LISTA 1: EXERCÍCIOS SOBRE FORMULAÇÃO DE PROBLEMAS DE PROGRAMAÇÃO LINEAR

EXERCÍCIO 1. Uma indústria tirou de produção uma certa linha de produto não lucrativo. Isto criou um considerável excedente na capacidade de produção. A gerência está considerando dedicar essa capacidade excedente a até três produtos, vamos chamá-los de produtos 1, 2 e 3. A capacidade disponível das máquinas que poderia limitar essa produção está resumida na tabela que segue:

Tipo de Máquina	Tempo disponível (em horas de máquinma por semana)
Fresa	500
Torno Mecânico	350
Retífica	150

O número de horas de máquina requerida por unidade dos respectivos produtos é o Coeficiente de produtividade (expresso em horas de máquina por unidade).

Tipo de Máquina	Produto 1	Produto 2	Produto 3
Fresa	9	3	5
Torno Mecânico	5	4	0
Retífica	3	0	2

O departamento de vendas indica que o potencial de vendas para os produtos 1 e 2 excede a taxa de produção máxima e que o potencial de vendas para o produto 3 é de 20 unidades por semana.

O lucro unitário seria de R$ 30, R$ 12 e R$15, respectivamente para os produtos 1, 2 e 3.

Formule o modelo de Programação Linear (PL) para determinar quanto de cada produto a firma deveria produzir para maximizar o lucro.

EXERCÍCIO 2. Um fazendeiro está criando porcos para vender e deseja determinar que quantidades dos tipos de alimentos disponíveis deveria dar a cada porco para atingir certos requerimentos nutritivos a um custo mínimo. O número de unidades de cada tipo de ingrediente nutritivo básico contido em um quilo de cada tipo de alimento é dado na tabela que segue, juntamente com os requerimentos nutritivos diários e custo dos alimentos:

Ingrediente Nutritivo	Quilo de milho	Quilo de Silagem	Quilo de Alfafa	Requerimento mínimo diário
Carboidratos	90	20	40	200
Proteínas	30	80	60	180
Vitaminas	10	20	60	150
Custo (centavos)	**21**	**18**	**15**	

Formule o modelo de PL para esse problema.

EXERCÍCIO 3. Uma certa corporação tem três fábricas filiais com capacidade de produção excedente. As três fábricas têm capacidade para produzir um certo produto e a gerência decidiu usar parte da capacidade de produção excedente para produzir esse produto. Ele pode ser feito em três tamanhos – grande, médio e pequeno – os quais produzem um lucro unitário líquido de R$ 140, R$ 120 e r$ 100, respectivamente. As fábricas 1, 2 e3 têm capacidade excedente de mão-de-obra e equipamento para produzirem 750, 900 e 450 unidades deste produto por dia, respectivamente, independentemente do tamanho ou combinação dos tamanhos envolvidos. Entretanto, a quantidade de espaço disponível para estoque de produtos em processo também impõe um limite às taxas de produção. As fábricas 1, 2 e 3 têm 1.170, 1.080 e 450 metros quadrados de espaço disponível para estoque de produtos em processo para a produção de um dia deste produto. Cada unidade dos tamanhos grande, médio e pequeno produzida por dia requer 1,8; 1,35 e 1,08 metros quadrados , respectivamente.

As previsões de vendas indicam quer podem ser vendidas por dia 900, 1.200 e 750 unidades dos tamanhos grande, médio e pequeno, respectivamente.

Para manter uma carga de trabalho uniforme entre as fábricas, e para reter alguma flexibilidade, a gerências decidiu que a produção adicional designada a cada fábrica tem que usar a mesma percentagem de capacidade excedente de mão-de-obra e equipamento.

A gerência deseja saber quanto de cada tamaho deveria ser produzido em cada uma das fábricas para maximizar o lucro.

Formule o modelo de PL para esse problema.

EXERCÍCIO 4. Uma fábrica produz 3 tipos de chapas metálicas, A-B-C, que são prensadas e esmaltadas. A prensa dispõe de 2.000 minutos mensais e cada chapa, A ou B, leva 1 minuto para ser prensada, enquanto a chapa C leva 2 minutos. A esmaltagem nesta última leva apenas 1 minuto, enquanto as chapas A e B exigem 3 e 4,5 minutos respectivamente. A disponibilidade da esmaltagem é de 8.000 minutos mensais.

A demanda absorve toda a produção e o lucro por chapa é de 5, 7 e 8 unidades monetárias, respectivamente para as chapas A, B e C.

Formule o modelo de PL para a produção das chapas.

EXERCÍCIO 5. O setor de transporte de cargas da TAM operando em São Paulo dispõe de 8 aviões B-737, 15 aviões EB-190 e 12 aviões BANDEIRANTE para vôos amanhã. Há cargas para remeter amanhã para o Rio de Janeiro (150 ton) e Porto Alegre (100 ton). Os custos operacionais de cada avião e suas capacidades são:

	B-737	EB-190	Bandeirante
SP→Rio	23	5	1,4
SP→P.Alegre	58	10	3,8
Tonelagem	45	7	4

Quanto e quais aviões devem ser mandados para o Rio e Porto Alegre para satisfazer a demanda e minimizar os custos?

Formule o PL para esse problema e deixe-o na forma padrão.

EXERCÍCIO 6. Uma corporação tem R$30 milhões disponíveis para investimento em 3 subsidiárias. Para manter a folha de pagamento deve-se ter um mínimo de investimento em cada subsidiária: R$ 3 milhões, R$5 milhões e R$8 milhões, respectivamente.

A subsidiária II não pode absorver um investimento maior que R$17 milhões. Cada subsidiária pode executar vários projetos, cada um caracterizado por um teto máximo e uma taxa de retorno, dados na tabela seguinte.

SUBSIDIÁRIA	PROJETO	TETO MÁXIMO	TX DE RETORNO
I	1	R$6 milhões	8%
	2	R$5 milhões	6%
	3	R$9 milhões	7%
II	4	R$7 milhões	5%
	5	R$10 milhões	8%
	6	R$4 milhões	9%
III	7	R$6 milhões	10%
	8	R$3 milhões	6%

Formule o PL para esse problema.

EXERCÍCIO 7. A GOL precisa decidir a quantidade de querosene para combustível de seus jatos que adquire de 3 companhias vendedoras. Seus jatos são regularmente abastecidos nos aeroportos de Guarulhos, Viracopos, Galeão e Confins. As companhias vendedoras poderão fornecer no próximo mês as seguintes quantidades de combustível:

COMPANHIA	**GALÕES**
1	250.000
2	500.000
3	600.000

As necessidades da gol nos diferentes aeroportos são:

GUARULHOS	100.000
VIRACOPOS	200.000
GALEÃO	300.000
CONFINS	400.000

O custo por galão, incluindo o preço do transporte, de cada vendedor para cada aeroporto é:

	Cia 1	Cia 2	Cia 3
GUARULHOS	12	9	10
VIRACOPOS	10	11	14
GALEÃO	8	11	13
CONFINS	11	13	9

Formule este problema como um modelo de programação linear.

EXERCÍCIO 8. Uma refinaria capaz de processar 100.000 barris por dia de petróleo em gás, gasolina, óleo diesel e resíduo, precisa determinar seu programa de produção. Todos os produtos podem ser vendidos diretamente, exceto o resíduo que precisa ser combinado com querosene para produzir óleo pesado (10% querosene e 90% resíduo) ou óleo leve (20% querosene e 80% resíduo).

A refinaria precisa satisfazer um mínimo de contratos de venda e um máximo de produção estabelecido pelo governo (tabela 1).

A refinaria pode comprar petróleo de 3 diferentes países, cujas disponibilidades diárias estão na tabela 2. Sabe-se ainda que ela se comprometeu a comprar pelo menos 10.000 barris por dia da Arábia Saudita. Formule o modelo de PL.

PRODUTO	PREÇO DE VENDA/BRASIL	PRODUÇÃO MÁXIMA BARRIS/DIA	PRODUÇÃO MÍNIMA BARRIS/DIA
Gás	2,10	10.000	5.000
Gasolina	3,50	20.000	13.000
Querosene	3,30	20.000	15.000
Óleo Diesel	3,10	25.000	10.000
Óleo Pesado	2,50	20.000	10.000
Óleo Leve	2,80	20.000	12.000

TABELA 1

Origem do Petróleo	Custo/barril (incluindo processamento	Porcentagem dos componentes					Máximo disponível barris/dia
		Gás	Gasolina	Querosene	Diesel	Resíduo	
Kwait	2.00	10	10	10	10	60	70.000
Arabia S.	2.50	10	15	15	15	45	100.000
Líbia	3.00	10	20	20	20	30	50.00

TABELA 2

Formule este problema como um modelo de programação linear.

EXERCÍCIO 9. Duas ligas metálicas A e B são feitas de quatro metais distintos I, II, III e IV, de acordo com a seguinte especificação:

Ligas	**Especificação**	**Preço de Venda (R$/ton)**
A	no máximo 80% de I no máximo 30% de II no mínimo 50% de IV	200,00
B	entre 40% e 60% de II no mínimo 30% de III no máximo 70% de IV	300,00

Os quatro metais são extraídos de três minérios diferentes, cujas percentagens em peso, quantidades máxima dos minérios e custos por tonelada são tabelados a seguir.

Minério	Quantidade máxima (ton)	Componentes % I	II	III	IV	outros	Preço de compra (R$/ton)
1	1.000	20	10	30	30	10	30,00
2	2.000	10	20	30	30	10	40,00
3	3.000	5	5	70	20	0	50,00

Formular o PL escolhendo a função objetivo apropriada que fará melhor uso das informações dadas.

EXERCÍCIO 10. Um fabricante de rações quer determinar a fórmula mais econômica de uma certa ração. A composição nutritiva dos ingredientes disponíveis no mercado e os seus custos são os seguintes:

	INGREDIENTES		
Nutrientes	Soja	Milho	Cana
Cálcio	0,2%	1%	3%
Proteína	50%	9%	0%
Carboidratos	0,8%	2%	2%
Custo/quilo	15,00	20,00	8,00

O fabricante deve entregar 1000 quilos de ração por dia e garantir que esta contenha:

no máximo	no mínimo	de
1.2%	0,8%	Cálcio
-	22.0%	Proteína
20.0%	-	Carboidratos

Formule este problema como um modelo de programação linear.

EXERCÍCIO 11. Uma indústria precisa produzir um certo produto em quantidade suficiente para atender contratos de venda no próximos quatro meses. Os recursos que entram na composição deste produto limitam em quantidades diferentes a produção nos meses referidos. O custo da unidade produzida também varia nesses meses.

Sabe-se ainda que, a produção de um mês pode ser vendida nos meses subsequentes, porém, sujeita a um custo de estocagem. Presentemente não há produto em estoque e ao fim do 4º mês deseja-se que também não haja.

Fornecida a tabela de dados, f**ormule o PL que permite achar o programa de produção dos 4 meses capaz de minimizar o custo total da indústria.**

MÊS	VENDAS CONTRATADAS	PRODUÇÃO MÁXIMA	CUSTO P/UNIDADE PRODUZIDA	CUSTO/UNIDADE ESTOCADA POR MÊS
1	40	50	18	3
2	30	20	17	2
3	10	30	23	3
4	35	35	17	4

EXERCÍCIO 12. Um indivíduo é forçado a fazer uma dieta alimentar que forneça diariamente as seguintes quantidades de vitaminas A, B, C e D:

VITAMINA	QUANTIDADE MÍNIMA (mg)
A	80
B	70
C	100
D	60

A dieta deverá incluir: leite arroz, feijão e carne que contêm as seguintes milimigramas de vitaminas em cada uma de suas unidades de medida:

VITAMINA	LEITE (Kg)	ARROZ (kg)	FEIJÃO (kg)	CARNE (kg)
A	10	5	9	10
B	8	7	6	6
C	15	3	4	7
D	20	2	3	9

Os custos unitários destes alimentos são os seguintes:

Leite – R$ 1,20
Arroz – R$ 1,00
Feijão – R$ 2,50
Carne – R$ 8,00

Formular o modelo de programação linear correspondente.

EXERCÍCIO 13. Uma empresa gaúcha possui 2 fábricas de vinho com capacidade de produzir 80.000 e 65.000 garrafas/mês e atende a quatro distribuidores que demandam 75.000, 20.000 e 30.000 garrafas/mês. O custo unitário de transporte é dado na tabela seguinte:

Distribuidores Fábricas	1	2	3	4
1	$50	$10	$70	$30
2	$60	$40	$60	$20

Sabe-se que a demanda do distribuidor 4 deve ser atendida e que há penalidades por garrafa de vinho não entregue de R$ 0,50; R$ 0,30 e R$ 0,20 nos distribuidores 1, 2 e 3, respectivamente.

Formule o modelo de Programação Linear.

EXERCÍCIO 14. Três cidades descarregam seus esgotos no mesmo rio, tendo cada uma delas estação de tratamento de esgoto. Cada estação tem uma eficiência máxima de tratamento que não pode exceder 95%. O custo de tratamento é diretamente proporcional à eficiência. Restrições ambientais estipulam um nível mínimo de qualidade da água no rio.

Problema: determinar a eficiência de tratamento de cada estação que minimiza os custos e mantém uma qualidade padrão para água do rio.

A medida padrão da quantidade de poluentes no rio é o DOB – demanda de oxigênio bioquímico. Quanto maior o DOB pior a qualidade. Assim, o tratamento consiste em diminuir o DOB da água de esgoto (DOB é o peso do oxigênio necessário para estabilizar os constituintes do esgoto).

O pedaço de rio entre as duas plantas sucessivas é chamado ramo. Atividades bioquímicas agem para reduzir o DOB rio abaixo, ao final de um ramo, quando comparado ao seu início. De forma simplificada, esta atividade depende do fluxo da água no rio e do comprimento do ramo. Suponha que o fluxo de água entre dois ramos é constante e que a descarga de poluentes (DOB) de uma cidade em uma estação é também constante. Seja:

x_j = eficiência de tratamento na planta j – variável do problema.
a_j = taxa de descarga de DOB da cidade j em kilos/dia.
b_j = taxa de descarga de DOB da planta j no rio em kilos/dia.
r_{jk} = fração de DOB removida no ramo entre a cidade j e cidade k devido às atividades bioquímicas do rio.
B_j = máximo DOB permitido descarregado no próximo ramo em DOB/litro.
Q_j = fluxo do rio no ramo em litros/dia.
C_j = custo do DOB removido na planta j.

Formule o modelo de Programação Linear para este problema.

EXERCÍCIO 14. Uma companhia deseja fundir uma nova liga com 40 por cento de chumbo, 35 por cento de zinco e 25 por cento de estanho, a partir de outras ligas com as seguintes proporções de componentes:

	Liga				
Componente	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**
% de chumbo	60	25	45	20	50
% de zinco	10	15	45	50	40
% de estanho	30	60	10	30	10
Custo (R$/Kg)	**24**	**22**	**28**	**26**	**30**

O objetivo é determinar as proporções destas ligas que deveriam ser fundidas para produzir a nova liga a um custo mínimo.

Formule o modelo de Programação Linear para este problema.

EXERCÍCIO 15. Uma família de fazendeiros possui 40 hectares de terra e tem R$ 30.000,00 em fundos disponíveis para investimento. Seus membros podem produzir um total de 3.500 homens/hora de trabalho durante os mesas de verão (de meados de setembro até meados de maio) e 4000 homens/hora durante o inverno. Se não forem necessários todos esses homens/hora, os membros mais jovens da família irão trabalhar numa fazenda vizinha onde receberão R$ 4,00/hora durante os meses de verão e R$ 4,50/hora durante o inverno.

A receita da fazenda pode ser obtida de três plantações e dois tipos de criação: vacas leiteiras e galinhas poedeiras. Para as plantações não são necessários quaisquer fundos de investimentos. Entretanto, para cada vaca será necessário um investimento de R$ 900,00 e para cada galinhaserão necessários R$ 7,00.

Para cada vaca será necessário 0,6 hectare de terra, 100 homens/hora de trabalho durante os meses de verão e outros 50 homens/hora durante o inverno. Cada vaca produzirá uma receita líquida Anual de R$ 800,00 para a família. Os dados correspondentes por galinha são: nenhum hectare, 0,6 homem/hora durante o verão , 0,3 homem/hora durante o inverno e uma receita líquida anual de R$ 5,00. O galinheiro pode acomodar um máximo de 3.000 galinhas e o tamanho da fazenda limita a manada a um máximo de 32 vacas.

Os homens/hora e receita estimados por hectare plantado em cada uma das três plantações são:

	Soja	**Milho**	**Aveia**
Homens/hora no verão	50	87,5	25
Homens/hora no inverno	125	187,5	100
Receita Líquida Anual (R$)	**937,5**	**1375**	**625**

A família deseja determinar quantos hectares deveriam ser plantados para cada uma das plantações e quantas vacas e galinhhas deveriam ser mantidas para maximizar sua receita líquida.

Formule o modelo de Programação Linear para este problema.

EXERCÍCIO 16. No início do 2o. semestre, o diretor das instalações de computação de uma certa universidade se deparou com o problema de alocar diferentes horas de trabalho a seus operadores. Como todos os operadores são estudantes regularmente matriculados, a maior preocupação do diretor atual era estar certo de que o tempo de trabalho dos operadores não fosse tanto que chegasse a interferir com seus estudos.

Há 6 operadores (quatro homens e duas mulheres). Eles têm diferentes níveis de remuneração por hora por causa dos diferentes níveis de experiência com computadores e habilidades de programação. A tabela que segue mostra suas remunerações por hora, juntamente com o número máximo de horas que cada um pode trabalhar por dia.

		Horas máximas de Disponibilidade				
Operador	Remuneração	Segunda-feira	Terça-feira	Quarta-feira	Quinta-feira	Sexta-feira
K.C.	R$4,20/hora	6	0	6	6	0
D.H.	R$4,30/hora	0	6	0	0	6
H.B.	R$4,10/hora	4	8	4	4	0
S.C.	R$4,00/hora	5	5	5	5	0
K.S.	R$5,00/hora	3	0	3	0	8
N.K.	R$5,50/hora	0	0	0	2	6

Com o orçamento apertado que a escola forneceu às instalações de computação, o deiretor tem que considerar o assunto e minimizar os custos. Sua decisão foi de que os operadores com as mais altas remunerações deveriam trabalhar a menor quantidade possível de horas que não viesse a prejudicar seu conhecimento da operação. Este nível foi estabelecido arbitrariamente em 8 horas por semana para os operadores e 7 hotas por semana para as operadoras (K.S. e N.K.).

As instalações de computação são abertas para a operação de 9 h da manha até 11 h da noite, de segunda-feira a sexta-feira, com apenas um operador em trabalho durante essas horas. Aos sábados e domingos, as instalações são operadas por outra equipe.

Formule um modelo de programação linear para que o diretor determine o número de horas que deveria ser alocado a cada operador em cada dia.