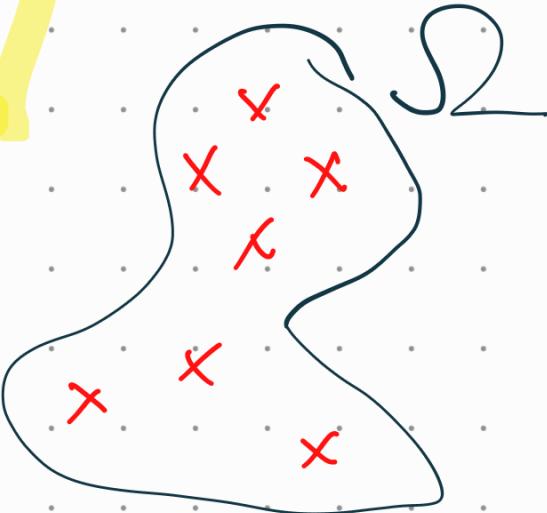


# Monte Carlo

- Integration

Einführung/Geschichte  
Konvergenz Eigenschaften



$$\int f(x) dx = \Omega \times E[f(X)]$$

- MCMC (Markov Chain Monte Carlo)

Samples werden durch Prozess erzeugt

Beispiel: uniforme Zerlegung einer ganzen Zahl

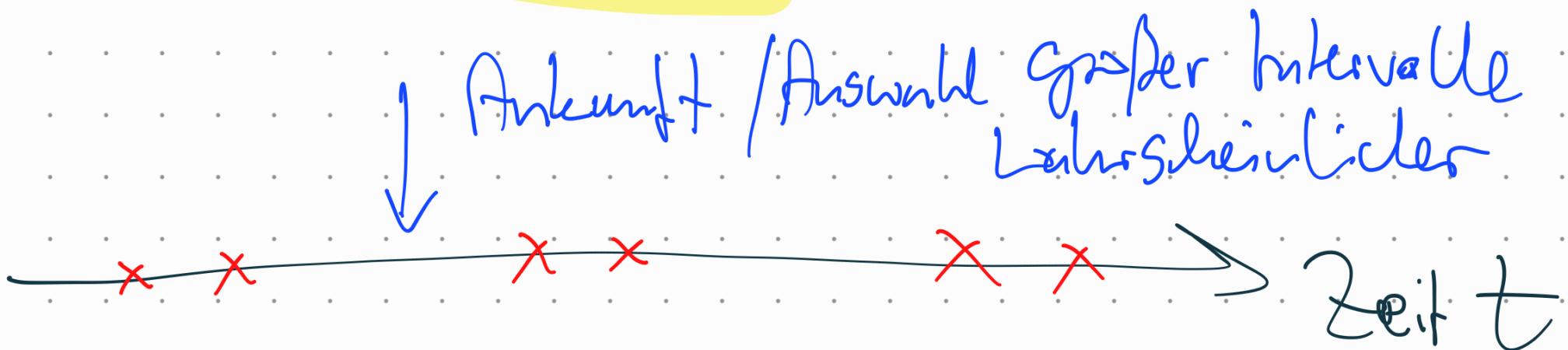
## Kartensmischen

Spiel mit 52 Karten muss Grund gewisst werden!

Worum?

- Mischziffern, Stoppziffern
- Totales Variationsabschmied
- Theorie von Durkhovhelten  
"Perfekt Simulation"

# Wartezeit Paradoxon



- Theorie des Ereignungsprozesse  
Restlebensdauer
- Gedächtnisslosigkeit der Exponentialverteilung
- Markov Eigenschaft

# Entropie

$$H(p_i; v) = \sum_{x \in \Omega} p(x) \ln \frac{p(x)}{v(x)}$$

- ① Shannon Entropie / relative Entropie

Einführung / Coding Theorie

$$\sum \ln \frac{d\mu(x)}{d\nu(x)} dx$$

- ② Entropiemaximierung unter Nebenbedingungen

Uniforme Verteilung  
Exponentialverteilung  
Normalverteilung

- ③ Exponentialverteilung: Projektion von  $U_{\Delta_n}$  für  $n \rightarrow \infty$

Normalverteilung: Projektion von  $U_{B_n}$  für  $n \rightarrow \infty$

# Yard-Sale Modell

2 Spieler,  $X_1(n) + X_2(n) = 1$ ,  $X_1(0) = X_2(0) = \frac{1}{2}$

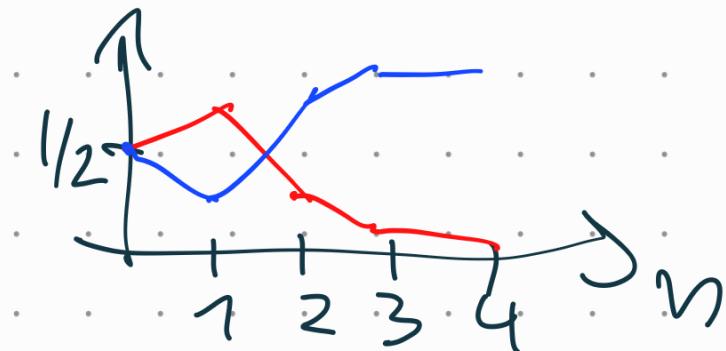
- Spieler i gewinnt mit Wk  $X_i(n)$  Anteil  $\propto X_i(n)$ ,  $\alpha \in (0,1)$

- Unabhängige Wiederholung  $\rightarrow$  Monopol

④ Martingale und Monopole

Martingalkonvergenzsätze

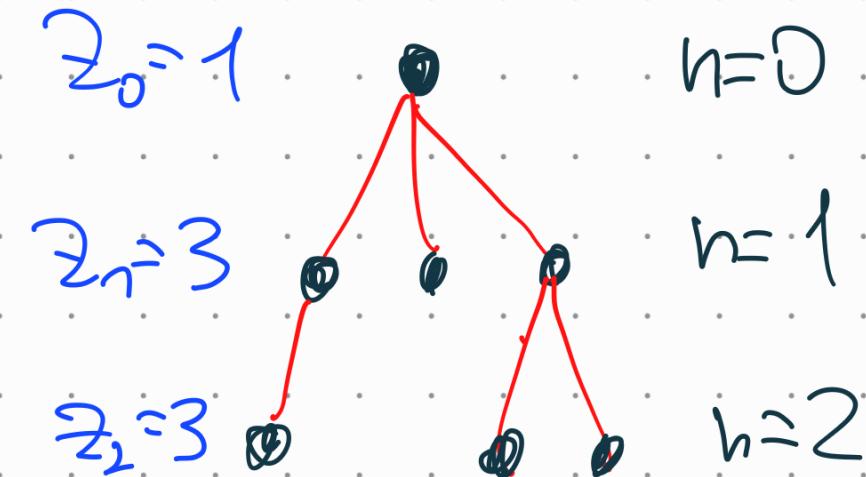
④ verwandte Wachstumsmodelle



# Branching Prozesse

# der Nachkommen  $X_i$  i.v.

Populationsgröße  $Z_n := \sum_{i=1}^{Z_{n-1}} X_{i,n}$



- Theoretische Beschreibung mit erzeugenden Funktionen  
Wachsen vs. Anssterben
- Galton Watson Trees (Stammbäume)

## Sammlerproblem

Panini Album, Pokémon, ...

- kaufe Pakete mit  $k$  verschiedenen Bildern
- unabhängig wiederholen, Kann ich die Sammlung voll?
- ① negative Binomialverteilung (Paketgröße 1)
- ② Tauschstrategien bei mehreren Sammlern

# Große Abweichungen

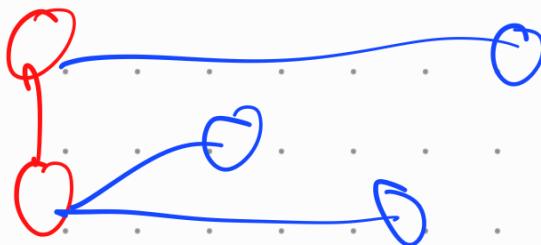
$$S_n = \sum_{i=1}^n X_i; X_1, X_2, \dots \text{ i.i.d. mit } E[X_i] = m$$

$$P\left[\frac{1}{n} S_n \geq m + \varepsilon\right] \approx e^{-I(m+\varepsilon)}$$

- Obere und untere Schwanken, Cramér Theorem
- best. Strategie für die Große Abweichung
- Ratenfunktion  $I(a)$  und Entropie

# 6 degrees of separation

Zufallsnetzwerke / Preferential attachment



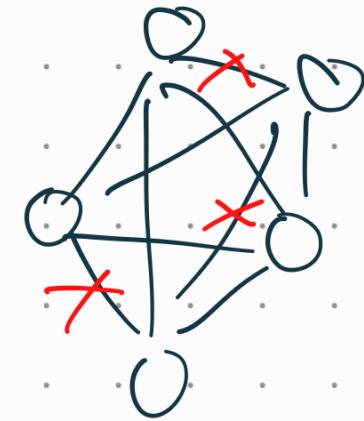
- Graphdurchmesser : maximaler Abstand
- Clustering
- Gradverteilung der Knoten

# Perkolation

- Erdős - Renyi Zufallsgraphen

Kanten auslösen

Bleibt der Graph noch vollständig verbunden?



- Auf regulären Graphen

Ist  $0 \leftarrow \infty$ ?

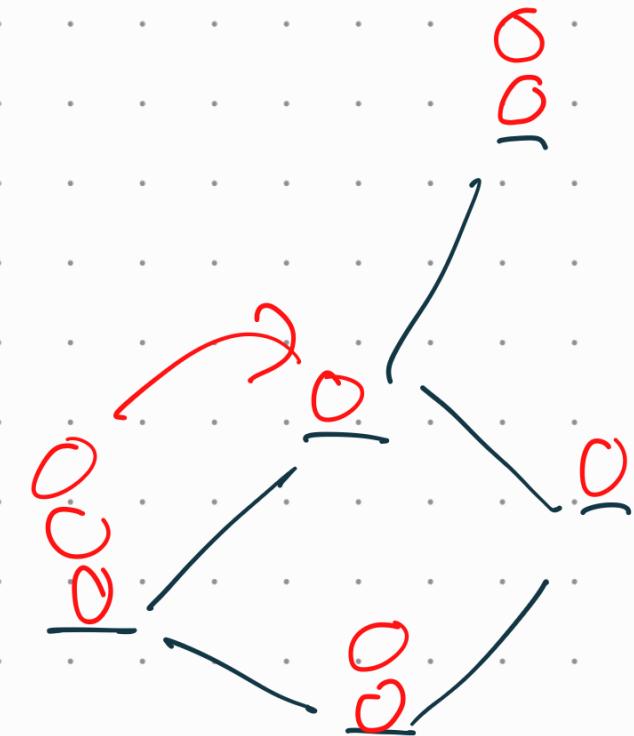


# Master Studenten

- ① Wechselwirkende Teilsysteme

Reinigungsschleife, Infektionen, Transport

Stetige Zeit Markov Ketten



- ② Konzentrationseigenschaften in hohen Dimensionen

Spezialvortragsreihe im Sommer | Data Science