



LAB 4

Laboratory OFDM

Written by

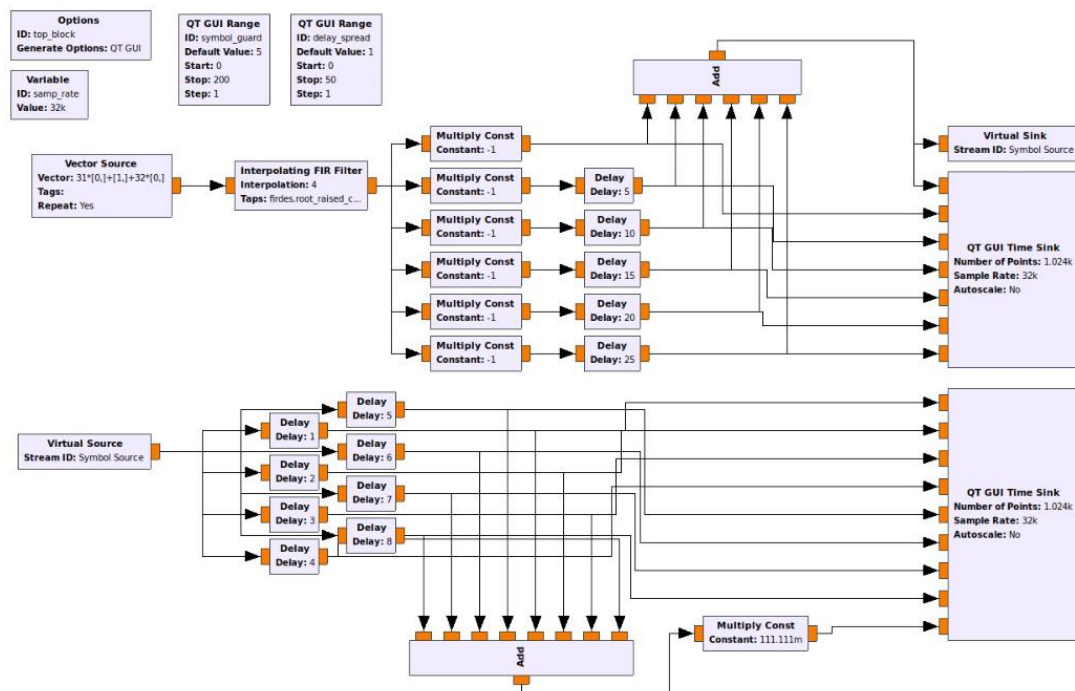
Shahaf Zohar - 205978000

Tom Ratzon - 209008291

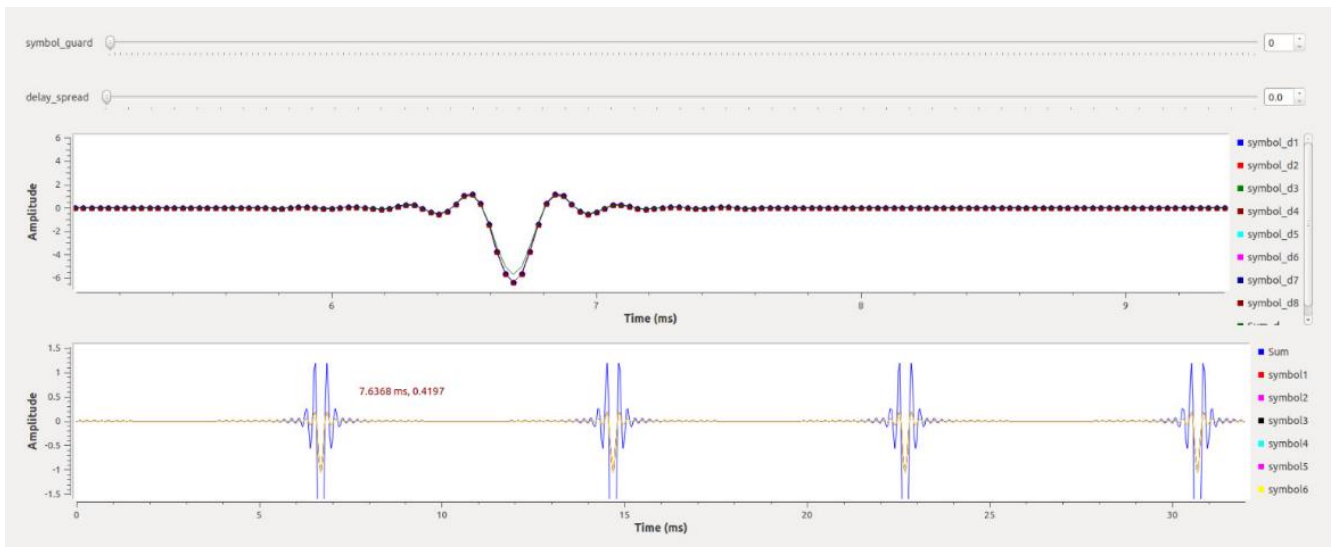


Part 1- Symbols and multipath

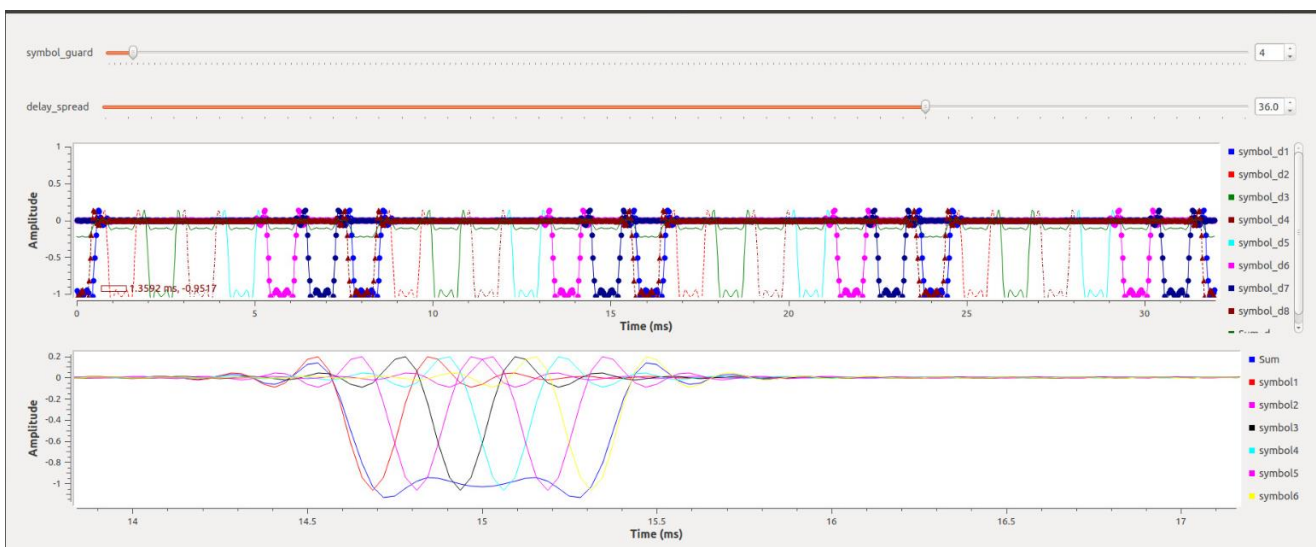
1. המודל שלנו



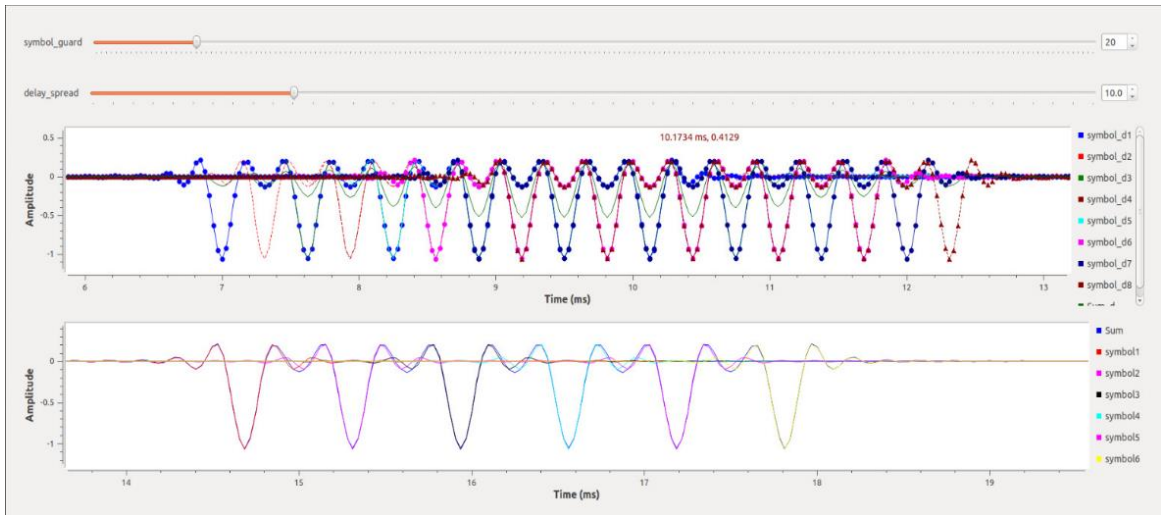
a. מקרה בו ה Delay הוא 0 ולכן ניתן לראות כי הסימבולים מתאחדים, אין הפרדה בין השידור של הסימבולים ה Symbol guard הוא גם 0



כאשר הקטנו את ה Symbol guard גרמנו לכך שההשהיות בין השידור סימבולים הייתה קטנה מאוד ולכן קיבלנו איחוד של כמה סימבולים המפריעים זה לזה למין סימבול אחד גדול.

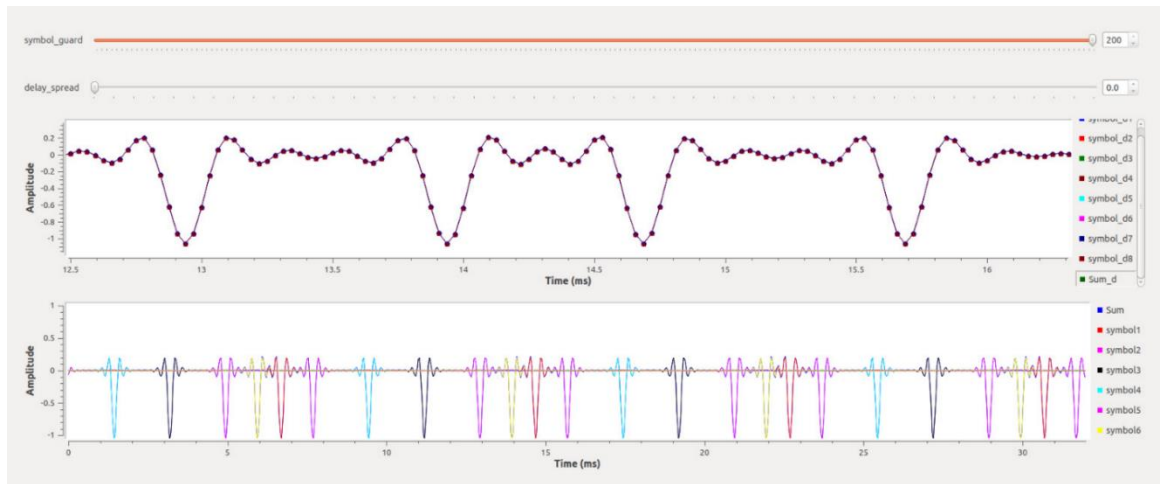


מקרה שרואים ISI – כאשר ה $guard$ נמוך וה $spread$ גבוה, נראה שיש "התנגשות" בין 6 קרניים האחרונות של סימבול ולבין ה 6 קרניים הראשונות של הסימבול הבא וכמעט אי אפשר להבין מה הסימבול המקורי (הסכום של הקרניים- עיגולים כחולים).



מצב בלי הפרעות ברגע שנגדיל מאוד את ה $guard$ וה $Delay$ נמוך נראה כי אין הפרעות בין הסימבולים ואחר והם אינם מפריעים לנו מצב זה בהכרח לא הכי טוב כפי שלמדנו בהרצאה, נרצה לצמצם את ה $guard$ ככל שאפשר בכדי לנצל את מרווח השידור שלנו בהיתן שלא נפריע לשידור סימבולים אחרים.

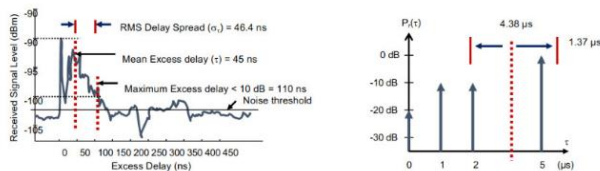
- מקרים שאין ISI -מקרה ראשון עם $spread$ נמוך אז השילוב של הקרניים יוצא יותר "חזק", מקרה שני עם $spread$ יותר גבוה אז כמעט אין חפיפה בין הקרניים אז הסכום לא מורגש (כל קרן אבל כן - ממש משכפל את הסימבול כמספר הקרניים)



- אנו יודעים שזמן שידור סימבול הוא T_s , בגלל $spread$ -delay הזמן האמיתי שהסימבול נמצא באוויר הוא $T_s + T_m$ (כשאר T_m זה ה $spread$ -delay כלומר זהו ההפרש בין הקרן הראשונה שמגיעה לאחרונה). לכן נרצה שה $guard$ בין הסימבולים יהיה גדול שווה ל $spread$ -delay וכך נבטיח שסימבולים לא יעלו אחד על השני ויגרמו ISI .
נרשה עד 10% הפרעה ולכן נדרוש שההפרש בין הקרן הראשונה לקרן האחרונה יהיה לפחות 90% מה - $guard$ ונקבל: $T_{guard} \geq 0.9T_m$.
(אם נסתכל על הפרמטרים בתמונות מסעיף קודם, זה יוצא הגיוני, מזכור שה T_m הוא ההפרש מהקרן הראשונה לאחרונה בסימולציה הוא בעצם $8 \cdot d_{delay}$, מאחר והאחרון מוכפל ב 8, הראשון כמובן בלי דיליי, וניתן לראות בתמונות שה ISI מהשוואה לא מתקיים, ובתמונות שאין ISI היא כן מתקיימת).מקור מההרצאה

Data transmission

- In the time domain
 - $T_N \approx \frac{1}{B_N} \gg \frac{1}{B_c} \approx T_\sigma$
 - Where T_N is the symbol time and T_σ is the delay spread.



3. לפי הקשר שלמדנו $T_m \approx \frac{1}{B_c}$ (הוא B_c Coherence bandwidth) בנוסוי שלנו ה- $Delay$ נמצא בטווח של 1 עד 50 ולכן ה-

$Coherence\ bandwidth$ שנקבל יהיו בטווח $\frac{1}{50}$ עד 1 כי אנחנו מתחילים מ 1. בנוסף נשים לב שככל שה $Delay\ spread$ גדול אז רוחב הפס הקוהרנטי (שם נקבל $flat\ fading$) יהיה יותר קטן. שזה אומר שרמת התגובה של הערוץ תהיה קטנה יותר. נחשב לפי הגדרה את t_k ונשים לב שכל הקרניים מגיעות עם אמפליטודה זהה ושיש לנו 9 קרניים בסה"כ, כאשר כל קרן מוגדרת $k \cdot delay_{spread}$ כשאר הטווח הוא בין 1 עד 50 וכל קרן מייצגת k

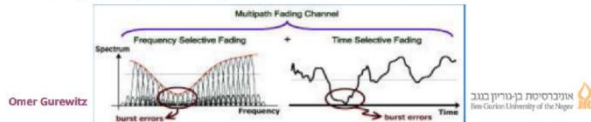
$$t_k = \frac{\sum p_k t_k}{\sum p_k} = \frac{1}{n} \sum t_k = \frac{1}{9} \sum \frac{k \cdot delay}{32000}$$

$$t_k = \frac{1}{9} \sum \left(\frac{k \cdot delay}{32000} \right)^2$$

$$\sigma_d = \sqrt{t_k^2 - (t_k)^2}$$

עכשיו נחשב עבור $delay_{spread} = 1$ ועבור $delay_{spread} = 50$

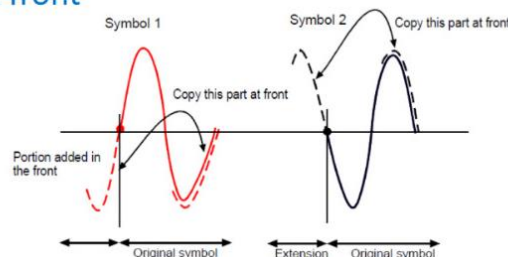
- Many signals arriving at a source
- The variation in delays varies the arrival times (delay spread)
 - This is statistical and results in...
 - Flat fading or frequency-selective fading
 - **Coherence BW**: Degree to which channel response const. with freq.
- Dynamic Multipath
 - Many radios and environment are moving
 - Movement fluctuates the received frequency (Doppler spread)
 - This causes a time variation
 - Fast fading or slow fading (is the fluctuation quick or slow with time)
 - **Coherence Time**: Degree to which channel response const. with time



4. נלמד בהרצאה כי נוכל להאריך את זמן השידור של הסימבול עדי ידי העתקה של הזנב וחיבורו לראש הסימבול, שיטה זאת נקראת $Cyclic\ Prefix(CP)$. מקור מההרצאה:

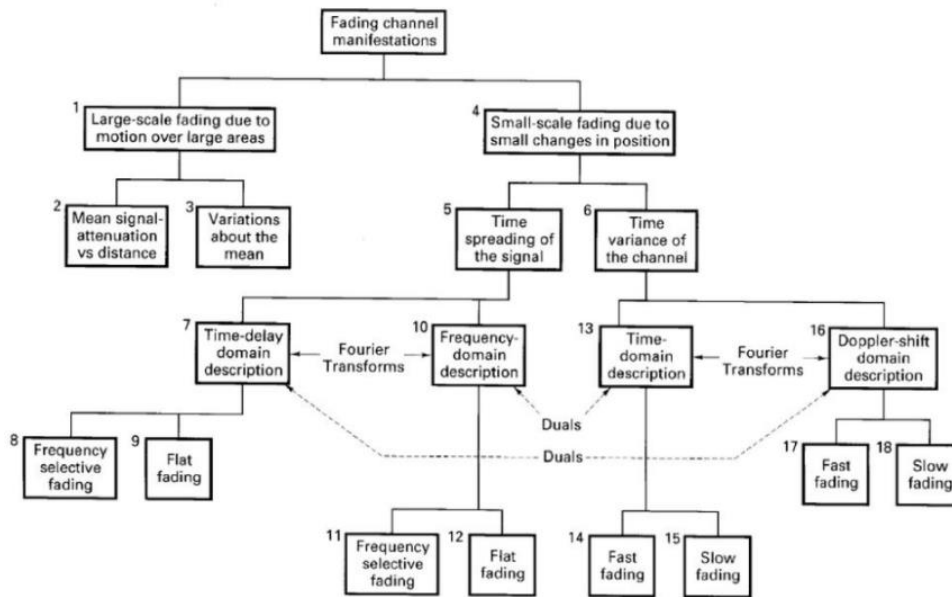
Cyclic Prefix (CP)

- However, we don't know the delay spread exactly
 - The hardware doesn't allow blank space because it needs to send out signals continuously
- Solution: **Cyclic Prefix**
 - Make the symbol period longer by copying the tail and glue it in the front



In 802.11,
CP:data = 1:4

ואז במקום לשים $guard\ time$ אנחנו משדרים רצוף, ומקבלים ביטול של ההפרעות בצורה יותר טובה. נקבל את הביטול של ההפרעות בגלל שה CP גורם לכך שמבחינה מתמטית נוצרת קונבולוציה מעגלית בין תגובת הערוץ לאות המשודר הדגימות שהונחתו עקב $IS/$ לא נדרשות כלל בשביל לשחזר את הסימבול ששודר מאחר וזה בדיוק הדגימות ששכפלנו מראש ולכן קיים להם "עותק" לא פגום.



> Introduction

Path loss is caused by dissipation of the power radiated by the transmitter

Shadowing is caused by obstacles between the transmitter and receiver that absorb power. Since variations due to path loss and shadowing occur over relatively large distances this variation is referred to as large-scale propagation effects.

הסוגים שנגמרים בגלל *multipath spread delay* הם 2 הסוגים שלמדנו עליהם Flat Fading שהכוונה בו שהאמפליטודה של האות היא "יחסית קבועה", בטווח התדרים שהוא משודר כלומר התנאים האלו צריכים להתקיים $T_s \gg T_m$ & $B_{Signal} \ll B_c$ למשל מצב בו אנו משדרים

$$B_N = \frac{B}{N} = \frac{\text{Badwidth}}{\text{Number of channels}}$$

עבור הדוגמא שלנו נראה כי $flat\ fading \leftarrow B_N \ll B_c$

נניח והנתונים שלנו הם $Number\ of\ channels = 10, Badwidth = 10KHz \rightarrow B_N = \frac{10KHz}{10} = 1KHz$

נתון נוסף $T_m = 1\ mcs$

$$T_m = 1\ mcs \rightarrow B_c = \frac{1}{10^{-6}} = 1MHz \rightarrow B_c \gg B_N \rightarrow flat\ fading$$

עבור *selective frequency* שבו יהיו שינויים יחסית גדולים באמפליטודה בתדרים צמודים התנאים האלו צריכים להתקיים

$$T_s \ll T_m \text{ \& } B_{Signal} \gg B_c$$

אותה דוגמא רק להפוך מספרים, נציג את המקורות שלנו :

Flat Fading

- Channel response in flat fading impaired signal has flat gain/linear phase over bandwidth (BW) which is greater than signal BW.
- Spectral characteristics of flat fading impaired signal are preserved over time.
- The figure-1 depicts time domain and frequency domain flat fading channel characteristics.
- As gain of the signal varies over time, flat fading channels are known as amplitude varying channels. They are also called as narrowband channels as signal BW is narrow compare to channel BW.
- Signal undergoes flat fading if following conditions are met
 - $B_s \ll B_c$
 - $T_s \gg \sigma_T$

Frequency Selective Fading

- In this faded signal, channel response of signal has constant gain/linear phase over bandwidth (BW) which is less than that of signal BW.
- It is caused by ISI (Inter Symbol Interference) where in received signal consists of multiple delayed and attenuated versions of the transmitted signal.
- The figure-2 depicts time domain and frequency domain frequency selective fading channel characteristics.
- Signal undergoes frequency selective fading if following conditions are met
 - $B_s > B_c$
 - $T_s < \sigma_T$
- Rule of thumb for channel to be frequency selective is $T_s \leq 10 \cdot \sigma_T$

בנוסף בתמונה שהצגנו יש סוגים נוספות שנגרמים מאפקט דופלר - *fast & slow fading*, ותלוי בגורמים כמו תדר נושא ומהירות הגוף, נשים לב כי טווח זמן התגובות הערוץ היא יחסית "קבועה", ככל שהאפקט דופלר יותר מורגש (תדר גל נושא גבוה, מהירות גוף גבוהה).

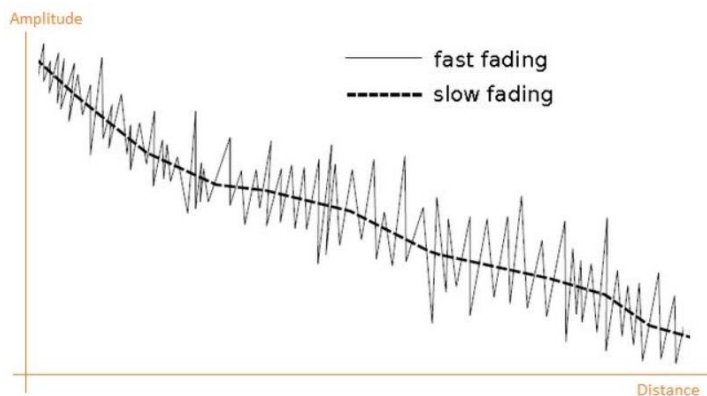
הסבר עבור ה- *slow fading* מתרחשת כאשר ה- *Coherence bandwidth* גדולה מאוד ביחס לדרישת הדיליי של הערוץ כלומר השינוי באמפליטודה ובפאזה נשאר "יחסית" קבוע לאורך זמן.
דוגמא:

$$B_D = \frac{1}{T_c} = \frac{1}{\text{Coherence time}} \rightarrow \text{שקול} \rightarrow B_c = \frac{1}{T_m}$$

נניח ונתון לנו כי $B_c = 30\text{Hz}$ לכן $T_m = \frac{1}{30\text{Hz}} = 0.0333\text{sec}$

$$B_N \gg B_c \ \& \ T_m \gg T_s \text{ כלומר } T_s = 1\text{ms} = \frac{1}{B_N} \rightarrow \frac{1}{B} = \frac{\text{Number of channels}}{\text{Bandwidth}} \rightarrow B_N = \frac{1}{10^{-6}} \rightarrow 1\text{KHz} = B_N$$

הסבר עבור ה- *fast fading* כאשר ה- *Coherence bandwidth* קטנה מאוד ביחס לדרישת הדיליי של הערוץ כלומר השינוי באמפליטודה ובפאזה נשאר משתנה בזמן. אותה דוגמא בצורה הפוכה ניתן לראות את ההסברים מהמקורות שהבאנו :



Slow Fading

It does not vary quickly with the frequency. It originates due to effect of mobility. It is result of signal path change due to shadowing and obstructions such as tree or buildings etc.

Slow Fading results due to following:

- ➔ Low Doppler Spread
- ➔ Coherence Time \gg Symbol Period
- ➔ Impulse response changes much slower than the transmitted signal.
- ➔ It occurs if $T_s \ll T_c$, $B_s \gg B_D$

Fast Fading

It varies quickly with the frequency. Fast fading originates due to effects of constructive and destructive interference patterns which is caused due to multipath.

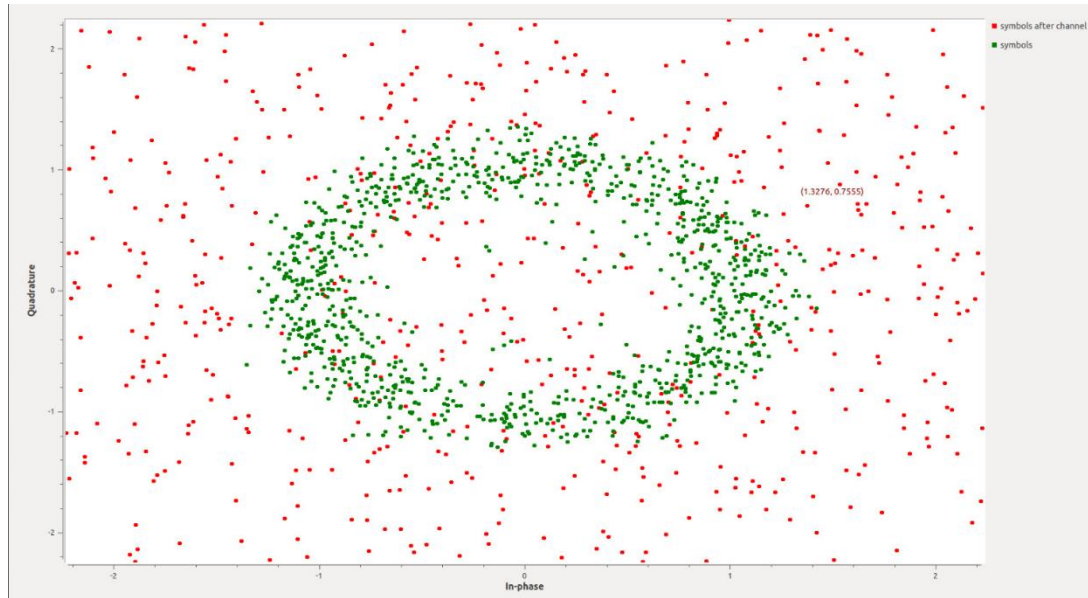
Doppler spread leads to frequency dispersion and time selective fading.

Fast Fading results due to following:

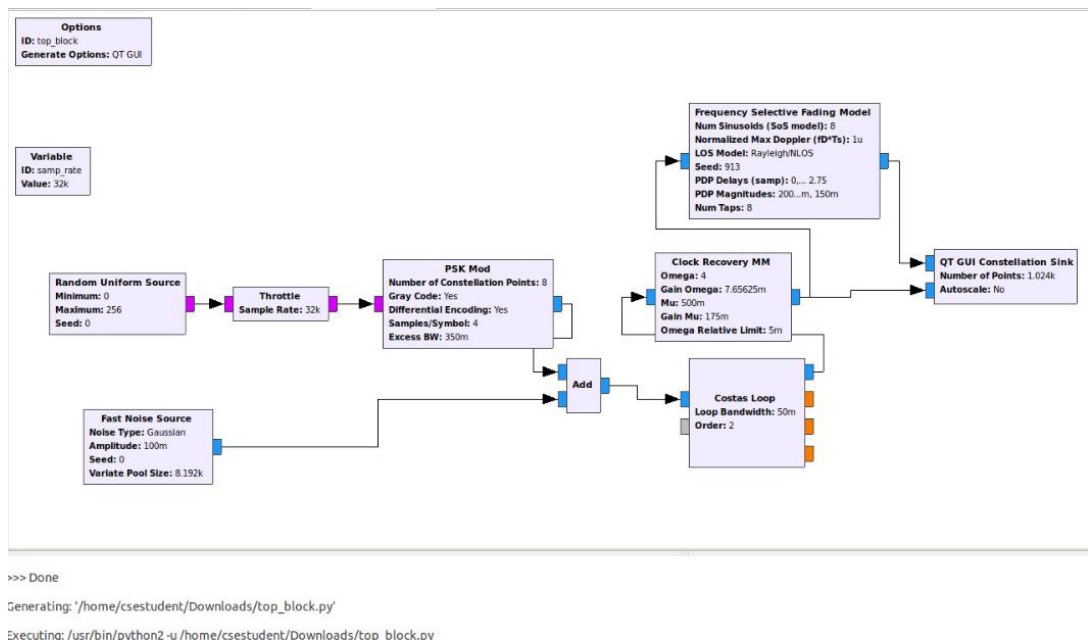
- ➔ High Doppler Spread
- ➔ Coherence Time $<$ Symbol Period
- ➔ Channel impulse response changes rapidly within the symbol duration.
- ➔ Occurs if $T_s > T_c$, $B_s < B_D$
- ➔ It occurs for very low data rates.

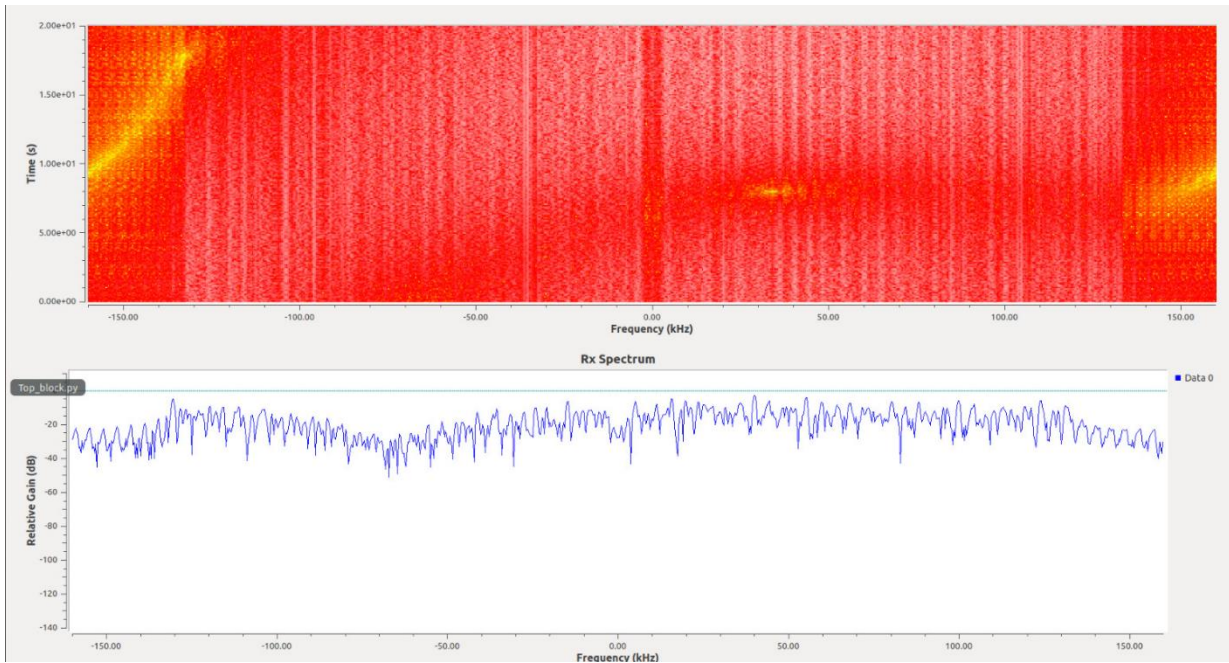
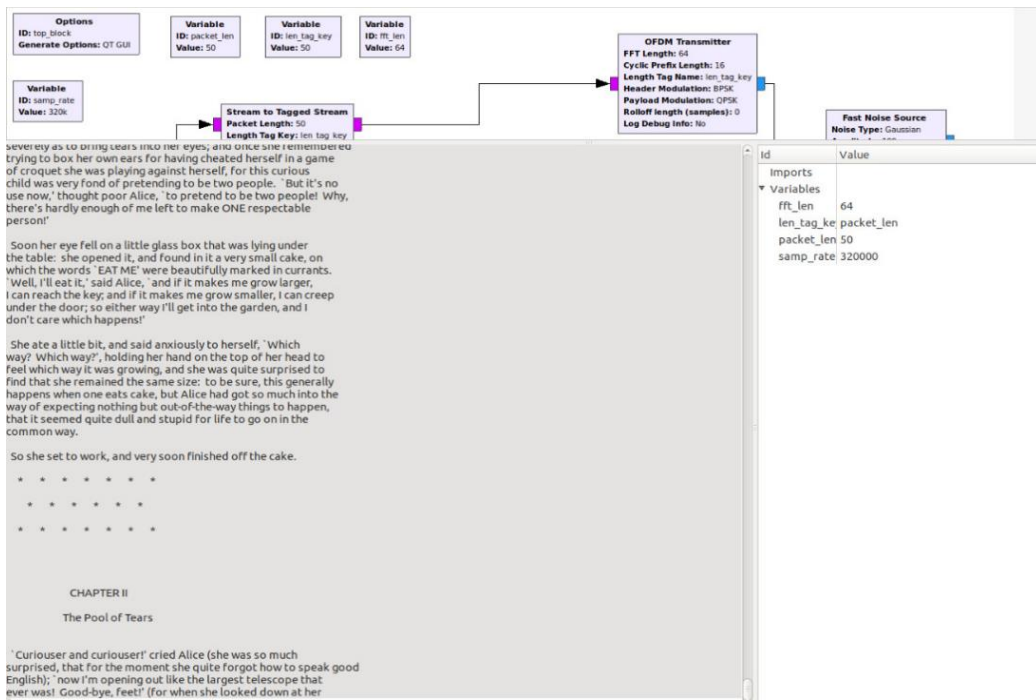
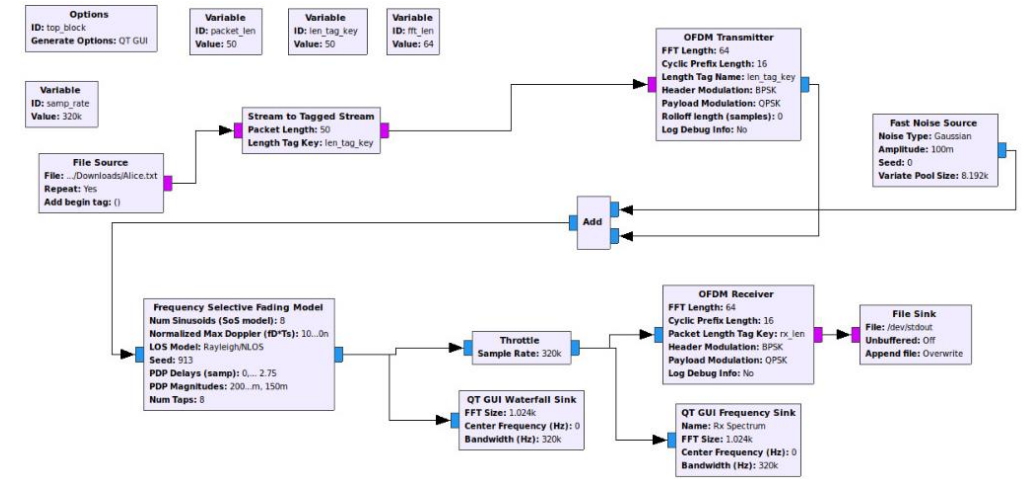
Part 2 Fading

מה שעשינו : אפנון BPSK, ירוק וניתן לראות את הסימבולים שנשלחים, לפני מעבר במודל ערוץ, ובאדום את מה שמתקבל לאחר מעבר בערוץ, מהתמונה אפשר לראות שינויים בזמן ולא אין אפשרות להבין מה נשלח בדיוק, נקבל מין קיבוץ של סימבולים ירוקים וסימבולים דומים מפוזרים על כל המרחב. מכאן ניתן להסיק שאפנון BPSK לא מתאים Constellation שלנו.



:Code





Theory questions

1.

- **Coherence time** - הזמן בו התגובה להלם של הערוץ יחסית קבועה, מושפע מאפקט דופלר שיוצר הזזה בתדר ואי עמידה בו (כלומר היחס בין זמן שידור סיגנל לזמן הקוהרנטי) יקבע אם נקבל *fading fast or slow*.
- **Bandwidth Coherence** - רוחב הסרט שבו נקבל שהמגניטודה של הערוץ יחסית קבועה, מושפעת מ- *multipath spread delay* ואי עמידה בתנאי זה, כלומר היחס בין רוחב הפס הנחוץ לשידור הסימבול לבין רוחב הפס הקוהרנטי, תקבע אם נקבל *frequency-selective fading* או *flat*.

Coherence Bandwidth

$$B_{coh} = \frac{1}{2\pi\sigma_d} \approx \frac{1}{2T_m}$$

$$T_{coh} = \frac{9}{16\pi f_m} \approx \frac{1}{5f_m} \approx \frac{1}{2B_d}$$

Bandwidth (range of frequencies) over which channel is constant is called **coherence Bandwidth**.

מקורות :

Coherence Bandwidth $\sim (1/\text{Maximum Delay Spread})$

The better way to calculate **coherence bandwidth** is using RMS Delay Spread, as different channel will experience different signal intensity over different delay span with same delay spread.

Coherence Bandwidth $\approx 1/(2\pi * \text{RMS Delay Spread})$

Coherence Time

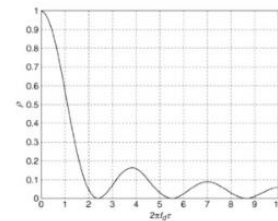
- The nature of the time correlation

$$\rho = J_0^2(2\pi f_d \tau)$$
- For gains to be within 50% of each other

$$0.5 = J_0^2(2\pi f_d \tau)$$
- Gives...

$$\tau \approx \frac{9}{16\pi f_d}$$
- ...the **coherence time**

$$T_{coh} = \frac{9}{16\pi f_d}$$



Coherence time - Roughly how long can you consider the channel to be constant in time

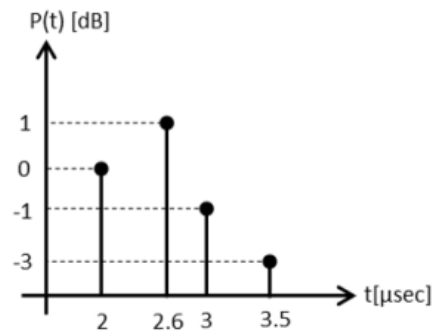
2. התפשטות של *multipath propagation* עלולה לגרום ל-*frequency-selective fading*, המשפיעה על רכיבים ספקטריים שונים של אות רדיו עם משרעות שונות, ודעיכה רב-מסלולית, המשפיעה הן על המשרעת והן על הפאזה של האות, מה שגורם לעיוותי פאזה ול-*ISI*. תופעה זו מתרחשת כאשר מספר קרניים מגיעות ממספר מסלולים שונים וגורמות להפרעה ועיוותים ב-*ISI*, תופעה זו עלולה לגרום ל-*Fading* מה שיגרום לאות המתקבל במקלט להיות חלש - *frequency-selective fading*. תופעה נוספת העלולה להתרחש היא *Flat fading* כאשר לערוץ יש *Gain* קבוע ופאזה לינארית תחת רוחב פס שגדול בהרבה מרוחב הפס של המשרד.
3. עכשיו נתון לנו שטח עירוני (typical urban area) ונתון לנו $T_d \approx 5\mu\text{sec}$ (multipath delay spread) ונתון שרוחב הפס של המשרד הוא $BW = 1\text{MHz}$, בנוסף כדי לקבוע אם מתקבל *frequency-selective fading* נצטרך לעמוד בתנאים הבאים: $T_s \ll T_m \text{ \& } B_{\text{Signal}} \gg B_c$. נמצא את הרוחב פס הקוהרנטי:

$$B_c = \frac{1}{T_d} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-6}} = 200\text{KHz} \rightarrow B_c \ll B_{\text{Signal}} \rightarrow 200\text{KHz} \ll 1\text{MHz}$$

ולכן לפי הגדרה הערוץ שלנו הוא *frequency selective*.
 ידוע שיש לנו ערוץ בודד ולכן :

$$T_s = \frac{1}{BW} = \frac{1}{10^{-6}} = 1\mu\text{sec} \rightarrow T_s \ll T_m = T_d = 5\mu\text{sec}$$

לכן כל התנאים מתקיימים ל-*frequency-selective fading* כלומר הערוץ הוא *frequency selective*.



נדרוש $B_C = \frac{1}{T_d}$ נתון לנו ש $B_{Signal} = 50 \text{ KHz}$, מהגרף ניתן להסיק את T_d נחשב אותו כהפרש הזמנים מהקרן האחרונה לקרן הראשונה הוא $T_d = 3.5 \mu\text{sec} - 2 \mu\text{sec} = 1.5 \mu\text{sec}$ מכאן נוכל לחשב את B_C

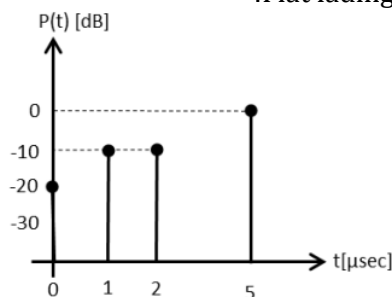
$$B_C = \frac{1}{T_d} = \frac{1}{1.5 \cdot 10^{-6} \text{sec}} = 666.666 \text{ KHz} \rightarrow B_C \gg B_{Signal} \rightarrow \text{no frequency - selective}$$

עכשיו נחשב את T_s באמצעות B_{Signal}

$$T_s = \frac{1}{BW} = \frac{1}{50 \text{ KHz}} = 20 \mu\text{sec} \rightarrow T_s \gg T_d = 1.5 \mu\text{sec}$$

לכן מתקיימים כל התנאים להתרחשות Flat fading.

5. בשאלה הזאת נתון גרף :



נחשב לפי הנוסחאות מהכיתה:

RMS Delay Spread

- Sending a pulse over a statistical channel
 - Results in random strengths and time of arrival Impulse response
- Quantify response by...
 - Subtracting weighted mean from weighted mean square
 - We define this as the RMS delay spread

$$\sigma_\tau = \sqrt{\langle t_k^2 \rangle - \langle t_k \rangle^2}$$

$$\bar{\tau} = \frac{\sum_{k=1}^m p_k t_k}{\sum_{k=1}^m p_k}$$

$$\overline{\tau^2} = \frac{\sum_{k=1}^m p_k t_k^2}{\sum_{k=1}^m p_k}$$

Omer Gurewitz

(371-1-1803) Wireless Networks

אוניברסיטת בן-גוריון בנגב
 Ben-Gurion University of the Negev

$$t_k = \frac{\sum_{i=1}^4 p_i \cdot t_i}{\sum_{i=1}^4 p_i} = \frac{(-20\text{dB}) \cdot t_1 + (-10\text{dB}) \cdot t_2 + (-10\text{dB}) \cdot t_3 + (0\text{dB}) \cdot t_4}{(-20\text{dB}) + (-10\text{dB}) + (-10\text{dB}) + (0\text{dB})}$$

$$= \frac{0.01\text{Hz} \cdot 0\mu\text{sec} + 0.1\text{Hz} \cdot 1\mu\text{sec} + 0.1\text{Hz} \cdot 2\mu\text{sec} + 1\text{Hz} \cdot 5\mu\text{sec}}{0.01\text{Hz} + 0.1\text{Hz} + 0.1\text{Hz} + 1\text{Hz}} = \frac{1.21 \text{ Hz} \cdot \mu\text{sec}}{5.3 \text{ Hz} \cdot \mu\text{sec}} = 4.41666 \mu\text{sec}$$

$$t_k^2 = \frac{\sum_{i=1}^4 p_i \cdot t_i^2}{\sum_{i=1}^4 p_i} = \frac{(-20\text{dB}) \cdot t_1^2 + (-10\text{dB}) \cdot t_2^2 + (-10\text{dB}) \cdot t_3^2 + (0\text{dB}) \cdot t_4^2}{(-20\text{dB}) + (-10\text{dB}) + (-10\text{dB}) + (0\text{dB})}$$

$$= \frac{0.01\text{Hz} \cdot 0\mu\text{sec} + 0.1\text{Hz} \cdot 1\mu\text{sec} + 0.1\text{Hz} \cdot 4\mu\text{sec} + 1\text{Hz} \cdot 25\mu\text{sec}}{1.21 \text{ Hz}} = \frac{25.5 \text{ Hz} \cdot \mu\text{sec}}{1.21 \text{ Hz}} = 21.25 \mu\text{sec}$$

$$RMS = \sigma_t = \sqrt{t_k^2 - \langle t_k \rangle^2} = \sqrt{21.25 - 19.5069} = 1.32 \mu sec$$

$$B_{coh} = \frac{1}{2\pi\sigma_d} \approx \frac{1}{2T_m} \rightarrow \frac{1}{2\pi(1.32 \cdot 10^{-6})} \approx 120.571 KHz$$

מקור לחישוב :

Coherence Bandwidth

Bandwidth (range of frequencies) over which channel is constant is called **coherence Bandwidth**.

Coherence Bandwidth $\sim (1/\text{Maximum Delay Spread})$

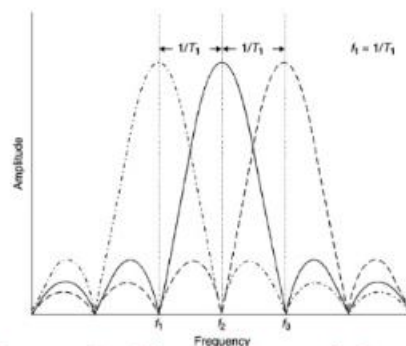
The better way to calculate **coherence bandwidth** is using RMS Delay Spread, as different channel will experience different signal intensity over different delay span with same delay spread.

$$\text{Coherence Bandwidth} \approx 1 / (2 \pi * \text{RMS Delay Spread})$$

Part 3 - Orthogonal Frequency-Division Multiplexing

1. OFDM - היא שיטה לחלוקת תדרים המחלקת את האות הנכנס למספר ערוצים שונים. האיפנון מתבצע על ידי מודולציה עם מספר תתי אותות נשאים (Carrier signals), אורתוגונליים זה לזה, היתרון המרכזי של איפנון זה על איפנון גל יחיד הוא היכולת של OFDM להתמודד עם מצבים שונים (במיוחד עם frequency-selective fading). האיפנון בעל מורכבות לוגית אך קל לישום ברמה הפיזית. במקרה של signal carrier, במידה והערוץ הוא Time dispersive כפי שראינו בחלקים קודמים (שינוי בתדר, שינוי בזמן, הנחתות, ISI) אז יהיה לנו קשה להתמודד ולתקן במידת הצורך. אבל אם נחלק אותם לחלקים קטנים OFDM, כל חלק בפני עצמו ישודר על פס צר ולכן פחות יושפע מהערוץ, וגם אם בחלק מה sub-carrier יהיו הנחתות חזקות, נוכל לדגום מראש את הערוץ ולא להשתמש בהם. בנוסף אורתוגונליות תעזור לנו כי ניתן לחסוך ולא לשים ביניהם guard-band.
2. על ידי מודולציה באותות אורתוגונליים נוכל לצמצם את guard-delay מבלי לקבל הפרעות באות הנקלט (כפי שצויין בסוף סעיף 1) בכך נוכל להגדיל את קצב השידור מבלי לשלם באיכות השידור. בנוסף אפשר לחלק לערוצים ברוחב סרט שמקיים $B_{cannel} \gg B_{coh}$ וגם אם יש ערוצים שהנחתה בהם חזקה מידי, נוכל לא לבחור בהם. לאחר חלוקה של ערוצים ניתן לראות שכל אחד מהם הוא Flat ובנוסף את מי שמונחת חזק מידי אפשר בכלל לא להחשיב

- We can improve the spectral efficiency if we use overlapping channels as long as we keep orthogonality.



Spectra for Three Orthogonal Carriers

$$f(n, t) = \cos(n\omega_0 t)$$

$$n = \pm 1, 2, \dots, N$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_p}$$

T_p - pulse or transmitted symbol width

The frequencies represented are orthogonal; that is, for any two integers m and n :

$$\int_0^{T_p} \cos(n\omega_0 t) \cos(m\omega_0 t) dt = \begin{cases} \frac{T_p}{2} & \text{for } n = m \\ 0 & \text{for } n \neq m \end{cases}$$

Omer Gurewitz

3. נזכר בנוסחאות מהכיתה ובתנאים עבור $fast fading$ ועבור $Slow fading$: $Slow fading$ ו $fast fading$ נחשבים $fading$ בקנה מידה קטן. פיזור התדרים עקב התפשטות דופלר גורם לאות המשודר לעבור $fast fading$ או $Slow fading$, כאשר התפשטות הדופלר הגבוהה גורמת ל $fast fading$ והתפשטות הדופלר הנמוכה מביאה ל $Slow fading$. תלוי באיזו מהירות משתנה אות פס הבסיס המשודר בהשוואה לקצב השינוי של הערוץ, ערוץ עשוי להיות מסווג כערוץ $fast fading$ או $Slow fading$.

Fast fading may be caused when the channel impulse response changes rapidly within the symbol duration. This implies that the coherence time of the channel is smaller than the symbol period. Signal distortion due to fast fading increases with increasing Doppler spread relative to the signal bandwidth. A signal thus undergoes fast fading, if we have the following:

$$T_s > T_c, \quad B_s < B_d \quad (12.13)$$

Slow fading may be caused when the channel impulse response changes at a rate much slower than the transmitted signal. A signal thus undergoes slow fading, if we have the following:

$$T_s < T_c, \quad B_s > B_d \quad (12.14)$$

$$T_s \ll T_{coh} \quad .a$$

$$T_{coh} \ll T_s \quad .b$$

a. כאשר אנחנו מבצעים OFDM נשתמש בIFFT ובמסדר FFT במקלט, בכדי לקבל פונקציות אורתוגונליות שונות נרצה להשתמש בפונקציית בסיס $e^{\frac{j2\pi kt}{T}}$ כלומר סינוס וקוסינוס ואנחנו יודעים שהם אורתוגונליות בין לבין עצמם.

b. ב IDFT מקבל בתור קלט את הסימבולים של הקונסטלציה שלנו X_k , כל סימבול הוא מכפיל בפונקציית בסיס בתדר שונה $e^{\frac{j2\pi kt}{T}}$ וככה יוצר את ה"אפנון", לבסוף הוא סוכם את כולם ויוצר את האות הזמן שמרכיב את כל התדרים השונים הללו (וכעת גם האות בזמן יותר ארוך מבחינת דגימות)

$$v(t) = \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{\frac{j2\pi kt}{T}}, \quad 0 \leq t \leq T$$

c. מאחר ואנחנו משתמשים באותות נושאים אורתוגונליים כאשר נבצע DFT אז במעבר למישור התדר נקבל כי כל האפנונים על ידי אותות נושאים אחרים יתאפסו ורק אותו בעל האפנון שאותו אנחנו רוצים ישאר בהתאם לתדר ששודר.

5. חסרונות –

- מגדי את אנרגיית השידור של הסימבול, כלומר משדר חלקים כפולים מכל סימבול, יותר מידע משודר.
- מאריך את זמן שידור הסימבול, ומקטין את קצב השידור הכללי.

התרונות –

- יוצר *Guard interval* שעוזר לבטל הפרעות ה-*ISI* שיש
- מאפשר לנו להתייחס לקונבולוציה לינארית כקונבולוציה מעגלית וזה מקל לנו מאוד על עיבוד המידע עם DFT
- קל ליישום

6. למדנו כי ניתן לבצע הרחבה מעגלית ל-DFT ובכך להשתמש גם ב-FFT (שזה נוח לנו לעבודה ועיבוד מידע, שימושי בעולם היום יום) במישור התדר קונבולוציה הופכת למכפלה ועל ידי הרחבה לקונבולוציה מעגלית (CP) ושימוש ב-FFT נקבל מספר מכפלות קטן מאשר קונבולוציה לינארית ובכך נגדיל את קצב עיבוד המידע.

$$Y[k] = DFT\{y[n] = \{x * y\}[n]\} = X[k]H[k] \text{ for each } k, \rightarrow$$

$$IDFT\left\{\frac{Y[k]}{H[k]}\right\} = x[n]$$

when we got $\hat{x}[n] = CP + x[n]$, then $\hat{x}[n] = x[n]_N$ so we can get:

$$y[n] = \hat{x}[n] * h[n] = x[n] * h[n]$$

$$7. \text{ נתונים } B = 20\text{MHz} \rightarrow T_s = \frac{1}{B} = 5 \cdot 10^{-8}$$

זמן השידור של סימבול עם CP : $T_{\text{symbol}+CP} = 4 \mu\text{sec}$, ידוע לנו ש 20% הוא עבור ה-CP ולכן :

$$T_{\text{symbol}} = 0.8 \cdot T_{\text{symbol}+CP} = 3.2 \mu\text{sec}$$

a.

- נמצא את רוחב הפס שלנו עבור OFDM

$$B_{\text{OFDM}} = \frac{1}{T_{\text{symbol}}} = \frac{1}{3.2 \mu\text{sec}} = 312.5 \text{KHz}$$

$$N = \frac{B}{B_{\text{ofdm}}} = \frac{20\text{MHz}}{312.5\text{KHz}} = 64$$

מספר הערוצים שלנו הוא : 64

$$\text{subcarrier spacing הוא } T = N \cdot T_s = 64 \cdot 4 \mu\text{sec} = 256 \mu\text{sec} \rightarrow \text{space} = \frac{1}{T} = \frac{1}{256 \cdot 10^{-6}} = 3906 \text{Hz}$$

b. יש לנו סהכ 60 ערוצים ב-OFDM שמשמשים להעברת מידע, בכל ערוץ עוברים מספא ביטים לפי סוג הקונסטלציה, כלומר כל זה מרכיב לנו סימבול OFDM.

נתון כי בחבילה יש לנו 100 סימבולים של מידע ויש לנו 4 סימבולים שהם *useless*, ולכן נוכל לחשב זאת כך

$$(***) \text{data bit} = 100 \cdot 60 \cdot \log_2 M = \begin{cases} 36_K \text{ bit for } 64_{QAM} \\ 12_K \text{ bit for } 4_{QAM} \end{cases}$$

c. המקסימום ש CP זה בדיוק לפי דגימות הנפגמות מ ISI שמהן ננסה להתעלם, נוכל לחשב את זמן *cyclic prefix* שזה בעצם ה-Delay המקסימלי שנוכל לתקן.

$$T_{CP} = 0.2 \cdot 4 \mu\text{sec} = 0.8 \mu\text{sec}$$

d. מהנתונים עולה כי אנחנו מוסיפים $Guard\ band$ של $1.25MHz$ ולכן אנחנו מאבדים מכל צד באופן סימטרי מרוחב הפס שידור שלנו ובסהכ נאבד $2.5MHz$ מרוחב הפס שלנו שהו $20MHz$.

$$N_{loss} = \frac{B_{Guard}}{B_{ofdm}} = \frac{2.5MHz}{312.5KHz} = 8 \rightarrow N_{left} = 56 = \frac{B_{new}}{B_{ofdm}}$$

בהנחה שאנחנו על אותו ערוצים מסעיף ב $(64_{QAM}, 4_{QAM})$ נחשב את $Throughput$ בעזרת החישובים שביצענו. נזכור מהסעיף ב כי יש לנו 4 סימבולים שהם $useless$ ולכן נקבל $52 = 56 - 4$ ערוצים

$$Throughput = \frac{data}{time} = \frac{number\ of\ subcarr \cdot bit\ per\ symbol}{time\ per\ symbol} = \frac{52 \cdot pbs\{2\ for\ 4_{QAM}, 6\ for\ 64_{QAM}\}}{4_{\mu sec}} \rightarrow$$

$$\rightarrow Throughput = \begin{cases} 26_{MHz}, & for\ 4_{QAM} \\ 78_{MHz}, & 64_{QAM} \end{cases}$$

e. עכשיו נתון לנו $B = 10_{MHz} \rightarrow T_s = \frac{1}{B} = 10^{-9}$

כמו כן מספר הערוצים נשאר זהה, $N = 64$ והחס נשאר זהה $T_{CP} = 0.2T_{symbol} \rightarrow T_{CP} = 0.25T_{OFDM}$ נזכר במשוואות הזאות :

$$B_{symbol} = \frac{1}{T_{symbol}}, N = \frac{B}{B_{OFDM}}$$

נציב :

$$B_{OFDM} = \frac{B}{N} = \frac{10_{MHz}}{64} = 156.25_{KHz} \rightarrow T_{OFDM} = \frac{1}{156.25_{KHz}} = 6.4_{\mu sec} \rightarrow T_{CP} = T_{OFDM} 0.25 = 1.6_{\mu sec}$$

Part 4 - OFDM Tx/Rx system

1. נוכל למצוא את הפרמטרים לפי מה שמוזן ב freq-selective-fading אנחנו יודעים כי B_{coh} מושפע מ PDP – power delay profile ו T_{coh} מושפע מאפקט דופלר. נשים לב שהדילי של PDP הוא ביחידות של דגימות ולא זמן, ולכן כדי להעביר לזמן נחלק את מספר הדגימות בקצב הדגימה

$$B_{coh} \approx \frac{1}{2T_m} = \frac{1}{2 \frac{1}{\text{sample rate}}} = 16KHz$$

נשים לב שההפרש בין סימבול לסימבול הוא $0.03sec$ ויש לנו 32 סימבולים בפאקטה כן שנקבל ש

$$Dopler_{freq} = \frac{1}{0.03 \cdot 32} \approx 1Hz \rightarrow Dopler_{Bandwidth} = 2Hz$$

Doppler	Parameter	Symbol
Frequency domain	Channel impulse response	$H(f)$
	Doppler spread	$B_D = 2f_m$
Time domain	Channel impulse response	$H(t)$
	Coherence time (50%)	$T_c \approx \frac{9}{16\pi f_m}$
	Practical rule of thumb	$T_c \approx \frac{0.423}{f_m}$

מהסימבול הראשון לסימבול האחרון עבור מחזור אחד

$$T_{coh} = \frac{1}{2 \cdot Dopler_{Bandwidth}} = \frac{1}{4} = 0.25sec$$

עכשיו מהקשר שמצאנו כבר:

$$2T_m \ll T_{sample} \ll T_{coh}$$

נראה כי אנחנו משתמשים ב OFDM עם 64 ערוצים מהבולק של FFT נסיק זאת

$$B_{OFDM} = \frac{B}{N} = \frac{32000}{64} = 500Hz$$

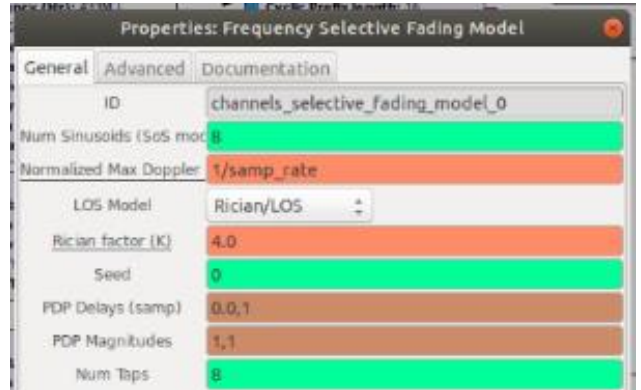
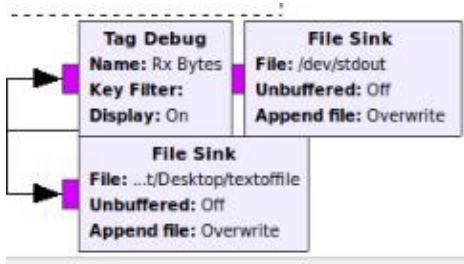
$$T_{sample} = \frac{1}{500} = 0.002$$

$$2T_m = 2 \frac{1}{\text{sample rate}} = 2 \cdot 3.125 \cdot 10^{-5} \ll T_{sample} 0.002 \ll T_{coh} = 0.25$$

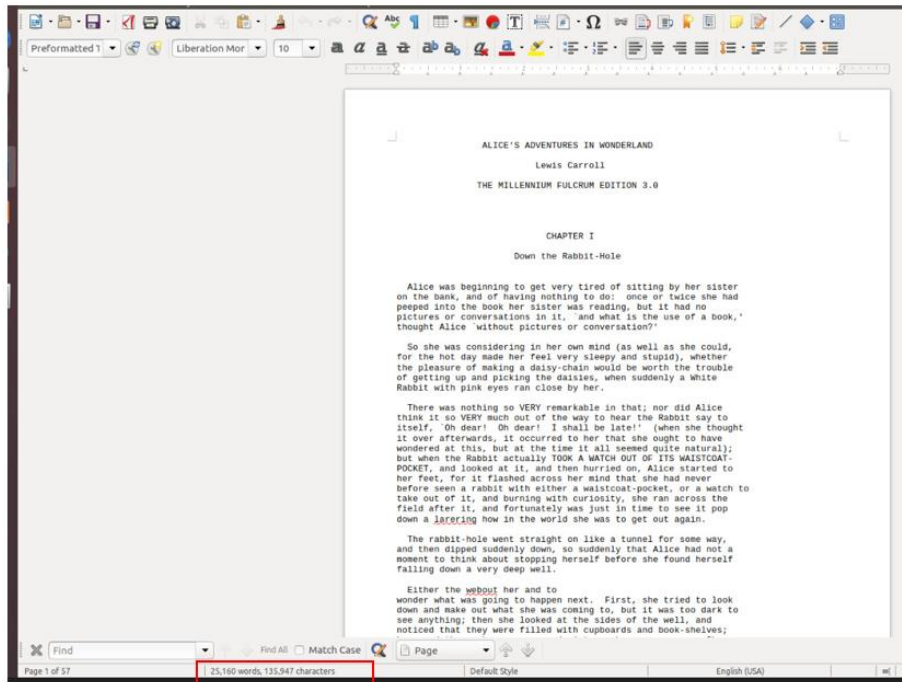
לסיכום השידור יכשל כאשר התנאים הללו אינם מתקיימים



2. נבצע אותו תהליך עבור מודל *Rician/LOS* ראשית נוסיף צילום עבור השינויים אותם ביצענו כדי לקבל את הנדרש



נסתכל על כמות המילים והאותיות שמתקבלות עבור מודל *Rayleigh/NLOS*



נסתכל על כמות המילים והאותיות שמתקבלות עבור מודל *Rician/LOS*

