חשבון אינפי 2-20152

דף תרגילים מס' 4.

נגזרות חלקיות, דיפרנציאל שלם, דיפרנציאביליות

1. מצא את הנגזרות החלקיות מסדר הראשון:

(א) $z = e^x \tan(x-y)$ **(ב)** $z = \int_x^y e^{t^2}\,dt$ (ג) $z = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$

(ד) $z = e^{\sin(xy)}$ (ה) $z = \ln\left(x^2 + y^2 + xy\right)$

2. חשב את הנגזרות החלקיות מסדר הראשון ב-$(0,0)$ של הפונקציות הבאות:

(א) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$, **(ב)** $f(x,y) = \begin{cases} \frac{x^3+y^3}{x^2+y^2}, & (x,y) \neq (0,0) \\ 0, & (x,y) = (0,0) \end{cases}$,

(ג) $f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2+y^2}, & (x,y) = (0,0) \\ 0, & (x,y) \neq (0,0) \end{cases}$.

3. מצא את דיפרנציאל שלם של הפונקציות הבאות:

(א) $z = e^x \cos(xy)$ (ב) $z = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$.

4. תוך שימוש בדיפרנציאל השלם חשב בקירוב :

(א) $\sqrt{20 - 1.95^2 - 7 \cdot 1.08^2}$ (ב) $z = \arctan\frac{x+y}{1+xy}$ בנקודה $(0,0,0)$

(ג) $f(0.97, 1.005) = 0.97^{1.005}$.

5. בדוק האם כל אחת מהפונקציות הבאות דיפרנציאביליות ב-$(0,0)$:

(א) $z = \sqrt{x^4 + y^4}$ **(ב)** $z = \sqrt[3]{x^2 y^2}$ (ג) $z = \sqrt[3]{x^4 + y^4}$ (ד) $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

6. מצא את משוואת המישור המשיק למשטח הנתון בנקודה הנתונה:

(א) $z = \ln(2x + y)$ בנקודה $(-1,3,0)$ (ב) $z = \sin(x+y)$ בנקודה $(1,-1,0)$.

7. **חשב** את נגזרות חלקיות מסדר ראשון של הפונקציה מורכבת z , כלומר $\frac{\partial z}{\partial t}$, $\frac{\partial z}{\partial s}$:

$z(x,y) = 2^{x-3y}$ כאשר $x = s^2 t$, $y = st^2$

8. חשב את נגזרות חלקיות מסדר ראשון של הפונקציה מורכבת w , כלומר $\frac{\partial w}{\partial v}$, $\frac{\partial w}{\partial u}$

$w(x,y) = e^x + xy^2$ כאשר $x = u + v$, $y = e^{u+v}$

9. מצא את הנגזרת של פונקציה מורכבת u לפי t, כלומר $\frac{du}{dt}$.

$u(x,y,z) = \ln(x+y+z)$ כאשר $x = \cos^2 t$, $y = \sin^2 t$, $z = t$.

בהצלחה!