

5. Рабочие формулы и исходные данные:

Ускорение: $a = \frac{2h}{t_{\text{ср}}^2}$

Угловое ускорение: $\varepsilon = \frac{2a}{d}$

Момент силы натяжения нити: $M = \frac{md}{2}(g - a)$

Момент силы натяжения нити: $I\varepsilon = M_{\text{тр}} - M$

Момент инерции крестовины: $I = I_0 + 4m_{\text{гр}}R^2$

Момент силы трения: $M_{\text{тр}} = M_{\text{ср}} - I\varepsilon_{\text{ср}}$

Расстояние между осью вращения и центром груза на крестовине: $R = l_1 + (n - 1) \cdot l_0 + \frac{1}{2}h_{\text{гр}}$

6. Измерительные приборы:

№ п/п	Наименование	Тип прибора	Используемый диапазон	Погрешность прибора
1	Цифровой секундомер	Цифровой	60 с	0,01 с

7. Схема установки:

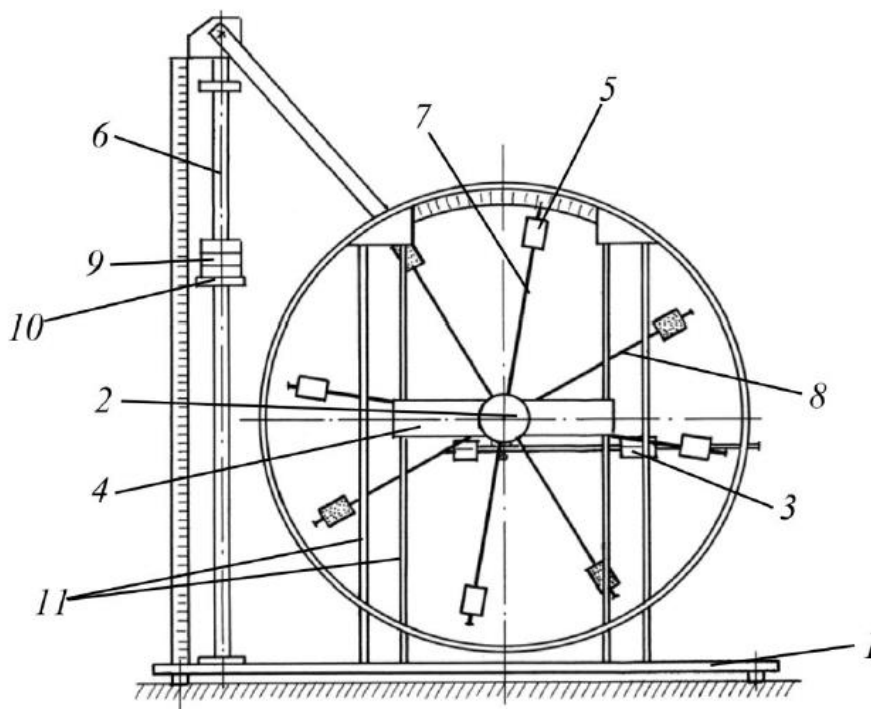


Рис. 2. Стенд лаборатории механики (общий вид):

1 – основание; 2 – рукоятка сцепления крестовин; 3 – устройство принудительного трения; 4 – поперечина; 5 – груз крестовины; 6 – трубчатая направляющая; 7 – передняя крестовина; 8 – задняя крестовина; 9 – шайбы каретки; 10 – каретка; 11 – система передних стоек.

8. Результат прямых измерений и их обработки:

$m, \text{г}$	$t, \text{с}$	Положение утяжелителей					
		1 риска	2 риска	3 риска	4 риска	5 риска	6 риска
267	$t_1 \text{ с}$	4,72	6,17	6,53	6,94	7,91	9,06
	$t_2 \text{ с}$	4,84	6,10	6,44	6,94	8,12	9,03
	$t_3 \text{ с}$	4,61	6,12	6,47	6,96	8,02	9,00
	$t_{\text{ср}} \text{ с}$	4,73	6,13	6,48	6,95	8,01	9,03
487	$t_1 \text{ с}$	3,22	4,22	4,78	5,28	7,02	6,78
	$t_2 \text{ с}$	3,25	4,16	4,72	5,19	7,12	6,69
	$t_3 \text{ с}$	3,34	4,19	4,69	5,21	7,14	6,72
	$t_{\text{ср}} \text{ с}$	3,27	4,19	4,73	5,23	7,09	6,73
707	$t_1 \text{ с}$	2,88	3,41	4,17	4,37	5,75	5,85
	$t_2 \text{ с}$	2,75	3,34	4,22	4,31	5,87	5,87
	$t_3 \text{ с}$	2,78	3,43	4,13	4,35	5,79	5,90
	$t_{\text{ср}} \text{ с}$	2,80	3,39	4,17	4,34	5,80	5,87
927	$t_1 \text{ с}$	2,38	2,90	3,28	3,69	4,85	5,06
	$t_2 \text{ с}$	2,37	3,03	3,31	3,75	4,77	5,21
	$t_3 \text{ с}$	2,40	2,88	3,28	3,72	4,80	5,15
	$t_{\text{ср}} \text{ с}$	2,39	2,93	3,29	3,72	4,80	5,14

Таблица 1. Протокол измерений времени падения груза при разной массе груза и разным положении утяжелителей на крестовине

9. Расчет результатов косвенных измерений:

$N_{\text{риски}}$	$m, \text{кг}$	$t_{\text{ср}}, \text{с}$	$a, \text{м/с}^2$	$\varepsilon, \text{рад/с}^2$	$M, \text{Н} \cdot \text{м}$
1	0,267	4,73	0,0626	2,6914	0,0606
	0,487	3,27	0,1309	5,6313	0,1097
	0,707	2,80	0,1786	7,6805	0,1585
	0,927	2,39	0,2451	10,5417	0,2064
2	0,267	6,13	0,0373	1,6024	0,0607
	0,487	4,19	0,0797	3,4299	0,1103
	0,707	3,39	0,1218	5,2397	0,1594
	0,927	2,93	0,1631	7,0141	0,2081
3	0,267	6,48	0,0333	1,4340	0,0607
	0,487	4,73	0,0626	2,6914	0,1105
	0,707	4,17	0,0805	3,4628	0,1601
	0,927	3,29	0,1293	5,5631	0,2089
4	0,267	6,95	0,0290	1,2466	0,0608
	0,487	5,23	0,0512	2,2014	0,1106
	0,707	4,34	0,0743	3,1969	0,1602

	0,927	3,72	0,1012	4,3513	0,2095
5	0,267	8,01	0,0218	0,9385	0,0608
	0,487	7,09	0,0279	1,1979	0,1108
	0,707	5,80	0,0416	1,7900	0,1607
	0,927	4,80	0,0608	2,6135	0,2103
6	0,267	9,03	0,0172	0,7385	0,0608
	0,487	6,73	0,0309	1,3295	0,1108
	0,707	5,87	0,0406	1,7475	0,1607
	0,927	5,14	0,0530	2,2792	0,2105

Таблица 2

Масса каретки и масса шайбы: $m_k = 0,047$ кг, $m_{ш} = 0,220$ кг, $\Delta m_k = \Delta m_{ш} = 0,0005$ кг,

$$m = m_k + n \cdot m_{ш}$$

Высота опускания груза: $h = h_1 - h_2 = 700$ мм – 0 мм = 700 мм = 0,7 м, $\Delta h = 0,0005$ м

Диаметр ступицы: $d = 46$ мм = 0,046 м, $\Delta d = 0,0005$ м

Расстояние от оси вращения до 1 риски: $l_1 = 0,057$ м, $\Delta l_1 = 0,0005$ м

Расстояние между рисками: $l_0 = 0,025$ м, $\Delta l_0 = 0,0002$ м

Диаметр груза, высота груза: $d_{гр} = 0,04$ м, $h_{гр} = 0,04$ м, $\Delta d_{гр} = \Delta h_{гр} = 0,0005$ м

Расчет ускорения a груза для (Для N=1, m=0,267 кг): $a = \frac{2h}{t_{cp}^2} = \frac{2 \cdot 0,7}{4,73^2} = 0,0626$ м/с²

Расчет углового ускорения крестовины ε (Для N=1, m=0,267 кг): $\varepsilon = \frac{2a}{d} = \frac{2 \cdot 0,0626}{0,046} = 2,6914$ рад/с²

Расчет момента силы натяжения нити M (Для N=1, m=0,267 кг): $M = \frac{md}{2}(g - a) = \frac{0,267 \cdot 0,046}{2} \cdot (9,82 - 0,06) = 0,0599$ Н · м

Расчёт коэффициентов зависимости $M = M_{тр} + I\varepsilon$ (момента инерции I и момента силы трения $M_{тр}$) (Для N=1):

Расчет ε_{cp} (Для N=1): $\varepsilon_{cp} = \frac{1}{n} \sum \varepsilon_i = \frac{2,6914 + 5,6313 + 7,6805 + 10,5417}{4} = 6,7037$ рад/с²

Расчет M_{cp} (Для N=1): $M_{cp} = \frac{1}{n} \sum M_i = \frac{0,0605 + 0,1097 + 0,1585 + 0,2064}{4} = 0,1338$ Н · м

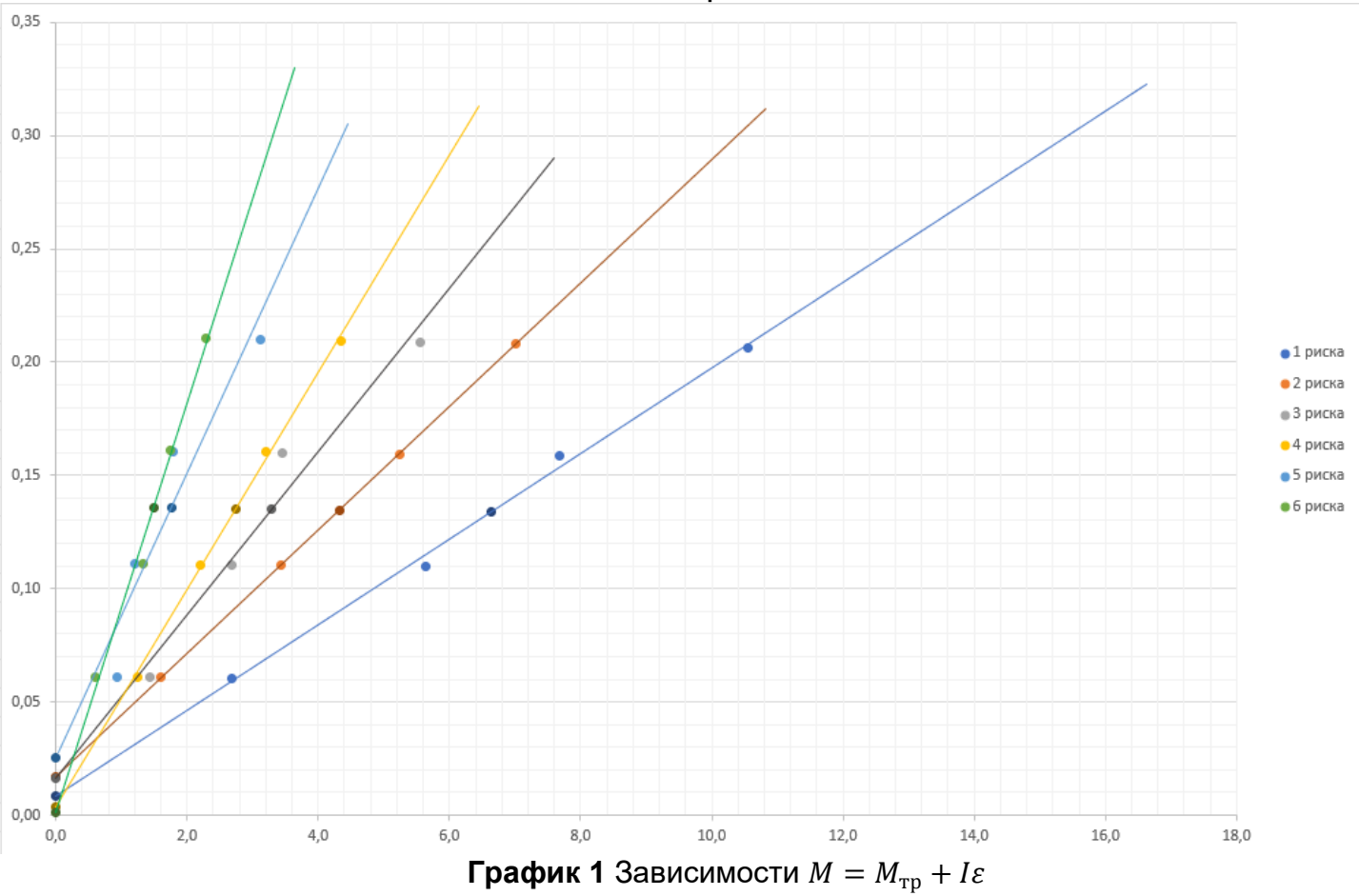
Расчет момента инерции с помощью I МНК: $I = \frac{\sum (\varepsilon_i - \varepsilon_{cp})(M_i - M_{cp})}{\sum (\varepsilon_i - \varepsilon_{cp})^2} = 0,0189$ кг · м²

Расчет момента силы трения $M_{тр}$: $M_{тр} = M_{cp} - I\varepsilon_{cp} = 0,1337819 - 0,0189 \cdot 6,6362 = 0,0083$ Н · м

$N_{риски}$	ε_{cp} , рад/с ²	M_{cp} , Н · м	I , кг · м ²	$M_{тр}$, Н · м
1	6,6362	0,1338	0,0189	0,0083
2	4,3215	0,1346	0,0272	0,0169

3	3,2878	0,1351	0,0362	0,0164
4	2,7491	0,1353	0,0479	0,0034
5	1,6350	0,1357	0,0844	-0,0023
6	1,5237	0,1357	0,0986	-0,0145

Таблица 3



Расчёт расстояния между осью вращения и центром груза на крестовине R (для $n=1$, n – номер риски): $R = l_1 + (n - 1) \cdot l_0 + \frac{1}{2} h_{\text{гр}} = 0,057 + \frac{1}{2} \cdot 0,04 = 0,0770$ м

Расчёт коэффициентов зависимости $I = I_0 + 4m_{\text{ут}}R^2$:

Расчёт $R_{\text{ср}}^2$ (Для $N=1$):

$$R_{\text{ср}}^2 = \frac{1}{n} \sum R_i^2 = \frac{0,00593 + 0,01040 + 0,01613 + 0,02310 + 0,03133 + 0,04080}{6} = 0,0212 \text{ м}^2$$

Расчет $I_{\text{ср}}$ (Для $N=1$):

$$I_{\text{ср}} = \frac{1}{n} \sum I_i = \frac{0,01902 + 0,02768 + 0,03531 + 0,04678 + 0,05914 + 0,07244}{6} = 0,0434 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

Расчет массы груза $m_{\text{ут}}$ с помощью МНК: $m_{\text{гр}} = \frac{\sum (I_i - I_{\text{ср}})(R_i^2 - R_{\text{ср}}^2)}{4 \cdot \sum (R_i^2 - R_{\text{ср}}^2)^2} = 0,4093 \text{ кг}$

Расчёт момента инерции I_0 : $I_0 = I_{\text{ср}} - 4 \cdot m_{\text{ут}} R_{\text{ср}}^2 = 0,0434 - 4 \cdot 0,4093 \cdot 0,02128 = 0,01111 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$

$N_{\text{риски}}$	$R, \text{м}$	$R^2, \text{м}^2$	$I, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$I_0, \text{кг} \cdot \text{м}^2$	$m_{\text{ут}}, \text{кг}$
1	0,077	0,005929	0,01902	0,0111	0,4093
2	0,102	0,010404	0,02768		
3	0,127	0,016129	0,03531		
4	0,152	0,023104	0,04678		
5	0,177	0,031329	0,05914		
6	0,202	0,040804	0,07244		

Таблица 4

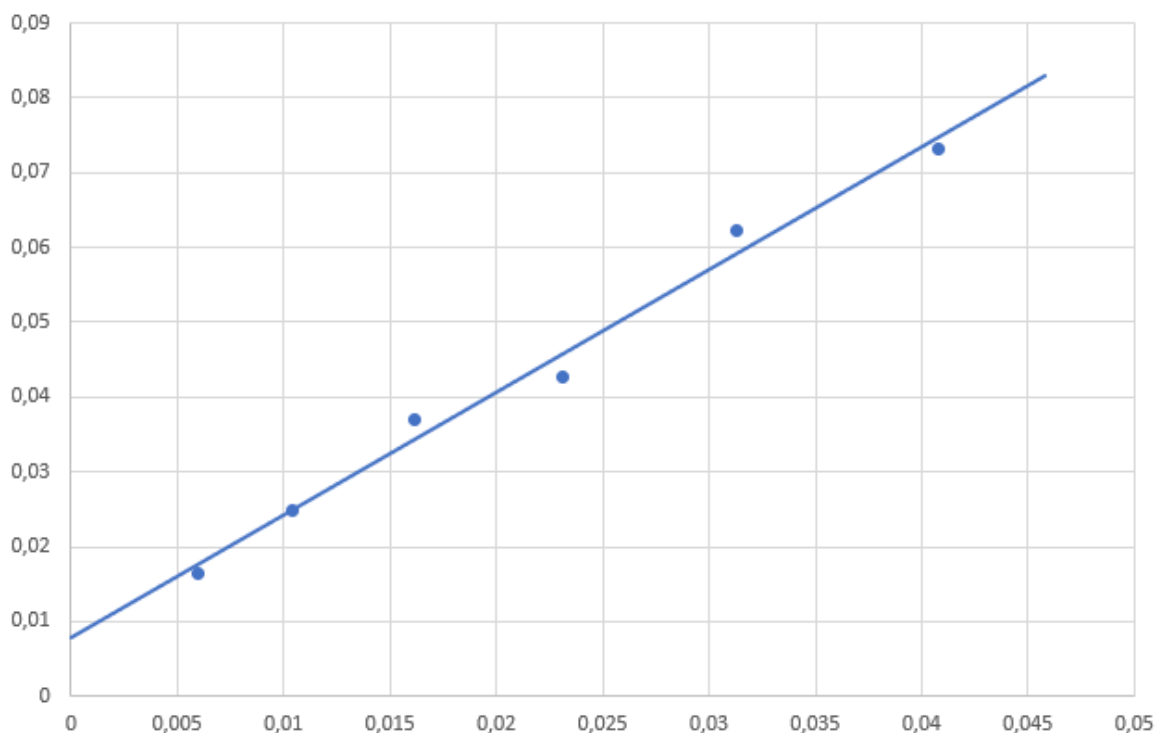


График 2 Зависимости $I = I_0 + 4mR^2$

10. Расчет погрешности измерений:

$$\text{Расчет СКО } t_{cp}: \sigma_{t_{cp}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (t_i - t_{cp})^2}{N \cdot (N-1)}} = \sqrt{\frac{(4,61-4,73)^2 + (4,72-4,73)^2 + (4,86-4,73)^2}{3 \cdot 2}} = 0,0723 \text{ с}$$

Расчет случайной погрешности $\Delta_{t_{cp}}$: (доверительная вероятность $\alpha = 0,95$ при количестве измерений $N = 3$ коэффициент Стьюдента $t_{\alpha, N} = 4,3$)

$$\Delta_{t_{cp}} = t_{\alpha, N} \cdot \sigma_{t_{cp}} = 4,3 \cdot 0,0723 = 0,3109 \text{ с}$$

$$\text{Расчет абсолютной погрешности } \Delta t_{cp}: \Delta t_{cp} = \sqrt{\Delta_{t_{cp}}^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot \Delta_{int}\right)^2} = \sqrt{0,3109^2 + \left(\frac{2}{3} \cdot 0,01\right)^2} = 0,3109 \text{ с}$$

$$\text{Расчет относительной погрешности } \Delta t_{cp}: \varepsilon_{t_{cp}} = \frac{\Delta t_{cp}}{t_{cp}} \cdot 100\% = \frac{0,3109}{4,59} \cdot 100\% = 6,773\% = 7\%$$

$$\text{Расчет абсолютной погрешности ускорения } \Delta a: a = \frac{2h}{t_{cp}^2}, \Delta a = \sqrt{\left(\frac{\partial a}{\partial h} \cdot \Delta h\right)^2 + \left(\frac{\partial a}{\partial t_{cp}} \cdot \Delta t_{cp}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{t_{cp}^2} \cdot \Delta h\right)^2 + \left(-\frac{4h}{t_{cp}^3} \cdot \Delta t_{cp}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{4,73^2} \cdot 0,0005\right)^2 + \left(-\frac{4 \cdot 0,7}{4,73^3} \cdot 0,3109\right)^2} = 0,00822 \text{ м/с}^2 = 0,0082 \text{ м/с}^2$$

$$\text{Расчет относительной погрешности ускорения } \varepsilon_a: \varepsilon_a = \frac{\Delta a}{a} \cdot 100\% = \frac{0,0082}{0,0663} \cdot 100\% = 12,3945\% = 12\%$$

$$\text{Расчет абсолютной погрешности углового ускорения } \Delta \varepsilon: \varepsilon = \frac{2a}{d}, \Delta \varepsilon = \sqrt{\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial d} \cdot \Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{d} \cdot \Delta a\right)^2 + \left(-\frac{2a}{d^2} \cdot \Delta d\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{2}{0,046} \cdot 0,00822\right)^2 + \left(-\frac{2 \cdot 0,06632}{0,046^2} \cdot 0,0005\right)^2} = 0,3588 \text{ рад/с}^2$$

$$\text{Расчет относительной погрешности углового ускорения } \varepsilon_\varepsilon: \varepsilon_\varepsilon = \frac{\Delta \varepsilon}{\varepsilon} \cdot 100\% = \frac{0,3588}{2,6914} \cdot 100\% = 13,33\% = 13\%$$

$$\text{Расчет абсолютной погрешности момента силы натяжения нити } \Delta M: M = \frac{md}{2}(g - a), \Delta M = \sqrt{\left(\frac{\partial M}{\partial m} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial d} \cdot \Delta d\right)^2 + \left(\frac{\partial M}{\partial a} \cdot \Delta a\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{d(g-a)}{2} \cdot \Delta m\right)^2 + \left(\frac{m(g-a)}{2} \cdot \Delta d\right)^2 + \left(-\frac{md}{2} \cdot \Delta a\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{0,046 \cdot (9,82 - 0,0626)}{2} \cdot 0,0005\right)^2 + \left(\frac{0,267 \cdot (9,82 - 0,0626)}{2} \cdot 0,0005\right)^2 + \left(-\frac{0,267 \cdot 0,046}{2} \cdot 0,008\right)^2} = 0,0006628 \text{ Н} \cdot \text{м} = 0,0007 \text{ Н} \cdot \text{м}$$

$$\text{Расчет относительной погрешности момента силы натяжения нити } \varepsilon_M: \varepsilon_M = \frac{\Delta M}{M} \cdot 100\% = \frac{0,0007}{0,0599} \cdot 100\% = 1,10651\% = 1,1\%$$

$$\text{Расчет параметров } D \text{ и } d_i: D = \sum (R_i^2 - R_{cp}^2) = 0,0007699 \text{ м}^2 = 0,0007 \text{ м}^2$$

$$d_i = I_i - (I_0 + 4m_{гр} R_i^2) = 0,01646 - (0,0111 + 4 \cdot 0,409 \cdot 0,0059) = -0,0024$$

$$d_i^2 = 0,5767 \cdot 10^{-5}$$

$$\text{Расчет СКО массы груза } m_{гр}: \sigma_{m_{гр}} = \sqrt{\frac{1}{16D} \cdot \frac{\sum d_i^2}{n-2}} = \sqrt{\frac{0,000005767}{16 \cdot 0,0007699 \cdot (6-2)}} = 0,00519196 \text{ кг} = 0,005 \text{ кг}$$

$$\text{Расчет СКО момента инерции } I_0: \sigma_{I_0} = \sqrt{\left(\frac{1}{n} + \frac{(R_{cp}^2)^2}{D}\right) \cdot \frac{\sum d_i^2}{n-2}} = \sqrt{\left(\frac{1}{6} + \frac{0,02128^2}{0,0007699}\right) \cdot \frac{0,000005767}{6-2}} = 0,00106 \text{ кг} \cdot \text{м}^2 = 0,001 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$\text{Расчет абсолютной погрешности массы груза } \Delta m_{гр}: \Delta m_{гр} = 2\sigma_{m_{гр}} = 2 \cdot 0,00519 = 0,01038 \text{ кг} = 0,0104 \text{ кг}$$

$$\text{Расчет относительной погрешности массы груза } \varepsilon_{m_{гр}}: \varepsilon_{m_{гр}} = \frac{\Delta m_{гр}}{m_{гр}} \cdot 100\% = \frac{0,01038}{0,4093} \cdot 100\% = 2,5379\% = 3\%$$

$$\text{Расчет абсолютной погрешности момента инерции } \Delta I_0: \Delta I_0 = 2\sigma_{I_0} = 2 \cdot 0,001 = 0,002 \text{ кг} \cdot \text{м}^2$$

$$\text{Расчет относительной погрешности момента инерции } \varepsilon_{I_0}: \varepsilon_{I_0} = \frac{\Delta I_0}{I_0} \cdot 100\% = \frac{0,002}{0,01111} \cdot 100\% = 18\%$$

11. Окончательные результаты:

1. Для каждого положения утяжелителя рассчитаны момент инерции крестовины с утяжелителем I и момент силы трения $M_{\text{тр}}$
2. $m_{\text{гр}} = (0,4093 \pm 0,0104) \text{ кг}$, $\varepsilon_{m_{\text{гр}}} = 3\%$
3. $I_0 = (0,0111 \pm 0,002) \text{ кг} \cdot \text{м}^2$, $\varepsilon_{I_0} = 18\%$
4. Построены графики зависимостей $M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon$ и $I = I_0 + 4m_{\text{гр}}R^2$

12. Вывод:

В ходе лабораторной работы были проверены основной закон динамики вращения и зависимость момента инерции от положения масс относительно оси вращения. Были построены соответствующие графики данных зависимостей: $M = M_{\text{тр}} + I\varepsilon$ и $I = I_0 + 4m_{\text{гр}}R^2$. Точки на графике, и прямая, построенные на данных, полученных разными путями, не сильно отклоняются друг от друга в обоих графиках, что может говорить о том, что основной закон динамики вращения и зависимость момента инерции от положения масс относительно оси вращения правдивы. Погрешности найденных в ходе лабораторной работы значений довольно малы, что может говорить о том, что полученные значения довольно достоверны, а следовательно, на них можно полагаться при проверке.