

## JFiZO, 2. lista zdalna

Sławomir Górawski

30 marca 2020

**Zadanie 16.** Czy istnieje wyrażenie regularne  $\phi$ , oznaczające jakiś niepusty język regularny, takie że  $L_{a\phi} = L_{\phi b}$ ? Czy istnieje wyrażenie regularne  $\phi$ , oznaczające jakiś niepusty język regularny, takie że  $L_{a^*\phi} = L_{\phi b^*}$ ?

**1.** Nie. Dowód przeprowadzimy nie wprost. Załóżmy, że istnieje wyrażenie regularne  $\phi$  takie, że  $\phi \neq \emptyset$  i  $L_{a\phi} = L_{\phi b}$ . Niech  $x$  to największa liczba taka, że każde słowo  $w$  z  $L_\phi$  zaczyna się od  $a^x$ . Weźmy dowolne słowo  $w$  z  $L_\phi$  które ma na początku  $x$  symboli  $a$ . Wtedy słowo  $wb$  należy do  $L_{\phi b}$ , natomiast nie może należeć do  $L_{a\phi}$ , gdyż każde słowo z  $L_{a\phi}$  ma na początku co najmniej  $x + 1$  symboli  $a$ . Zatem  $L_{a\phi} \neq L_{\phi b}$ , co daje sprzeczność.

**2.** Tak. Takie wyrażenie to  $\phi = a^*b^*$ , dla którego zachodzi:

$$a^*\phi = a^*a^*b^* = a^*b^* = a^*b^*b^* = \phi b^*,$$

z czego wynika, że  $L_{a^*\phi} = L_\phi = L_{\phi b^*}$ .