# חשבון אינפי 2-20152

## דף תרגילים מס' 9.

## אינטגרל קווי מסוג ראשון ושני. משפט גרין. שדה משמר.

1. **חשב** אורך העקומה $x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=1$.
העקומה סימטרית ביחס לשני הצירים, כי החלפה של $x$ ב- $-x$ או $y$ ב- $-y$ אינה משנה את המשוואה.
אם כן, מספיק לחשב את אורך העקומה שנמצא ברביע הראשון ולכפול את התוצאה ב-4.

2. חשב את האינטגרל הקווי מסוג הראשון לפי המסלול (העקומה) $C$.

**(א)** $\int_C xy^4 dS$, כאשר $C$ היא חצי ימני של המעגל $x^2+y^2=16$, (תשובה: 1638.4)

**(ב)** $\int_C xyzdS$, $C:\begin{cases} x=2t \\ y=3\sin t,\ 0\le t\le \frac{\pi}{2} \\ z=3\cos t \end{cases}$ (תשובה: $\frac{9\sqrt{13}\pi}{4}$)

(ג) $\int_C xyds$, כאשר $C$ הוא קטע ישר המחבר את שתי הנקודות $(-1,1)$ ו-$(2,3)$,

(ד) $\int_C \frac{y}{\sqrt{x}}ds$, כאשר $C$ היא קשת של העקום $y^2=\frac{4}{9}x^3$ מנקודה $A(3,2\sqrt{3})$ עד לנקודה $B(8,\frac{32\sqrt{2}}{3})$.

3. חשב $\int_C \vec{F}\cdot d\vec{r}$, כאשר $C$ מוגדרת ע"י הפונקציה הווקטורית $\vec{r}(t)$:

$\vec{F}(x,y)=e^x\vec{i}+xy\vec{j};\ \vec{r}(t)=t^2\vec{i}+t^3\vec{j};\ 0\le t\le 1$ (תשובה: $\frac{8e-5}{8}$)

4. חשב את האינטגרל הקווי מסוג השני $\int_C P(x,y)dx+Q(x,y)dy$ לפי המסלול $C$.

(א) $\int_C \sin x dx$, כאשר $C$ היא קשת של העקום $x=y^4$ מנקודה $A(1,-1)$ עד לנקודה $B(1,1)$,

**(ב)** $\int_C xydx+(x-y)dy$, כאשר $C$ מורכב משני הקטעים הישרים: מנקודה $O(0,0)$ עד לנקודה $A(2,0)$, ומנקודה $A(2,0)$ עד לנקודה $B(3,2)$.

5. חשב את האינטגרלים הקוויים (מסוג השני) הבאים:

(א) $\oint_C y^2dx+x^2dy$, כאשר $C$ הוא המשולש $x=0, y=0, x+y=1$, (תשובה: 0)

(ב) $\oint_C x^2ydx+xy^3dy$, כאשר $C$ הוא ריבוע שקודקודיו $(0,0),(0,1),(1,0),(1,1)$, (תשובה: $-\frac{1}{12}$)

**(ג)** $\oint_C \left(x^2+y^2\right)dx+2xydy$ , כאשר $C$ מורכבת מקשת של $y=x^2$ מ- $(0,0)$ עד ל-$(2,4)$ וקטעים ישרים מ-$(2,4)$ עד ל-$(0,4)$ ומ-$(0,4)$ עד ל-$(0,0)$.(תשובה: 0)

(ד) $\oint_C 2xy^3dx+4x^2y^2dy$ , כאשר $C$ הוא המסלול הסגור $y=0$ , $x=1$ , $y=x^3$ ,

6. **חשב** באמצעות משפט גרין $\int_C \left(y+e^{\sqrt{x}}\right)dx+\left(2x+\cos\left(y^2\right)\right)dy$ , כאשר $C$ היא שפת התחום בין $y=x^2$ ו- $x=y^2$ .

7. נתון שדה וקטורי $\overline{F}$ . מצא את הפונקציה הסקלרית $f$ (פונקצית פוטנציאל) , כך ש- $\nabla f=\overline{F}$ , אם היא קיימת .אחרי שמצאת $f(x,y)$ חשב את $\int_C \overline{F}d\overline{r}$ .

(א) $\overline{F}(x,y)=e^{2y}\overline{i}+(1+2xe^{2y})\overline{j}$ , המסלול $C$ הוא : $\overline{r}(t)=te^t\overline{i}+(1+t)\overline{j}$ , $0\le t\le 1$

**(ב)** $\overline{F}(x,y)=(1+4x^3y^3)\overline{i}+3x^4y^2\overline{j}$ , המסלול $C$ הוא : $\overline{r}(t)=te^t\overline{i}+(1+t)\overline{j}$ , $0\le t\le 1$ .

***בהצלחה!***