

高等数学阶段测试 (三)

考试时间: 120 分钟

满分: 120 分

姓名	班级	学号	得分

一、选择题 (每题 3 分, 共 30 分)

1、函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上可积是函数 $f(x)$ 在 $[a, b]$ 连续的 ()

- A 充分必要条件 B 充分不必要条件
C 必要不充分条件 D 既不充分又不必要条件

2、下列等式成立的是 ()

- A $\int 3^x dx = 3^x \ln 3 + C$ B $\int \csc^2 x dx = -\cot x + C$
C $\int \sec x \tan x dx = -\sec x + C$ D $\int \frac{1}{x^2} dx = \frac{1}{x} + C$

3、已知函数 $xe^x + 2$ 是函数 $f(x)$ 的一个原函数, 则 $\int f(x) dx =$ ()

- A $e^x + C$ B $2x + xe^x + C$ C $x + e^x + C$ D $xe^x + C$

4、下列式子正确的是 ()

- A $\int_0^1 e^x dx < \int_0^1 e^{x^2} dx$ B $\int_0^1 e^x dx > \int_0^1 e^{x^2} dx$
C $\int_0^1 e^x dx = \int_0^1 e^{x^2} dx$ D 以上都不对

5、若定积分 $\int_1^k (3x^2 - 2x) dx = 2k^2 (k \neq 0)$, 则常数 $k =$ ()

- A -3 B 3 C -2 D 2

6、若 $\int f(x) dx = x^2 + C$, 则 $\int f(1-x^2) dx =$ ()

- A $x - \frac{1}{3}x^2 + C$ B $2x - \frac{2}{3}x^2 + C$
C $x - \frac{1}{3}x^3 + C$ D $2x - \frac{2}{3}x^3 + C$

7、 $\frac{d}{dx} \int_a^b \arctan x dx =$ ()

- A $\arctan x$ B $\frac{1}{1+x^2}$ C $\arctan b - \arctan a$ D 0

8、已知 $\int f(x) dx = x \ln(1+x) + C$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)}{x} =$ ()

- A 0 B 1 C 2 D 3

9、定积分 $\int_{-1}^1 (x^2 \sin x + x^4) dx =$ ()

- A 0 B $\frac{1}{5}$ C $\frac{2}{5}$ D 2

10、若 $\int f(x) dx = \log_3 x + x^3 + C$, 则 $f'(x)$ 的一个原函数为 ()

- A $\frac{1}{x \ln 3} + 3x^2$ B $\frac{1}{x^2 \ln 3} + 6x$ C $\frac{1}{x} + 3x^2$ D $\log_3 x + x^3 + C$

二、填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

1、 $\frac{d}{dx} \left(\frac{\sin x}{x} \right) =$ _____;

2、定积分 $\int_0^2 \sqrt{4-x^2} dx =$ _____;

3、 $\int \frac{1}{1-2x} dx =$ _____;

4、已知函数 $f(x) = \int (2x - x^3) dx$, 则二阶导数 $f''(0) =$ _____;

5、若 $f(x)$ 为连续函数, 则定积分 $\int_{-a}^a x [f(x) + f(-x)] dx =$ _____;

6、如果 $f(x)$ 有连续导数, $f(b) = 4$, $f(a) = -2$, 则 $\int_a^b f'(x) dx =$ _____;

7、设函数 $f(x) = \sin 2x$, 则 $\int f\left(\frac{x}{2}\right) dx =$ _____;

8、已知分段函数 $f(x) = \begin{cases} 2x, & x < 0 \\ x^2, & x \geq 0 \end{cases}$, 则 $\int_{-2}^1 f(x) dx =$ _____;

9、 $\int_0^3 |2-x| dx =$ _____;

10、 $\int_a^b f(x) dx + \int_b^a f(x) dx =$ _____.

三、解答题 (共 60 分)

1、求 $\int \frac{\arctan x + 3}{1+x^2} dx$ (8 分)

2、求 $\int_0^8 \frac{x}{\sqrt{1+x}} dx$ (8 分)

3、求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 \cos x dx$ (8 分)

4、求 $\int_0^{e-1} \ln(x+1) dx$ (8 分)

5、求 $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2-1}}{x} dx$ (10 分)

6、平面图形是由抛物线 $y=2-x^2$ 与直线 $y=x(x \geq 0)$ 及 $x=0$ 所围成, 求此平面图形的面积, 并求该图形分别绕 x 、 y 轴旋转一周形成的旋转体体积。(18 分)

