TP4_MAP201

Groupe: INF2

Binôme: Shaghayagh HAJMOHAMMADKASHI

Kaiwen ZHENG

#Exo8.1

Dr. House ne veut pas rejeter à tort l'hypothèse nulle H_0, c'est-à-dire qu'il ne veut pas affirmer que le patient est à risque ($\mu = 0$) alors qu'il est en réalité sain ($\mu = -1$). Pour éviter cela, il doit choisir un seuil de significativité α suffisamment faible pour limiter le risque de faux positifs.

Il doit donc formuler les hypothèses suivantes : $H_0 : \mu = -1$ (le patient est sain) $H_1 : \mu = 0$ (le patient est à risque)

Il doit ensuite choisir un seuil de significativité α (par exemple $\alpha = 0{,}05$) et un critère de décision basé sur la mesure X de la concentration de D-dimer. S'il observe une mesure X supérieure à un certain seuil critique, il rejettera l'hypothèse nulle H0 au profit de l'hypothèse alternative H_1. Sinon, il ne pourra pas rejeter H0 et conclura que le patient est sain.

#Exo8.2

La statistique TH que doit calculer le Dr. House est donnée par:

$T_H = (X - \mu 0) / \sigma$

où X est la mesure de la concentration de D-dimer, µ0 est la valeur de la moyenne sous l'hypothèse nulle H0 (dans ce cas, $\mu 0 = -1$), et σ est l'écart-type connu ($\sigma = 0{,}3$).
b) La règle de décision du test de Dr. House pour un risque α :

- Si la valeur absolue de la statistique Z est supérieure ou égale au quantile de la loi normale standard $1 - \alpha/2$ (ou inférieure ou égale à $-1 + \alpha/2$), on rejette l'hypothèse nulle H_0 au niveau de significativité α et on conclut que le patient est à risque de thrombose (H1 est vraie).
- Sinon, on ne rejette pas l'hypothèse nulle H0 et on conclut que le patient est sain.

rejeter l'hypothèse nulle H0 au niveau de signification α si la statistique TH est supérieure ou égale à la valeur critique du quantile gaussien $u_{1-\alpha/2}$.

c)En utilisant la définition de la statistique TH, on peut réécrire la règle de décision en termes de la mesure X comme suit:
rejeter H0 si et seulement si $X > \mu 0 + u_{1-\alpha/2}\,\sigma$
Le seuil de décision au risque α est donc $\mu 0 + u_{1-\alpha/2}\,\sigma$.
(d) Pour calculer le seuil de décision au risque de 5% et au risque de 1%:

Console :

mu0 = -1

sigma = 0.3

```
alpha = 0.95
seuil = mu0 + qnorm(1 - alpha/2) * sigma
seuil

alpha = 0.99
seuil = mu0 + qnorm(1 - alpha/2) * sigma
seuil
```

#Exo8.3

Pour un risque α = 5%, le seuil de décision est égal à -0.4120108 (comme nous l'avons calculé précédemment). Puisque la mesure X est supérieure à ce seuil, nous rejetons l'hypothèse nulle et concluons que le patient est à risque de thrombose.

Pour un risque α = 1%, le seuil de décision est égal à -0.2272512 (comme nous l'avons également calculé précédemment). Puisque la mesure X est supérieure à ce seuil, nous rejetons à nouveau l'hypothèse nulle et concluons que le patient est à risque de thrombose.

Pour calculer la valeur de la p-valeur, nous pouvons utiliser la fonction pnorm dans R. La p-valeur correspond à la probabilité d'obtenir une valeur de la statistique de test aussi extrême (ou plus extrême) que la valeur observée, sous l'hypothèse nulle. Dans ce cas, la statistique de test est donnée par :

```
X= -0.46
TH = (X - mu0) / sigma
```

où mu0 = -1 et sigma = 0.3. Donc, la statistique de test TH est égale à :

TH = 1.8

La p-valeur correspond alors à la probabilité d'obtenir une valeur de la loi normale standard (N(0,1)) aussi extrême que 1.8. Nous pouvons calculer cela en utilisant la fonction pnorm dans R :

```
p_value = 1 - pnorm(1.8)
p_value
```

Le résultat est :

[1] 0.03593032

Cela signifie que la probabilité d'obtenir une valeur aussi extrême que 1.8 (ou plus extrême) sous l'hypothèse nulle est d'environ 0.036, ce qui est inférieur au niveau de signification de 5% (mais supérieur au niveau de signification de 1%). Par conséquent, nous rejetons l'hypothèse nulle et concluons que le patient est à risque de thrombose.

la p-valeur obtenue est très proche du seuil de décision pour un risque de 5% que nous avons calculé précédemment. Cela est cohérent avec le fait que la mesure X est juste au-dessus du seuil de décision et suggère que le niveau de signification du test est assez proche de 5%.
il y a une faible probabilité d'observer une valeur de la statistique TH aussi extrême ou plus extrême que celle observée sous H0

#Exo8.4

Dr. House ne veut pas rejeter à tort H_1, c'est-à-dire qu'il ne veut pas affirmer que le patient n'est pas à risque (μ = -1) .

les hypothèses H0 et H1 que le Dr. Cuddy doit choisir sont les suivantes :

- H0 : le patient est à risque de thrombose, c'est-à-dire µ = 0
- H1 : le patient n'est pas à risque de thrombose, c'est-à-dire µ=-1

#Exo8.5

La règle de décision du Dr. Cuddy en fonction de la mesure X est la suivante :

- Rejeter H0 si X < seuil de décision
- Ne pas rejeter H0 sinon

Le seuil de décision pour le test de Dr. Cuddy :

```
alpha = 0.01
seuil = qnorm(alpha, mean = 0, sd = 0.3)
seuil

alpha = 0.05
seuil = qnorm(alpha, mean = 0, sd = 0.3)
seuil
```

Pour α = 5% : seuil = -0.4934561

Pour α = 1% : seuil = -0.6979044

- Rejeter H0 si X < -0.4934561 pour un risque de 5%
- Rejeter H0 si X < -0.6979044pour un risque de 1%
- Ne pas rejeter H0 sinon

#Exo8.6

Car X=−0.46 donc , donc nous ne rejetons pas H0. La décision du test est de ne pas considérer le patient comme étant à risque de thrombose.

```
X = -0.46
alpha = 0.05
p_val = pnorm(X, mean = 0, sd = 0.3, lower.tail = TRUE)
p_val
```

resultat: 0.06259687

```
alpha = 0.01
p_val = pnorm(X, mean = 0, sd = 0.3, lower.tail = TRUE)
p_val
```

resultat: 0.06259687

Dans ce cas, la p-valeur est de 0.06259687 pour un risque de 5%, et de même pour un risque de 1%. Cette p-valeur est supérieure aux niveaux de risque α choisis, ce qui signifie qu'on ne peut pas rejeter l'hypothèse nulle H0 : le patient est sain.

#Exo8.7

Pour un risque de 1%, pour le seuil de décision du test de Dr. House, on obtient:

-0.2272512

Pour un risque de 1%, le seuil de décision du test de Dr. Cuddy , on obtient:

-0.6979044

Les deux médecins seront donc d'accord pour rejeter l'hypothèse nulle (que le patient est sain) si la mesure X est supérieure à -0.6979044 ou inférieure à -0.2272512

Pour un risque de 5%, pour le seuil de décision du test de Dr. House, on obtient:

-0.4120108

Pour un risque de 5%, le seuil de décision du test de Dr. Cuddy , on obtient:

-0.4934561

Les deux médecins seront donc d'accord pour rejeter l'hypothèse nulle (que le patient est sain) si la mesure X est supérieure à -0.4120108 ou inférieure à -0.4934561.

On peut voir que pour les deux risques, les seuils de décision de Dr. Cuddy sont plus restrictifs que ceux de Dr. House. Cela signifie que Dr. Cuddy aura tendance à détecter plus de patients à risque que Dr. House, ce qui peut être bénéfique pour la prévention de la thrombose mais peut également conduire à un plus grand nombre de faux positifs.