

数学练习题 (一)

一、单项选择题 (每题 3 分共 30 分)

- $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \sin x}{2x} = ()$
A. $2/3$ B. 1 C. 1.5 D. 3
- 如果 $f'(x_0) = 0$, 则 x_0 一定是 ()
A. 极值点 B. 拐点 C. 驻点 D. 凹凸区间分界点
- 设函数 $f(x) = e^{2x}$, 则不定积分 $\int f\left(\frac{x}{2}\right) dx$ 等于 ()
A. $2e^x + c$ B. $e^x + c$ C. $2e^{2x} + c$ D. $e^{2x} + c$
- 函数 $z = \frac{1}{\sqrt{xy}}$ 的定义域是 ()
A. $\{(x, y) | x \neq 0, y \neq 0\}$ B. $\{(x, y) | x > 0, y > 0\}$
C. $\{(x, y) | x \geq 0, y \geq 0\}$ D. $\{(x, y) | x > 0, y > 0 \text{ 或 } x < 0, y < 0\}$
- 设 $f'(0) = 2$, 则当 $x \rightarrow 0$ 时, $f(x) - f(0)$ 是 x 的 ()
A. 低阶无穷小 B. 同阶无穷小
C. 高阶无穷小 D. 等价无穷小
- 设函数 $f(x) = \frac{kx^4 + 5x^2 - 1}{x^4 - x^3 + 8x}$, 且 $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \frac{1}{3}$, 则 $k = ()$
A. 0 B. -0.5 C. $1/3$ D. 0.5
- 求 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \sin x dx = ()$
A. 0.5 B. 1 C. 2 D. 3
- 设函数 $y = \frac{x}{\tan x}$, 则 $x = \frac{\pi}{2}$ 是该函数的 ()
A. 连续点 B. 第一类跳跃间断点

C. 第一类可去间断点 D. 第二类间断点

9. 下列说法中正确的是 ()

- 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点连续, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点可导
- 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点不可导, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点不连续
- 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点不可微, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点极限不存在
- 若 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点不连续, 则 $f(x)$ 在 $x = x_0$ 点不可导

10. 设 $z = x^2 \sin y$, 则 $dz = ()$

- $2x \sin y dx + x^2 \cos y dy$
- $x^2 \cos y dx + 2x \sin y dy$
- $2x dx + \cos y dy$
- 0

二、填空题 (每题 3 分, 共 30 分)

- 设 $\vec{a} = \{1, 2, 3\}, \vec{b} = \{1, 3, 7\}$, 则 $\vec{a} \cdot \vec{b} =$ _____
- 设 $z = (x^2 + y^2) \sin(x^2 + y^2)$, 则 $dz =$ _____
- 求 $\int_{-a}^a (x^3 + \sin^3 x) dx =$ _____
- 设 $z = x^{\sin y}$, 则 $\frac{\partial z}{\partial x} =$ _____
- 过点 $M_0(1, 2, 3)$ 且垂直于 $\frac{x-5}{1} = \frac{y-4}{7} = \frac{z-1}{3}$ 的平面方程为 _____

6. 若 $f(x)$ 在 x_0 点可导, 则 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + 2x) - f(x_0)}{x} =$ _____7. $\int_{-1}^1 (xe^{x^2}) dx =$ _____

8、设函数 $f(x) = \frac{e^{\frac{1}{x}} - 1}{e^x + 1}$, $x=0$ 是函数的第_____类间断点。

4、计算 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 2 \sin x)}{x}$

9、曲线 $y = \cos x$ 上点 $\left(\frac{\pi}{3}, \frac{1}{2}\right)$ 处的切线方程为_____

10、曲线 $y = x^3 - x^2 - x + 1$ 的极大值点为_____

三、解答题（每题 10 分，共 60 分）

1、设 $z = \ln x^2 y^3 + \arctan xy$ 求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$

5、求由 $y = e^x$, $x = 0$, $y = 3$ 曲线所围成的图形的面积,

2、设平面图形由曲线 $xy=3$ 和 $x+y=4$ 围成, 求此图形绕 x 轴旋转而成立体的体积

6、判断函数 $f(x) = \begin{cases} x \sin \frac{1}{x^3}, & x \neq 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$ 在 $x=0$ 处的连续性与可导性

3、求函数 $z = 3xy - x^3 - y^3$ 的极值点