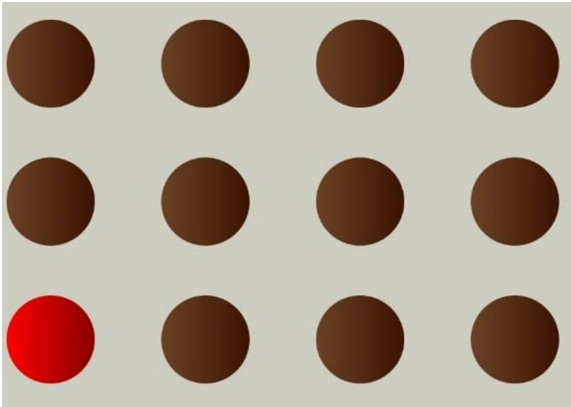
בס"ד

אוניברסיטת אריאל בשומרון

פרויקט גמר

~ משחק צ'ומפ ~



מנחה: ד"ר גבריאל ניבש

מגישות: אודיה לביא ושחר אנגל

תקציר

משחק צ'ומפ הוא משחק אסטרטגיה שוויוני לשני שחקנים המשוחק באמצעות לוח.

<u>המשחק המקורי:</u>
המשחק משוחק על לוח מטריציוני בגודל M*N. כל שחקן בתורו, בוחר משבצת שעדיין לא נמחקה מהלוח ומוחק אותה ואת כל המשבצות מלמעלה ומימין לה שטרם נמחקו. במהלך המשחק השחקן חייב לעשות מהלך נכון, ולבחור להסיר את המשבצת הנכונה שתוביל אותו לניצחון.
המשחק מסתיים כאשר אחד השחקנים בוחר במשבצת השמאלית התחתונה הנקראת 'רעל" וכך הוא מוגדר להיות "המפסיד" במשחק.

<u>המחקר:</u>
ביצענו שני שינויים עיקריים במשחק: כמות רעלים ומיקומם. חקרנו מספר שינויים עד שבחרנו להתמקד בשני רעלים אשר ממוקמים בארבעה מקומות שונים.
כל שינוי נחקר וגילה תוצאות מעניינות על הקשר בינו לבין המשחק המקורי.

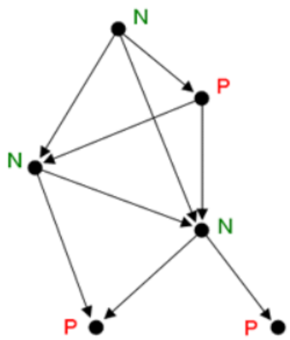
<u>מימוש המשחק:</u>
לאחר ביצוע המחקר, בנינו מערכת של המשחק החדש כך שניתן לשחק מול המחשב בכל ארבעת הניסויים שחקרנו. המשחק מסתיים כאשר אחד השחקנים מסיר את משבצת 'הרעל" ובכך מפסיד.

הקדמה

<u>:Impartial game</u>

תורת המשחקים הקומבינטורית עוסקת במשחקי סכום אפס של שני שחקנים, בעלי אינפורמציה מלאה ללא אלמנט של מזל. תאורטית ניתן לנתח משחקים כאלו באופן מלא. עם זאת, ישנם משחקים כדוגמת שח-מט, בעלי סיבוכיות כל כך גדולה שניתוח מלא בלתי אפשרי עם הטכנולוגיה הנוכחית.

משחק שוויוני הוא משחק סופי בו שני השחקנים יכולים בכל תור לשחק בדיוק את אותם מהלכים, דהיינו לוח המשחק זהה לשני הצדדים ואין חלוקה לשחור ולבן, והמנצח הוא השחקן אשר משחק את המהלך האחרון.



אנו יכולים לסווג כל מצב במשחק בהתאם לשאלה האם מדובר בזכייה של השחקן הראשון או השני, אם שני השחקנים משחקים משחקים בצורה אופטימלית:

- **N-position** השחקן הבא ינצח.
- **P-position** השחקן הקודם ינצח.

<u>משחק צ'ומפ:</u>

צ'ומפ הוא משחק אסטרטגיה שוויוני לשני שחקנים המשוחק באמצעות לוח.

חוקי המשחק:

1. המשחק משוחק על לוח מטריציוני בגודל M*N כאשר בתחילת המשחק הלוח מלא.
2. כל שחקן נקרא בתורו, לבחור משבצת שעדיין לא נמחקה מהלוח ולמחוק אותה.
3. בנוסף למשבצת שבחר, מוחק השחקן גם את כל המשבצות שעדיין לא נמחקו מהלוח ושהקואורדינטות שלהן גדולות או שוות (כל אחת בהתאמה) מהקואורדינטות של המשבצת שבחר (כלומר כל משבצת שנמצאת מעל ומימין למשבצת שנבחרה).
4. בצורה זו מצטמצם הלוח מתור לתור, עד אשר אחד השחקנים בוחר במשבצת השמאלית התחתונה (1,1). השחקן שבחר במשבצת זו מוגדר להיות "המפסיד" במשחק.

מחקרים קודמים הראו כי בכל משחק צ'ומפ השחקן הראשון יכול לנצח, קיימת <u>אסטרטגיה</u> שאם ינהג לפיה יזכה בניצחון עבור כל תגובה אפשרית של השחקן היריב.

<u>עבור לוח בגודל N*2</u>: בהינתן N קבוע, המהלך הראשון של שחקן 1 יהיה בחירה במשבצת הימנית העליונה, כך שיתקבל לוח שבו N-1 משבצות בשורה העליונה ו-N משבצות בשורה התחתונה.

<u>עבור לוח בגודל N*N</u>: השחקן הראשון בוחר במהלך הפתיחה במשבצת אלכסונית לרעל וכך נוצר לוח סימטרי שבו ישנן משבצות בשורה הראשונה והעמודה הראשונה בלבד ומספרן זהה- לוח בצורת האות "L". בשלב הבא, בהינתן ששחקן 2 מקבל בתורו לוח "L" סימטרי, שחקן 1 יגיב על כל בחירה של שחקן 2 בבחירה במשבצת הסימטרית לה, כלומר על בחירה במשבצת מהסוג (i,1) שחקן 1 יבחר במשבצת (i,1) ולהפך.
בצורה כזו שחקן 2 יקבל בתור הבא שלו לוח "L" סימטרי נוסף שבו i-1 משבצות בשורה הראשונה ו-i-1 משבצות בעמודה הראשונה. ע"י אינדוקציה נקבל שהאסטרטגיה המתוארת מהווה אסטרטגיית ניצחון לשחקן 1.

עבור לוח בגודל N*3 לא ניתן להגדיר את אסטרטגיית הניצחון בצורה מפורשת, למרות שניתן לחשב פתרון עבור כל לוח בגודל M ו-N כלליים בעזרת <u>מחשב</u>.

תיאור המחקר

ניסינו לחשוב על שינוי בחוקי המשחק שנוכל ללמוד את השפעתו, ולא נעשה במחקרים קודמים. למשל: לוח בצורה עגולה, לוח בצורה א-סימטרית, אפשרויות אכילה אחרות ועוד.

כל השינויים היו מעניינים, אך חלקם היו קשים לביצוע והרחיקו אותנו מהמשחק המקורי, ולכן בחרנו להישאר בגבולותיו.

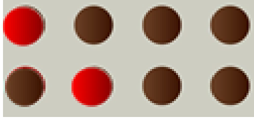
<u>שינוי 1: כמות רעלים</u>

חשבנו לשמור על חוקיות כלשהי בבחירת הכמות ולהתנות אותה במספר השורות, אך ככל שהלוח גדל, הדבר נהיה לא אחיד ויצר חוסר פרופורציה במשחק. אז הגדלנו בהדרגה את הכמות- התחלנו משני רעלים, התקדמנו לשלושה וכו' כך שבכל פעם חקרנו את השינוי שנוצר במשחק כתוצאה מהכמות החדשה.
לבסוף, בחרנו להתמקד במשחק עם שני רעלים שאיפשר לנו מגוון רחב יותר של פעולות על גבי הלוח, ללא פגיעה בחוקי המשחק המקורי.

<u>שינוי 2: מיקום הרעלים</u>

לאחר השינוי הראשון, נתבקשנו לחפש את מיקום הרעלים המתאים ביותר.

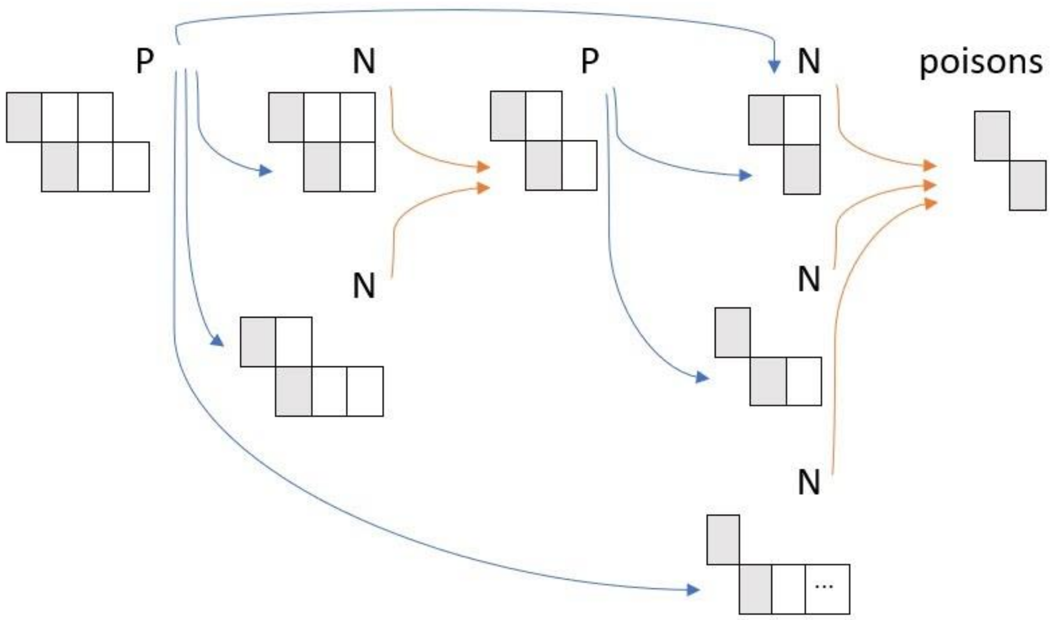
גילינו שכאשר אנו ממקמים את הרעלים בלוח בגודל N*2 במיקום הנ"ל, לא נוצר שום שינוי, והאסטרטגיה נשארת זהה לאסטרטגיה במשחק המקורי.

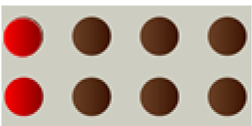


באופן כללי האסטרטגיה עבור השחקן הראשון היא להביא את הלוח לאחד ממצבי P הקיימים, ולשמור על ניצחונו בכך שימשיך לבחור מצבי P בכל מהלכיו הבאים.

החישוב הידני של מצבי P, N נעשה לפי הכללים הבאים:

1. הרעלים מוגדרים כמצב P
2. כל מצב ממנו אפשר להגיע למצב P, הוא מצב N
3. אם כל הצעדים האפשריים מובילים למצבי N אז זהו מצב P





ניסינו למקם בצורה הבאה, אך יצרנו אסטרטגיה קלה אפילו יותר- השחקן הראשון תמיד יבחר במשבצת הנמצאת מימין לרעל התחתון ובכך ייגמר המשחק.

למרות זאת, השארנו את הרעלים במיקום זה ובדקנו מה קורה כאשר מגדילים את הלוח לגודל 3*N ו-N*N. השינוי אכן יצר אסטרטגיה אחרת!

בחרנו להתמקד בלוח בגודל 3*N כי כאמור גם במשחק המקורי אסטרטגיית הניצחון שלו לא מוגדרת מראש בצורה מפורשת ויותר קשה לחישוב.

תיאור האלגוריתם עבור לוח בגודל 3*N

מכיוון שהחישוב עד שלב זה היה ארוך ולא יעיל, כתבנו אלגוריתם שיחשב זאת עבורנו וינסה להבין את השפעת המיקומים השונים של הרעלים.

שפת הפיתוח הינה PYTHON.

מצבי הלוח מיוצגים ע"י מילון כאשר ה-key הוא גודלי השורה (first, second, third) וה-value הוא P או N בהתאם למצב.

מציאת מצבי P, N:

הגדרת הבסיס - רעלים הם מצבי P.

```
dict [ (1, 1, 0) ] = P
```

עבור כל מצב בלוח -

```
for loop third = 0 to n
   for loop second = third to n
      for loop first = second to n
                  if previous_state is P then dict [ (first, second, third) ] = N
               else dict [ (first, second, third) ] = P                    # all state is N
end for
```

כדי להציג את הנתונים בצורה בה ניתן להשוות ביניהם הוספנו אפשרות של הצגה גרפית של מצבי P שקיבלנו,

כיוון שקשה להראות גרף בעל 3 מימדים עשינו חיתוך של הגרף לפי פרמטר נבחר - גודל השורה העליונה, כך שהוא קבוע בגרף והישרים מייצגים את שתי השורות הנותרות.

לאחר כתיבת האלגוריתם הבסיסי יכולנו לשנות בו את הגדרת מיקומים הרעלים ולבחון את השפעתם.

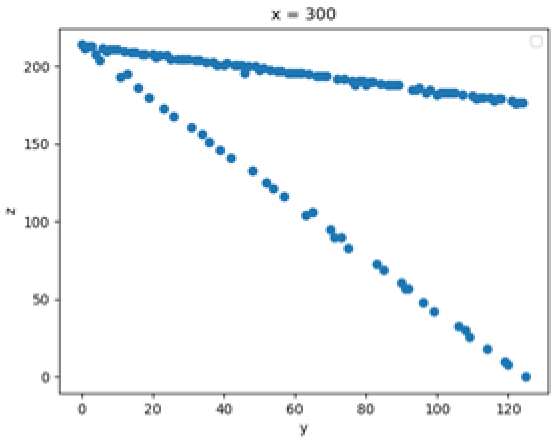
ניסויים, כיווני מחשבה וגרפים

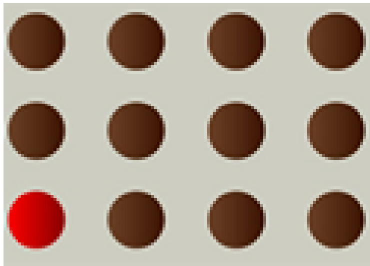
ערכנו השוואה בין המשחק המקורי לבין ארבעה מיקומים שונים שבחרנו, כאשר הפרמטרים הם:

גודל לוח N = 150

גודל שורה עליונה X = 50

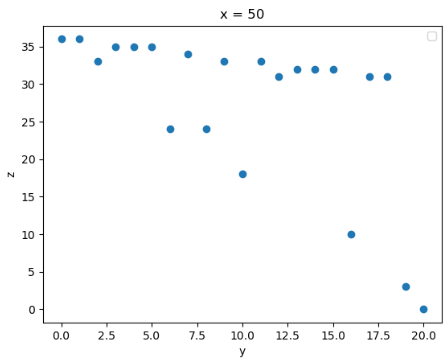
במשחק המקורי שנראה כך אסטרטגיית מצבי P מיוצגת על ידי הגרף הבא:

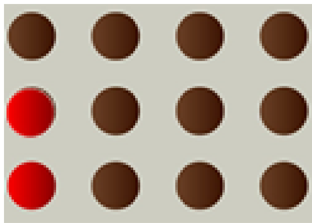




ניסוי 1:

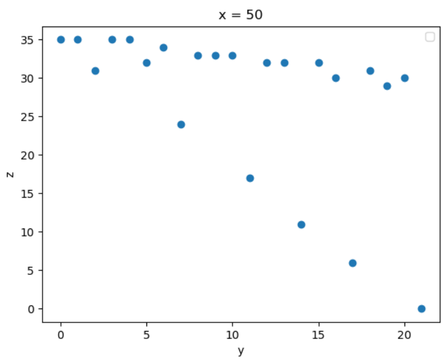
מיקום רעלים - גרף -

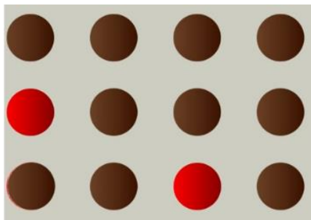




ניסוי 2:

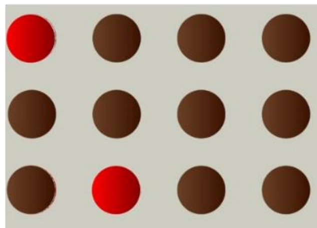
מיקום רעלים - גרף -



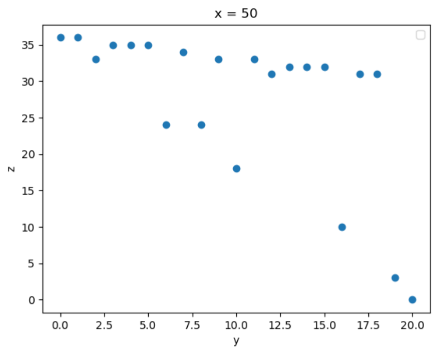


ניסוי 3:

מיקום רעלים -

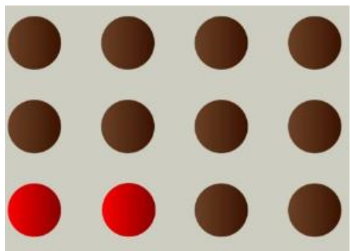


גרף -

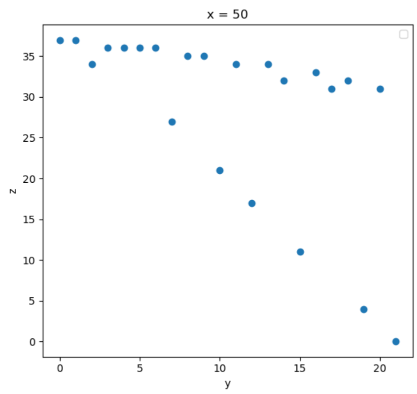


ניסוי 4:

מיקום רעלים -



גרף -



ממצאים

ניתן לראות בגרפים כי השינוי במיקום הרעלים גרם לשינויים במצבי P אך המגמה נשארה דומה.

משחק הדמיה

לאחר ביצוע המחקר, בנינו מערכת של המשחק עבור שחקן מול המחשב.

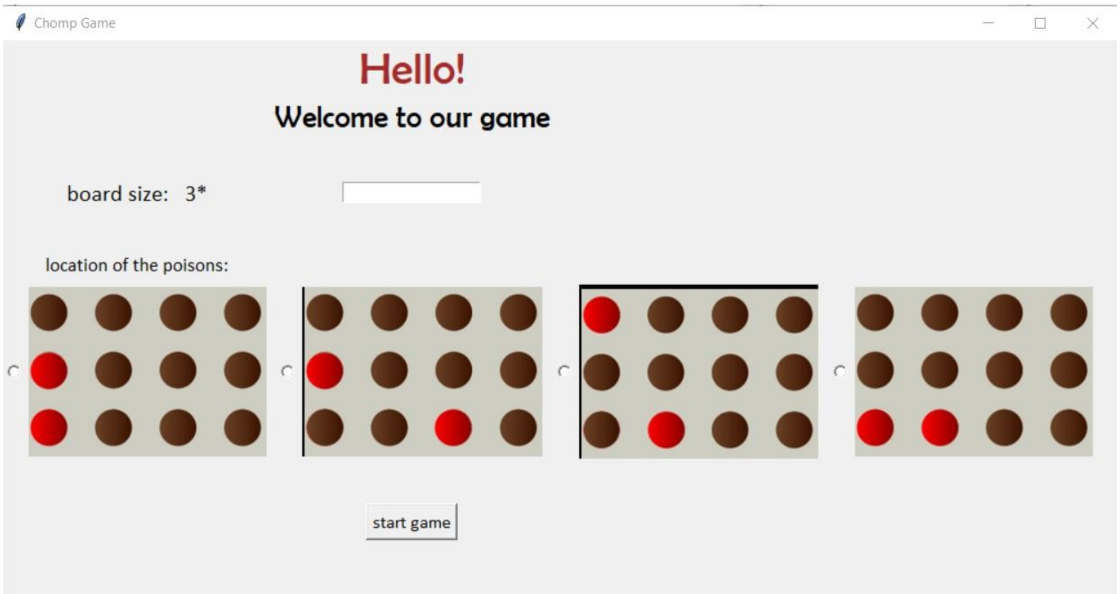
המשחק כולל:

א. אפשרות לבחור את גודל הלוח.

ב. אפשרויות לבחור את מיקום הרעלים מבין הניסויים שערכנו.

השחקן בתורו מבצע move כלומר 'לחיצה' במיקום (i, j) בלוח, והתור עובר למחשב, וכך הלאה.

לבסוף, המשחק מסתיים כאשר השחקן לוחץ על אחד הרעלים ובכך מפסיד.



סיכום

מחקרנו מצא כיוון חדש למשחק, שטרם נחקר. ראינו שכאשר משנים קצת את חוקי המשחק, מקבלים אסטרטגיות שונות אך עדיין נשארים בגבולות המשחק המקורי ותוצאותיו.
בכך, יצרנו עוד נדבך במשחק ועוד כיוון מחקרי חדש.

המחקר עוד לא הגיע אל סופו, ויש עוד מה להמשיך ולחקור בכיוון זה.

ביבליוגרפיה

- http://www.gabrielnivasch.org/fun/combinatorial-games/sprague-grundy
- https://en.wikipedia.org/wiki/Chomp
- https://www.math.wisc.edu/wiki/images/Chomp_Sol.pdf
- https://www.win.tue.nl/~aeb/games/chomp.html
- http://library.msri.org/books/Book56/files/42friedman.pdf