

高等数学阶段测试(二)

考试时间: 120 分钟

满分: 120 分

姓名	班级	学号	得分

一、选择题(每题 3 分, 共 30 分)

- 函数 $y=f(x)$ 在点 x_0 处可导是它在 x_0 处可微的 ()
A 充分条件 B 必要条件 C 充要条件 D 既不充分也不必要条件
- 设函数 $y=f(x)$ 满足条件 $f(0)=0$, $f'(0)=1$, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(2x)}{x} = ()$
A 1 B 2 C 4 D -2
- 如果 $f(x)$ 在点 x_0 可导, 则 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \Delta y = ()$
A 0 B 1 C 2 D 3
- 函数 $y=f(x)$ 在点 $x=0$ 处的二阶导数存在且 $f'(0)=0$, $f''(0)>0$, 则下列结论正确的是 ()
A $x=0$ 是函数 $y=f(x)$ 的极小值点
B $x=0$ 是函数 $y=f(x)$ 的极大值点
C $x=0$ 不是函数 $y=f(x)$ 的驻点
D $x=0$ 不是函数 $y=f(x)$ 的极值点
- 设 $f(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \leq 0 \\ b(1-x)^2, & x > 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 可导, 则常数 a, b 的值分别为 ()
A $a=-2, b=2$ B $a=-2, b=1$
C $a=-2, b=-1$ D $a=2, b=1$
- 函数 $f(x)=x-\arctan x$ 在区间 $(-\infty, +\infty)$ 内 ()
A 单调增加 B 单调减少 C 有极大值 D 有增有减
- 下列结论正确的是 ()
A 函数的驻点一定是它的极值点
B 如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 取得极值, 则必有 $f'(x_0)=0$
C 函数 $f(x)$ 的极大值一定大于它的极小值
D 函数的极值不可能在区间端点处取得
- 设函数 $f(x)=2x^2+ax+3$ 在点 $x=1$ 处取得极小值, 则 $a=()$
A 2 B 0 C -2 D -4
- 若点 $(1,3)$ 是曲线 $y=ax^3+bx^2$ 的拐点, 则 a, b 分别为 ()
A $\frac{3}{2}, \frac{9}{2}$ B $-\frac{3}{2}, \frac{9}{2}$ C $\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}$ D $-\frac{3}{2}, -\frac{9}{2}$
- 若 $f(x)$ 在 $[a, +\infty)$ 内有二阶导数, 且 $f'(x)>0$, $f''(x)>0$, 则在 $[a, +\infty)$ 内, $f(x)$ 为 ()
A 单调减少, 曲线是凹的 B 单调减少, 曲线是凸的
C 单调增加, 曲线是凹的 D 单调增加, 曲线是凸的

二、填空题(每题 3 分, 共 30 分)

- 已知函数 $y=e^x \cos x$, 则 $y' =$ _____;
- 曲线 $y=\ln x$ 在点 $(1,0)$ 处的法线方程为 _____;
- 设 $y = \frac{\sin x}{1+x^2}$, 则 $dy =$ _____;
- 设 $f(x)$ 在点 x_0 处可导, 且 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+3\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} = 1$, 则 $f'(x_0) =$ _____;
- 如果函数 $f(x)$ 在点 x_0 可导, 且在该点取得极值, 则 $f'(x_0) =$ _____;
- 设 $y=x(x-1)(x-2)(x-3)$, 则 $y'|_{x=3} =$ _____;
- 函数 $y=x+2\cos x$ 在区间 $[0, \frac{\pi}{2}]$ 上的最大值为 _____;
- 若曲线 $y=f(x)$ 上点 $M_0(x_0, y_0)$ 处的切线平行于直线 $y=3x+5$, 则极限 $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0+2\Delta x)-f(x_0)}{\Delta x} =$ _____;
- 设函数 $f\left(\frac{1}{x}\right) = x^2 + \frac{1}{x} + 1$, 则 $f'(x) =$ _____;

10、若 $f(x)$ 是可导的奇函数，且 $f'(x_0)=5$ ，则 $f'(-x_0)=$ _____。

5、设函数 $f(x)=\begin{cases} e^x, & x \leq 0 \\ \sin 2x+1, & x > 0 \end{cases}$ ，讨论函数 $f(x)$ 在 $x=0$ 处的连续性和可导性。(12分)

三、解答题 (共 60 分)

1、求极限 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{x \tan^2 x}$ 。(8分)

2、问函数 $y = x^2 - \frac{54}{x}$ ($x < 0$) 在何处取得最小值？(8分)

3、求函数 $y = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ 的单调区间和极值。(10分)

4、求曲线 $y = xe^{-x}$ 的凹凸区间和拐点。(10分)

6、做一批容积为 4 立方米的无盖长方盒子，底为正方形，问底边长和高为多少时所用材料最省？(12分)