



به نام خدا

محاسبات عددی	تمرین سری اول متلب	دانشکده علوم مهندسی، دانشکدگان فنی، دانشگاه تهران
مهلت تحویل: ۲۹ اردیبهشت ماه ۱۴۰۲	فصل های اول تا چهارم	دکتر محمودی داریان، دکتر آریانپان، دکتر کزازی

توجه: رعایت تمامی نکات ذکر شده در مورد تمارین، برای حل تکالیف متلب الزامی است. پیشنهاد اکید می شود فیلم نکات تمارین متلب را مشاهده فرمایید.

(۱) دنباله ای به طول n به فرم a_1, a_2, \dots, a_n از اعداد صحیح داریم. می دانیم هیچ عددی در این دنباله، بیشتر از دو مرتبه ظاهر نشده است. برای مثال این دنباله می تواند به صورت زیر باشد:

۱، ۳، ۲، ۸، ۷، ۲، ۳، ۴

به یک عدد صحیح «یکتا» می گوییم اگر فقط یک بار در این دنباله ظاهر شده باشد. برای مثال، در دنباله بالا تنها اعداد ۱، ۴، ۷ و ۸ یکتا هستند.

برنامه ای بنویسید که با دریافت عدد طبیعی n (طول دنباله) و سپس اعداد موجود در دنباله از ورودی، XOR اعداد یکتای آن دنباله را در خروجی نمایش دهد. اگر هیچ عدد یکتایی در دنباله مورد نظر وجود نداشت، عدد صفر چاپ شود.

توضیح: منظور از XOR دو عدد طبیعی مثل a و b که آن را با نماد $a \oplus b$ نمایش می دهند، آن است که اگر دو عدد a و b را در مبنای دو زیر هم بنویسیم (اگر یکی از این اعداد تعداد کمتری رقم دارد پشت آن صفر در نظر می گیریم)، برای هر دو رقم زیرهم اگر یکسان باشند رقم متناظر حاصل، صفر و در غیر این صورت یک خواهد بود.

به عنوان مثال برای محاسبه $12 \oplus 6$ ، ابتدا این دو عدد را در مبنای دو می نویسیم (باید پشت ۶ صفر اضافه کنیم تا تعداد ارقام برابر شود). سپس به صورت رقم به رقم نگاه می کنیم و اگر ارقام متناظر در این دو عدد برابر بودند، صفر و در غیر این صورت یک می گذاریم:

$$6 \oplus 12 = (0110)_2 \oplus (1100)_2 = (1010)_2 = 10$$

(۲) در یک آزمایش پرتاب موشک، سرعت موشک در راستای قائم در زمان های مختلف به صورت زیر اندازه گیری شده است:

زمان (sec)	سرعت ($\frac{m}{sec}$)
۵	۱۰۶.۸
۸	۱۷۷.۲
۱۲	۲۷۹.۲

می خواهیم سرعت موشک را بر حسب زمان به صورت چند جمله ای درجه دوم تقریب بزنیم:

$$v(t) = at^2 + bt + c$$

الف) برنامه ای بنویسید که ضرایب این چند جمله ای را با حل دستگاه معادلات خطی به روش حذفی گوس به دست آورد.

ب) برنامه ای بنویسید که ضرایب این چند جمله ای را با حل دستگاه معادلات خطی به روش ژاکوبی با مقدار اولیه و تعداد دفعات تکرار دلخواه (حداقل ۲۰ مرتبه) به دست آورد.

ج) برنامه ای بنویسید که ضرایب این چند جمله ای را با درونیایی به روش لاگرانژ حل کند.

د) برنامه ای بنویسید که ضرایب این چند جمله ای را با روش چند جمله درونیاب، محاسبه کند.

ه) نقاط جدول را به همراه نقاط متناظر آن ها در قسمت های الف تا د در نمودار های جداگانه (برای هر روش در یک نمودار) رسم کنید. کدام روش دقت کمتری دارد؟

و) مقدار سرعت را در هر یک از روش های ذکر شده در قسمت های الف تا د در زمان ۱۰ ثانیه به دست آورید.

ز) با استفاده از توابع نوشته شده در قسمت های قبل و افزودن نقطه (۱۲۹.۶ , ۶)، قسمت های الف تا د را حل کنید و چند جمله ای درجه ۳ متناظر با داده های جدید را به دست آورید. سپس مقدار سرعت را در زمان ۱۰ ثانیه با استفاده از چند جمله ای درجه ۳ به دست آورید.

۳) توابع زیر را در نظر بگیرید:

$$f_1 = \frac{\sinh(x)}{x} \qquad f_2 = \sum_{i=0}^n \frac{x^{2i}}{(2i+1)!}$$

n را دنباله حسابی از اعداد بین ۴ تا ۱۰ در نظر بگیرید.

الف) منحنی توابع (در یک subplot به ازای مقادیر n مختلف) و منحنی اختلاف توابع (در یک subplot به ازای مقادیر n مختلف) رسم کنید.

ب) برنامه ای بنویسید که حد تابع f_1 را در نقطه $x = 0$ و نیز تابع f_2 را به ازای مقادیر مختلف n محاسبه کند.

ج) با استفاده از قسمت های قبل، با افزایش مقدار n چه نتیجه ای می توان گرفت؟

د) برنامه ای بنویسید که با استفاده از روش نیوتون رافسون به ازای مقدار $n = 4$ معادله $f_1 = f_2$ را حل نماید. نقطه شروع را برابر ۱۰ و محاسبات را تا دقت ۴ رقم اعشار انجام دهید.

۴) در صنعت فرآوری مواد معدنی برای جدایش دانه های با ارزش مانند گالن از مواد فاقد ارزش لازم برای تولید (باطله) از شناورسازی مواد در سیال مخصوص به خود استفاده می کنند. برای جدایش مواد بسیار دانه ریز، دانستن سرعت حد سقوط دانه های جامد در سیال جهت جدایش بهتر الزامی می باشد تا بتوان دستگاه های جداکننده مناسبی برای جدایش بهتر مواد با ارزش انتخاب کرد.

رابطه زیر جهت محاسبه سرعت حد دانه های جامد بکار می رود:

$$v(d) = \sqrt{\frac{3gd(\sigma_s - \sigma_f)}{\sigma_f}}$$

در این رابطه:

g : شتاب ثقل برابر ۹.۸۱ می باشد.

d : قطر دانه های جامد بوده و پارامتر مجهول صورت سوال است.

σ_s : دانسیته ذرات با ارزش که از ۵ تا ۹.۵ با طول گام ۰.۰۵ تغییر می کند.

σ_f : دانسیته سیال مورد استفاده برابر ۱.۵ می باشد.

قصد داریم سرعت حد دانه های جامد برابر با ۲۱.۶۹ باشد. محاسبات خود را با ۱۶ رقم اعشار انجام دهید.

الف) برنامه ای بنویسید که با استفاده از روش وتری مقدار عددی d را برای هر یک از مقادیر σ_s بدست آورده و سپس نمودار تغییرات d را بر حسب σ_s رسم کند. مقادیر اولیه $x_u = 0$ و $x_l = 15$ بوده و تعداد دفعات تکرار عددی دلخواه (حداقل ۳۰ مرتبه) است.

ب) برنامه ای بنویسید که با استفاده از روش دوبخشی (تنصیف) مقدار عددی d را برای هر یک از مقادیر σ_s بدست آورده و سپس نمودار تغییرات d را بر حسب σ_s رسم کند. مقدار a و b را به ترتیب برابر ۰ و ۱۰۰ و تعداد دفعات تکرار عددی دلخواه (حداقل ۴۰ مرتبه) در نظر بگیرید.

ج) حال رابطه d را بر حسب سایر پارامترها بازنویسی کنید و با توجه به داده های صورت سوال، به ازای هر کدام از مقادیر σ_s مقدار واقعی d را محاسبه کنید. سپس منحنی قدرمطلق خطای d را برای هر کدام از روش های وتری و تنصیف بر حسب σ_s ترسیم کنید. با توجه به نقاط روی این نمودار توضیح دهید برای هر کدام از روش های وتری و تنصیف، به ازای چه مقدار از پارامتر σ_s کمترین و بیشترین خطا حاصل می شود.