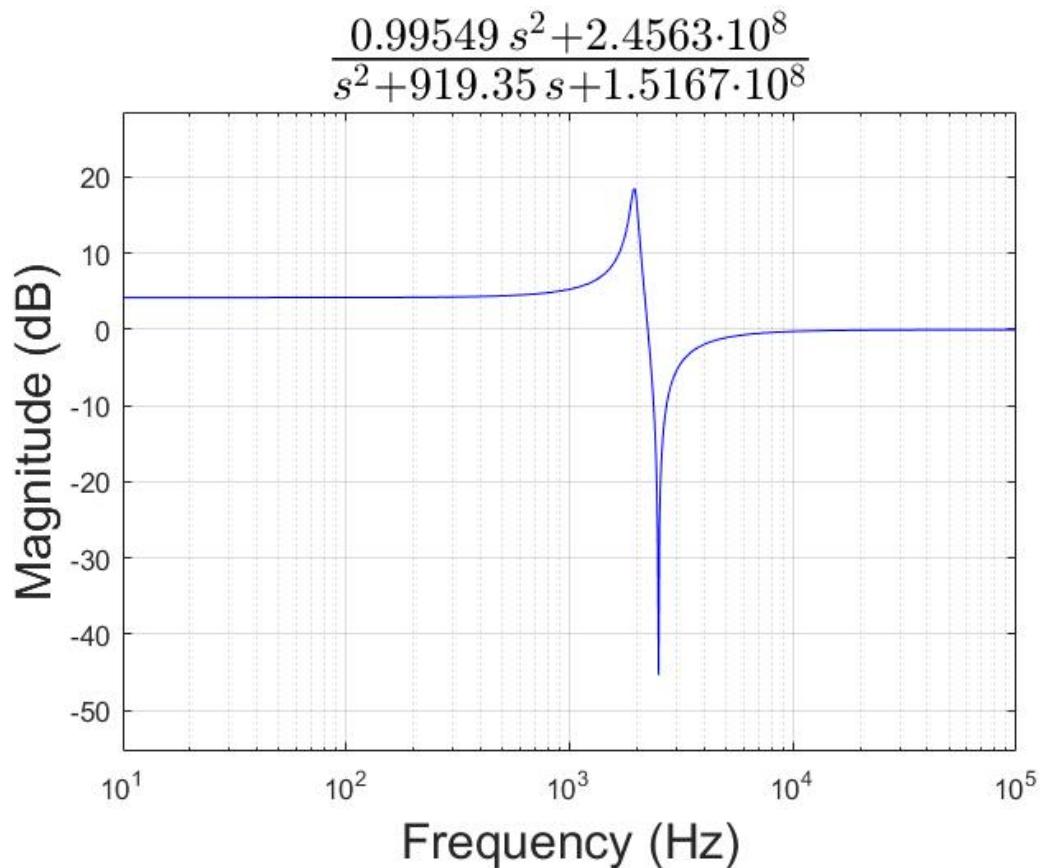
Εισάγουμε στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνουμε τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη, την δεύτερη, την τρίτη και την τέταρτη μονάδα καθώς και για την συνολική συνάρτηση μεταφοράς φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας την συνάρτηση plot_transfer_function που μας δίνεται με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων.

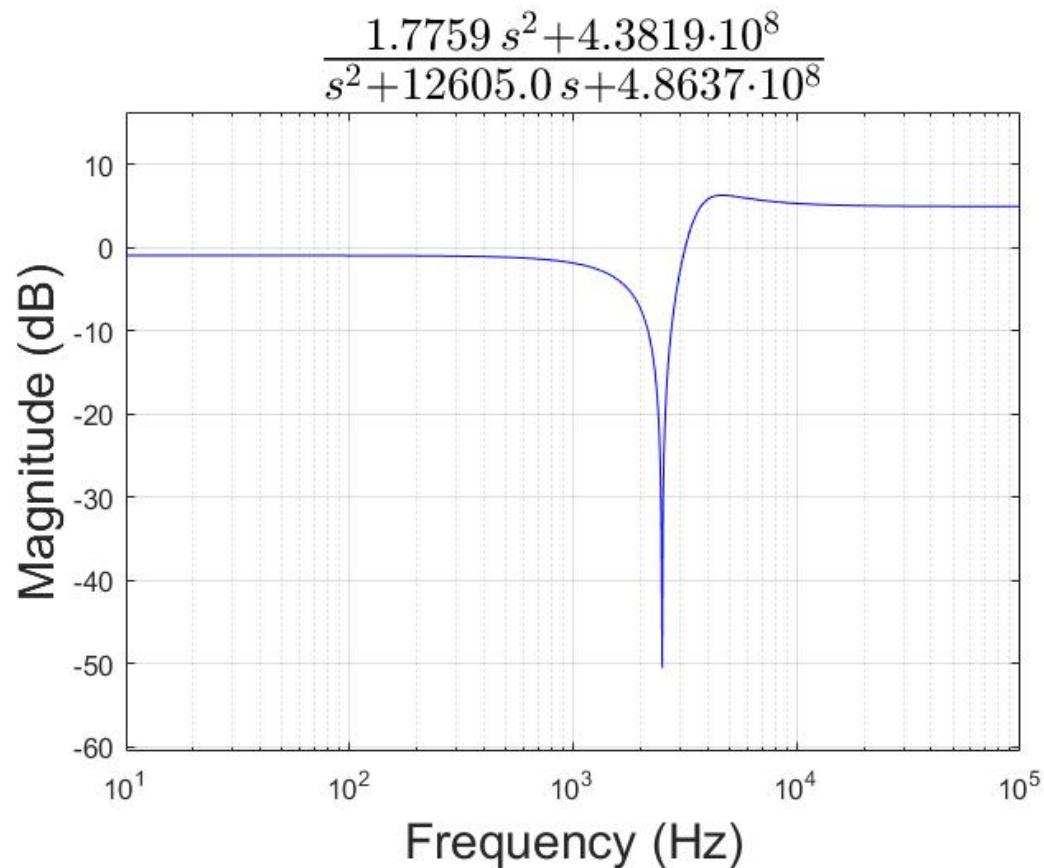
1^η Μονάδα : LPN.



2^η Mováδα : HPN

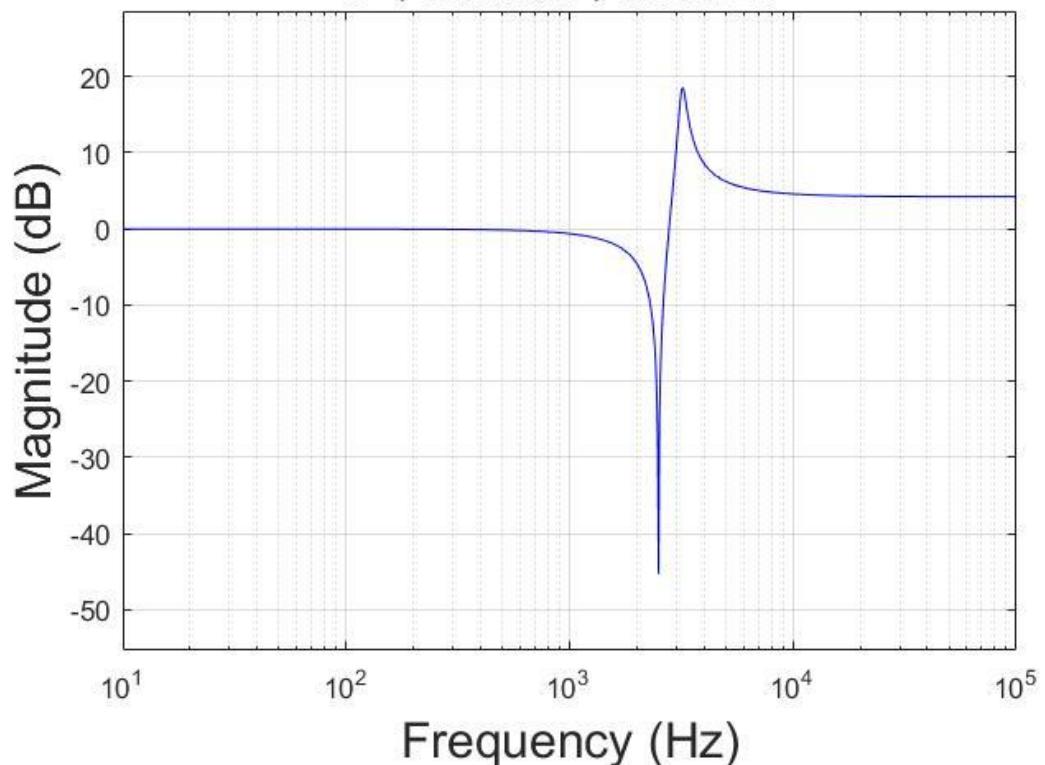


3^η Mováδα : LPN



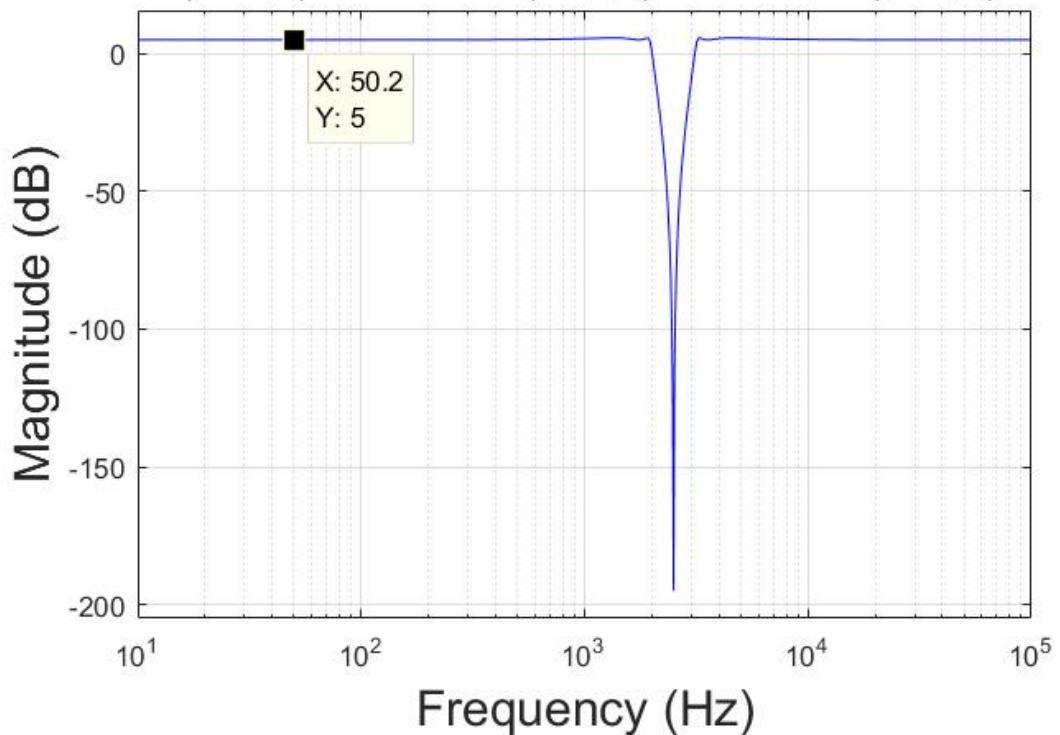
4º Mováδα : HPN

$$\frac{1.6234 s^2 + 4.0055 \cdot 10^8}{s^2 + 1495.6 s + 4.014 \cdot 10^8}$$



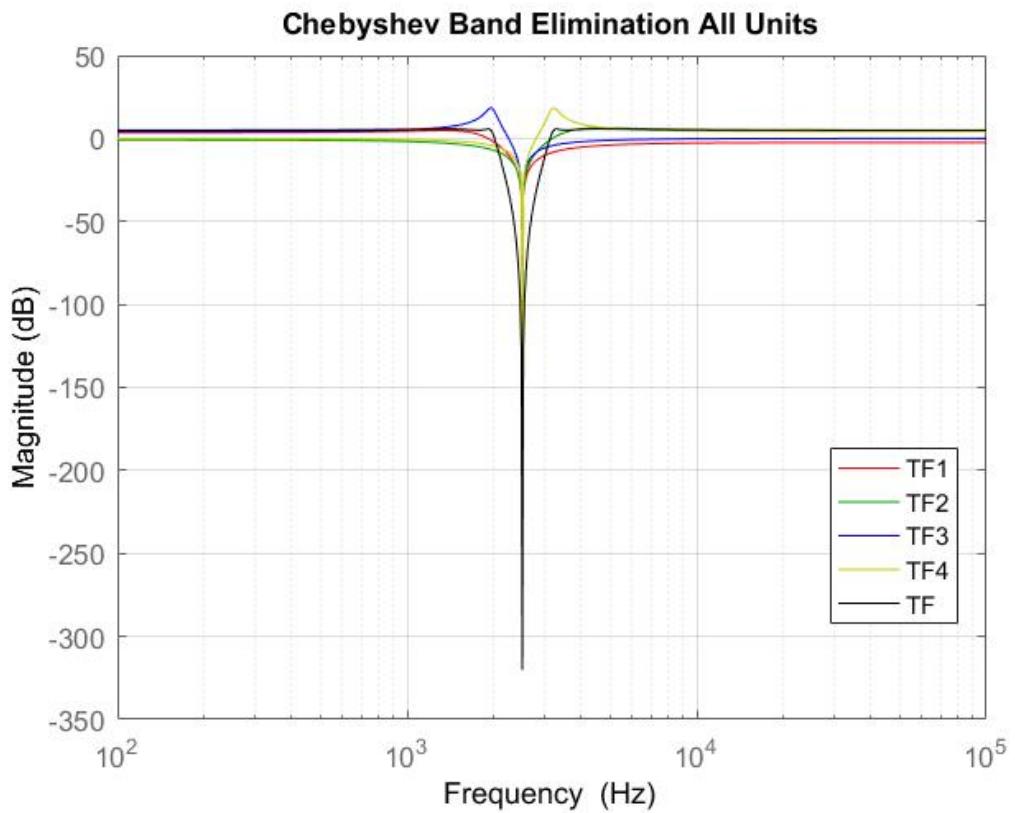
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας.

$$\frac{s^3 + (1.7548 \cdot 10^9) s^6 + (6.4948 \cdot 10^{17}) s^4 + (1.0683 \cdot 10^{26}) s^2 + 6.1 \cdot 10^{21}}{7.489 \cdot 10^{13} s^5 + (5.2816 \cdot 10^{17}) s^4 + (4.3154 \cdot 10^{21}) s^3 + (7.8687 \cdot 10^{24}) s^2 + (1.0683 \cdot 10^{26}) s}$$



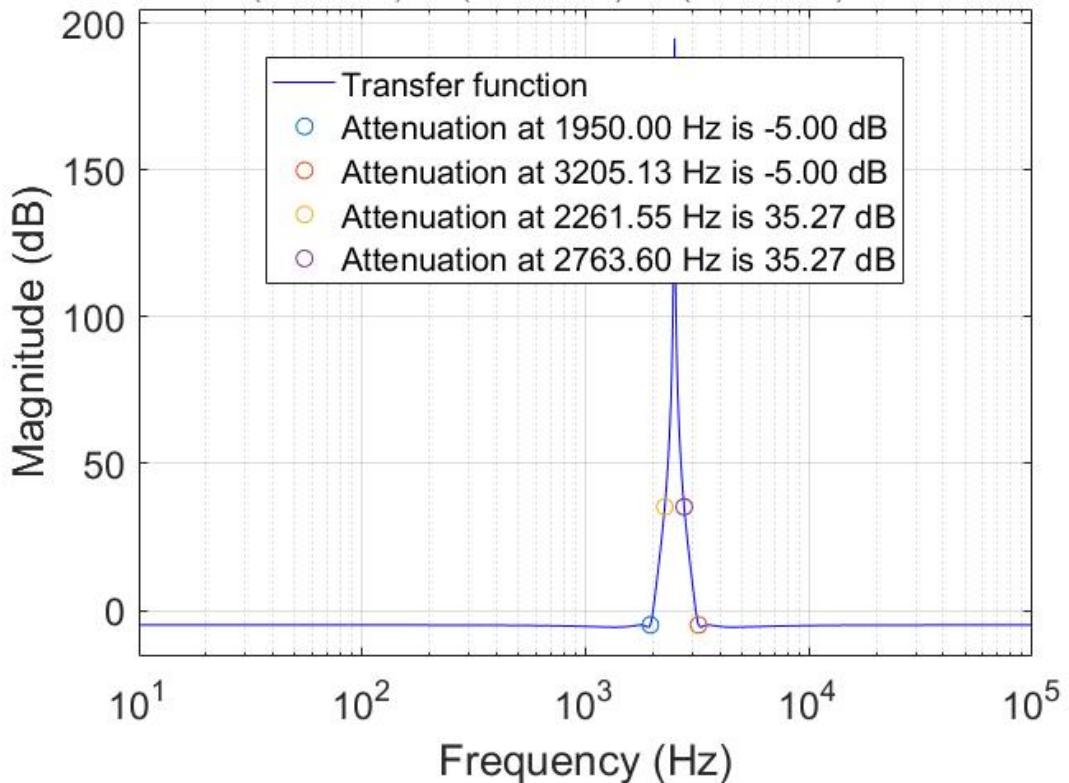
Στο παραπάνω διάγραμμα της συνολικής απόκρισης του φίλτρου τοποθετείται σημείο ώστε να φανεί ξεκάθαρα ότι ικανοποιείται η απαίτηση για απόκριση ίση με 5 db

Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.



Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.

$$\frac{925 \cdot 10^9 s^6 + (1.7489 \cdot 10^{13}) s^5 + (5.2816 \cdot 10^{17}) s^4 + (4.3154 \cdot 10^{21}) s^3 + (7.8687 \cdot 10^{25}) s^2 + (3.21 \cdot 10^{33})}{1.778 s^8 + (1.7548 \cdot 10^9) s^6 + (6.4948 \cdot 10^{17}) s^4 + (1.0683 \cdot 10^{26}) s^2 + 6.5901 \cdot 10^{33}}$$



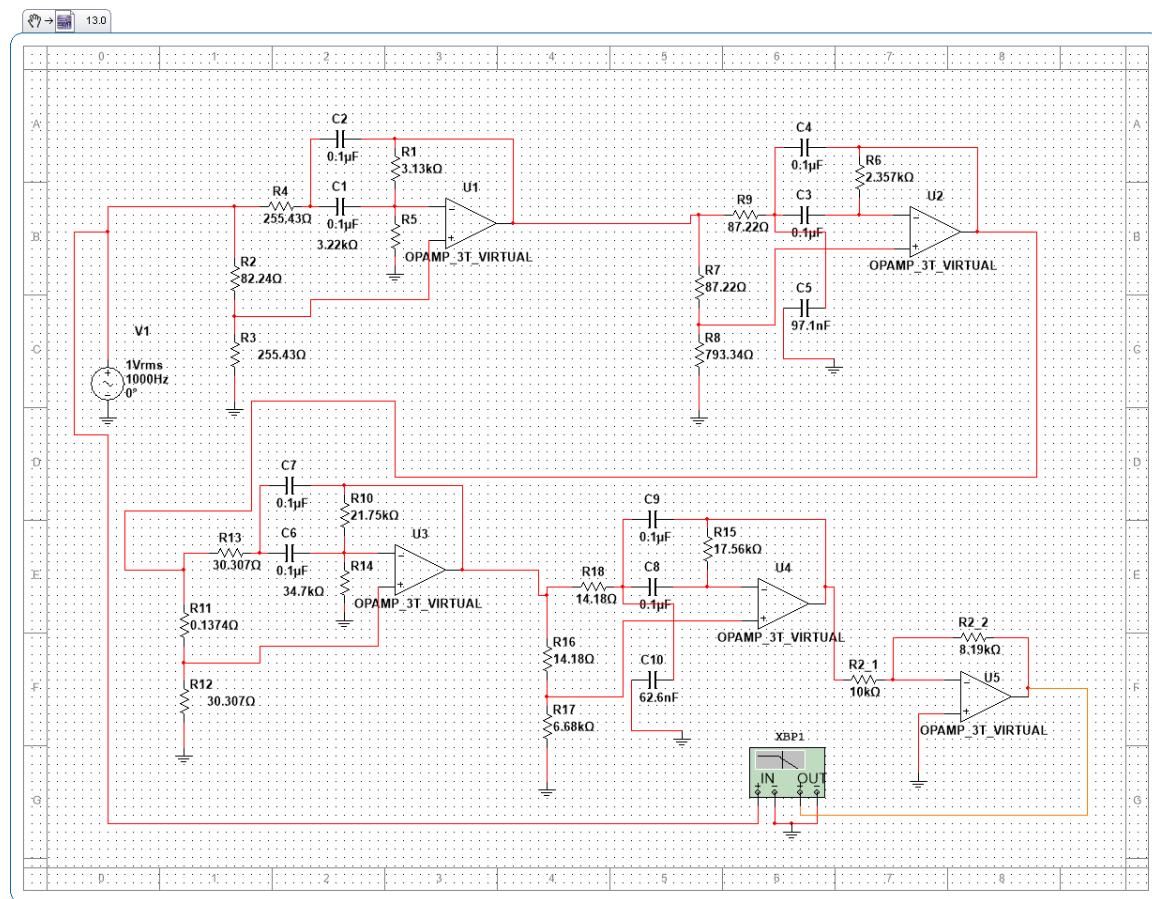
Στην συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής. Παρατηρούμε ότι στην συχνότητα $f_1 = 1.95 \text{ KHz}$ η απόσβεση είναι $-5 \text{ dB} < a_{max} = 0.72 \text{ dB}$. Επίσης για συχνότητα $f_2 = 3.2 \text{ KHz}$ η απόσβεση είναι $35.27 \text{ dB} > a_{min} = 29.33 \text{ dB}$. Φυσικά οι αντίστοιχες αποσβέσεις ισχύουν και για τις κατοπτρικές (σε σχέση με την κεντρική) συχνότητες $f_3 = 2.26 \text{ KHz}$ και $f_4 = 2.76 \text{ KHz}$.

Κατά συνέπεια είναι φανερό ότι πληρούνται οι προϋποθέσεις.

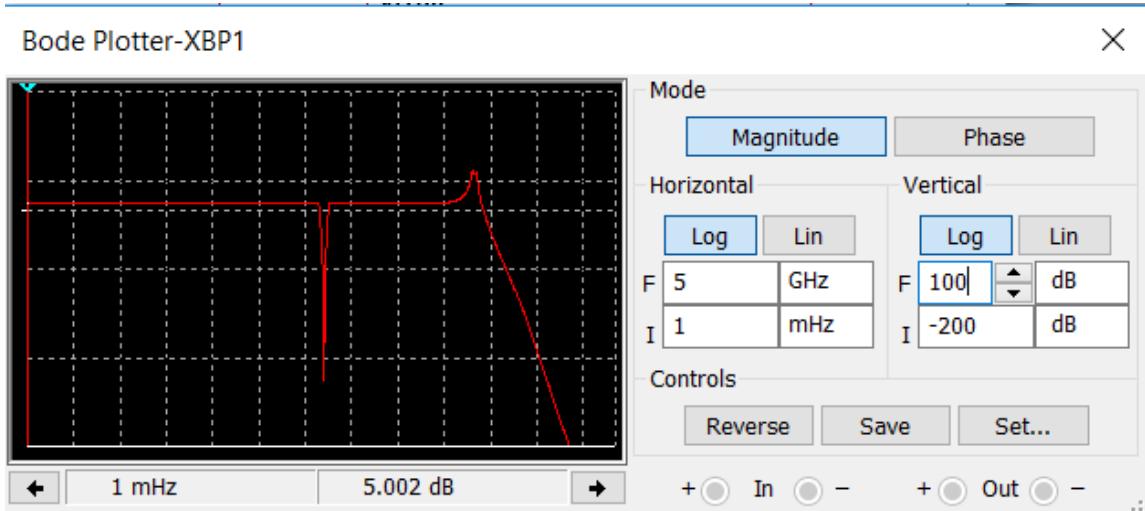
Γ. Υλοποίηση των Κυκλώματος των Φίλτρου στο Multisim

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλύθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγίρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

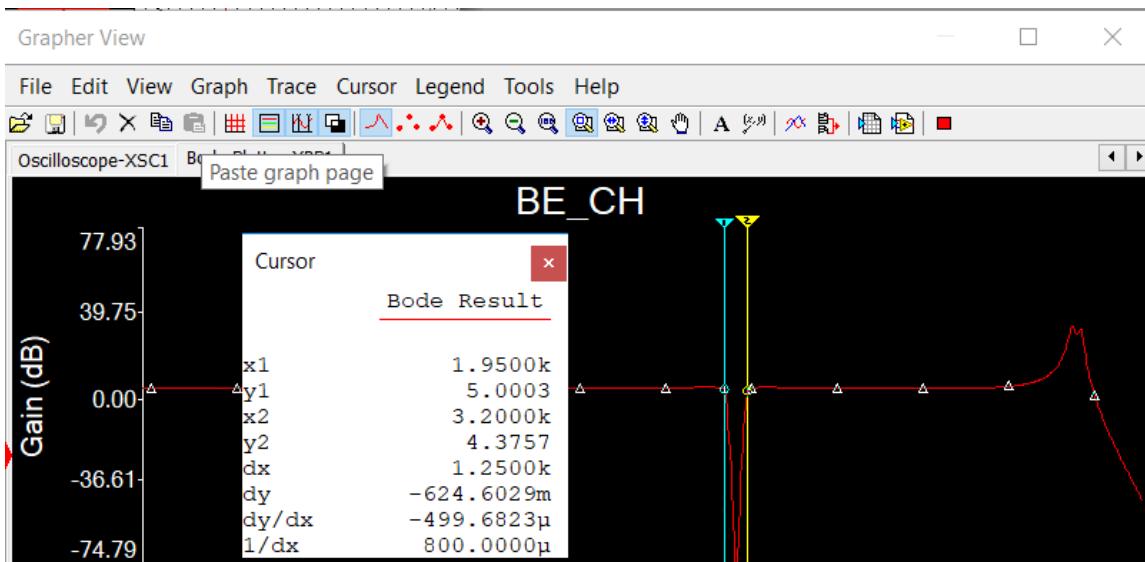
Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον Multisim και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα.

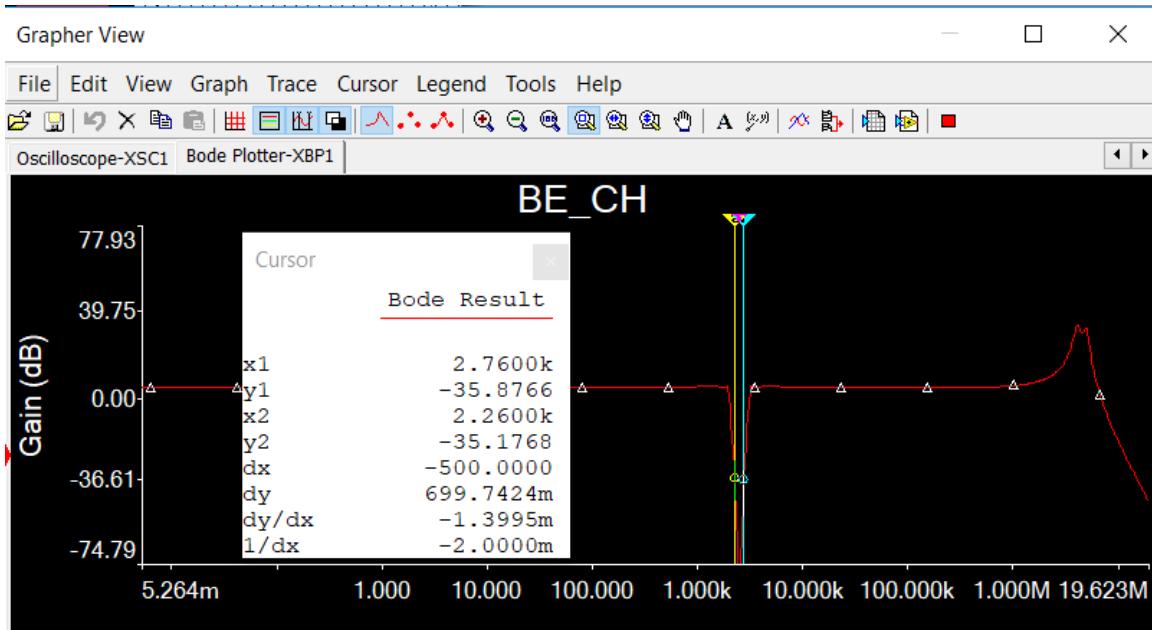


- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω:



Εξάλλου, με την δυνατότητα του Multisim ‘Grapher’ παίρνουμε το παρακάτω διάγραμμα, το οποίο απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών. Ελέγχουμε επίσης κατάλληλα και τις κλίμακες συχνότητας και απόσβεσης και έχουμε:





Από αυτά τα διαγράμματα λοιπόν γίνεται φανερό ότι ικανοποιούνται και όλες οι προδιαγραφές, αφού στην συχνότητα $f_1 \cong 1.95\text{kHz}$ έχουμε απόσβεση $\cong -5 < 0.722 = a_{max}$, στην συχνότητα $f_2 \cong 3.2\text{kHz}$ έχουμε απόσβεση $\cong -4.35 < a_{max}$. Επιπλέον, στις συχνότητες $f_3 \cong 2.26\text{kHz}$ $f_4 \cong 2.76\text{kHz}$, έχουμε αποσβέσεις -35.17db και $-35.86\text{db} > a_{max} = 29.33$. Επομένως καλύπτονται πλήρως οι απαιτούμενες προϋποθέσεις.

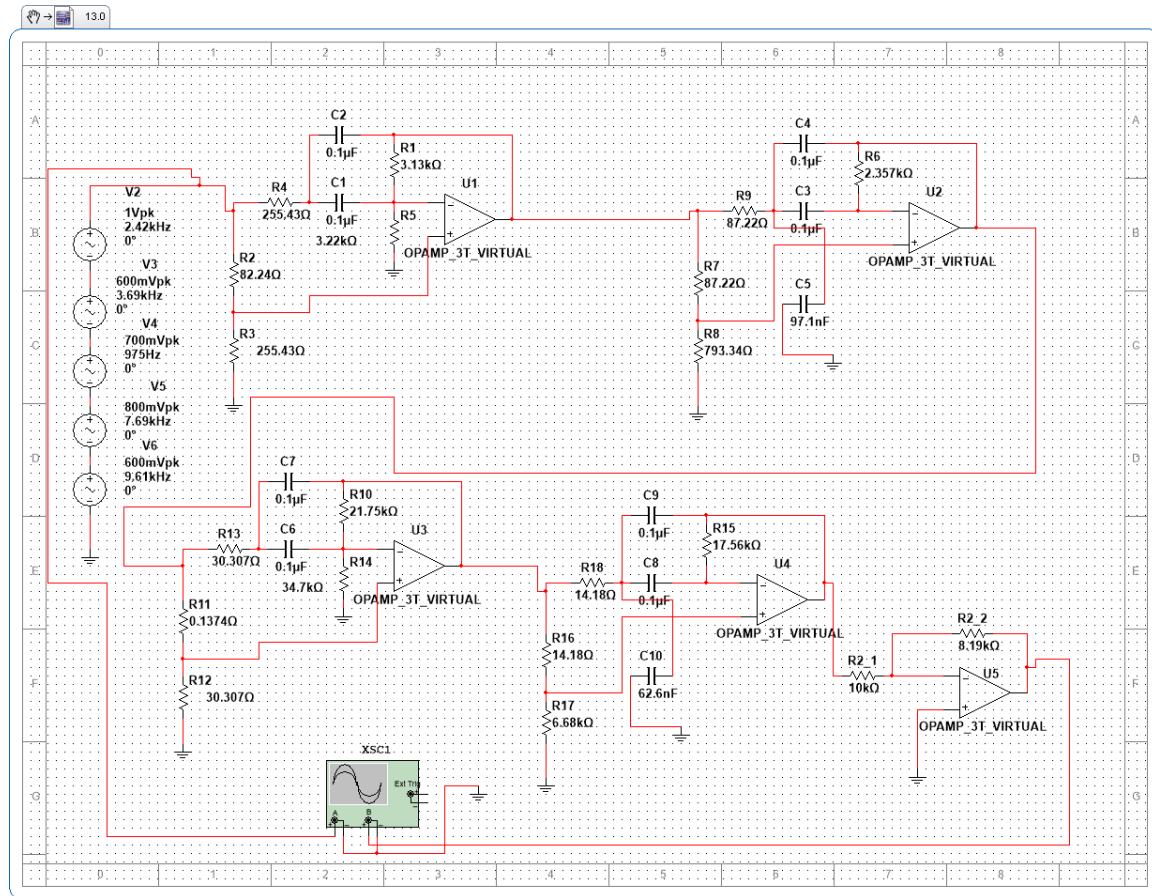
- Εισάγουμε τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης η οποία αποτελείται από άθροισμα 5 συνημίτονων:

$$f(t) = \cos(15209t) + 0.6 \cos(23187t) + \\ 0.7 \cos(6126.1t) + 0.8 \cos(48332t) + 0.6 \cos(60415t)$$

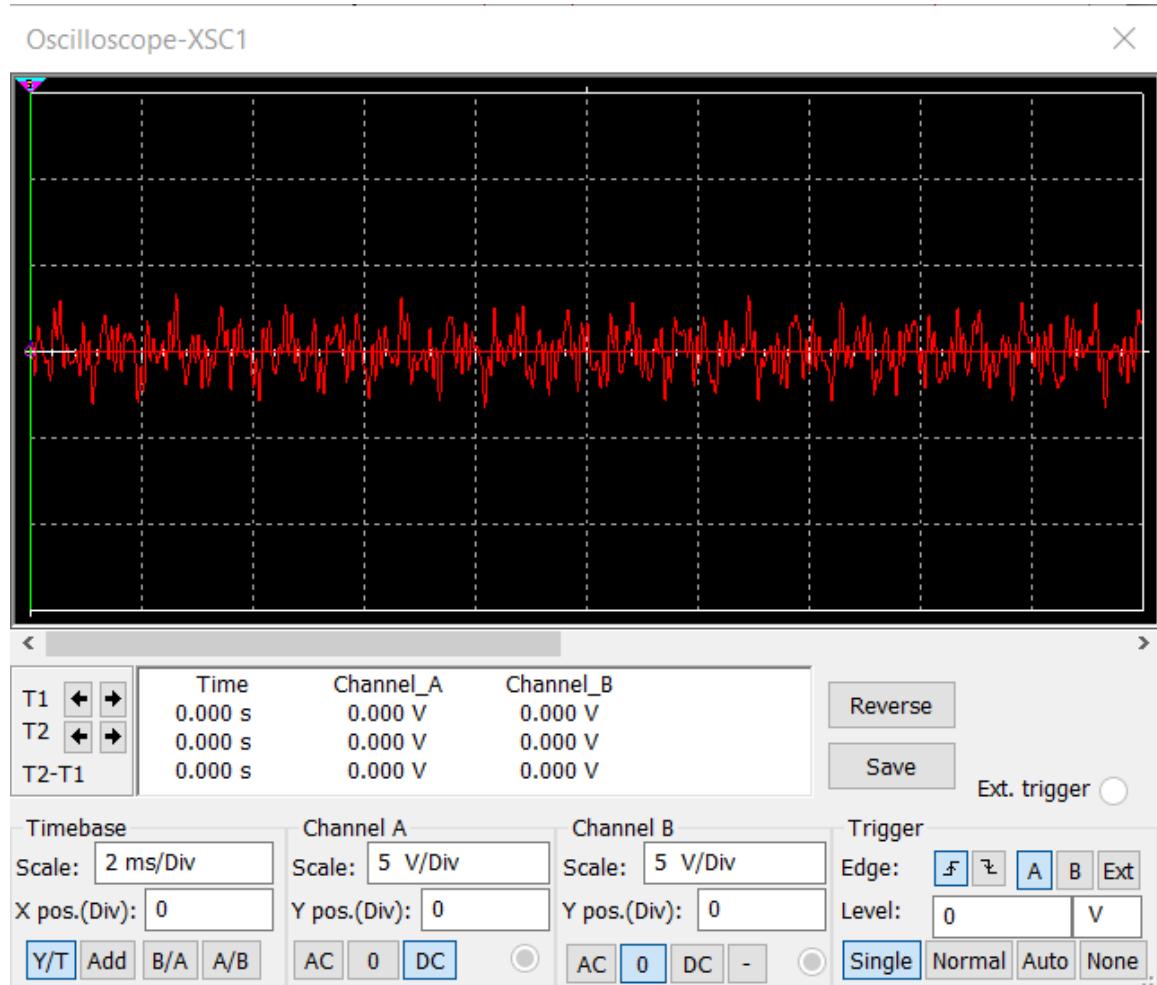
Περιέχει δηλαδή τις εξής συχνότητες:

- 2.42 kHz
- 3.69 kHz
- 975 Hz
- 7.69 kHz
- 9.61 kHz

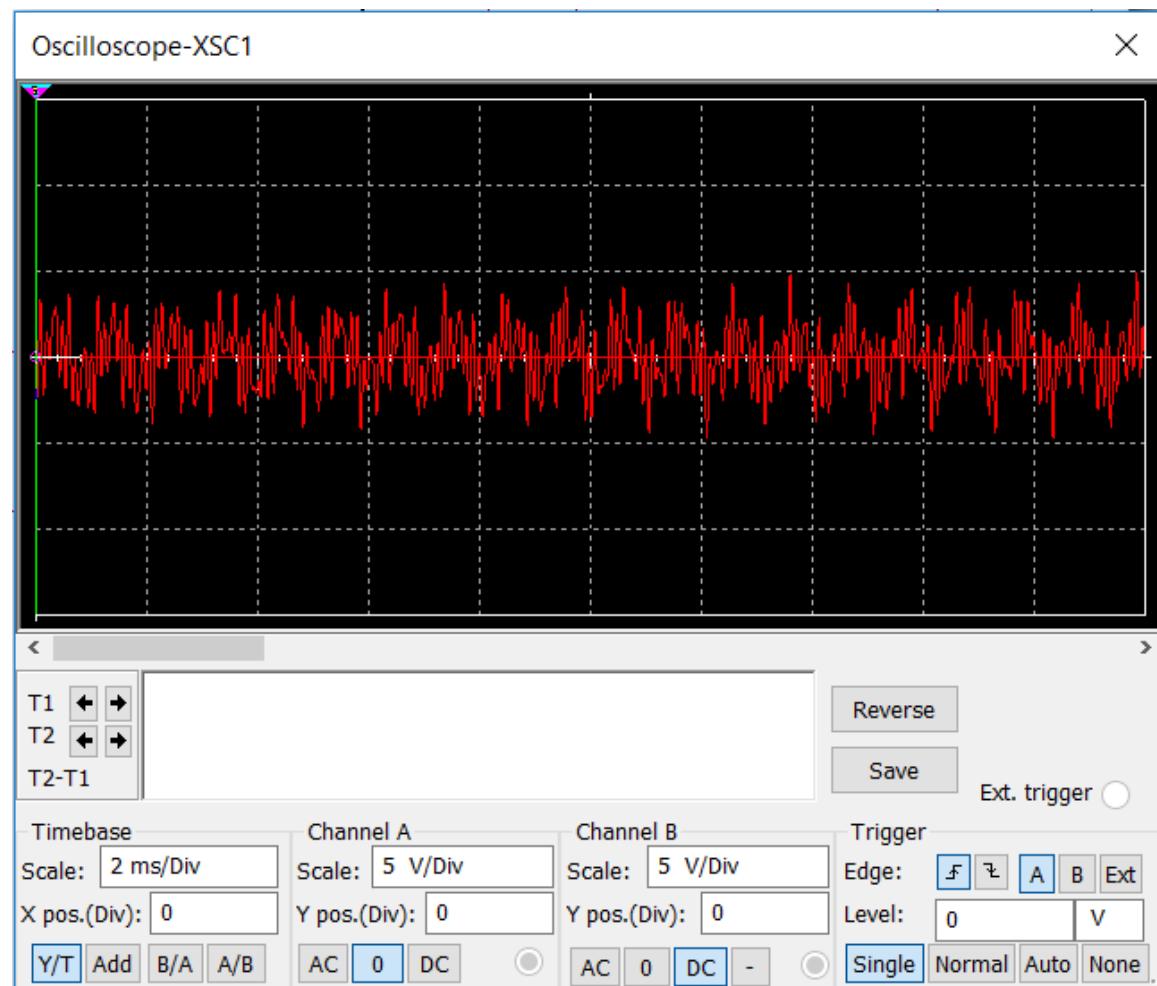
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Το κύκλωμα με την νέα είσοδο παρουσιάζεται παρακάτω:



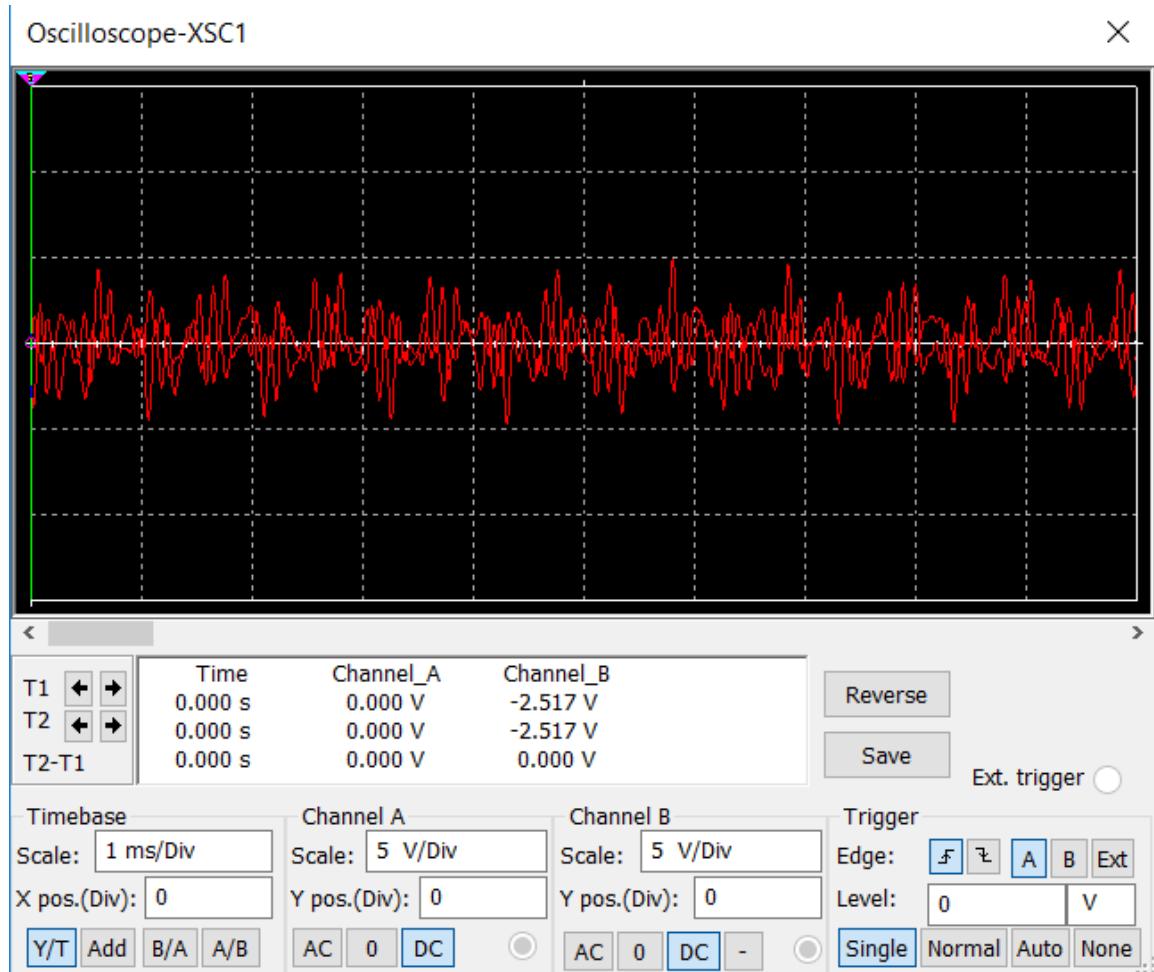
Σήμα Εισόδου :



Σήμα Εξόδου :



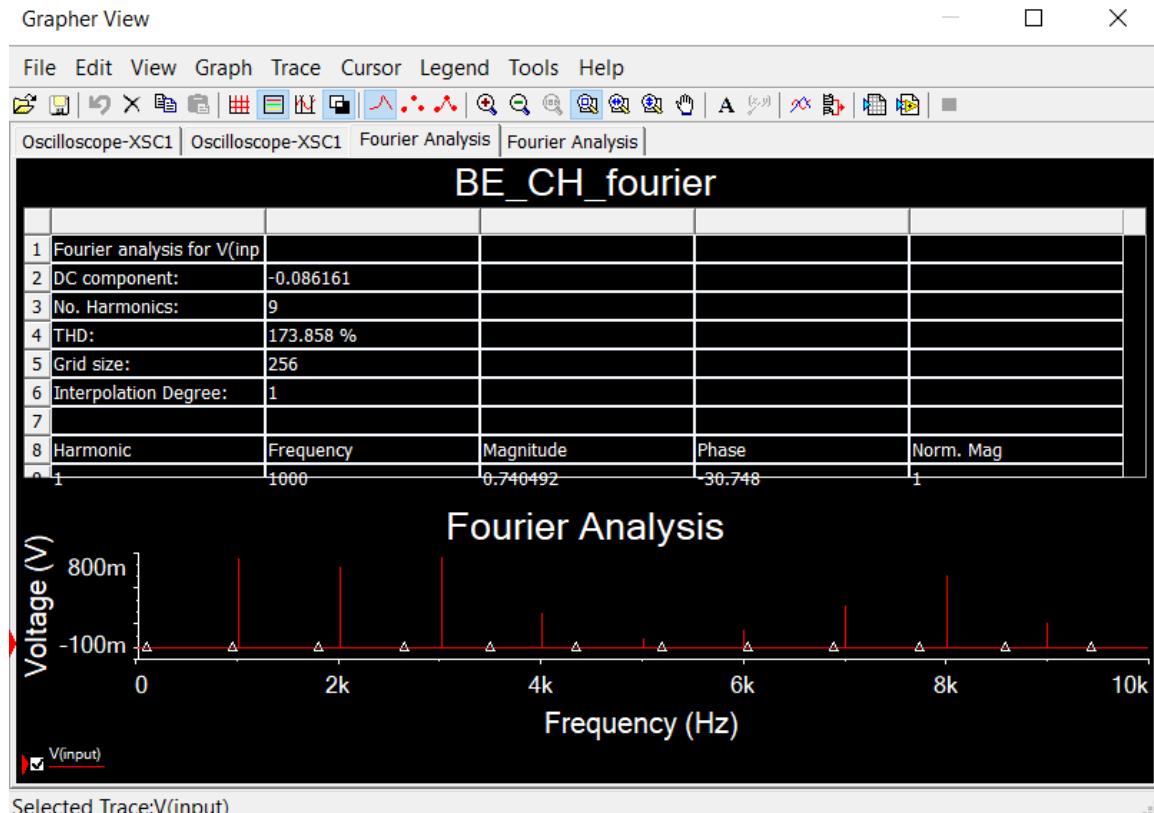
Και τα 2 σήματα σε κοινό διάγραμμα:



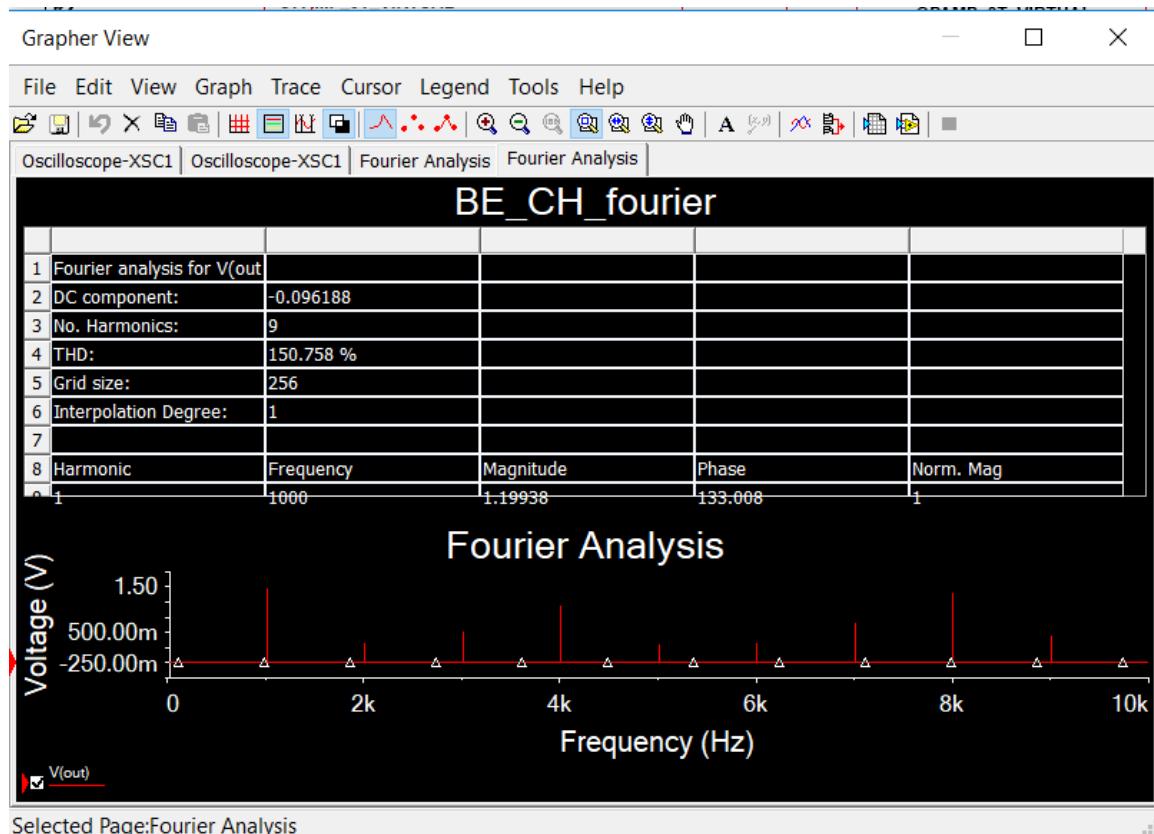
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div, sec/Div κτλ.).

- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου για να δούμε ποιες συχνότητες περνάνε και ποιες κόβονται. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται τα φάσματα εισόδου και εξόδου αντίστοιχα

Φάσμα Εισόδου :



Φάσμα Εξόδου :



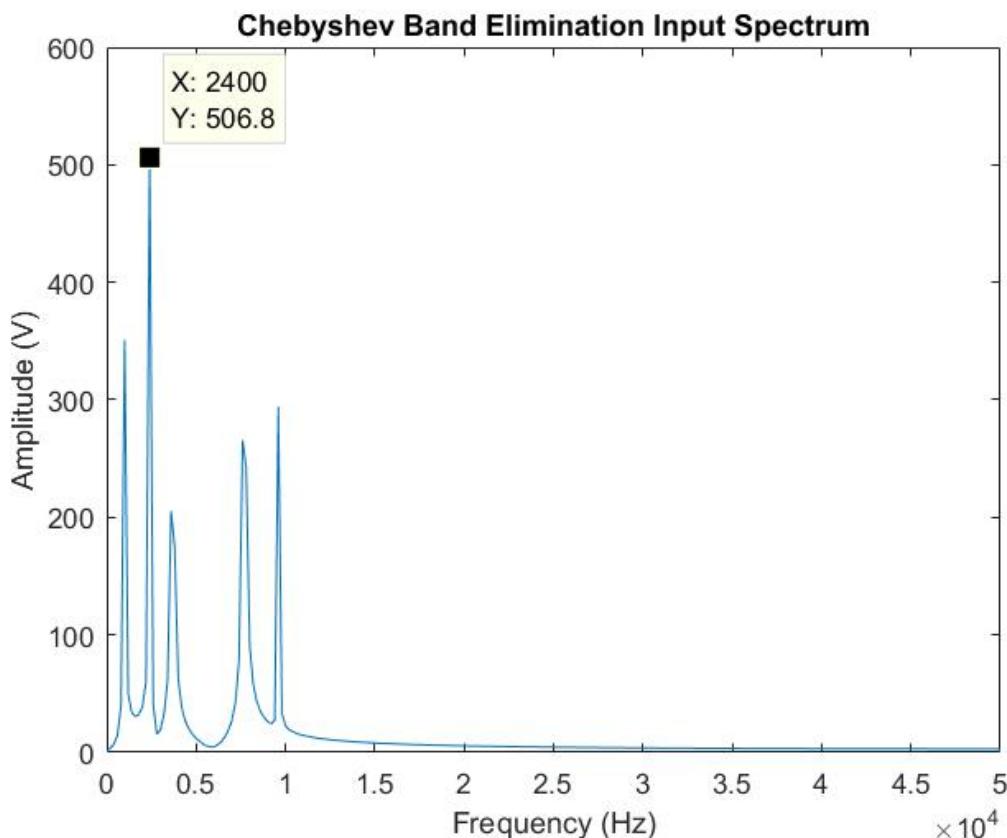
Θυμίζουμε ότι οι συχνότητες του ζωνοφρακτικού φίλτρου μας είναι:

$$f_0 = 2.5 \text{ kHz}, f_1 = 1950 \text{ Hz}, f_2 = 3.2 \text{ kHz}, f_3 = 2.26 \text{ kHz}, f_4 = 2.76 \text{ kHz}$$

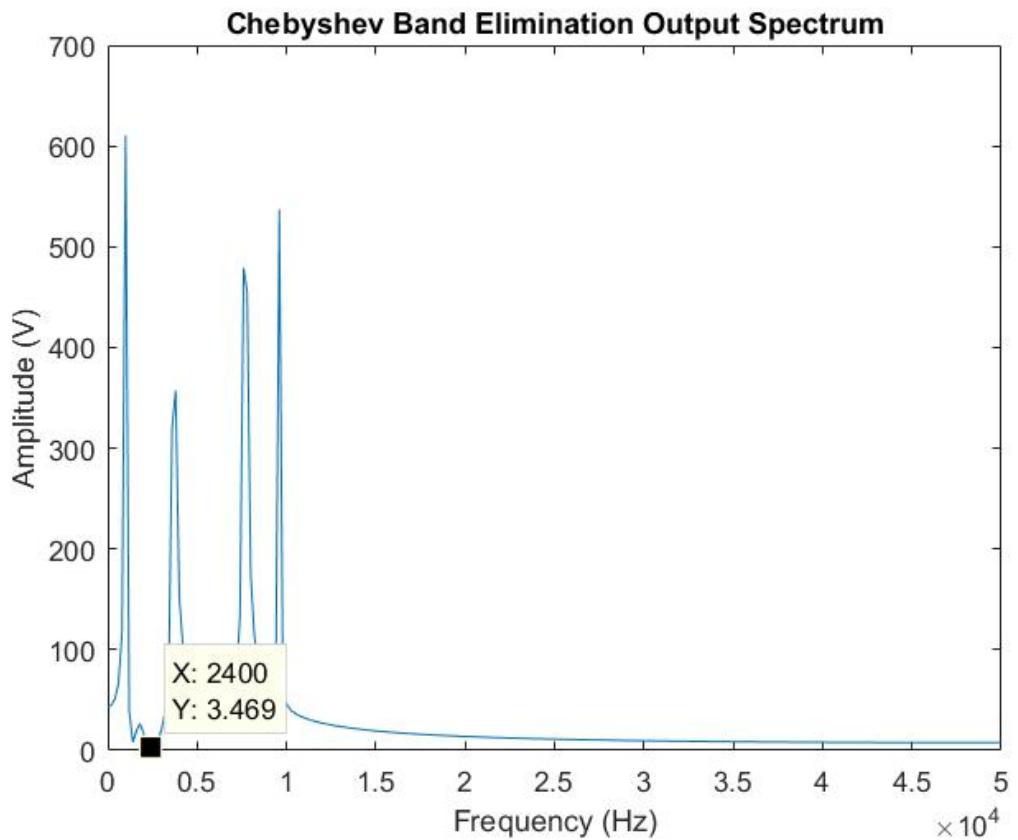
Με βάση τα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε ότι η συχνότητα 2.42 kHz έχει σχεδόν εξαλειφθεί (έχουμε μια μικρή μετατόπιση λόγω του επιπρόσθετου κέρδους που ζητήθηκε), όπως και είναι αναμενόμενο αφού βρίσκεται μέσα στην ζώνη αποκοπής. Τέλος βλέπουμε ότι οι συχνότητες 3.69 kHz, 975 Hz, 7.69 kHz και 9.61 kHz περνάνε πλήρως από το φίλτρο μας, όπως και είναι αναμενόμενο, αφού βρίσκονται στην ζώνη διόδου του φίλτρου.

Πραγματοποιούμε τώρα την ίδια ανάλυση στο Matlab και παίρνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα.

Φάσμα Εισόδου :



Φάσμα Εξόδου :



Ο κώδικας σε Matlab που χρησιμοποιήθηκε:

```
fp1=f0-(f0-f3)/3;
fp2=f0+(f0+f3)/4;
fp3=0.5*f1;
fp4=2.4*f2;
fp5=3*f2;

wp1=2*pi*fp1;
wp2=2*pi*fp2;
wp3=2*pi*fp3;
wp4=2*pi*fp4;
wp5=2*pi*fp5;

T = 10*(1/2000);
Period=1/2000;
Fs = 100000;
dt = 1/Fs;
t = 0:dt:T-dt;

signal=cos (wp1*t)+0.6*cos (wp2*t)+0.7*cos (wp3*t)+0.8*cos (wp4*t)+0.6*cos (wp5*t);

out=lsim(sys,signal,t);

Fn = Fs/2; % Nyquist Frequency
N = length(t);
FTx = fft(signal); % Fourier Transform
Fv = linspace(0, 1, fix(N/2)+1)*Fn; % Frequency Vector
Iv = 1:length(Fv);
figure(8)
plot(Fv, abs(FTx(Iv))*2)

Fn = Fs/2; % Nyquist Frequency
N = length(t);
FTx = fft(out); % Fourier Transform
Fv = linspace(0, 1, fix(N/2)+1)*Fn; % Frequency Vector
Iv = 1:length(Fv); % Index Vector

figure(9)
plot(Fv, abs(FTx(Iv))*2)
```

Και εδώ βλέπουμε ότι παίρνουμε παρόμοια αποτελέσματα. Συνεπώς από τη παραπάνω ανάλυση σε Multisim και Matlab, βλέπουμε ότι η σχεδίαση του φίλτρου μας πλησιάζει αυτή του ζωνοφρακτικού φίλτρου Chebyshev, που απαιτούν οι προδιαγραφές. Οι όποιες διαφορές προκύπτουν, είναι πολύ πιθανό να οφείλονται στις στρογγυλοποιήσεις που έγιναν κατά την Αναλυτική Σχεδίαση του φίλτρου.

Εργασία #4 : Σχεδίαση Ανωδιαβατών φίλτρων

Αριθμός Εργασίας #4

ΑΝΩΔΙΑΒΑΤΟ ΦΙΛΤΡΟ INVERSE CHEBYSHEV

Να σχεδιασθεί ένα ανωδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev το οποίο να πληρεί τις παρακάτω προδιαγραφές συχνότητας και απόσβεσης :

$$[f_p = 3\text{KHz}] \Rightarrow \omega_p = 18850 \text{ rad/sec} \quad , \quad [f_s = 1.66 \text{ KHz}] \Rightarrow \omega_s = 10472 \text{ rad/}$$

sec ,

και

$$[a_{min} = 27dB] , \quad [a_{max} = 0.51dB] .$$

Μετασχηματίζουμε και παίρνουμε τις προδιαγραφές του κατωδιαβατού πρότυπου φίλτρου: $\Omega_p = 1$ και $\Omega_s = \frac{\omega_p}{\omega_s} = \frac{18850}{10472} = 1.8$

Οι προδιαγραφές αυτές δεν είναι κατάλληλες για το φίλτρο Inverse Chebyshev που μας ενδιαφέρει. Για τον λόγο αυτό, μετασχηματίζουμε τις συχνότητές του έτσι ώστε να έχουμε $\Omega_s = 1$, οπότε $\Omega_p = 0.556$

A. Αναλυτική Σχεδίαση των Φίλτρων

• Υπολογισμός της Συνάρτησης Μεταφοράς

Στα πλαίσια της διαδικασίας σχεδίασης θα πρέπει αρχικά να υπολογίσουμε την τάξη του φίλτρου που απαιτείται. Για να γίνει αυτό θα χρησιμοποιήσουμε τον παρακάτω τύπο :

$$n = \frac{\cosh^{-1}[(10^{a_{min}/10} - 1)/(10^{a_{max}/10} - 1)]^{1/2}}{\cosh^{-1}\left(\frac{1}{\omega_p}\right)}$$

Δεδομένου ότι $cosh^{-1} x = ln\{x + \sqrt{x^2 - 1}\}$ προκύπτει $n=4.0579 \Rightarrow [n = 5]$

$$\text{Επίσης έχουμε } \varepsilon = \frac{1}{\sqrt{10^{a_{min}} / 10 - 1}} = \frac{1}{\sqrt{10^{2.7} - 1}} \Rightarrow [\varepsilon = 0.0447]$$

$$\text{Και } a = \frac{1}{5} sinh^{-1} \left(\frac{1}{0.0447} \right) \Rightarrow [a = 0.7602]$$

$$[sinh(a) = 0.908] \text{ και } [cosh(a) = 1.351]$$

Η συγνότητα ημίσειας ισχύος

$$\Omega_{hp} = \frac{1}{cosh(a)} = 0.7675$$

Οι γωνίες Butterworth για $n=5$ είναι $\psi_k = 0^\circ, \pm 36^\circ, \pm 72^\circ$

Οι πόλοι της απόκρισης Chebyshev είναι: $p_k = -sinh(a) cos(\psi_k) \pm j cosh(a) sin(\psi_k)$

Και δίνονται στον παρακάτω πίνακα:

p_k	ψ_k	$\sigma_k \pm j\omega_k$	Ω_k	Q_k
p_1	0°	-0.8356	0.8356	0.5
$p_{2,3}$	$\pm 36^\circ$	$-0.676 \pm j0.766$	1.0216	0.7556
$p_{4,5}$	$\pm 72^\circ$	$-0.2582 \pm j1.239$	1.2660	2.4514

Αντιστρέφουμε τους πόλους του παραπάνω πίνακα και παίρνουμε τους πόλους του ICH, όπως φαίνεται παρακάτω:

p_k	ψ_k	$\sigma_k \pm j\omega_k$	$\hat{\Omega}_k$	\hat{Q}_k
p_1	0°	-1.1967	1.1967	0.5
$p_{2,3}$	$\pm 36^\circ$	$-0.9682 \pm j0.70341$	0.9788	0.7556
$p_{4,5}$	$\pm 72^\circ$	$-0.3698 \pm j1.1382$	0.7899	2.4514

Τα μηδενικά της απόκρισης είναι $\omega_k = sec\left(\frac{k\pi}{2n}\right)$, όπου $k=1,3$

Επομένως, έχουμε: $\Omega_{z,2,3} = 1.0515$ και $\Omega_{z,4,5} = 1.7013$

Αντιστρέφουμε τους πόλους της κατωδιαβατής συνάρτησης με βάση την (12-3) λαμβάνοντας υπόψη τον μετασχηματισμό συγνοτήτων $CH \rightarrow ICH$:

$$\omega_{0(1)} = \frac{\omega_p}{\Omega_s \times \hat{\Omega}_{0(1)}} = \frac{18850}{1.8 \times 1.1967} = 8750.4$$

$$\omega_{0(2,3)} = \frac{\omega_p}{\Omega_s \times \hat{\Omega}_{0(2,3)}} = \frac{18850}{1.8 \times 0.9788} = 10698$$

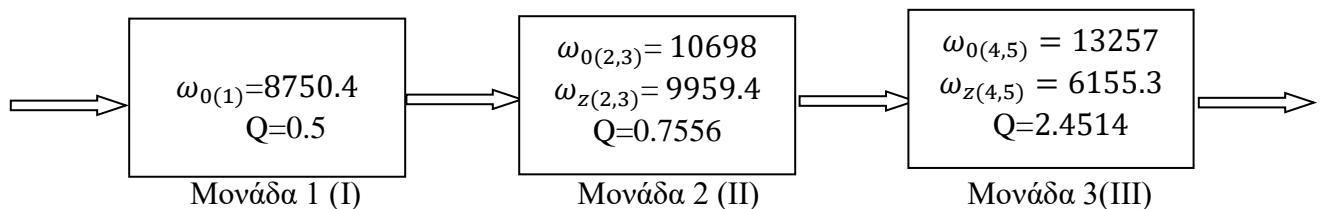
$$\omega_{0(4,5)} = \frac{\omega_p}{\Omega_s \times \hat{\Omega}_{0(4,5)}} = \frac{18850}{1.8 \times 0.7899} = 13257$$

$$\omega_{z(2,3)} = \frac{\omega_p}{\Omega_s \times \hat{\Omega}_{z(1,2)}} = \frac{18850}{1.8 \times 1.0515} = 9959.4$$

$$\omega_{z(4,5)} = \frac{\omega_p}{\Omega_s \times \hat{\Omega}_{z(3,4)}} = \frac{18850}{1.8 \times 1.7013} = 6155.3$$

Οι ανωδιαβατές μονάδες που πρέπει να υλοποιηθούν φαίνονται στο παρακάτω σχήμα.

Για την υλοποίηση της μονάδας (I) θα χρησιμοποιήσουμε ένα απλό φίλτρο CR πρώτης τάξης. Για τις μονάδες (II) και (III) συνδυάζουμε ένα ζεύγος μιγαδικών πόλων με ένα ζεύγος φανταστικών μηδενικών και παίρνουμε 2 ζωνοφρακτικές μονάδες. Επειδή το μέτρο των πόλων είναι μεγαλύτερο από αυτό των μηδενικών, οι μονάδες που αντιστοιχούν είναι HPN φίλτρα δεύτερης τάξης



• Υλοποίηση της Συνάρτησης Μεταφοράς

ΜΟΝΑΔΑ (I)

$$\text{Η συνάρτηση μεταφοράς είναι } T_1(s) = \frac{s}{s+\rho_1}$$

$$\text{Θεωρούμε } \omega_{0(1)} = \rho_1 = \frac{1}{R_1 C_1} = 1, C_1 = 1, R_1 = 1$$

Κλιμακοποίηση

Επειδή $\omega_0 = 8750.4 \Rightarrow [k_f = 7875.4]$. Για να έχουμε πυκνωτές $0.1\mu F$ η κλιμακοποίηση

πλάτους είναι: $k_m = \frac{10^7}{k_f} \Rightarrow [k_m = 1142.8]$

Επομένως τα πραγματικά στοιχεία προκύπτουν ως εξής:

$R_1 = 1.14 K\Omega$, $C = 0.1\mu F$,

ΜΟΝΑΔΑ (II)

Η μονάδα θα υλοποιηθεί με το κύκλωμα Boctor HPN-Notch του σχήματος 7.24(β).

Εκτελούμε το Matlab script που μας δίνεται για τα κυκλώματα Boctor HPN και παίρνουμε τα ακόλουθα πραγματικά στοιχεία:

$R_1 = 109.3 \Omega$, $R_2 = 9.22 K\Omega$, $R_3 = R_6 = 1.17 \Omega$, $R_4 = R_5 = 100 \Omega$

$C_1 = C_2 = 0.1 \mu F$, $k_1 = 2$

ΜΟΝΑΔΑ (III)

πρόκειται για ένα HPN φίλτρο το οποίο η εκφώνηση μας ζητά να υλοποιήσουμε με

κύκλωμα Boctor-HPN του σχήματος 7.24, κάτι τέτοιο όμως προϋποθέτει ότι $Q < \frac{1}{1 - \frac{\omega_Z^2}{\omega_0^2}}$.

Επειδή στην περίπτωση μας κάτι τέτοιο δεν ισχύει, η μονάδα θα υλοποιηθεί με το κύκλωμα HPN-Notch του σχήματος 7.21. Θεωρούμε προσωρινά ότι $\omega_{03} = 1$ και $\Omega_{z_3} =$

$$\frac{\omega_{z3}}{\omega_{03}} = 0.4643$$

$$k_{21} = \left(\frac{\omega_{03}}{\omega_{z3}}\right)^2 - 1 = 3.63$$

Τα κανονικοποιημένα στοιχεία του κυκλώματος είναι:

$$C = \frac{1}{Q_3(2+k_{21})} = 0.0723, C_{21} = k_{21}C = 0.2632$$

$$R_{21} = 1, R_{23} = 1, R_{22} = Q_3^2(k_{21} + 2)^2 = 191,$$

$$R_{24} = Q_3^2(k_{21} + 2) = 33.88$$

$$\text{και κέρδος } k_{22} = \frac{Q_1^2(k_{21}+2)}{Q_1^2(k_{21}+2)+1} = 0.9713$$

το κέρδος του HPN στις υψηλές συχνότητες είναι:

$$k_2 = k_{22} * \left(\frac{\omega_{03}}{\omega_{z3}}\right)^2 = 4.5$$

Κλιμακοποίηση

Επιλέγουμε $k_f = 13257$ και επειδή θέλουμε έναν τουλάχιστον πυκνωτή να είναι $0.1 \mu\text{F}$ έχουμε

$$k_m = \frac{C_{21}}{k_f * 10^{-7}} = 54.56$$

Άρα, τα πραγματικά στοιχεία είναι:

$$R_{21} = R * k_m = 54.56 \Omega,$$

$$R_{22} = R * k_m = 10.4 K\Omega$$

$$R_{23} = R * k_m = 54.56 \Omega,$$

$$R_{24} = R * k_m = 1.85 K\Omega,$$

$$C_2 = 0.1 \mu\text{F}$$

$$C_{21} = 36.39 \mu\text{F}$$

- Ρύθμιση Κέρδους

Θέλουμε να ρυθμίσουμε το κέρδος έτσι ώστε το κέρδος του φίλτρου τα γίνει 0 dB. Εμείς έχουμε συνολικό κέρδος $H = 2 \times 4.5 = 9$. Άρα πρέπει να γίνει μία υποενίσχυση κατά έναν συντελεστή $a = \frac{1}{9} = 0.11$. Το κέρδος αυτό υλοποιείται με μία αναστρέφουσα συνδεσμολογία, όπου $k = -\frac{r_2}{r_1} = -0.11$. Επιλέγουμε $r_1 = 10K\Omega$ και επομένως $r_2 = 1100 \Omega$. Επειδή η μονάδα αυτή εισάγει και μία αλλαγή φάσης, βάζουμε άλλη μία αναστρέφουσα συνδεσμολογία με κέρδος μονάδα.

Συναρτήσεις Μεταφοράς Μονάδων

1. Για την ανωδιαβατή μονάδα 1^ης τάξης η συνάρτηση μεταφοράς είναι

$$T_1(s) = \frac{s}{s + \omega_{01}} = \frac{s}{s + 8750.4}$$

2. Για την πρώτη μονάδα HPN όπως είναι γνωστό η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_{HPN1} = k \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \Rightarrow T_{HPN1}(s) = 2 \frac{s^2 + 9959.4^2}{s^2 + 14158s + 10698^2}$$

3. Για την δεύτερη μονάδα, με παρόμοιο τρόπο, η συνάρτηση μεταφοράς είναι :

$$T_{HPN2} = k \frac{s^2 + \omega_z^2}{s^2 + \frac{\omega_0}{Q}s + \omega_0^2} \Rightarrow \boxed{T_{HPN2}(s) = 4.5 \frac{s^2 + 6155^2}{s^2 + 5408s + 13257^2}}$$

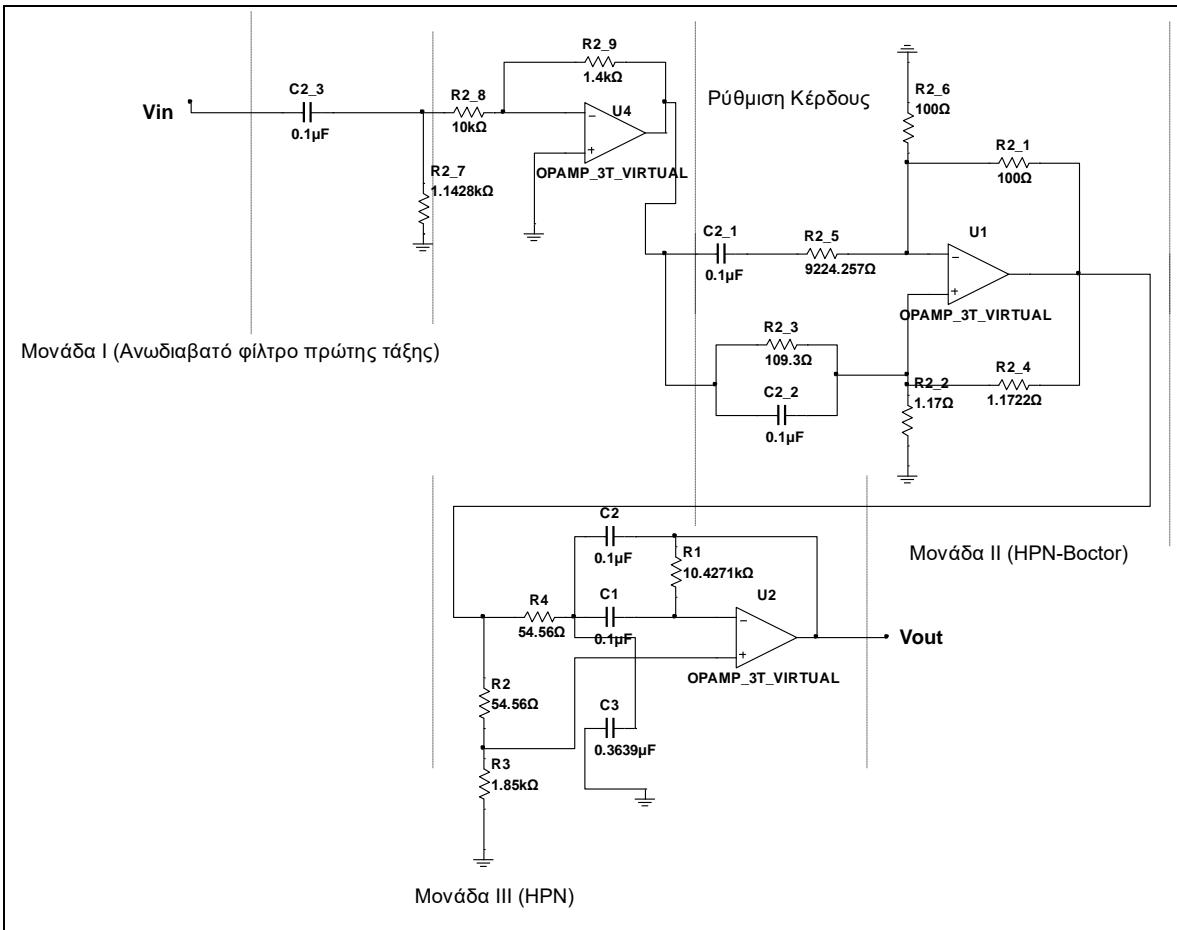
Η συνολική συνάρτηση μεταφοράς του ανωδιαβατού Inverse Chebyshev φίλτρου προκύπτει:

$$T_{HP}(s) = K * T_1(s) * T_{HPN1}(s) * T_{HPN2}(s):$$

$$\boxed{T_{HP}(s) = 9 * \frac{s}{s + 8750.4} * \frac{s^2 + 9959.4^2}{s^2 + 14158s + 10698^2} * \frac{s^2 + 6155^2}{s^2 + 5408s + 13257^2}}$$

- **Τελικό κύκλωμα:**

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται το τελικό κύκλωμα, το επιθυμητό δηλαδή ανωδιαβατό φίλτρο Inverse Chebyshev με ότι στοιχείο είναι απαραίτητο αλλά και με τις απαιτούμενες τιμές όλων των στοιχείων για την ικανοποίηση των ζητούμενων προδιαγραφών.



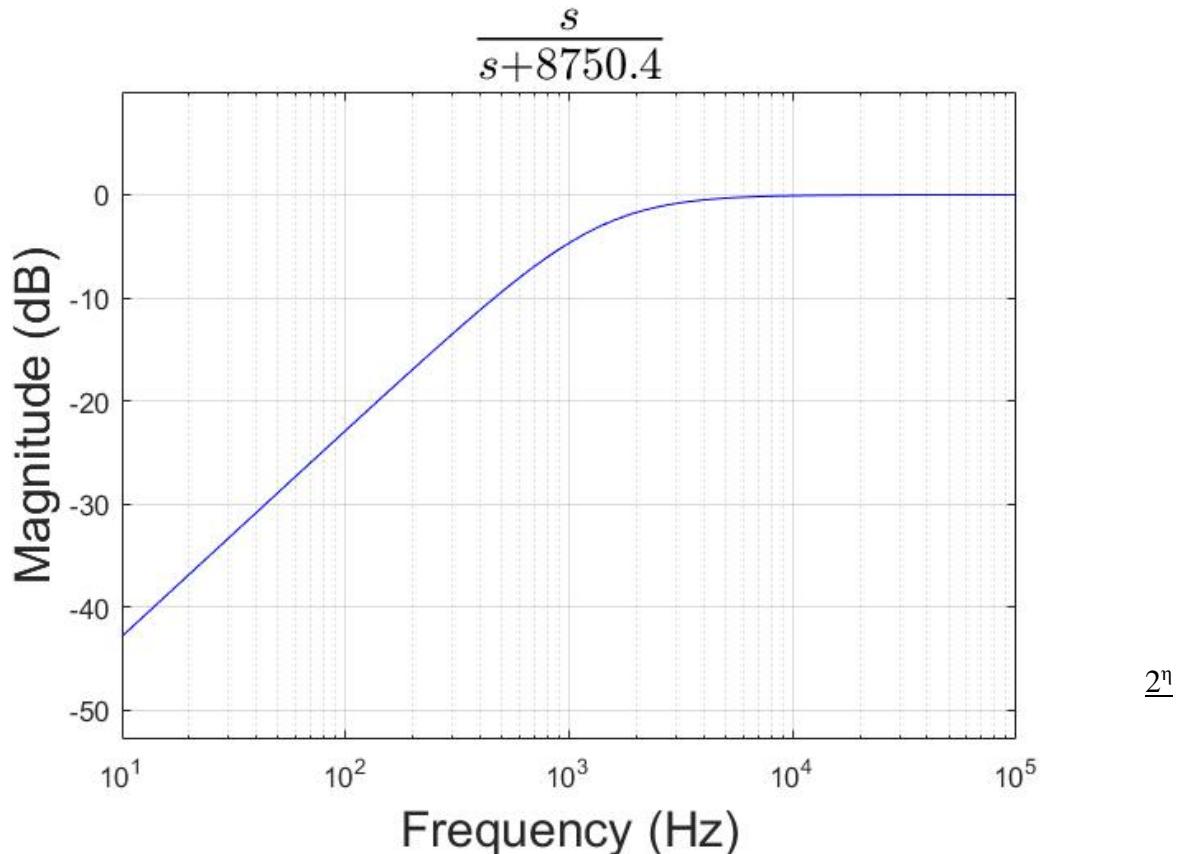
B. Μελέτη της Συνάρτησης Μεταφοράς στο MATLAB

Εισάγονται στο πρόγραμμα MATLAB τις επί μέρους συναρτήσεις μεταφοράς των επί μέρους HPN φίλτρων αλλά και την συνολική συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου και παίρνονται τις αποκρίσεις πλάτους σε dB.

Η απόκριση πλάτους σε dB για την πρώτη και την δεύτερη μονάδα φαίνονται στις επόμενες σελίδες. Τα παρακάτω διαγράμματα προέκυψαν στο Matlab χρησιμοποιώντας

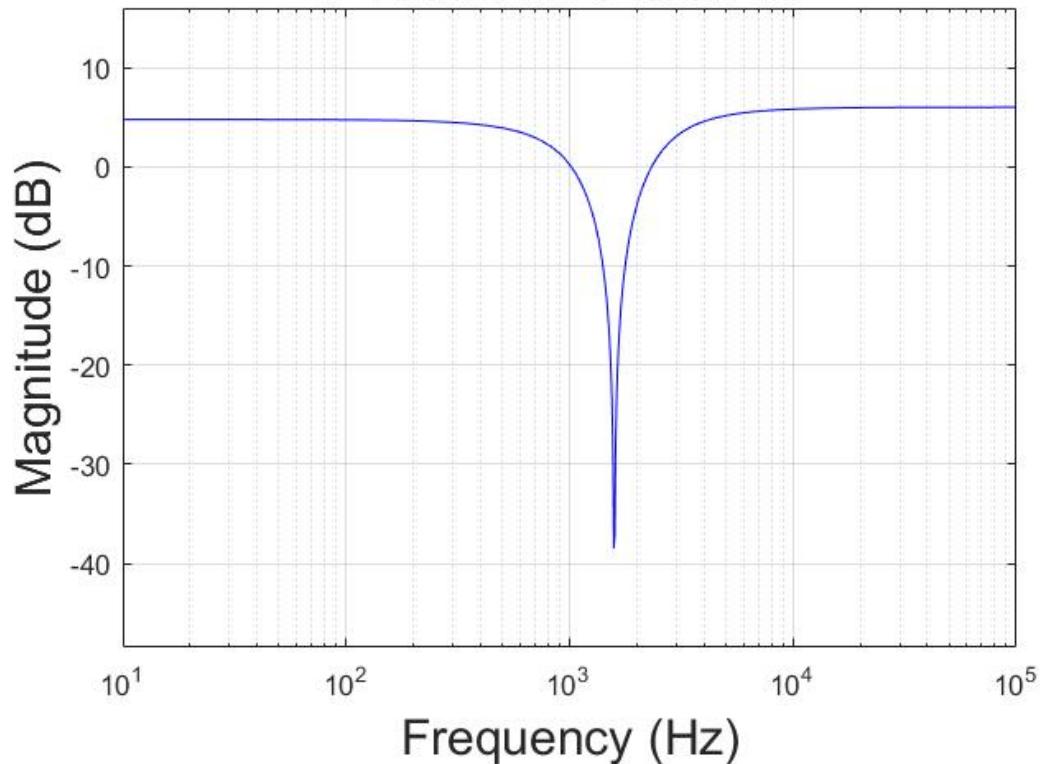
την συνάρτηση plot_transfer_function που μας δίνεται με όρισμα κάθε φορά την συνάρτηση μεταφοράς των επί μέρους συστημάτων.

1^η Μονάδα : Ανωδιαβατό φίλτρο 1^{ης} τάξης.



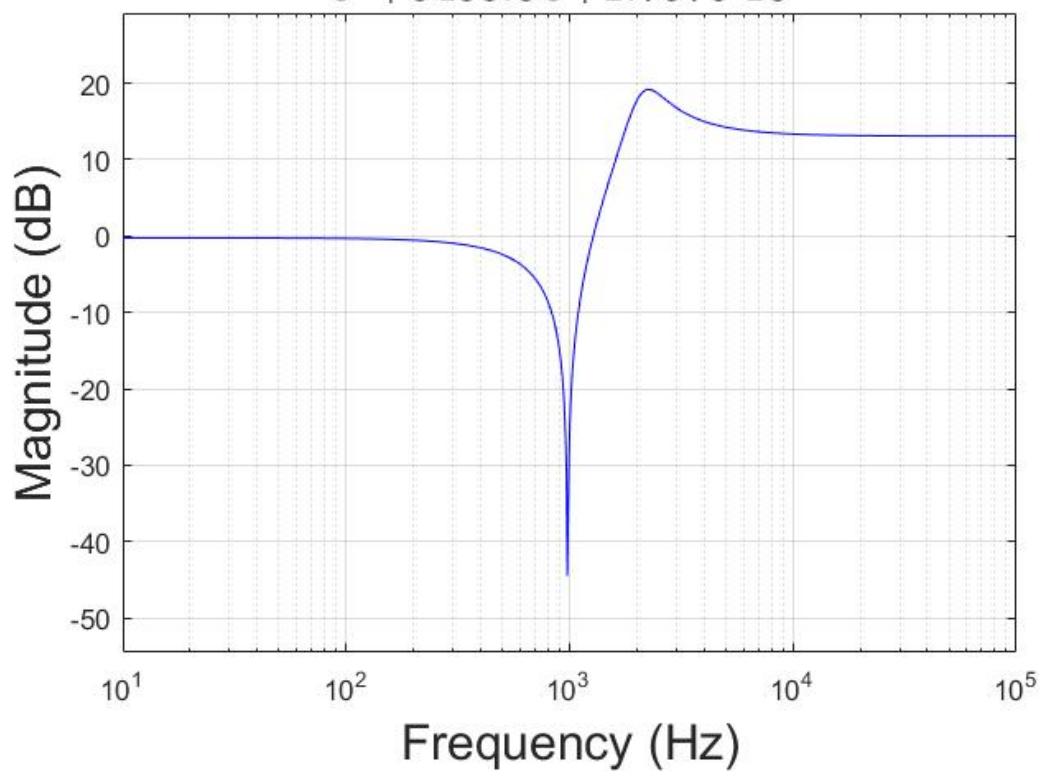
2^η Mováδα : HPN (Boctor)

$$\frac{2.0 s^2 + 1.9838 \cdot 10^8}{s^2 + 14158.0 s + 1.1446 \cdot 10^8}$$

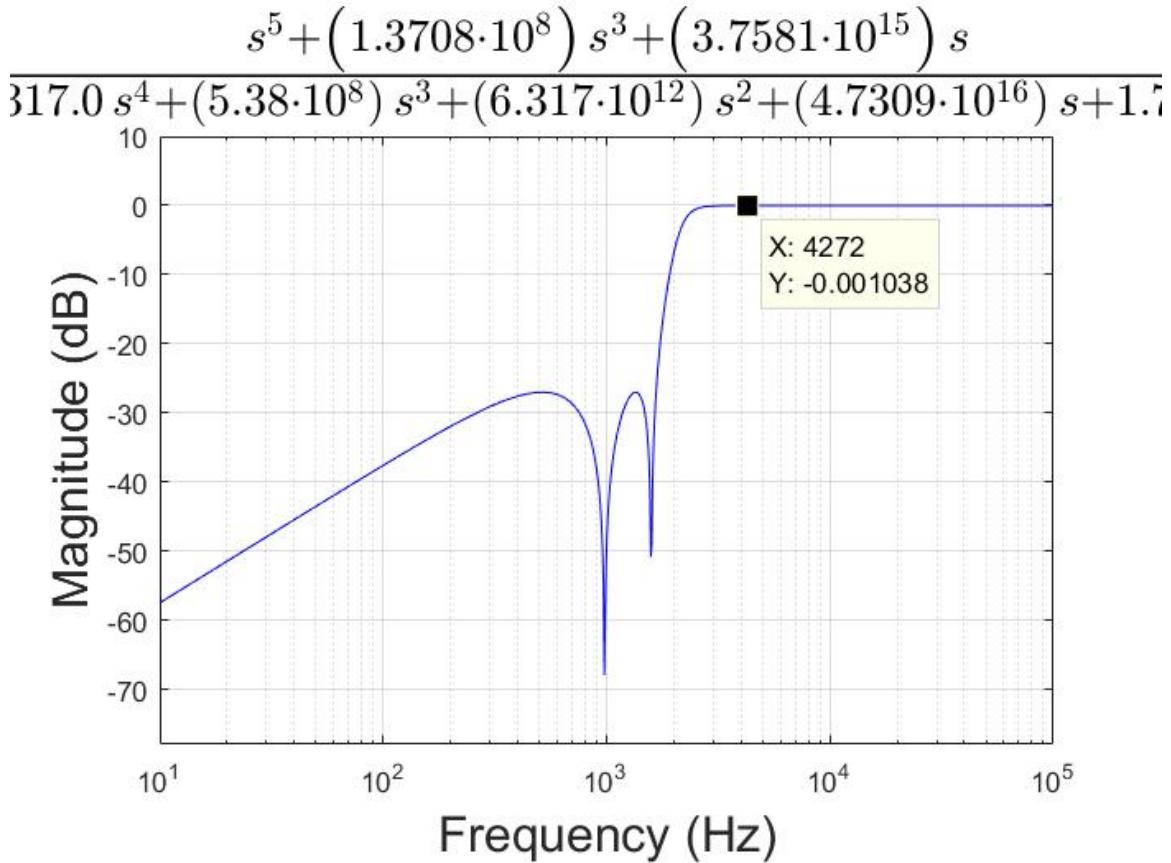


3^η Mováδα : HPN

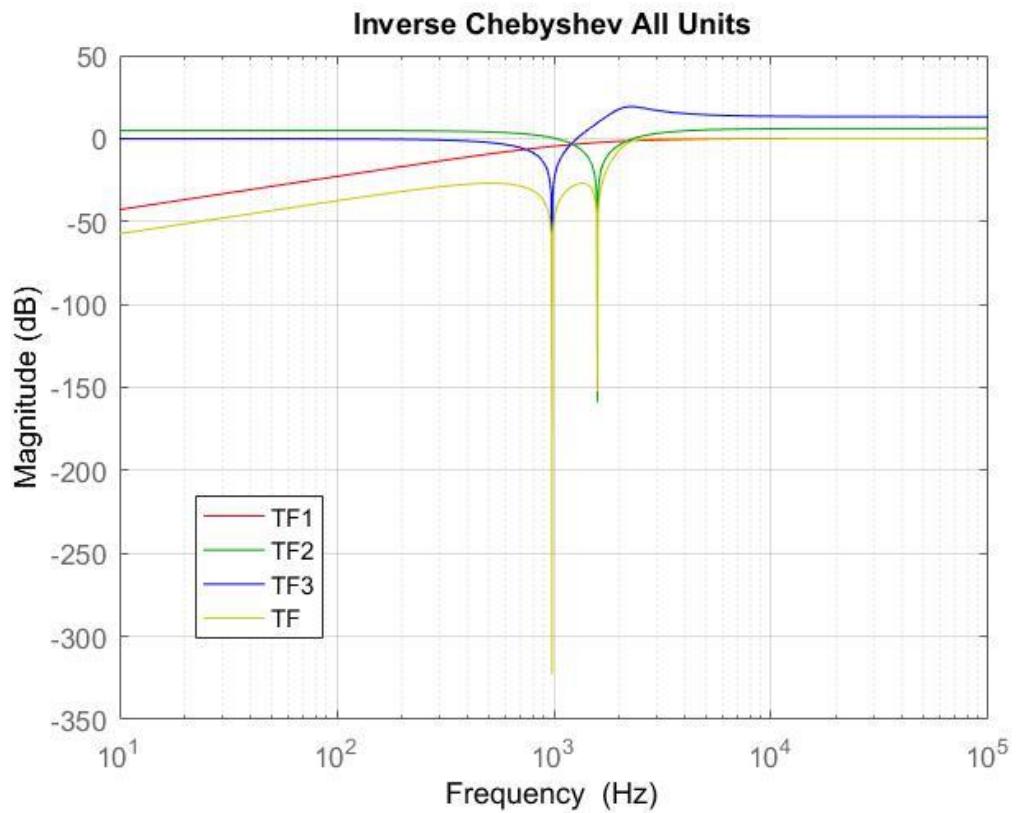
$$\frac{4.506 s^2 + 1.7072 \cdot 10^8}{s^2 + 5408.0 s + 1.7576 \cdot 10^8}$$



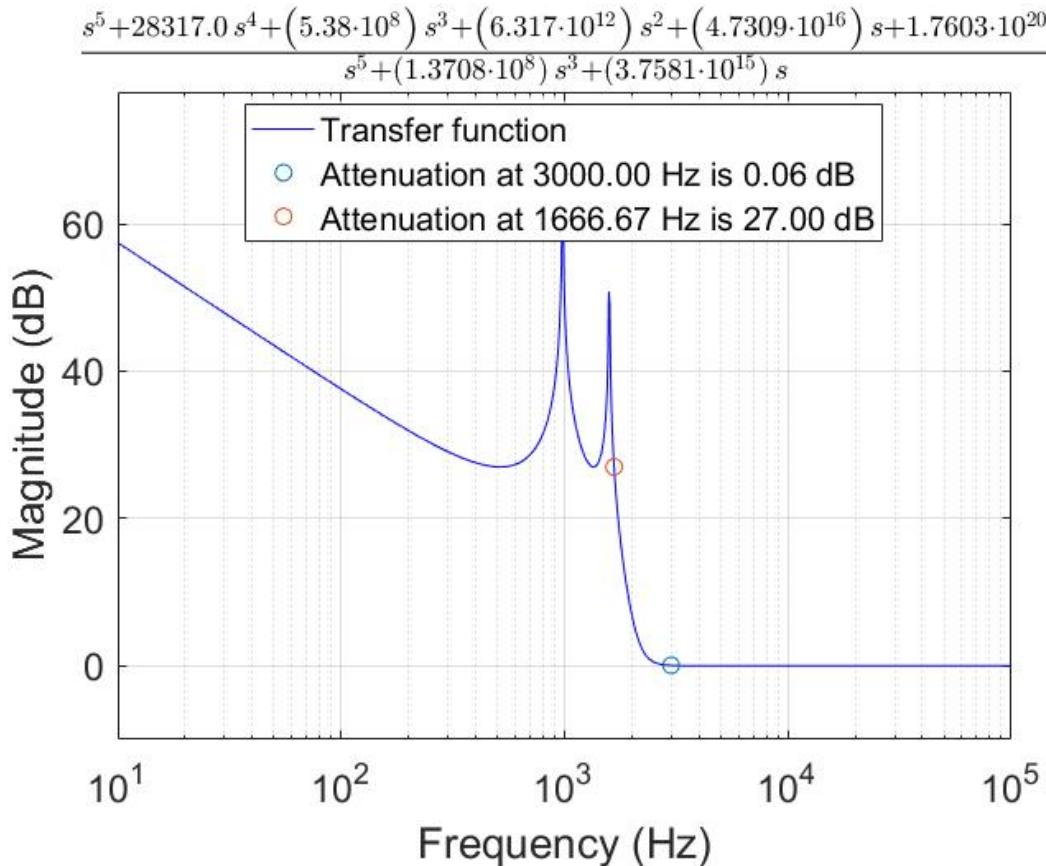
Παρακάτω βλέπουμε την απόκριση πλάτους της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς του φίλτρου συναρτήσει της συχνότητας. Φαίνεται ξεκάθαρα ότι ικανοποιείται η απόκριση για 0 db



Σε αυτό το σημείο παραθέτουμε όλες τις παραπάνω αποκρίσεις σε ένα κοινό διάγραμμα Bode.

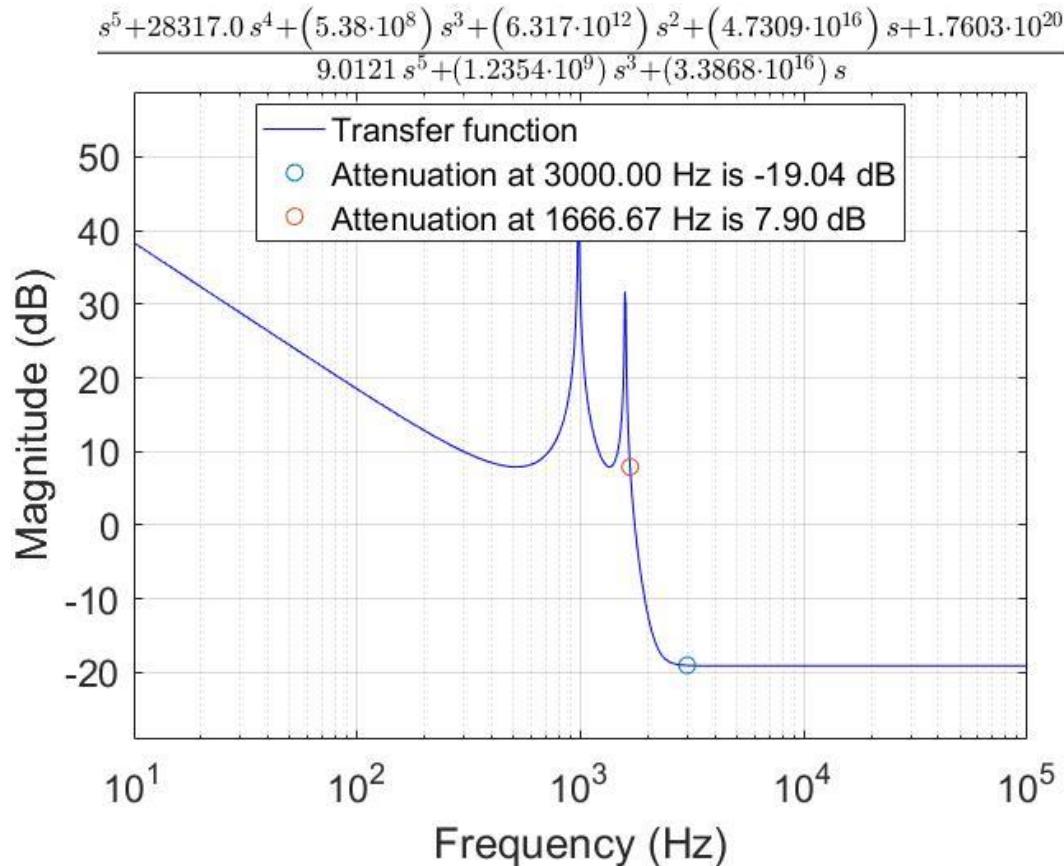


Παρακάτω φαίνεται η συνάρτηση απόσβεσης σε dB της συνολικής συνάρτησης μεταφοράς συναρτήσει της συχνότητας.



Στην συνάρτηση απόσβεσης σημειώνουμε τις κρίσιμες συχνότητες οι οποίες καθορίζουν την ζώνη διόδου και αποκοπής , δηλαδή την $f_p=3$ KHz και την $f_s=1.66$ KHz, καθώς και τις αντίστοιχες αποσβέσεις. Παρατηρούμε ότι η απόκριση βρίσκεται στα όρια των προδιαγραφών, εφόσον για $f_p=3$ KHz έχουμε απόσβεση 0.06dB, αρκετά μικρότερο από το $\alpha_{max}=0.511$ dB ενώ για $f_s=1.66$ KHz η απόσβεση είναι στα 27.4 dB, μεγαλύτερη από το $\alpha_{min}=27$ dB.

Πριν την ρύθμιση κέρδους η συνάρτηση απόσβεσης δίνεται από το παρακάτω διάγραμμα στο οποίο φαίνεται ξεκάθαρα ότι δεν καλύπτονται οι προδιαγραφές που έχουν τεθεί.

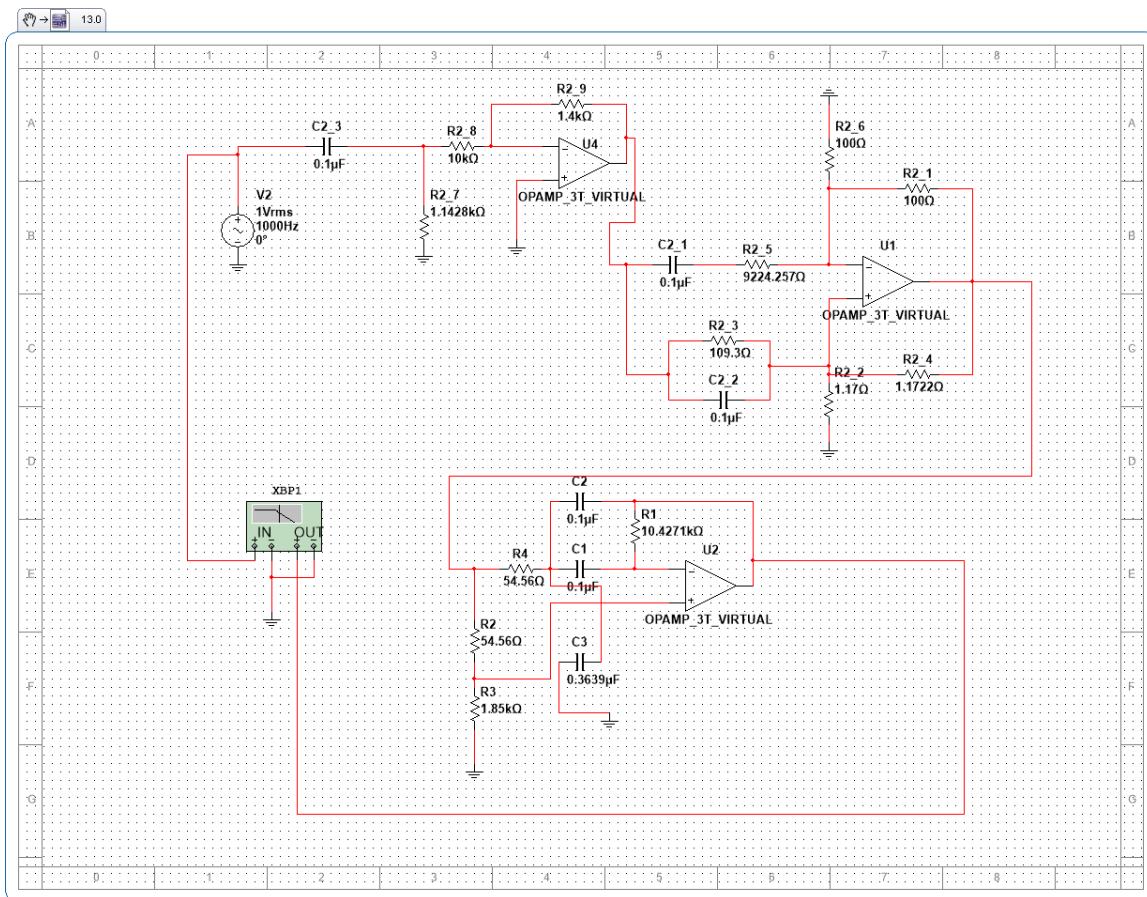


Γ. Υλοποίηση των Κυκλώματος των Φίλτρου στο Multisim

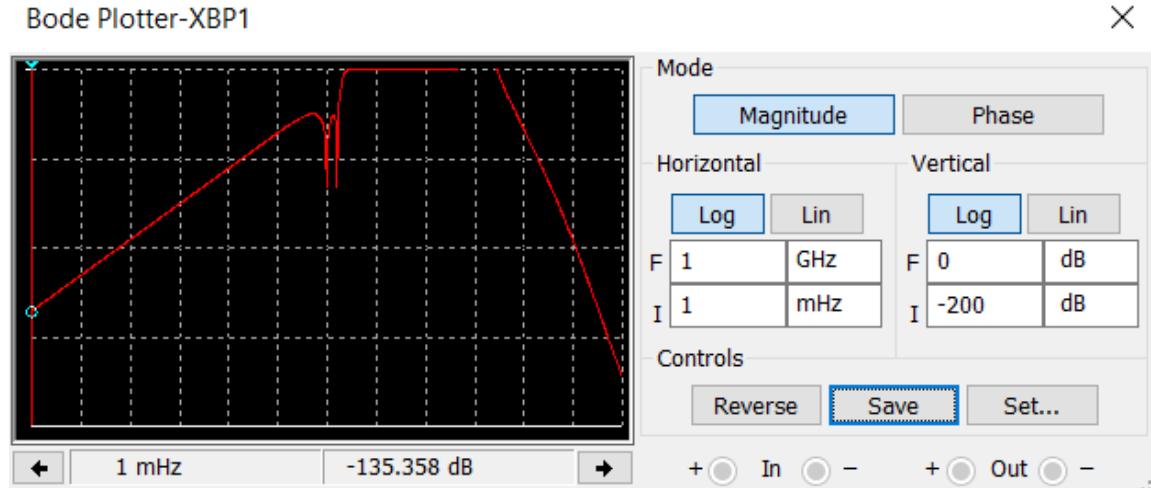
Σχεδιάζουμε το κύκλωμα μας στο Multisim προκειμένου να ελέγξουμε αν υλοποιεί την συνολική συνάρτηση μεταφοράς που αναλόθηκε στο προηγούμενο στάδιο της εργασίας αλλά και για να διερευνήσουμε την απόκριση του φίλτρου όταν αυτό διεγείρεται από ένα στοιχειώδες περιοδικό σήμα.

Εισάγουμε λοιπόν τις διάφορες μονάδες του ανωδιαβατού Inverse Chebyshev φίλτρου που έχουν σχεδιασθεί στην προηγούμενη φάση της εργασίας στο περιβάλλον Multisim και παίρνουμε το παρακάτω κύκλωμα. Σημειώνεται ότι επειδή το κύκλωμα εμφάνισε ένα πρόσθετο κέρδος ≈ 2 db, πιθανώς λόγω στρογγυλοποιήσεων στις τιμές των στοιχείων

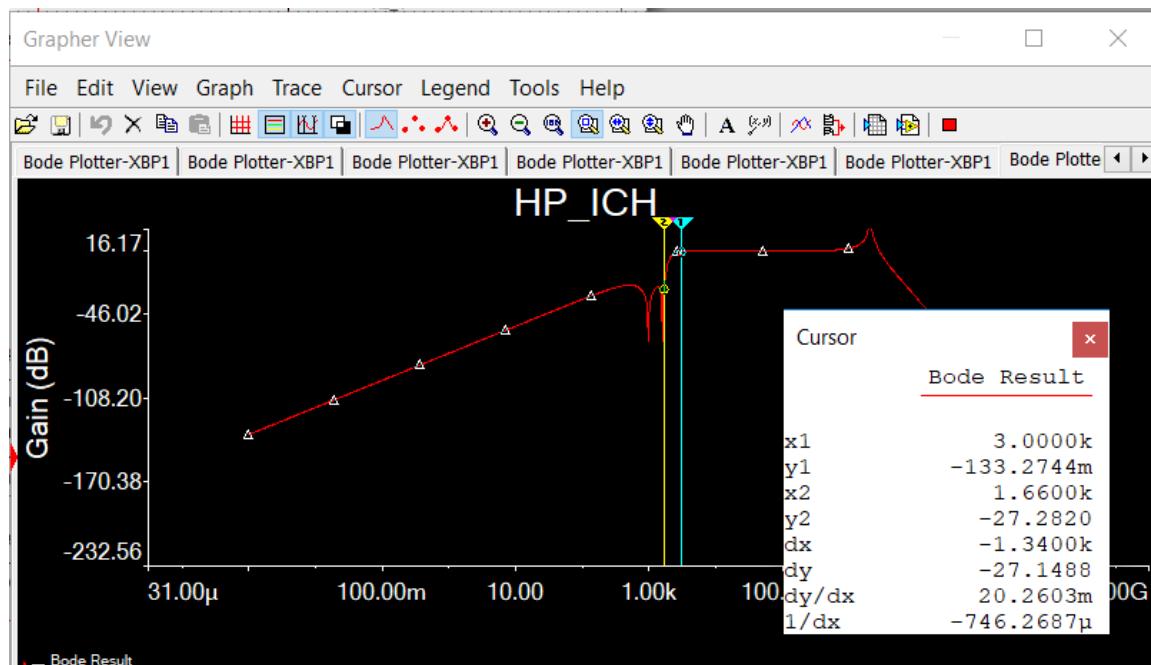
του και τη χρήση έτοιμου αλγορίθμου για τον υπολογισμό των στοιχείων της δεύτερης μονάδας, έγινε προσαρμογή της τιμής της αντίστασης $r1$ στην μονάδα ρύθμισης κέρδους ώστε να είμαστε και πάλι εντός προδιαγραφών, η νέα τιμή της αντίστασης είναι $1.4\text{ k}\Omega$. Ωστόσο ακόμα και αυτή η μικρή απόκλιση στο κέρδος δεν επηρεάζει ποιοτικά το κύκλωμα μας.



- Στο κύκλωμα που έχουμε σχεδιάσει χρησιμοποιούμε τον Bode-Plotter για να προκύψει η απόκριση συχνότητας του φίλτρου-κυκλώματος. Το διάγραμμα που παίρνουμε φαίνεται παρακάτω :



Εξάλλου, με την δυνατότητα του Multisim ‘Grapher παίρνουμε το παρακάτω διάγραμμα, το οποίο απεικονίζει ότι ακριβώς και το προηγούμενο αλλά με δυνατότητα ανάγνωσης των τιμών, αφού έχουν γίνει και οι απαραίτητες αλλαγές στις κλίμακες.



Από τα παραπάνω διαγράμματα γίνεται φανερό ότι ικανοποιούνται οι προδιαγραφές του φίλτρου μας, αφού στην συχνότητα $f_s = 1.66 \text{ kHz}$ έχουμε απόσβεση $\cong 27.3 \text{ dB} >$

$27 \text{ dB} = a_{min}$, ενώ στην συχνότητα $f_p = 3 \text{ kHz}$ έχουμε απόσβεση $\cong 0.133 <$

$0.511 = a_{max}$, υπερκαλύπτονται δηλαδή οι 2 απαιτήσεις.

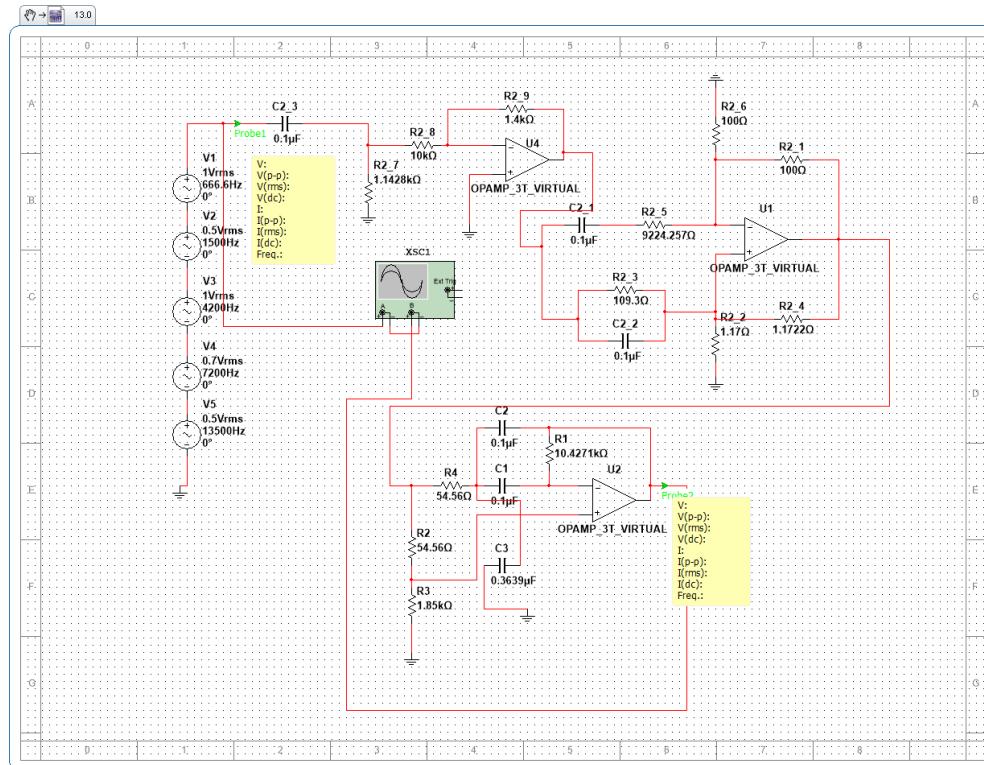
- Εισάγονται τώρα στο κύκλωμα με μια πηγή διέγερσης η οποία αποτελείται από άθροισμα 5 συνημίτονων:

$$f(t) = \cos(0.4\omega_s t) + 0.5 \cos(0.9\omega_s t) + \cos(1.4\omega_p t) \\ + 0.7 \cos(2.4\omega_p t) + 0.5 \cos(4.5\omega_p t)$$

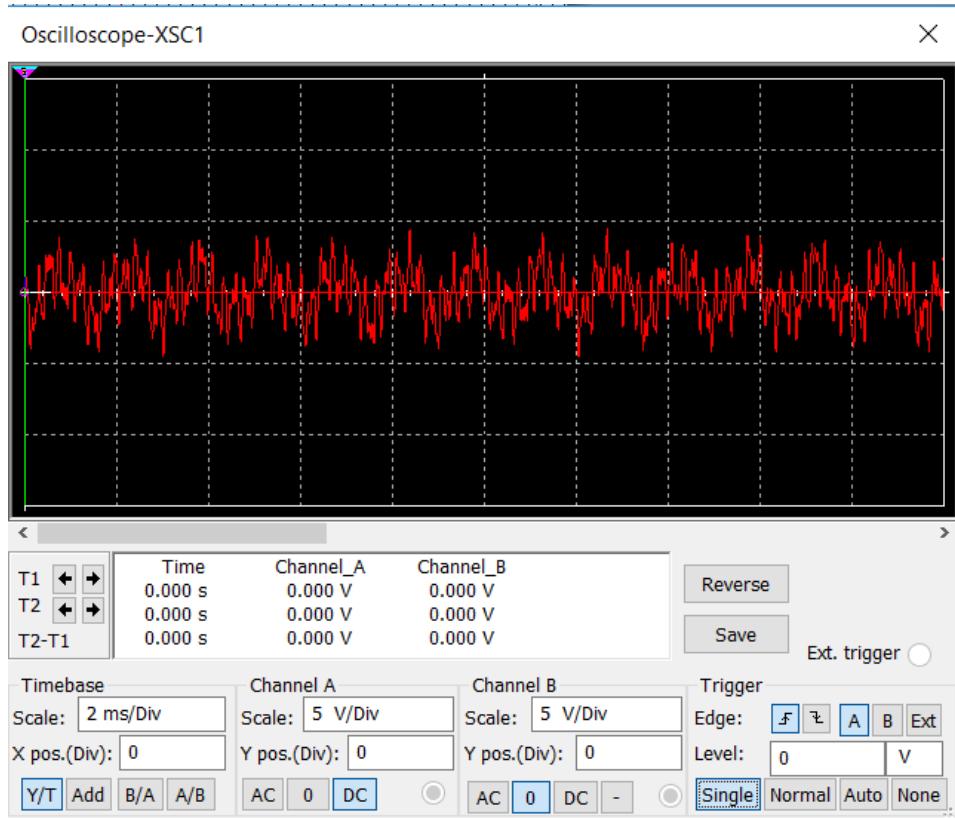
Περιέχει δηλαδή τις εξής συχνότητες:

- 666.67 Hz
- 1.5 kHz
- 4.2 kHz
- 7.2 kHz
- 13.5 kHz

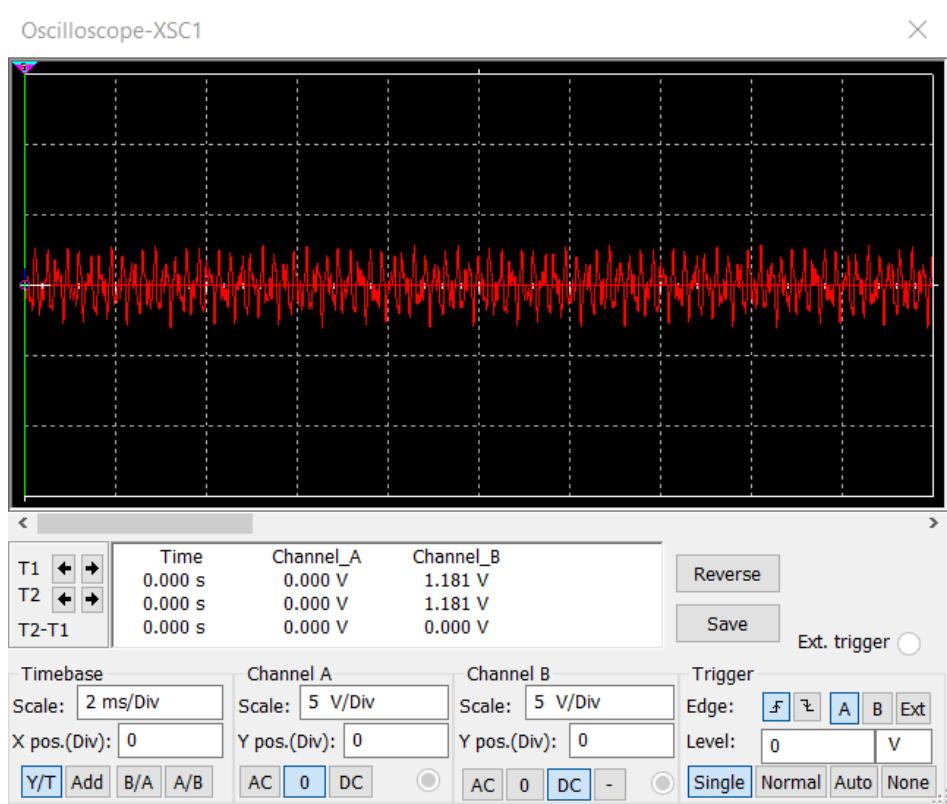
Στην συνέχεια χρησιμοποιούμε έναν παλμογράφο στην είσοδο και την έξοδο και δημιουργούμε τα αντίστοιχα figures για το παραπάνω πείραμα. Το κύκλωμα με την νέα είσοδο παρουσιάζεται παρακάτω:



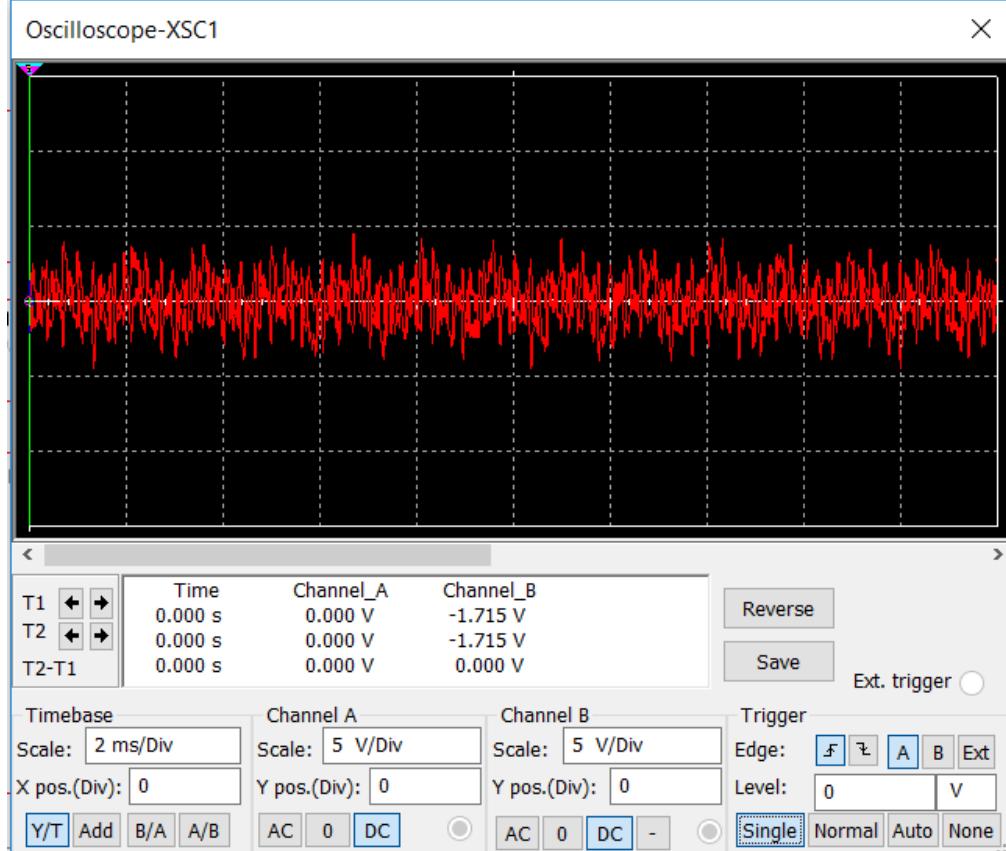
Σήμα Εισόδου :



Σήμα Εξόδου :



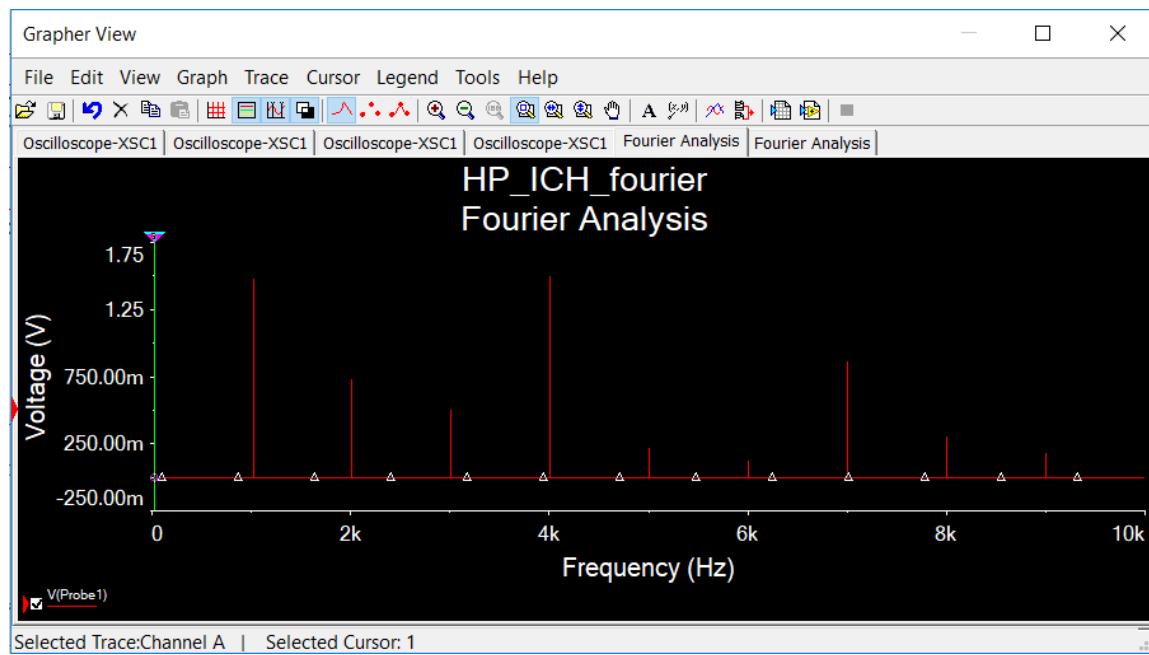
Και τα 2 σήματα φαίνονται μαζί στο παρακάτω διάγραμμα:



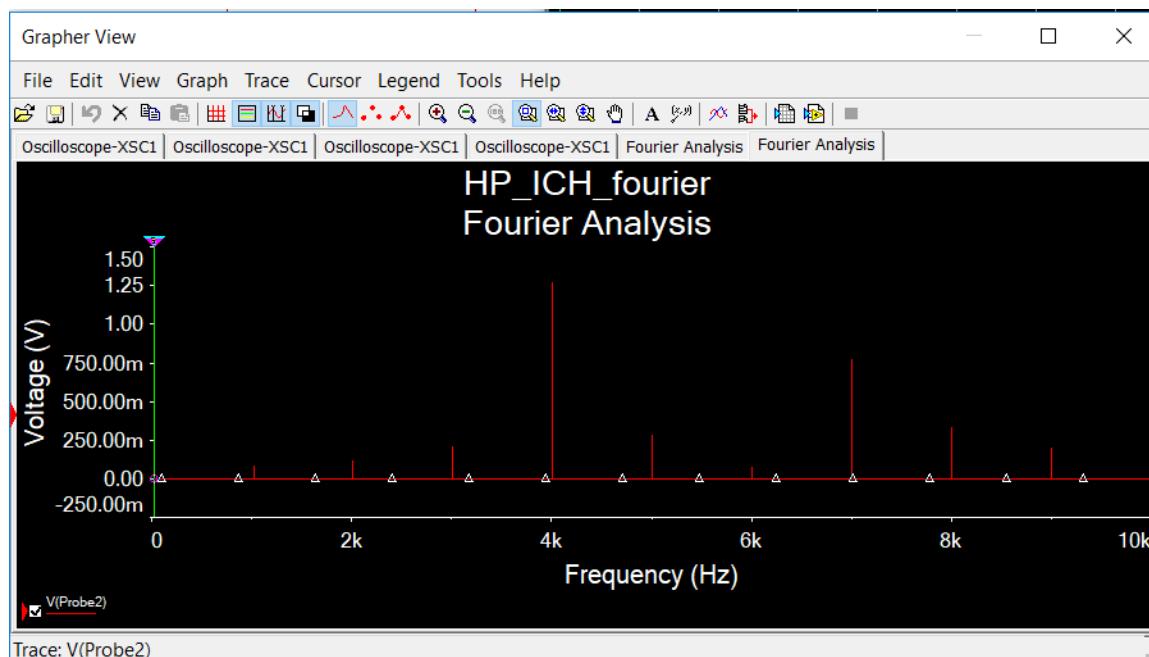
Στα παραπάνω διαγράμματα μπορούμε να δούμε αναλυτικά τα σήματα εισόδου και εξόδου. Σε κάθε σχήμα φαίνονται οι επιλογές που κάναμε στον παλμογράφο για να προκύψουν οι αντίστοιχες παραστάσεις (για παράδειγμα: V/Div , sec/Div κτλ.).

- Σε αυτό το σημείο της άσκησης θέλουμε να δημιουργήσουμε τα φάσματα εισόδου και εξόδου του φίλτρου για να δούμε ποιες συχνότητες περνάνε και ποιες κόβονται. Στα παρακάτω διαγράμματα παρουσιάζονται τα φάσματα εισόδου και εξόδου αντίστοιχα

Φάσμα Εισόδου :



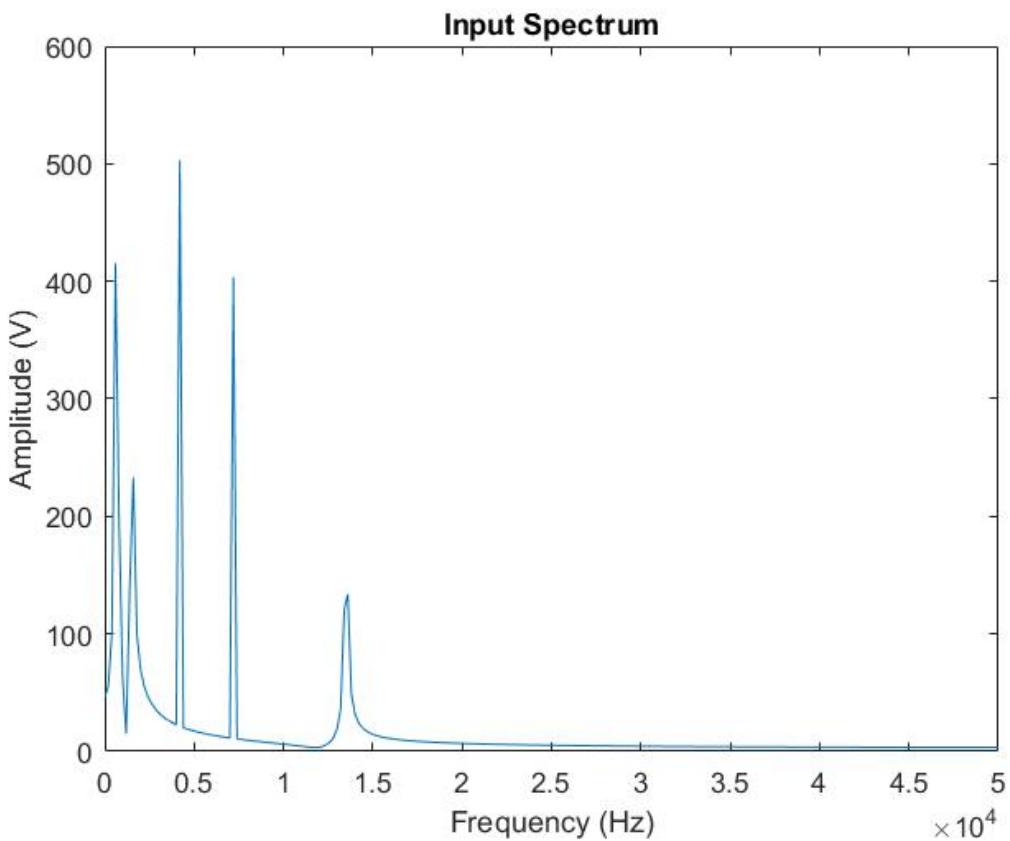
Φάσμα Εξόδου :



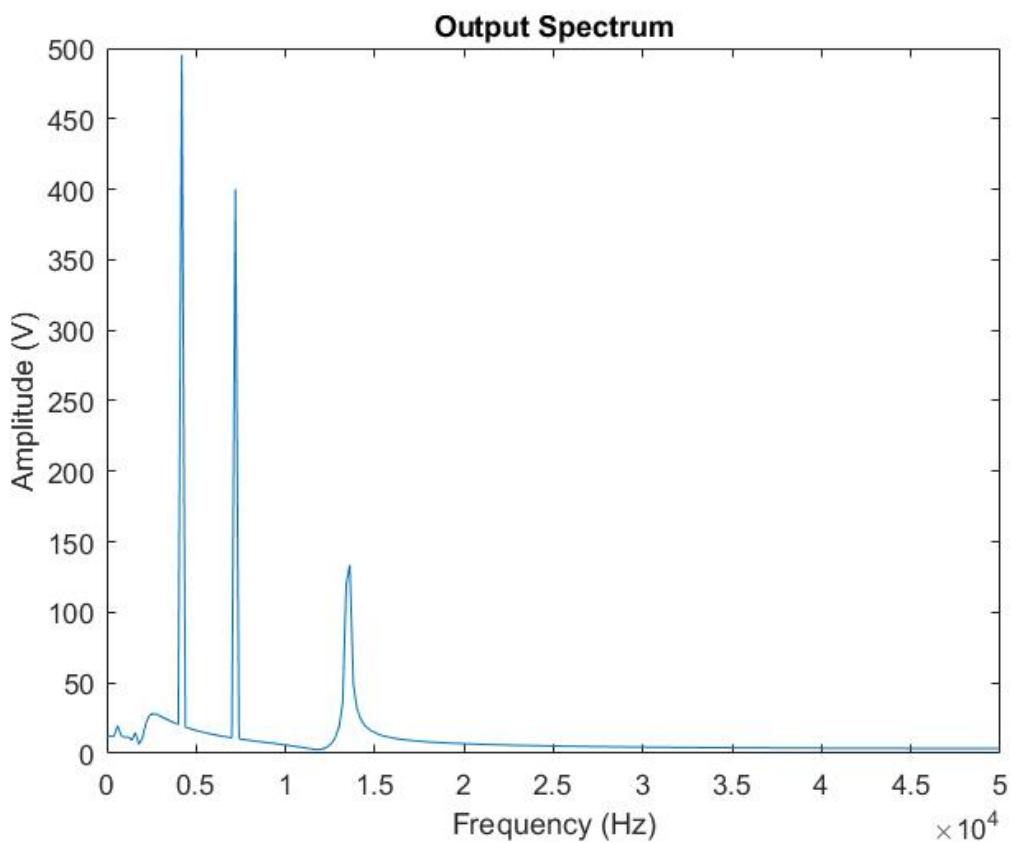
Από τα παραπάνω διαγράμματα συμπεραίνουμε ότι οι συχνότητες των 666.67Hz και 1.5kHz που είναι μικρότερες από την συχνότητα αποκοπής $f_s = 1.667\text{kHz}$, αποσβήνονται σημαντικά, γεγονός που είναι λογικό αφού στην ζώνη αποκοπής το φίλτρο μας παρουσιάζει απόσβεση 28dB . Επίσης διαπιστώνουμε ότι οι συχνότητες που είναι μεγαλύτερες από την $f_p = 3\text{kHz}$, δηλαδή οι 4.2kHz , 7.2kHz και 13.5kHz περνάνε από το φίλτρο, όπως είναι αναμενόμενο. Φαίνεται λοιπόν ότι το φίλτρο ανταποκρίνεται στις ζητούμενες προδιαγραφές.

Πραγματοποιούμε τώρα την ίδια ανάλυση στο Matlab και παίρνουμε τα ακόλουθα αποτελέσματα:

Φάσμα Εισόδου :



Φάσμα Εξόδου :



Ο κώδικας σε Matlab που χρησιμοποιήθηκε:

```
ph1=0.4*fs;
ph2=0.9*fs;
ph3=1.4*fp;
ph4=2.4*fp;
ph5=4.5*fp;

wp1=2*pi*ph1;
wp2=2*pi*ph2;
wp3=2*pi*ph3;
wp4=2*pi*ph4;
wp5=2*pi*ph5;

T = 10*(1/2000);
Period=1/2000;
Fs = 100000;
dt = 1/Fs;
t = 0:dt:T-dt;

signal=cos (wp1*t)+0.6*cos (wp2*t)+cos (wp3*t)+0.8*cos (wp4*t)+0.4*cos (wp5*t);

out=lsim(sys,signal,t);

Fn = Fs/2; % Nyquist Frequency
N = length(t);
FTin = fft(signal); % Fourier Transform
Fv = linspace(0, 1, fix(N/2)+1)*Fn; % Frequency Vector
Iv = 1:length(Fv);
figure(8)
plot(Fv, abs(FTin(Iv))*2)

FTx= fft(out);

figure(9)
plot(Fv, abs(FTx(Iv))*2)
```

Και εδώ βλέπουμε ότι παίρνουμε παρόμοια αποτελέσματα. Συνεπώς από τη παραπάνω ανάλυση σε Multisim και Matlab, βλέπουμε ότι η σχεδίαση του φίλτρου μας πλησιάζει αυτή του ανωδιαβατού φίλτρου Inverse Chebyshev, που απαιτούν οι προδιαγραφές. Οι όποιες διαφορές προκύπτουν, είναι πολύ πιθανό να οφείλονται στις στρογγυλοποιήσεις που έγιναν κατά την Αναλυτική Σχεδίαση του φίλτρου.