Mathématiques appliquées à l'informatique	Nom : ____________________
T-PMTH-402	
Juin 2019	Prénom : ____________________
20/06/2019	
Temps : 2 heures	Enseignant : Jean-Sébastien Lerat

Cet examen se compose de 9 pages et 4 questions pour un total de 20 points.

Veuillez respecter les instructions suivantes :

- Aucun dispositif de calcul n'est autorisé.
- Aucun dispositif de communication n'est autorisé sauf ce fascicule et un crayon.
- Seul des feuilles sans notes sont autorisées.
- Prenez uniquement de quoi écrire.
- Préparez votre carte d'étudiant ou d'identité.
- Veillez à indiquer votre nom sur chaque feuille ainsi que la date.
- Veuillez rendre l'énoncé, vos réponses et vos feuilles de brouillon.
- Si vous avez une question, veuillez lever la main et attendre que l'enseignant vienne près de vous.

Grille d'évaluation (pour l'enseignant)

Question	Points	Score
1	5	
2	5	
3	5	
4	5	
Total:	20	

La durée de cet examen est de 1h30. Sur bases médicales, certains étudiants ont un plan d'accompagnement individualisé (PAI). C'est pourquoi cet examen est écrit en Arial 12, avec verso vierge. De plus, la durée de l'examen fixée à 1h30 est prolongée d'1/3 soit un total (supplément inclus) de 2h.

1. (5 points) Calculez $\left|\begin{pmatrix} i & 1+i^2 & 2i & i-1 \\ 1 & 0 & 3 & 2 \\ cis(90°) & \text{cis}(0°)-1 & cis(0°) & cis(2\pi) \\ e^{\pi i} & 1+e^{\pi i} & 2+e^{\pi i} & 3+e^{\pi i} \end{pmatrix}\right|$.

2. (5 points)

(a) Donnez les complexités ($o(\bullet)$, $\theta(\bullet)$ et $O(\bullet)$) de l'algorithme suivant :

```
def equiv(a,b):
    if(a):
        if(not a and not b): return False
        return b
    if(not b): return not a
    return not b
```

(b) A quoi sert cet algorithme ? Montrer sa terminaison et son exactitude

3. (5 points) Montrez que $\forall k \in \mathbb{Z}, |k| > 0, \quad$ pgcd$(ka, kb) = |k|$ pgcd(a, b)

4. (5 points) Prouvez que si R est une relation symétrique alors $R^n (n \geq 1)$ est également symétrique.

Aide-mémoire

Degré	$0°$	$30°$	$45°$	$60°$	$90°$
Radian	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
cos(angle)	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
sin(angle)	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
tan(angle)	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	

$$R_{\mathsf{x}}(\theta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos\theta & -\sin\theta \\ 0 & \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_{\mathsf{y}}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & 0 & \sin\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin\theta & 0 & \cos\theta \end{pmatrix}$$

$$R_{\mathsf{z}}(\theta) = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T(t_x, t_y, t_z) = \begin{pmatrix} t_x \\ t_y \\ t_z \end{pmatrix}$$