Aprosymacja średniokwadratowa dyskretna

Grams, Stanisław
Jezierski, Maciej
Korczakowski, Juliusz
MFI UG
Algorytmy Numeryczne

14 stycznia 2019

1 Implementacja

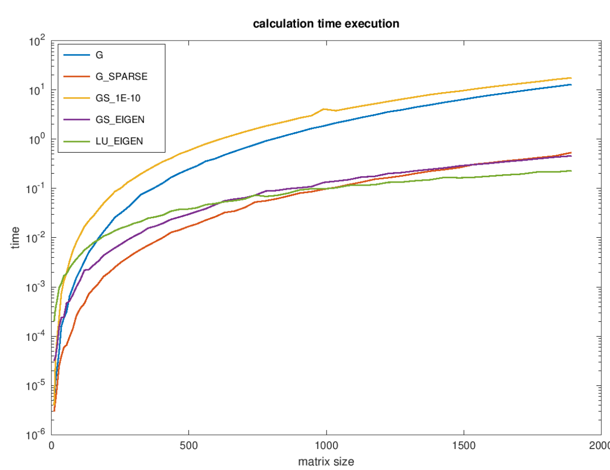
Program *„approximations"* został napisany w języku C++ a wyniki działania programu zapisywane są do poszczególnych plików **.csv*.

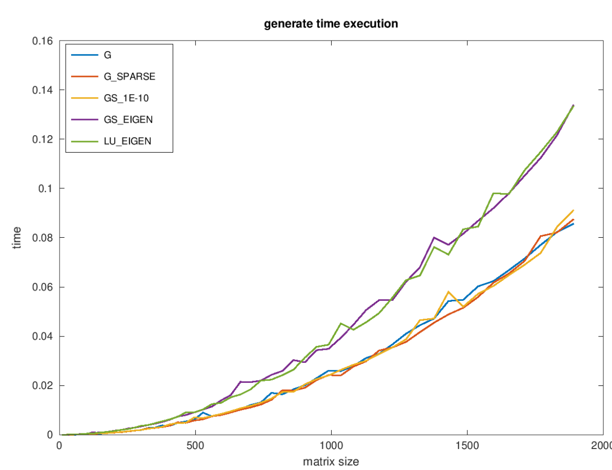
1.1 Zaimplementowane oraz użyte algorytmy

- (**G**): Algorytm Gaussa z częściowym wyborem elementu
- (**G_SPARSE**): Algorytm Gaussa z częściowym wyborem elementu i optymalizacją dla macierzy rzadkich
- (**GS_1E10**): Algorytm Gaussa-Seidela (precyzja 1×10^{-10}, struktura macierzy tablicowa)
- (**GS_EIGEN**): Algorytm Gaussa-Seidela z implementacją dla biblioteki *Eigen*3 (precyzja 1×10^{-10}) [1]
- (**LU_EIGEN**): Algorytm SparseLU pochodzący z biblioteki *Eigen*3 [2]

W celu obsługi metod **GS_EIGEN** oraz **LU_EIGEN** oparteych o bibliotekę *Eigen*3 należało w dodatku do zadania nr 3 doimplementować klasy *SparseMatrix* oraz *SparseGenerator* pozwalające na wydajne operacje na nowych typach.
Testy zostały wykonane dla ilości agentów równej $N = 3..60$.
Przypomnienie: rząd macierzy można wyznaczyć ze wzoru $A = \frac{(N+1)*(N+2)}{2}$

2 Analiza wyników



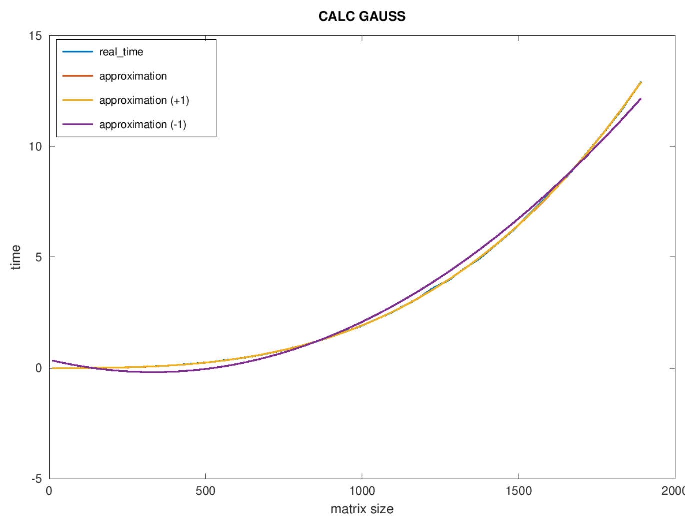


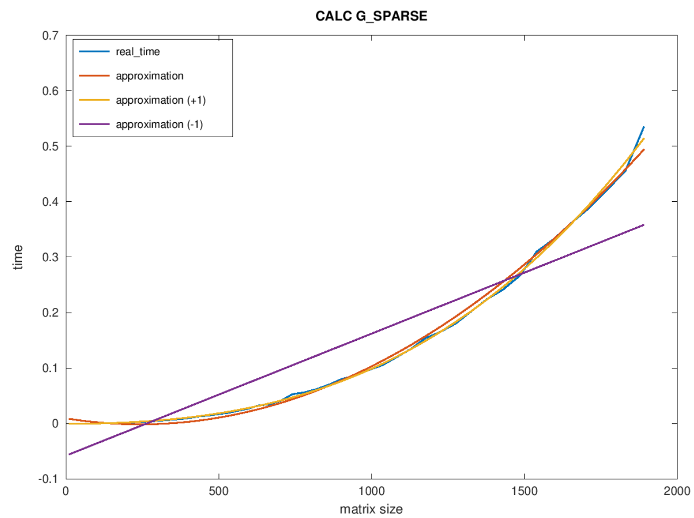
[1] http://komi.web.elte.hu/elektronikus/src/p184-koester.pdf
[2] https://eigen.tuxfamily.org/dox/classEigen_1_1SparseLU.html

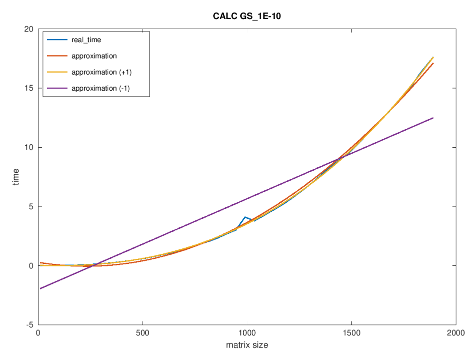
3 Aproksymacja

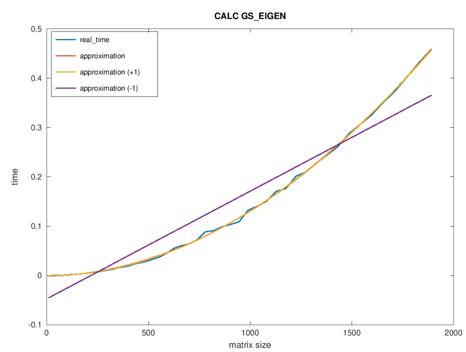
3.1 Wyliczone współczynniki wielomianów

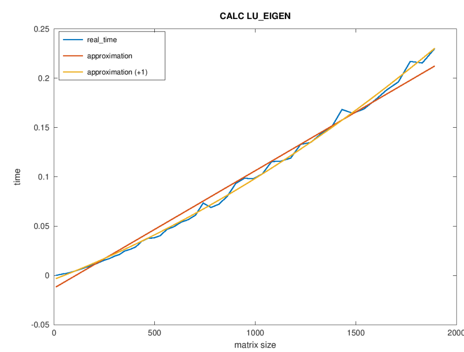
- Rozwiązywanie układu równań:
    1. (**G**): $f(x) = 1.88345\text{e}{-}9x^3 + 5.25579\text{e}{-}8x^2 + (-1.30456\text{e}{-}5)x^1 + 0.00124971$
    2. (**G_SPARSE**): $f(x) = 1.82546\text{e}{-}7x^2 + (-8.8859\text{e}{-}5)x^1 + 0.00941105$
    3. (**GS_1E10**): $f(x) = 6.21178\text{e}{-}6x^2 + (-0.00284503)x^1 + 0.279666$
    4. (**GS_EIGEN**): $f(x) = 1.25348\text{e}{-}7x^2 + 6.14431\text{e}{-}6x^1 - 0.00112571$
    5. (**LU_EIGEN**): $f(x) = 0.000119035x^1 - 0.0127681$
- Generowanie macierzy:
    1. (**G**): $f(x) = -2.06199\text{e}{-}12x^3 + 2.9385\text{e}{-}8x^2 + -2.30313\text{e}{-}6x^1 + 0.000161398$
    2. (**G_SPARSE**): $f(x) = 2.54238\text{e}{-}8x^2 + (-1.99597\text{e}{-}6)x^1 - 0.000262153$
    3. (**GS_1E10**): $f(x) = 2.4649\text{e}{-}8x^2 + (-1.68417\text{e}{-}7)x^1 + 5.40007\text{e}{-}6$
    4. (**GS_EIGEN**): $f(x) = 3.39916\text{e}{-}8x^2 + 5.10909\text{e}{-}8x^1 - 0.000618658$
    5. (**LU_EIGEN**): $f(x) = 6.26423\text{e}{-}5x^1 - 0.0134335$











3.2 Poprawność wyników aproksymacji – średnie błędy bezwzględne

	Obliczanie	**Generowanie**
G	0.307364774043810629	0.009470184227150496
G_SPARSE	0.043499922329411848	0.006761815415625999
GS_1E10	1.792431959293490085	0.013518592473739061
GS_EIGEN	0.020786725071974720	0.009817717627604215
LU_EIGEN	0.055710669049853154	0.081653183626553646

Wniosek 1. Uzyskane wyniki znajdują się w granicy tolerancji błędu dla funkcji aproksymującej opartej o aproksymacje średniokwadratową dyskretną.

4 Ekstrapolacja

4.1 Ekstrapolacja czasu obliczeń dla układu o rozmiarze rzędu 100000

	Wyliczony czas [s]
G	2087048.540863713948056102
G_SPARSE	1842.864744169787172723
GS_1E10	67836.170996347194886766
GS_EIGEN	1297.890374618339365043
LU_EIGEN	12.933910601128554063

5 Próba obliczenia układu o rozmiarze rzędu 100000 i klasa SparseMatrix

Jako najszybszą metodę uznaliśmy **LU_EIGEN** i tą metodą wykonaliśmy test dla macierzy rzędu 100 128 (446 agentów). Uzyskany czas wynosi 63.291921000000002095 i jest około 4.9x gorszy od aproksymowanego. Metody oparte o bibliotekę *Eigen*3 odznaczają się również znacznie niższym zużyciem pamięci operacyjnej.

6 Podział pracy

Stanisław Grams	**Juliusz Korczakowski**	**Maciej Jezierski**
Implementacja algorytmu Gaussa-Seidela	Implementacja klasy Approximation	Przygotowanie sprawozdania
Implementacja klasy SparseMatrix oraz SparseGenerator w oparciu o *Eigen*3	Przygotowanie wykresów oraz tabel	Agregacja uzyskanych wyników
Implementacja wywołania poszczególnych prób (*main.cc*)	Uruchomienie prób i testowanie	Praca nad strukturą projektu