

# Tipos abstractos de datos básicos

Algoritmos y Estructuras de Datos II, DC, UBA.

## Índice

1. TAD <b>BOOL</b>	2
2. TAD <b>NAT</b>	2
3. TAD <b>TUPLA</b> ( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )	3
4. TAD <b>SECUENCIA</b> ( $\alpha$ )	4
5. TAD <b>CONJUNTO</b> ( $\alpha$ )	5
6. TAD <b>MULTICONJUNTO</b> ( $\alpha$ )	6
7. TAD <b>ARREGLO DIMENSIONABLE</b> ( $\alpha$ )	7
8. TAD <b>PILA</b> ( $\alpha$ )	8
9. TAD <b>COLA</b> ( $\alpha$ )	9
10. TAD <b>ÁRBOL BINARIO</b> ( $\alpha$ )	9
11. TAD <b>DICCIONARIO</b> (CLAVE, SIGNIFICADO)	10
12. TAD <b>COLA DE PRIORIDAD</b> ( $\alpha$ )	11

## 1. TAD BOOL

### TAD BOOL

**géneros**      bool

**exporta**      bool, generadores,  $\neg$ ,  $\vee$ ,  $\wedge$ ,  $\Rightarrow$ ,  $\vee_L$ ,  $\wedge_L$ ,  $\Rightarrow_L$

**igualdad observacional**

$$((true =_{\text{obs}} true) \wedge (false =_{\text{obs}} false) \wedge \neg(true =_{\text{obs}} false) \wedge \neg(false =_{\text{obs}} true))$$

**generadores**

true      :                       $\longrightarrow$  bool

false     :                       $\longrightarrow$  bool

**otras operaciones**

$\neg \bullet$       : bool                       $\longrightarrow$  bool

$\bullet \vee \bullet$    : bool  $\times$  bool               $\longrightarrow$  bool

$\bullet \wedge \bullet$    : bool  $\times$  bool               $\longrightarrow$  bool

$\bullet \Rightarrow \bullet$  : bool  $\times$  bool               $\longrightarrow$  bool

$\bullet \vee_L \bullet$  : bool  $\times$  bool               $\longrightarrow$  bool

$\bullet \wedge_L \bullet$  : bool  $\times$  bool               $\longrightarrow$  bool

$\bullet \Rightarrow_L \bullet$  : bool  $\times$  bool               $\longrightarrow$  bool

**axiomas**       $\forall x, y: \text{bool}$

$\neg \text{true}$        $\equiv$  false

$\neg \text{false}$       $\equiv$  true

$\text{true} \vee x$       $\equiv$  true

$\text{false} \vee x$      $\equiv x$

$\text{true} \wedge x$       $\equiv x$

$\text{false} \wedge x$      $\equiv$  false

$x \Rightarrow y$         $\equiv \neg x \vee y$

$x \wedge_L y$         $\equiv$  **if**  $x$  **then**  $y$  **else** false **fi**

$x \vee_L y$         $\equiv$  **if**  $x$  **then** true **else**  $y$  **fi**

$x \Rightarrow_L y$        $\equiv \neg x \vee_L y$

**Fin TAD**

## 2. TAD NAT

### TAD NAT

**géneros**      nat

**exporta**      nat, generadores, observadores,  $+$ ,  $-$ ,  $\times$ ,  $<$ ,  $\leq$ , mín, máx

**usa**            BOOL

**igualdad observacional**

$$(\forall n, m : \text{nat}) \left( n =_{\text{obs}} m \iff \left( (n = 0? =_{\text{obs}} m = 0?) \wedge_L (\neg(n = 0?) \Rightarrow_L (\text{pred}(n) =_{\text{obs}} \text{pred}(m))) \right) \right)$$

**observadores básicos**

$\bullet = 0?$  : nat  $\longrightarrow$  bool

pred : nat  $n \longrightarrow$  nat

$\{\neg(n = 0?)\}$

**generadores**

0 :  $\longrightarrow$  nat

suc : nat  $\longrightarrow$  nat

**otras operaciones**

$\bullet + \bullet$  : nat  $\times$  nat  $\longrightarrow$  nat

$\bullet - \bullet$  : nat  $n \times$  nat  $m \longrightarrow$  nat

$\{m \leq n\}$

$\bullet \times \bullet$  : nat  $\times$  nat  $\longrightarrow$  nat

$\bullet < \bullet$  : nat  $\times$  nat  $\longrightarrow$  bool

$\bullet \leq \bullet$  : nat  $\times$  nat  $\longrightarrow$  bool

mín : nat  $\times$  nat  $\longrightarrow$  nat

máx : nat  $\times$  nat  $\longrightarrow$  nat

**axiomas**  $\forall n, m: \text{nat}$ 

$0 = 0?$   $\equiv$  true

$\text{suc}(n) = 0?$   $\equiv$  false

$\text{pred}(\text{suc}(n)) \equiv n$

$n + m \equiv \text{if } m = 0? \text{ then } n \text{ else } \text{suc}(n + \text{pred}(m)) \text{ fi}$

$n - m \equiv \text{if } m = 0? \text{ then } n \text{ else } \text{pred}(n) - \text{pred}(m) \text{ fi}$

$n \times m \equiv \text{if } m = 0? \text{ then } 0 \text{ else } n \times \text{pred}(m) + n \text{ fi}$

$n < m \equiv \neg(m = 0?) \wedge_L (n = 0? \vee_L \text{pred}(n) < \text{pred}(m))$

$n \leq m \equiv n < m \vee n = m$

$\text{mín}(n, m) \equiv \text{if } m < n \text{ then } m \text{ else } n \text{ fi}$

$\text{máx}(n, m) \equiv \text{if } m < n \text{ then } n \text{ else } m \text{ fi}$

**Fin TAD**

### 3. TAD TUPLA( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )

**TAD TUPLA**( $\alpha_1, \dots, \alpha_n$ )

**igualdad observacional**

$$(\forall t, t' : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)) (t =_{\text{obs}} t' \iff (\Pi_1(t) =_{\text{obs}} \Pi_1(t') \wedge \dots \wedge \Pi_n(t) =_{\text{obs}} \Pi_n(t')))$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha_1, \dots, \alpha_n$

**géneros**  $\text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$

**exporta**  $\text{tupla, generadores, observadores}$

**observadores básicos**

$$\begin{aligned}\Pi_1 & : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_1 \\ & \vdots \\ \Pi_n & : \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n) \longrightarrow \alpha_n\end{aligned}$$

**generadores**

$$\langle \bullet, \dots, \bullet \rangle : \alpha_1 \times \dots \times \alpha_n \longrightarrow \text{tupla}(\alpha_1, \dots, \alpha_n)$$

**axiomas**  $\forall a_1: \alpha_1 \dots \forall a_n: \alpha_n$

$$\Pi_1(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_1$$

$$\vdots \equiv \vdots$$

$$\Pi_n(\langle a_1, \dots, a_n \rangle) \equiv a_n$$

**Fin TAD**

## 4. TAD SECUENCIA( $\alpha$ )

**TAD SECUENCIA( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall s, s' : \text{secu}(\alpha)) \left( s =_{\text{obs}} s' \iff \left( \begin{array}{l} \text{vacía?}(s) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(s') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(s) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{prim}(s) =_{\text{obs}} \text{prim}(s') \wedge \text{fin}(s) =_{\text{obs}} \text{fin}(s'))) \end{array} \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{secu}(\alpha)$

**exporta**  $\text{secu}(\alpha)$ , generadores, observadores, &, o, ult, com, long, está?

**usa** **BOOL**, **NAT**

**observadores básicos**

$$\text{vacía?} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\text{prim} : \text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \alpha \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

$$\text{fin} : \text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \text{secu}(\alpha) \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

**generadores**

$$\langle \rangle : \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$$

$$\bullet \bullet \bullet : \alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$$

**otras operaciones**

$$\bullet \circ \bullet : \text{secu}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$$

$$\bullet \& \bullet : \text{secu}(\alpha) \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{secu}(\alpha)$$

$$\text{ult} : \text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \alpha \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

$$\text{com} : \text{secu}(\alpha) \ s \longrightarrow \text{secu}(\alpha) \quad \{ \neg \text{vacía?}(s) \}$$

$$\text{long} : \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

$$\text{está?} : \alpha \times \text{secu}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

**axiomas**  $\forall s, t: \text{secu}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(<>) \equiv \text{true}$   
 $\text{vacía?}(e \bullet s) \equiv$   
 $\text{false}$   
 $\text{prim}(e \bullet s) \equiv e$   
 $\text{fin}(e \bullet s) \equiv s$   
 $s \circ e \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } e \bullet <> \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \circ e) \text{ fi}$   
 $s \& t \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } t \text{ else } \text{prim}(s) \bullet (\text{fin}(s) \& t) \text{ fi}$   
 $\text{ult}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } \text{prim}(s) \text{ else } \text{ult}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{com}(s) \equiv \text{if vacía?}(\text{fin}(s)) \text{ then } <> \text{ else } \text{prim}(s) \bullet \text{com}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{long}(s) \equiv \text{if vacía?}(s) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{long}(\text{fin}(s)) \text{ fi}$   
 $\text{está?}(e, s) \equiv \neg \text{vacía?}(s) \wedge_L (e = \text{prim}(s) \vee \text{está?}(e, \text{fin}(s)))$

**Fin TAD**

## 5. TAD CONJUNTO( $\alpha$ )

**TAD CONJUNTO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{conj}(\alpha)) (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(a \in c =_{\text{obs}} a \in c')))$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{conj}(\alpha)$

**exporta**  $\text{conj}(\alpha)$ , generadores, observadores,  $\emptyset?$ ,  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\#$ ,  $\bullet - \{\bullet\}$ ,  $\text{dameUno}$ ,  $\text{sinUno}$ ,  $\subseteq$ ,  $\bullet - \bullet$

**usa**  $\text{BOOL}$ ,  $\text{NAT}$

**observadores básicos**

$$\bullet \in \bullet : \alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

**generadores**

$$\emptyset : \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\text{Ag} : \alpha \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

**otras operaciones**

$$\emptyset? : \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\# : \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

$$\bullet - \{\bullet\} : \text{conj}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\bullet \cup \bullet : \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\bullet \cap \bullet : \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\text{dameUno} : \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \alpha$$

$$\{-\emptyset?(c)\}$$

$$\text{sinUno} : \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

$$\{-\emptyset?(c)\}$$

$$\bullet \subseteq \bullet : \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\bullet - \bullet : \text{conj}(\alpha) \times \text{conj}(\alpha) \longrightarrow \text{conj}(\alpha)$$

**axiomas**  $\forall c, d : \text{conj}(\alpha), \forall a, b : \alpha$

$a \in \emptyset$	$\equiv$	false
$a \in \text{Ag}(b, c)$	$\equiv$	$(a = b) \vee (a \in c)$
$\emptyset?(\emptyset)$	$\equiv$	true
$\emptyset?( \text{Ag}(b, c))$	$\equiv$	false
$\#(\emptyset)$	$\equiv$	0
$\#(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv$	$1 + \#(c - \{a\})$
$c - \{a\}$	$\equiv$	$c - \text{Ag}(a, \emptyset)$
$\emptyset \cup c$	$\equiv$	$c$
$\text{Ag}(a, c) \cup d$	$\equiv$	$\text{Ag}(a, c \cup d)$
$\emptyset \cap c$	$\equiv$	$\emptyset$
$\text{Ag}(a, c) \cap d$	$\equiv$	<b>if</b> $a \in d$ <b>then</b> $\text{Ag}(a, c \cap d)$ <b>else</b> $c \cap d$ <b>fi</b>
$\text{dameUno}(c) \in c$	$\equiv$	true
$\text{sinUno}(c)$	$\equiv$	$c - \{\text{dameUno}(c)\}$
$c \subseteq d$	$\equiv$	$c \cap d = c$
$\emptyset - c$	$\equiv$	$\emptyset$
$\text{Ag}(a, c) - d$	$\equiv$	<b>if</b> $a \in d$ <b>then</b> $c - d$ <b>else</b> $\text{Ag}(a, c - d)$ <b>fi</b>

**Fin TAD**

## 6. TAD MULTICONJUNTO( $\alpha$ )

**TAD MULTICONJUNTO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{multiconj}(\alpha)) \ (c =_{\text{obs}} c' \iff ((\forall a : \alpha)(\#(a, c) =_{\text{obs}} \#(a, c'))))$$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{multiconj}(\alpha)$

**exporta**  $\text{multiconj}(\alpha)$ , generadores, observadores,  $\in$ ,  $\emptyset?$ ,  $\#$ ,  $\cup$ ,  $\cap$ ,  $\in$ ,  $\bullet - \{\bullet\}$ ,  $\text{dameUno}$ ,  $\text{sinUno}$

**usa** **BOOL**, **NAT**

**observadores básicos**

$$\# : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

**generadores**

$$\emptyset : \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$$\text{Ag} : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

**otras operaciones**

$$\bullet \in \bullet : \alpha \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\emptyset? : \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$$

$$\# : \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$$

$$\bullet - \{\bullet\} : \text{multiconj}(\alpha) \times \alpha \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$$\bullet \cup \bullet : \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$$

$\bullet \cap \bullet$	$: \text{multiconj}(\alpha) \times \text{multiconj}(\alpha) \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$	
dameUno	$: \text{multiconj}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$	$\{-\emptyset?(c)\}$
sinUno	$: \text{multiconj}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{multiconj}(\alpha)$	$\{-\emptyset?(c)\}$
<b>axiomas</b>	$\forall c, d: \text{multiconj}(\alpha), \forall a, b: \alpha$	
$\#(a, \emptyset)$	$\equiv 0$	
$\#(a, \text{Ag}(b, c))$	$\equiv \text{if } a = b \text{ then } 1 \text{ else } 0 \text{ fi} + \#(a, c)$	
$a \in c$	$\equiv \#(a, c) > 0$	
$\emptyset?(\emptyset)$	$\equiv \text{true}$	
$\emptyset?(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv \text{false}$	
$\#(\emptyset)$	$\equiv 0$	
$\#(\text{Ag}(a, c))$	$\equiv 1 + \#(c)$	
$\emptyset - \{a\}$	$\equiv \emptyset$	
$\text{Ag}(a, c) - \{b\}$	$\equiv \text{if } a = b \text{ then } c \text{ else } \text{Ag}(a, c - \{b\}) \text{ fi}$	
$\emptyset \cup c$	$\equiv c$	
$\text{Ag}(a, c) \cup d$	$\equiv \text{Ag}(a, c \cup d)$	
$\emptyset \cap c$	$\equiv \emptyset$	
$\text{Ag}(a, c) \cap d$	$\equiv \text{if } a \in d \text{ then } \text{Ag}(a, c \cap (d - \{a\})) \text{ else } c \cap d \text{ fi}$	
dameUno(c) $\in c$	$\equiv \text{true}$	
sinUno(c)	$\equiv c - \{\text{dameUno}(c)\}$	

Fin TAD

## 7. TAD ARREGLO DIMENSIONABLE( $\alpha$ )

TAD ARREGLO DIMENSIONABLE( $\alpha$ )

igualdad observacional

$$(\forall a, a' : \text{ad}(\alpha)) \left( a =_{\text{obs}} a' \iff \left( \text{tam}(a) =_{\text{obs}} \text{tam}(a') \wedge \left( (\forall n : \text{nat}) (\text{definido?}(a, n) =_{\text{obs}} \text{definido?}(a', n) \wedge (\text{definido?}(a, n) \Rightarrow a[n] =_{\text{obs}} a'[n])) \right) \right) \right)$$

parámetros formales

géneros  $\alpha$ géneros  $\text{ad}(\alpha)$ exporta  $\text{ad}(\alpha)$ , generadores, observadoresusa  $\text{BOOL}, \text{NAT}$ 

observadores básicos

tam  $: \text{ad}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$ definido?  $: \text{ad}(\alpha) \times \text{nat} \longrightarrow \text{bool}$  $\bullet [\bullet]$   $: \text{ad}(\alpha) \ a \times \text{nat} \ n \longrightarrow \alpha$   $\{\text{definido?}(a, n)\}$ 

generadores

crearArreglo  $: \text{nat} \longrightarrow \text{ad}(\alpha)$

$\bullet [ \bullet ] \leftarrow \bullet : \text{ad}(\alpha) \ a \times \text{nat} \ n \times \alpha \longrightarrow \text{ad}(\alpha) \quad \{n < \text{tam}(a)\}$

**axiomas**  $\forall a: \text{ad}(\alpha), \forall e: \alpha, \forall n, m: \text{nat}$

$\text{tam}(\text{crearArreglo}(n)) \equiv n$

$\text{tam}(a [ n ] \leftarrow e) \equiv \text{tam}(a)$

$\text{definido}(\text{crearArreglo}(n), m) \equiv \text{false}$

$\text{definido}(a [ n ] \leftarrow e, m) \equiv n = m \vee \text{definido?}(a, m)$

$(a [ n ] \leftarrow e) [ m ] \equiv \text{if } n = m \text{ then } e \text{ else } a [ m ] \text{ fi}$

**Fin TAD**

## 8. TAD PILA( $\alpha$ )

**TAD PILA( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$(\forall p, p' : \text{pila}(\alpha)) \left( p =_{\text{obs}} p' \iff \left( \text{vacía?}(p) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(p') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{vacía?}(p) \Rightarrow_{\text{L}} \right. \right. \\ \left. \left. (\text{tope}(p) =_{\text{obs}} \text{tope}(p') \wedge \text{desapilar}(p) =_{\text{obs}} \text{desapilar}(p')) \right) \right)$

**parámetros formales**

**géneros**  $\alpha$

**géneros**  $\text{pila}(\alpha)$

**exporta**  $\text{pila}(\alpha), \text{generadores}, \text{observadores}, \text{tamaño}$

**usa**  $\text{BOOL}, \text{NAT}$

**observadores básicos**

$\text{vacía?} : \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{tope} : \text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \alpha \quad \{\neg \text{vacía?}(p)\}$

$\text{desapilar} : \text{pila}(\alpha) \ p \longrightarrow \text{pila}(\alpha) \quad \{\neg \text{vacía?}(p)\}$

**generadores**

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$

$\text{apilar} : \alpha \times \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{pila}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\text{tamaño} : \text{pila}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

**axiomas**  $\forall p: \text{pila}(\alpha), \forall e: \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{apilar}(e, p)) \equiv \text{false}$

$\text{tope}(\text{apilar}(e, p)) \equiv e$

$\text{desapilar}(\text{apilar}(e, p)) \equiv p$

$\text{tamaño}(p) \equiv \text{if } \text{vacía?}(p) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{desapilar}(p)) \text{ fi}$

**Fin TAD**



## 9. TAD COLA( $\alpha$ )

**TAD COLA( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{cola}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \left( \neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c')) \right) \right) \right)$$

**parámetros formales**

**géneros**       $\alpha$

**géneros**       $\text{cola}(\alpha)$

**exporta**       $\text{cola}(\alpha)$ , generadores, observadores, tamaño

**usa**             $\text{BOOL}$ ,  $\text{NAT}$

**observadores básicos**

$\text{vacía?} : \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$

$\text{próximo} : \text{cola}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$   $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

$\text{desencolar} : \text{cola}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$   $\{\neg \text{vacía?}(c)\}$

**generadores**

$\text{vacía} : \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$

$\text{encolar} : \alpha \times \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{cola}(\alpha)$

**otras operaciones**

$\text{tamaño} : \text{cola}(\alpha) \longrightarrow \text{nat}$

**axiomas**     $\forall c : \text{cola}(\alpha), \forall e : \alpha$

$\text{vacía?}(\text{vacía}) \equiv \text{true}$

$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{false}$

$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if vacía?}(c) \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$

$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c)) \equiv \text{if vacía?}(c) \text{ then } \text{vacía} \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

$\text{tamaño}(c) \equiv \text{if vacía?}(c) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{desencolar}(c)) \text{ fi}$

**Fin TAD**

## 10. TAD ÁRBOL BINARIO( $\alpha$ )

**TAD ÁRBOL BINARIO( $\alpha$ )**

**igualdad observacional**

$$(\forall a, a' : \text{ab}(\alpha)) \left( a =_{\text{obs}} a' \iff \left( \text{nil?}(a) =_{\text{obs}} \text{nil?}(a') \wedge_{\text{L}} (\neg \text{nil?}(a) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{raiz}(a) =_{\text{obs}} \text{raiz}(a')) \right) \right. \\ \left. \wedge \text{izq}(a) =_{\text{obs}} \text{izq}(a') \wedge \text{der}(a) =_{\text{obs}} \text{der}(a') \right)$$

**parámetros formales**

<b>géneros</b>	$\alpha$		
<b>géneros</b>	$\text{ab}(\alpha)$		
<b>exporta</b>	$\text{ab}(\alpha)$ , generadores, observadores, tamaño, altura, tamaño, inorder, preorder, postorder		
<b>usa</b>	BOOL, NAT, SECUENCIA( $\alpha$ )		
<b>observadores básicos</b>			
$\text{nil?}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{bool}$	
$\text{raiz}$	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \alpha$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
$\text{izq}$	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
$\text{der}$	$: \text{ab}(\alpha) \ a$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	$\{\neg \text{nil?}(a)\}$
<b>generadores</b>			
$\text{nil}$	$:$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	
$\text{bin}$	$: \text{ab}(\alpha) \times \alpha \times \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{ab}(\alpha)$	
<b>otras operaciones</b>			
$\text{altura}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$	
$\text{tamaño}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{nat}$	
$\text{inorder}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$	
$\text{preorder}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$	
$\text{postorder}$	$: \text{ab}(\alpha)$	$\longrightarrow \text{secu}(\alpha)$	
<b>axiomas</b>	$\forall a, b: \text{ab}(\alpha), \forall e: \alpha$		
$\text{nil?}(\text{nil})$	$\equiv \text{true}$		
$\text{nil?}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv \text{false}$		
$\text{raiz}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv e$		
$\text{izq}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv a$		
$\text{der}(\text{bin}(a, e, b))$	$\equiv b$		
$\text{altura}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{máx}(\text{altura}(\text{izq}(a)), \text{altura}(\text{der}(a))) \text{ fi}$		
$\text{tamaño}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } 0 \text{ else } 1 + \text{tamaño}(\text{izq}(a)) + \text{tamaño}(\text{der}(a)) \text{ fi}$		
$\text{inorder}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } \text{inorder}(\text{izq}(a)) \ \& \ (\text{raiz}(a) \bullet \text{inorder}(\text{der}(a))) \text{ fi}$		
$\text{preorder}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } (\text{raiz}(a) \bullet \text{preorder}(\text{izq}(a))) \ \& \ \text{preorder}(\text{der}(a)) \text{ fi}$		
$\text{postorder}(a)$	$\equiv \text{if nil?}(a) \text{ then } <> \text{ else } \text{postorder}(\text{izq}(a)) \ \& \ (\text{postorder}(\text{der}(a)) \circ \text{raiz}(a)) \text{ fi}$		

Fin TAD

## 11. TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)

TAD DICCIONARIO(CLAVE, SIGNIFICADO)

**igualdad observacional**

$$(\forall d, d' : \text{dicc}(\kappa, \sigma)) \left( d =_{\text{obs}} d' \iff \left( (\forall c : \kappa) (\text{def?}(c, d) =_{\text{obs}} \text{def?}(c, d') \wedge_{\text{L}} (\text{def?}(c, d) \Rightarrow_{\text{L}} \text{obtener}(c, d) =_{\text{obs}} \text{obtener}(c, d'))) \right) \right)$$

**parámetros formales**

<b>géneros</b>	clave, significado		
<b>géneros</b>	dicc(clave, significado)		
<b>exporta</b>	dicc(clave, significado), generadores, observadores, borrar, claves		
<b>usa</b>	BOOL, NAT, CONJUNTO(CLAVE)		
<b>observadores básicos</b>			
def?	: clave $\times$ dicc(clave, significado)	$\longrightarrow$ bool	
obtener	: clave $c \times$ dicc(clave, significado) $d$	$\longrightarrow$ significado	$\{ \text{def?}(c, d) \}$
<b>generadores</b>			
vacío	:	$\longrightarrow$ dicc(clave, significado)	
definir	: clave $\times$ significado $\times$ dicc(clave, significado)	$\longrightarrow$ dicc(clave, significado)	
<b>otras operaciones</b>			
borrar	: clave $c \times$ dicc(clave, significado) $d$	$\longrightarrow$ dicc(clave, significado)	$\{ \text{def?}(c, d) \}$
claves	: dicc(clave, significado)	$\longrightarrow$ conj(clave)	
<b>axiomas</b>	$\forall d: \text{dicc}(\text{clave}, \text{significado}), \forall c, k: \text{clave}, \forall s: \text{significado}$		
def?( $c, \text{vacío}$ )	$\equiv \text{false}$		
def?( $c, \text{definir}(k, s, d)$ )	$\equiv c = k \vee \text{def?}(c, d)$		
obtener( $c, \text{definir}(k, s, d)$ )	$\equiv \text{if } c = k \text{ then } s \text{ else obtener}(c, d) \text{ fi}$		
borrar( $c, \text{definir}(k, s, d)$ )	$\equiv \text{if } c = k \text{ then}$ $\quad \text{if def?}(c, d) \text{ then borrar}(c, d) \text{ else } d \text{ fi}$ $\quad \text{else}$ $\quad \text{definir}(k, s, \text{borrar}(c, d))$ $\text{fi}$		
claves(vacío)	$\equiv \emptyset$		
claves(definir( $c, s, d$ ))	$\equiv \text{Ag}(c, \text{claves}(d))$		

Fin TAD

## 12. TAD COLA DE PRIORIDAD( $\alpha$ )

TAD COLA DE PRIORIDAD( $\alpha$ )**igualdad observacional**

$$(\forall c, c' : \text{colaPrior}(\alpha)) \left( c =_{\text{obs}} c' \iff \left( \begin{array}{l} \text{vacía?}(c) =_{\text{obs}} \text{vacía?}(c') \wedge_{\text{L}} \\ (\neg \text{vacía?}(c) \Rightarrow_{\text{L}} (\text{próximo}(c) =_{\text{obs}} \text{próximo}(c') \wedge \\ \text{desencolar}(c) =_{\text{obs}} \text{desencolar}(c'))) \end{array} \right) \right)$$

**parámetros formales****géneros**  $\alpha$

<b>operaciones</b>	$\bullet < \bullet : \alpha \times \alpha \longrightarrow \text{bool}$	Relación de orden total estricto <sup>1</sup>
<b>géneros</b>	$\text{colaPrior}(\alpha)$	
<b>exporta</b>	$\text{colaPrior}(\alpha)$ , generadores, observadores	
<b>usa</b>	BOOL	
<b>observadores básicos</b>		
$\text{vacía?}$	$: \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{bool}$	
$\text{próximo}$	$: \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \alpha$	$\{\neg \text{vacía?}(c)\}$
$\text{desencolar}$	$: \text{colaPrior}(\alpha) \ c \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$	$\{\neg \text{vacía?}(c)\}$
<b>generadores</b>		
$\text{vacía}$	$: \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$	
$\text{encolar}$	$: \alpha \times \text{colaPrior}(\alpha) \longrightarrow \text{colaPrior}(\alpha)$	
<b>axiomas</b> $\forall c: \text{colaPrior}(\alpha), \forall e: \alpha$		
$\text{vacía?}(\text{vacía})$	$\equiv \text{true}$	
$\text{vacía?}(\text{encolar}(e, c))$	$\equiv \text{false}$	
$\text{próximo}(\text{encolar}(e, c))$	$\equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) < e \text{ then } e \text{ else } \text{próximo}(c) \text{ fi}$	
$\text{desencolar}(\text{encolar}(e, c))$	$\equiv \text{if } \text{vacía?}(c) \vee_L \text{próximo}(c) < e \text{ then } c \text{ else } \text{encolar}(e, \text{desencolar}(c)) \text{ fi}$	

**Fin TAD**

<sup>1</sup>Una relación es un orden total estricto cuando se cumple:

**Antirreflexividad:**  $\neg a < a$  para todo  $a: \alpha$

**Antisimetría:**  $(a < b \Rightarrow \neg b < a)$  para todo  $a, b: \alpha, a \neq b$

**Transitividad:**  $((a < b \wedge b < c) \Rightarrow a < c)$  para todo  $a, b, c: \alpha$

**Totalidad:**  $(a < b \vee b < a)$  para todo  $a, b: \alpha$