

অনুশীলনী ৩.৫



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি



- **বাস্তব সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন ও প্রয়োগ :**
দৈনন্দিন কাজে বিভিন্ন সময়ে বিভিন্নভাবে আমরা বাস্তব সমস্যার সম্মুখীন হই। এই সমস্যাগুলো ভাষাগতভাবে বর্ণিত হয়। এ সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন এবং তা প্রয়োগ করার বিভিন্ন পদ্ধতি অবলম্বন করি।
- **সমস্যা সমাধানের পদ্ধতি :**
 - (ক) প্রথমেই সতর্কতার সাথে সমস্যাটি পর্যবেক্ষণ করে এবং মনোযোগ সহকারে পড়ে কোনগুলো অজ্ঞাত এবং কী নির্ণয় করতে হবে তা চিহ্নিত করতে হবে।
 - (খ) অজ্ঞাত রাশিগুলোর একটিকে যেকোনো চলক (ধরি x) দ্বারা সূচিত করতে হবে। অতঃপর সমস্যাটি ভালোভাবে অনুধাবন করে অন্যান্য অজ্ঞাত রাশিগুলোকেও একই চলক x এর মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে।
 - (গ) সমস্যাকে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করে বীজগাণিতিক রাশি দ্বারা প্রকাশ করতে হবে।
 - (ঘ) প্রদত্ত শর্ত ব্যবহার করে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশগুলোকে একত্রে একটি সমীকরণে প্রকাশ করতে হবে।
 - (ঙ) সমীকরণটি সমাধান করে অজ্ঞাত রাশি x এর মান নির্ণয় করতে হবে।
- **বাস্তব সমস্যা সমাধানে বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করা হয়। সূত্রগুলো নিচে উল্লেখ করা হলো :**
 - (১) **দেয় বা প্রাপ্য বিষয়ক :**
দেয় বা প্রাপ্য, $A = qn$ টাকা
যেখানে, q = জনপ্রতি দেয় বা প্রাপ্য টাকার পরিমাণ
 n = লোকের সংখ্যা
 - (২) **সময় ও কাজ বিষয়ক :**
কয়েকজন লোক একটি কাজ সম্পন্ন করলে, কাজের পরিমাণ, $W = qnx$
যেখানে, q = প্রত্যেকে একক সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে
 n = কাজ সম্পাদনকারীর সংখ্যা
 x = কাজের মোট সময়
 $W = n$ জনে x সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে
 - (৩) **সময় ও দূরত্ব বিষয়ক :**
নির্দিষ্ট সময়ে দূরত্ব, $d = vt$
যেখানে, v = প্রতি ঘণ্টায় গতিবেগ
 t = মোট সময়
 - (৪) **নল ও চৌবাচ্চা বিষয়ক :**
নির্দিষ্ট সময়ে চৌবাচ্চায় পানির পরিমাণ, $Q(t) = Q_0 \pm qt$

যেখানে, Q_0 = নলের মুখ খুলে দেওয়ার সময় চৌবাচ্চায় জমা পানির পরিমাণ।

q = প্রতি একক সময়ে নল দিয়ে যে পানি প্রবেশ করে অথবা বের হয়।

t = অতিক্রান্ত সময়।

$Q(t)$ = t সময়ে চৌবাচ্চায় পানির পরিমাণ (পানি প্রবেশ হওয়ার শর্তে '+' চিহ্ন এবং পানি বের হওয়ার শর্তে '-' চিহ্ন ব্যবহার করতে হবে।)

(৫) শতকরা অংশ বিষয়ক :

$$p = br$$

যেখানে, b = মোট রাশি; r = শতকরা ভগ্নাংশ = $\frac{s}{100} = s\%$; p = শতকরা অংশ = b এর $s\%$

(৬) লাভ-ক্ষতি বিষয়ক :

$$S = C(I \pm r)$$

লাভের ক্ষেত্রে, $S = C(I + r)$

ক্ষতির ক্ষেত্রে, $S = C(I - r)$

যেখানে, S (টাকা) = বিক্রয়মূল্য; C (টাকা) = ক্রয়মূল্য; I = লাভ বা মুনাফা; r = লাভ বা ক্ষতির হার

(৭) বিনিয়োগ-মুনাফা বিষয়ক :

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$ টাকা

$$A = P + I = P + Pnr = P(1 + nr) \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে, $A = P(1 + r)^n$

যেখানে, I = n সময় পরে মুনাফা; n = নির্দিষ্ট সময়; P = মূলধন; r = একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা; A = n সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন।



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন ১ ৥ $x^2 - 7x + 6$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ নিচের কোনটি?

(ক) $(x - 2)(x - 3)$ (খ) $(x - 1)(x + 8)$

● $(x - 1)(x - 6)$ (ঘ) $(x + 1)(x + 6)$

ব্যাখ্যা : $x^2 - 7x + 6 = x^2 - 6x - x + 6 = x(x - 6) - 1(x - 6) = (x - 6)(x - 1)$

প্রশ্ন ২ ৥ $f(x) = x^2 - 4x + 4$ হলে, $f(2)$ এর মান নিচের কোনটি?

(ক) 4 (খ) 2 (গ) 1 ● 0

ব্যাখ্যা : $f(2) = (2)^2 - 4 \cdot 2 + 4 = 4 - 8 + 4 = 0$

প্রশ্ন ৩ ৥ $x + y = x - y$ হলে, y এর মান নিচের কোনটি?

(ক) -1 ● 0 (গ) 1 (ঘ) 2

ব্যাখ্যা : $x + y = x - y$ বা, $y + y = x - x$ বা, $2y = 0$ বা, $y = \frac{0}{2} = 0$

প্রশ্ন ৪ ৥ $\frac{x^2 + 3x^3}{x + 3x^2}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ নিচের কোনটি?

(ক) x^2 ● x (গ) 1 (ঘ) 0

ব্যাখ্যা : $\frac{x^2 + 3x^3}{x + 3x^2} = \frac{x^2(1 + 3x)}{x(1 + 3x)} = x$

প্রশ্ন ৫ ৥ $\frac{1 - x^2}{1 - x}$ এর লঘিষ্ঠ রূপ নিচের কোনটি?

- (ক) 1 (খ) x (গ) (1 - x) ●
(1 + x)
- ব্যাখ্যা : $\frac{1 - x^2}{1 - x} = \frac{(1 + x)(1 - x)}{1 - x} = 1 + x$
- প্রশ্ন ১৬ ৥ $\frac{1}{2} \{(a + b)^2 - (a - b)^2\}$ এর মান
নিচের কোনটি?
(ক) $2(a^2 + b^2)$ (খ) $a^2 + b^2$ ● $2ab$
(ঘ) $4ab$
- ব্যাখ্যা : $\frac{1}{2} \{(a + b)^2 - (a - b)^2\} = \frac{1}{2} \times 4ab = 2ab$
- প্রশ্ন ১৭ ৥ $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান
কত?
(ক) 1 (খ) 8 ● 9 (ঘ) 16
- ব্যাখ্যা : $x^3 + \frac{8}{x^3} = x^3 + \left(\frac{2}{x}\right)^3 = \left(x + \frac{2}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{2}{x} \left(x + \frac{2}{x}\right) = (3)^3 - 6 \cdot 3 = 27 - 18 = 9$
- প্রশ্ন ১৮ ৥ $p^4 + p^2 + 1$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত
রূপ নিচের কোনটি?
(ক) $(p^2 - p + 1)(p^2 + p - 1)$ (খ) $(p^2 - p - 1)(p^2 + p + 1)$
(গ) $(p^2 + p + 1)(p^2 + p + 1)$ ● $(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$
- ব্যাখ্যা : $p^4 + p^2 + 1 = (p^2)^2 + 2 \cdot p^2 \cdot 1 + 1^2 - p^2 = (p^2 + 1)^2 - p^2 = (p^2 + 1 + p)(p^2 + 1 - p) = (p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$
- প্রশ্ন ১৯ ৥ $x^2 - 5x + 4$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত
রূপ নিচের কোনটি?
● $(x - 1)(x - 4)$ (খ) $(x + 1)(x - 4)$
(গ) $(x + 2)(x - 2)$ (ঘ) $(x - 5)(x - 1)$

- ব্যাখ্যা : $x^2 - 5x + 4 = x^2 - 4x - x + 4 = x(x - 4) - 1(x - 4) = (x - 4)(x - 1)$
- প্রশ্ন ১০ ৥ $(x - 7)(x - 5)$ নিচের কোনটির
সমান?
(ক) $x^2 + 12x + 35$ (খ) $x^2 + 12x - 35$
● $x^2 - 12x + 35$ (ঘ) $x^2 - 12x - 35$
- ব্যাখ্যা : $(x - 7)(x - 5) = x^2 - 7x - 5x + 35 = x^2 - 12x + 35$
- প্রশ্ন ১১ ৥ $\frac{2.9 \times 2.9 - 1.1 \times 1.1}{2.9 - 1.1}$ এর মান
কত?
(ক) 1.8 (খ) 1.9 (গ) 2 ● 4
- ব্যাখ্যা : $\frac{2.9 \times 2.9 - 1.1 \times 1.1}{2.9 - 1.1} = \frac{(2.9)^2 - (1.1)^2}{2.9 - 1.1} = \frac{(2.9 + 1.1)(2.9 - 1.1)}{(2.9 - 1.1)} = 2.9 + 1.1 = 4$
- প্রশ্ন ১২ ৥ যদি $x = 2 - \sqrt{3}$ হয়, তবে x^2 এর
মান কত?
(ক) 1 ● $7 - 4\sqrt{3}$ (গ) $2 + \sqrt{3}$
(ঘ) $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$
- ব্যাখ্যা : $x = 2 - \sqrt{3}$
বা, $x^2 = (2 - \sqrt{3})^2 = 2^2 - 2 \cdot 2 \cdot \sqrt{3} + (\sqrt{3})^2 = 4 - 4\sqrt{3} + 3 = 7 - 4\sqrt{3}$
- প্রশ্ন ১৩ ৥ $f(x) = x^2 - 5x + 6$ এবং $f(x) = 0$
হলে, $x =$ কত?
● 2, 3 (খ) -5, 1 (গ) -2, 3 (ঘ) 1, -5
- ব্যাখ্যা : $f(x) = x^2 - 5x + 6 = 0$ বা, $x^2 - 5x + 6 = 0$ বা, $x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$

বা, $x(x - 3) - 2(x - 3) = 0$ বা, $(x - 3)(x - 2) = 0$

হয়, $x - 3 = 0$

অথবা, $x - 2 = 0$

$\therefore x = 3$

$\therefore x = 2$

প্রশ্ন ১৪৪

	x	+ 6
x	x^2	+
		6
		x
- 5	-	-
	5	3
	x	0

উপরের চিত্রের সর্বমোট ক্ষেত্রফল নিচের কোনটি?

(ক) $x^2 - 5x + 30$ ● $x^2 + x - 30$

(গ) $x^2 + 6x - 30$ (ঘ) $x^2 - x + 30$

ব্যাখ্যা :

	x	+6
x	x^2	$+6x$
-5	$-5x$	-30

\therefore চারটি আয়তবহুর ক্ষেত্রফল = $x^2 + 6x - 5x - 30 = x^2 + x - 30$

প্রশ্ন ১৫৫ ক যে কাজ x দিনে সম্পন্ন করতে পারে, খ সে কাজ 3x দিনে সম্পন্ন করতে পারে। একই সময়ে ক, খ এর কত গুণ কাজ করে?

(ক) 2 গুণ (খ) $2\frac{1}{2}$ গুণ ● 3 গুণ (ঘ) 4 গুণ

ব্যাখ্যা : ক এর 1 দিনের কাজ : খ এর 1 দিনের

কাজ = $\frac{1}{x} : \frac{1}{3x} = \frac{1}{x} \cdot 3x : \frac{1}{3x} \cdot 3x = 3 : 1$

একই সময়ে ক, খ এর $\frac{3}{1}$ বা 3 গুণ কাজ করতে পারে।

প্রশ্ন ১৬৬ a + b = -c হলে, $a^2 + 2ab + b^2$ কে c এর মাধ্যমে প্রকাশ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যাবে।

(ক) $-c^2$ ● c^2 (গ) bc (ঘ) ca

ব্যাখ্যা : $a + b = -c$ বা, $(a + b)^2 = (-c)^2$ বা, $a^2 + 2ab + b^2 = c^2$

প্রশ্ন ১৭৭ $x + y = 3$, $xy = 2$ হলে, $x^3 + y^3$ এর মান কত?

● 9 (খ) 18 (গ) 19 (ঘ) 27

ব্যাখ্যা : $x + y = 3$, $xy = 2$, $\therefore x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy$

$(x + y)^3 = (3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3 = 27 - 18 = 9$

প্রশ্ন ১৮৮ $8x^3 + 27y^3$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষিত রূপ কোনটি?

(ক) $(2x - 3y)(4x^2 + 6xy + 9y^2)$

● $(2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

(গ) $(2x - 3y)(4x^2 - 9y^2)$

(ঘ) $(2x + 3y)(4x^2 + 9y^2)$

ব্যাখ্যা : $8x^3 + 27y^3 = (2x)^3 + (3y)^3 = (2x + 3y)\{(2x)^2 - 2x \cdot 3y + (3y)^2\} = (2x + 3y)(4x^2 - 6xy + 9y^2)$

প্রশ্ন ১৯৯ $9x^2 + 16y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে?

(ক) 6xy (খ) 12xy ● 24xy (ঘ) 144xy

ব্যাখ্যা : $9x^2 + 16y^2 = (3x)^2 + (4y)^2 = (3x + 4y)^2 - 2 \cdot 3x \cdot 4y = (3x + 4y)^2 - 24xy$

অর্থাৎ, $9x^2 + 16y^2$ এর সাথে 24xy যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে।

প্রশ্ন ১২০ ৥ $x - y = 4$ হলে, নিচের কোন উক্তিটি সঠিক?

(ক) $x^3 - y^3 - 4xy = 64$ (খ) $x^3 - y^3 - 12xy = 12$

(গ) $x^3 - y^3 - 3xy = 64$ ● $x^3 - y^3 - 12xy = 64$

ব্যাখ্যা : $x - y = 4$ বা, $(x - y)^3 = 4^3$ বা,
 $x^3 - y^3 - 3xy(x - y) = 64$

বা, $x^3 - y^3 - 3xy \cdot 4 = 64 \therefore x^3 - y^3 - 12xy = 64$

প্রশ্ন ১২১ ৥ যদি $x^4 - x^2 + 1 = 0$ হয়, তবে

(১) $x^2 + \frac{1}{x^2} =$ কত?

(ক) 4 (খ) 2 ● 1 (ঘ) 0

ব্যাখ্যা : $x^4 - x^2 + 1 = 0$ বা, $x^4 + 1 = x^2$ বা, $\frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1 \therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

(২) $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2$ এর মান কত?

(ক) 4 ● 3 (গ) 2 (ঘ) 1

ব্যাখ্যা : $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$ [১নং হতে]

বা, $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 1$

$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 1 + 2 = 3$

(৩) $x^3 + \frac{1}{x^3} =$ কত?

(ক) 3 (খ) 2 (গ) 1 ● 0

ব্যাখ্যা : $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$ [২নং হতে]

বা $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$ বা $\left(x + \frac{1}{x}\right)^3 = (\sqrt{3})^3$

বা $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = 3\sqrt{3}$

বা $x^3 + \frac{1}{x^3} + 3\sqrt{3} = 3\sqrt{3} \therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0$

প্রশ্ন ১২২ ৥ ক একটি কাজ p দিনে করে এবং খ 2p দিনে করে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, সম্পূর্ণ কাজ x

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	1 দিনে পারে x কাজের অংশ
ক	p	$\frac{x}{p}$
খ	2p	$\frac{x}{2p}$
খ	r	$\frac{xr}{2p}$
ক + খ	1	$\frac{x}{p} + \frac{x}{2p} = \frac{2x + x}{2p} = \frac{3x}{2p}$

খ, r দিন কাজ করায় কাজের বাকি থাকে $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$ অংশ

অর্থাৎ, কাজটির $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$ অংশ ক ও খ একত্রে করে।

এখন, ক ও খ একত্রে $\frac{3x}{2p}$ অংশ করে 1 দিনে

\therefore " " 1 " " $\frac{2p}{3x}$ দিনে

\therefore " " $\left(x - \frac{xr}{2p}\right)$ " " $\frac{2p}{3x} \left(x - \frac{xr}{2p}\right)$

দিনে

$$= \frac{2p}{3x} \times x \left(1 - \frac{r}{2p}\right)$$

দিনে

$$= \frac{2p}{3} \left(1 - \frac{r}{2p}\right) \text{ দিনে}$$

∴ কাজটি শেষ হয়েছিল $\left\{r + \frac{2p}{3} \left(1 - \frac{r}{2p}\right)\right\}$

দিনে

$$= \left\{r + \frac{2p}{3} - \frac{2p}{3} \times \frac{r}{2p}\right\}$$

দিনে

$$= \left\{r + \frac{2p}{3} - \frac{r}{3}\right\} \text{ দিনে} = \left(\frac{3r + 2p - r}{3}\right) \text{ দিনে}$$

$$= \frac{2r + 2p}{3} \text{ দিনে} = \frac{2}{3} (p + r) \text{ দিনে}$$

∴ কাজটি $\frac{2}{3} (p + r)$ দিনে শেষ হয়েছিল।

প্রশ্ন ২৩ ৥ দৈনিক ৪ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৫০ জন লোক একটি কাজ ১২ দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৬০ জনে ১৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

সমাধান : আমরা জানি, কয়েকজন লোক একটি কাজ সম্পন্ন করলে,

কাজের পরিমাণ, $W = qnx$

যেখানে, q = প্রত্যেকে একক সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

n = কাজ সম্পাদনকারীর সংখ্যা

x = কাজের মোট সময়

$W = n$ জনে x সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

মনে করি, দৈনিক ৪ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৫০ জন লোক যে কাজটি ১২ দিনে করতে পারে দৈনিক x ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৬০ জনে ১৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারে।

প্রত্যেকের একক সময়ে সম্পন্ন কাজের পরিমাণ q হলে,

$$q \times 50 \times 12 \times 8 = q \times 60 \times x \times 16$$

$$\text{বা, } 4800 = x \times 960$$

$$\text{বা, } x = \frac{4800}{960} \therefore x = 5$$

∴ দৈনিক ৫ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ৬০ জনে ১৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারে। (Ans.)

প্রশ্ন ২৪ ৥ মিতা একটি কাজ x দিনে করতে পারে। রিতা সে কাজ y দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?

সমাধান : মনে করি, মিতা ও রিতা একত্রে d দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	১ দিনে পারে কাজের অংশ	d দিনে করে
মিতা	x	$\frac{1}{x}$	$\frac{d}{x}$
রিতা	y	$\frac{1}{y}$	$\frac{d}{y}$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{d}{x} + \frac{d}{y} = 1$ [\because সম্পূর্ণ কাজ ১ অংশ]

$$\text{বা, } d \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = 1$$

$$\text{বা, } d \left(\frac{x+y}{xy} \right) = 1$$

$$\text{বা, } d = \frac{1}{\frac{x+y}{xy}} = 1 \times \frac{xy}{x+y}$$

$$\therefore d = \frac{xy}{x+y}$$

সুতরাং তারা একত্রে $\frac{xy}{x+y}$ দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে। (Ans.)

প্রশ্ন ২৫ ৥ বনভোজনে যাওয়ার জন্য ৫৭০০ টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে,

প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 5 জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া 3 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল?

সমাধান : মনে করি, বাসে যাওয়া যাত্রী সংখ্যা x জন

∴ মাথাপিছু ভাড়া হবে $\frac{5700}{x}$ টাকা

আবার, 5 জন যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রীর সংখ্যা হতো $(x + 5)$ জন

∴ এবারে মাথাপিছু ভাড়া হতো $\frac{5700}{x + 5}$ টাকা।

প্রশ্নমতে, $\frac{5700}{x} - \frac{5700}{x + 5} = 3$

$$\text{বা, } 5700 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x + 5} \right) = 3$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} - \frac{1}{x + 5} = \frac{3}{5700}$$

$$\text{বা, } \frac{x + 5 - x}{x(x + 5)} = \frac{1}{1900}$$

$$\text{বা, } \frac{5}{x(x + 5)} = \frac{1}{1900}$$

$$\text{বা, } x(x + 5) = 5 \times 1900$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x = 9500$$

$$\text{বা, } x^2 + 5x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 100x - 95x - 9500 = 0$$

$$\text{বা, } x(x + 100) - 95(x + 100) = 0$$

$$\text{বা, } (x + 100)(x - 95) = 0$$

$$\text{হয়, } x + 100 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 95 = 0$$

$$\therefore x = -100 \quad \therefore x = 95$$

যেহেতু x যাত্রীসংখ্যা নির্দেশ করে তাই x কখনই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x = 95$$

অর্থাৎ, বাসে 95 জন যাত্রী গিয়েছিল।

প্রশ্ন ১২৬ ৥ একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে p ঘণ্টায় d কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার q ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান : মনে করি, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি. এবং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘণ্টায় u কি.মি.।

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u + v)$ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u - v)$ কি.মি.

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } u + v = \frac{d}{q}$$

..... (i)

$$\left[\text{যেহেতু, বেগ} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}} \right]$$

$$\text{এবং } u - v = \frac{d}{p}$$

..... (ii)

সমীকরণ (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2u = \frac{d}{p} + \frac{d}{q} = d \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

$$\therefore u = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

সমীকরণ (i) থেকে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$2v = d \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

$$\therefore v = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$$

সুতরাং, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় $\frac{d}{2} \left(\frac{1}{q} - \frac{1}{p} \right)$ কি.মি.

$$\text{এবং নৌকার বেগ ঘণ্টায় } \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right) \text{ কি.মি.}$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১২৭ ৥ একজন মাঝির দাঁড় বেয়ে 15 কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে 4 ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতরণে 5 কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততরণে 3 কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় u কি.মি এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি.

তাহলে, স্রোতের অনুকূলে বেগ ঘণ্টায় $(u + v)$ কি.মি.

এবং স্রোতের প্রতিকূলে বেগ ঘণ্টায় $(u - v)$ কি.মি.

$$\therefore \text{১ম শর্তানুসারে, } \frac{15}{u + v} + \frac{15}{u - v} = 4$$

..... (i)

$$\text{২য় শর্তানুসারে, } \frac{5}{u + v} = \frac{3}{u - v}$$

..... (ii)

সমীকরণ (ii) হতে পাই,

$$\frac{5}{u + v} = \frac{3}{u - v}$$

$$\text{বা, } 5(u - v) = 3(u + v)$$

$$\text{বা, } 5u - 5v = 3u + 3v$$

$$\text{বা, } 5u - 3u = 5v + 3v$$

$$\text{বা, } 2u = 8v$$

$$\text{বা, } u = \frac{8}{2} v \therefore u = 4v$$

..... (iii)

এখন, u এর মান সমীকরণ (i)-এ বসিয়ে পাই,

$$\frac{15}{4v + v} + \frac{15}{4v - v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{15}{5v} + \frac{15}{3v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3}{v} + \frac{5}{v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{3 + 5}{v} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{8}{v} = 4 \therefore v = \frac{8}{4} = 2$$

এখন, v এর মান সমীকরণ (iii)-এ বসিয়ে পাই,
 $u = 4 \times 2 = 8$

অর্থাৎ, দাঁড়ের বেগ ঘণ্টায় ৪ কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায়

প্রশ্ন ২৮ ৥ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি

একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতবণে পূর্ণ হবে? (এখানে $t_1 > t_2$)

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে p লিটার পানি প্রবেশ করে ও দ্বিতীয় নল দ্বারা q লিটার পানি বের হয় এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট v লিটার পানি ধরে।

ধরি, নল দুইটি একত্রে খোলা থাকলে খালি চৌবাচ্চা t মিনিটে পূর্ণ হয়।

প্রথম নল দ্বারা t_1 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore v = pt_1$$

..... (i)

দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে পূর্ণ চৌবাচ্চা খালি হয়।

$$0 = v - qt_2$$

$$\text{বা, } v = qt_2$$

..... (ii)

দুইটি নল দ্বারা t মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$v = pt - qt$$

$$\text{বা, } v = (p - q)t$$

..... (iii)

$$(i) \text{ থেকে, } p = \frac{v}{t_1}$$

$$(ii) \text{ থেকে, } q = \frac{v}{t_2}$$

$$\therefore (iii) \text{ থেকে } v = \left(\frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2} \right) t$$

$$\text{বা, } v = v \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) t$$

$$\text{বা, } 1 = \left(\frac{1}{t_1} - \frac{1}{t_2} \right) t = \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right) t$$

$$\therefore t = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$$

নির্ণেয় সময় $\frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$ মিনিট (Ans.)

প্রশ্ন ২৯ ৥ একটি নল দ্বারা ১২ মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা ১ মিনিটে তা থেকে ১৫ লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে

খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি 48 মিনিটে পূর্ণ হয়।
চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

সমাধান : মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে
 p লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট
 q লিটার পানি ধরে।

প্রশ্নানুসারে, প্রথম নল দ্বারা 12 মিনিটে খালি
চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়

$$\therefore q = 12p \quad \text{..... (i)}$$

আবার, দুইটি নল দ্বারা 48 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়
 $\therefore q = 48p - 48 \times 15$
..... (ii)

সমীকরণ (i) থেকে পাই, $p = \frac{q}{12}$

এখন, p এর মান সমীকরণ (ii)-এ বসিয়ে পাই,

$$q = 48 \times \frac{q}{12} - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } q = 4q - 48 \times 15$$

$$\text{বা, } 4q - q = 48 \times 15$$

$$\text{বা, } 3q = 48 \times 15 \therefore q = \frac{48 \times 15}{3} = 240$$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে মোট 240 লিটার পানি ধরে।

(Ans.)

প্রশ্ন ১৩০ একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে
10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, কলমটির ক্রয়মূল্য C টাকা

10% লাভে কলমটির বিক্রয়মূল্য = $C + C$
এর 10%

$$= \left(C + C \times \frac{10}{100} \right)$$

টাকা

$$= C \left(1 + \frac{10}{100} \right)$$

টাকা

$$= C \left(1 + \frac{1}{10} \right) \text{ টাকা}$$

প্রশ্নানুসারে, $C \left(1 + \frac{1}{10} \right) = 11$

$$\text{বা, } C \left(\frac{10 + 1}{10} \right) = 11$$

$$\text{বা, } C \left(\frac{11}{10} \right) = 11$$

$$\text{বা, } C = \frac{11 \times 10}{11} \therefore C = 10$$

অর্থাৎ, কলমটির ক্রয়মূল্য 10 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১৩১ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত
বতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ
হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?

সমাধান : মনে করি, খাতাটির ক্রয়মূল্য x টাকা

তাহলে, খাতাটি 36 টাকায় বিক্রয় করায় বতি হলো $(x$
 $- 36)$ টাকা

এবং 72 টাকায় বিক্রয় করায় লাভ হলো $(72 - x)$
টাকা

প্রশ্নানুসারে, $72 - x = 2.(x - 36)$

$$\text{বা, } 72 - x = 2x - 72$$

$$\text{বা, } 2x - 72 = 72 - x$$

$$\text{বা, } 2x + x = 72 + 72$$

$$\text{বা, } 3x = 144$$

$$\text{বা, } x = \frac{144}{3} \therefore x = 48$$

সুতরাং, খাতাটির ক্রয়মূল্য 48 টাকা (Ans.)

প্রশ্ন ১৩২ ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা
এরূপে ভাগ করে দাও যেন ক এর অংশের 2 গুণ, খ
এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরস্পর
সমান হয়।

সমাধান : মনে করি, ক অংশ x টাকা, খ অংশ y টাকা
এবং গ অংশ z টাকা

প্রশ্নানুসারে, $2x = 3y = 4z$

এখানে, $2x = 3y$

$$\text{বা, } y = \frac{2}{3} x$$

আবার, $4z = 2x$ বা, $z = \frac{2}{4}x \therefore z =$

$$\frac{1}{2}x$$

এখন, $x + y + z = 260$

$$\text{বা, } x + \frac{2}{3}x + \frac{1}{2}x = 260$$

$$\text{বা, } \frac{6x + 4x + 3x}{6} = 260$$

$$\text{বা, } \frac{13x}{6} = 260$$

$$\text{বা, } 13x = 6 \times 260$$

$$\text{বা, } x = \frac{6 \times 260}{13} \therefore x = 120$$

অতএব, ক পাবে 120 টাকা, খ পাবে

$$\left(\frac{2}{3} \times 120\right) \text{ টাকা বা } 80 \text{ টাক এবং গ পাবে}$$

$$\left(\frac{1}{2} \times 120\right) \text{ টাকা বা } 60 \text{ টাকা (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩৩ ৥ একটি দ্রব্য $x\%$ ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়, $3x\%$ লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে $18x$ টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?

সমাধান : মনেকরি, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য C টাকা

$\therefore x\%$ বতিতে বিক্রয়মূল্য $(C - C \text{ এর } x\%)$ টাকা

$$= \left(C - C \times \frac{x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(C - \frac{Cx}{100}\right) \text{ টাকা}$$

এবং $3x\%$ লাভে বিক্রয়মূল্য $(C + C \text{ এর } 3x\%)$ টাকা

$$= \left(C + C \times \frac{3x}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(C + \frac{3Cx}{100}\right) \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \left(C + \frac{3Cx}{100}\right) - \left(C - \frac{Cx}{100}\right) = 18x$$

$$\text{বা, } C + \frac{3Cx}{100} - C + \frac{Cx}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{3Cx}{100} + \frac{Cx}{100} = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{100} (3 + 1) = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{100} \times 4 = 18x$$

$$\text{বা, } \frac{Cx}{25} = 18x$$

$$\text{বা, } C = \frac{25 \times 18x}{x} \therefore C = 450$$

অতএব, দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য 450 টাকা।

(Ans.)

প্রশ্ন ১৩৪ ৥ মুনাফার একই হারে 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা একত্রে 148 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?

সমাধান : মনে করি, শতকরা মুনাফার হার $r\%$

এখানে, মূলধন $(P) = 300$ টাকা, সময় $(n) = 4$ বছর

$$\text{আমরা জানি, } I = Pnr$$

$$\text{তাহলে, ১ম শর্তানুসারে } I_1 = Pnr = 300 \cdot 4 \cdot r = 1200r$$

$$\text{এবং ২য় শর্তানুসারে, } I_2 = Pnr = 400 \cdot 5 \cdot r = 2000r$$

$$\left[\because P = 400 \text{ টাকা} \right]$$

$$n = 5 \text{ বছর}$$

$$= 2000r$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 1200r + 2000r = 148 [\because I_1 + I_2 = 148]$$

$$\text{বা, } (1200 + 2000)r = 148$$

$$\text{বা, } 3200r = 148$$

$$\text{বা, } r = \frac{148}{3200}$$

বা, $r = \frac{148 \times 100}{3200} \% \therefore r = 4 \frac{5}{8} \%$
 বা, 4.625%
 সুতরাং মুনাফার হার 4.625% (Ans.)
 প্রশ্ন ১৩৫ ৥ 4% হার মুনাফায় কোনো টাকার 2 বছরের মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?
 সমাধান : মনে করি, মূলধন = P টাকা
 এখানে, n = 2 বছর
 $r = 4\%$
 আমরা জানি, সরল মুনাফার বেত্রে $I = Pnr = P \times 2 \times 4\%$

$$= P \times 2 \times \frac{4}{100} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{2P}{25} \text{ টাকা}$$

 চক্রবৃদ্ধির বেত্রে সবৃদ্ধিমূল C হলে, $C = P(1 + r)^2$

$$= P \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 = P \left(1 + \frac{1}{25}\right)^2$$

$$= P \left(\frac{26}{25}\right)^2 = P \cdot \frac{26 \cdot 26}{25 \cdot 25} = \frac{676}{625} P$$

 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = সবৃদ্ধিমূল - মূলধন

$$= C - P = \frac{676}{625} P - P = \left(\frac{676}{625} - 1\right) P = \frac{(676 - 625)}{625} P = \frac{51}{625} P$$

 প্রশ্নানুসারে, $\frac{51P}{625} - \frac{2P}{25} = 1$
 বা, $\frac{51P - 50P}{625} = 1$
 বা, $\frac{P}{625} = 1$

$\therefore P = 625$
 অর্থাৎ, মূলধন 625 টাকা। (Ans.)
 প্রশ্ন ১৩৬ ৥ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?
 সমাধান : আমরা জানি, $A = P(I + nr)$ টাকা
 যেখানে, n = নির্দিষ্ট সময়
 P = মূলধন
 r = একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা
 $A = n$ সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন
 1ম শর্তানুসারে, $A = P(1 + 3r) = 460$
(i)
 2য় শর্তানুসারে, $A = P(1 + 5r) = 600$
(ii)
 সমীকরণ (ii) কে (i) দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{P(1 + 5r)}{P(1 + 3r)} = \frac{600}{460}$$

 বা, $\frac{1 + 5r}{1 + 3r} = \frac{30}{23}$
 বা, $23(1 + 5r) = 30(1 + 3r)$
 বা, $23 + 115r = 30 + 90r$
 বা, $115r - 90r = 30 - 23$
 বা, $25r = 7$
 $\therefore r = \frac{7}{25}$
 \therefore মুনাফার হার = $\frac{7}{25} \times 100\% = 28\%$ ।
 (Ans.)
 প্রশ্ন ১৩৭ ৥ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার সরল মুনাফায় কত টাকা 13 বছরে সবৃদ্ধিমূল 985 টাকা হবে?
 সমাধান : আমরা জানি, $S = P(1 + nr)$
 এখানে, মূলধন = P টাকা
 n = 13 বছর
 s = 5 টাকা
 $\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$

দেওয়া আছে, $S = 985$ টাকা

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 985 = P \left(1 + 13 \cdot \frac{5}{100} \right)$$

$$\text{বা, } 985 = P \left(1 + \frac{13}{20} \right)$$

$$\text{বা, } 985 = P \times \frac{33}{20}$$

$$\text{বা, } P = \frac{985 \times 20}{33} \therefore P = 596.97$$

(প্রায়)

নির্ণেয় মূলধন 596.97 টাকা (প্রায়)।

(Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৩৮ ৥ শতকরা বার্ষিক 5 টাকা হার মুনাফায় কত টাকা 12 বছরে সবৃদ্ধিমূল 1248 টাকা হবে?

সমাধান : আমরা জানি, $S = P (1 + nr)$

এখানে, $P =$ মূলধন

$n = 12$ বছর

$s = 5$ টাকা

$$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{5}{100}$$

দেওয়া আছে, $S = 1248$ টাকা

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } 1248 = P \left(1 + 12 \times \frac{5}{100} \right)$$

$$\text{বা, } 1248 = P \left(1 + \frac{3}{5} \right)$$

$$\text{বা, } 1248 = P \cdot \frac{8}{5}$$

$$\text{বা, } P = \frac{1248 \times 5}{8} \therefore P = 780$$

অর্থাৎ, মূলধন 780 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৩৯ ৥ 5% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

সমাধান : এখানে, $P = 8000$ টাকা

$n = 3$ বছর

$$r = 5\% = \frac{5}{100}$$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে, $I = Pnr$

$$= \frac{400}{8000} \times 3 \times \frac{5}{100} = \frac{1}{201}$$

টাকা

$$= 1200 \text{ টাকা}$$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে সবৃদ্ধিমূল,

$$C = P (1 + r)^n$$

$$= 8000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(1 + \frac{1}{20} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(\frac{20 + 1}{20} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= 8000 \left(\frac{21}{20} \right)^3 \text{ টাকা}$$

$$= \frac{8000 \cdot 21 \cdot 21 \cdot 21}{20 \times 20 \times 20} \text{ টাকা}$$

$$= 21 \times 21 \times 21 \text{ টাকা} = 9261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = C - P$$

$$= (9261 - 8000) \text{ টাকা} =$$

$$1261 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{উভয় মুনাফার পার্থক্য} = (1261 - 1200)$$

$$\text{টাকা} = 61 \text{ টাকা।}$$

নির্ণেয় পার্থক্য 61 টাকা।

প্রশ্ন ১১ ৪০ ৥ মিষ্টির উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT) $x\%$ । একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ P টাকার মিষ্টি বিক্রয় করলে তাঁকে কত ভ্যাট দিতে হবে? $x = 15$, $P = 2300$ হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?

সমাধান : মনেকরি, ভ্যাট বাদে বিক্রয়মূল্য C টাকা

$$x\% \text{ ভ্যাটসহ মিষ্টির বিক্রয়মূল্য} = \left(C + \frac{Cx}{100} \right)$$

টাকা

$$= C \left(1 + \frac{x}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$\text{শর্তানুসারে, } C \left(1 + \frac{x}{100} \right) = P$$

$$\text{বা, } C = \frac{P}{1 + \frac{x}{100}} = \frac{P}{\frac{100 + x}{100}} =$$

$$\frac{100P}{100 + x}$$

$$\therefore \text{ ভ্যাটের পরিমাণ } (P - C) \text{ টাকা} =$$

$$\left(P - \frac{100P}{100 + x} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100P + Px - 100P}{100 + x} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{Px}{100 + x} \text{ টাকা}$$

$$\text{এখন, } x = 15 \text{ এবং } P = 2300 \text{ হলে,}$$

$$\text{ভ্যাটের পরিমাণ} = \frac{15 \times 2300}{100 + 15} \text{ টাকা}$$

$$[x \text{ ও } p \text{ এর মান বসিয়ে}]$$

$$= \frac{15 \times 2300}{115} \text{ টাকা} = 300$$

টাকা

অতএব, বিক্রেতাকে ভ্যাট দিতে হবে

$$\frac{px}{(100 + x)} \text{ টাকা এবং ভ্যাটের পরিমাণ } 300$$

টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন ১১ কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি ৩.

ক. সংখ্যাটিকে x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

$$\text{খ. } x^3 - \frac{1}{x^3} \text{ এর মান নির্ণয় কর।}$$

$$\text{গ. প্রমাণ কর } x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$$

সমাধান :

(ক) মনে করি, সংখ্যাটি x

$$\therefore x \text{ এর গুণাত্মক বিপরীত } \frac{1}{x}$$

$$\text{নির্ণেয় সমীকরণ, } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{(খ) 'ক' থেকে পাই, } x + \frac{1}{x} = 3$$

$$\text{আমরা জানি, } \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = \left(x + \frac{1}{x} \right)^2 -$$

$$4 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = (3)^2 - 4 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x} \right)^2 = 9 - 4 = 5 \therefore x - \frac{1}{x} =$$

$$\sqrt{5}$$

$$\therefore \text{ প্রদত্ত রাশি } = x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x} \right)^3$$

$$+ 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x} \right)$$

$$= (\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{5} \text{ [মান}$$

বসিয়ে]

$$= 5\sqrt{5} + 3\sqrt{5} = 8\sqrt{5}$$

$$\text{নির্ণেয় মান } 8\sqrt{5}$$

$$\text{(গ) এখানে, } \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)$$

$$= x^5 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x^5} = \left(x^5 + \frac{1}{x^5} \right) +$$

$$\left(x + \frac{1}{x} \right)$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = \left(x^3 + \frac{1}{x^3} \right) \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) -$$

$$\left(x + \frac{1}{x} \right)$$

$$\text{এখানে, } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= 3^3 - 3 \cdot 1 \cdot 3 = 27 - 9 = 18$$

$$\text{এবং } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 3^2 -$$

$$2 \cdot 1 = 9 - 2 = 7$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 18 \cdot 7 - 3 \quad [\text{মান}$$

বসিয়ে]

$$= 126 - 3 = 123 \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন ৯২ ৯ কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

ক. সমিতির সদস্য সংখ্যা x এবং মোট চাঁদার পরিমাণ A হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ. সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ. মোট চাঁদার $\frac{1}{4}$ অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. মনে করি, সমিতির সদস্য সংখ্যা x জন এবং জনপ্রতি দেয় চাঁদার পরিমাণ $100x$ টাকা তাহলে, মোট চাঁদা $A = x \times 100x$ টাকা = $100x^2$ টাকা (Ans.)

খ. 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায়, প্রকৃতপক্ষে সদস্য সংখ্যা ছিল

$(x - 4)$ জন এবং চাঁদা হলো $(100x + 500)$ টাকা

$$\text{প্রশ্নানুসারে, } (x - 4)(100x + 500) = 100x^2$$

$$\text{বা, } 100x^2 + 500x - 400x - 2000 = 100x^2$$

$$\text{বা, } 100x = 2000$$

$$\text{বা, } x = \frac{2000}{100}$$

$$\therefore x = 20$$

$$\therefore \text{সমিতির সদস্য সংখ্যা} = 20 \text{ জন এবং}$$

$$\text{মোট চাঁদার পরিমাণ} = 100x^2 \text{ টাকা}$$

$$= 100 \times (20)^2 \text{ টাকা}$$

$$= 100 \times 400 \text{ টাকা}$$

$$= 40000 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{সমিতির সদস্য সংখ্যা } 20 \text{ জন এবং মোট}$$

$$\text{চাঁদার পরিমাণ } 40000 \text{ টাকা। (Ans.)}$$

$$\text{গ. মোট টাকার } \frac{1}{4} \text{ অংশ} = \left(\frac{1}{4} \times 40000\right) \text{ টাকা}$$

$$= 10000 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{অবশিষ্ট টাকা} = (40000 - 10000)$$

টাকা

$$= 30000 \text{ টাকা}$$

$$5\% \text{ হারে, } r_1 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20} \text{ টাকা}$$

$$\text{সময়, } n = 2 \text{ বছর}$$

$$\text{মূলধন, } P_1 = 10000 \text{ টাকা}$$

$$\text{মুনাফা, } I_1 = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } I_1 = P_1 n r_1 = 10000 \times 2 \times$$

$$\frac{1}{20} = 1000 \text{ টাকা}$$

$$\text{আবার, } 4\% \text{ হারে, } r_2 = \frac{4}{100} = \frac{1}{25} \text{ টাকা}$$

$$\text{সময়, } n = 2 \text{ বছর}$$

$$\text{মূলধন, } P_2 = 30000 \text{ টাকা}$$

$$\text{মুনাফা, } I_2 = ?$$

$$\text{আমরা জানি, } I_2 = P_2 n r_2 = 30000 \times 2 \times$$

$$\frac{1}{25} = 2400 \text{ টাকা}$$

$$\text{মোট মুনাফা, } I = I_1 + I_2 = (1000 + 2400) \text{ টাকা} = 3400 \text{ টাকা}$$

(Ans.)



গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-১ ▶ একটি ধনাত্মক সংখ্যার বর্গ ঐ সংখ্যার পাঁচগুণ হতে ১ কম।

ক. ধনাত্মক সংখ্যাটি x হলে দেখাও যে, $x + \frac{1}{x} = 5$. ২

? খ. $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 2525$. ৪

▶▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. ধনাত্মক সংখ্যাটি x হলে,
শর্তানুসারে, $5x - x^2 = 1$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = 5x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = 5 \quad [\text{উভয়পক্ষে } x \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 5 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

খ. ‘ক’ থেকে পাই, $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 25$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 25$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 25 - 4$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 21$$

$$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right) = \sqrt{21}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{21})^3 + 3\sqrt{21}$$

$$= 21\sqrt{21} + 3\sqrt{21}$$

$$= 24\sqrt{21} \quad (\text{Ans.})$$

গ. ‘ক’ থেকে পাই, $x + \frac{1}{x} = 5$

$$\text{এবং ‘খ’ থেকে পাই, } x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right) = 5\sqrt{21}$$

$$\text{বা, } x^2 - \frac{1}{x^2} = 5\sqrt{21}$$

$$\text{এখন, } \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) = 24\sqrt{21} \cdot 5\sqrt{21}$$

$$\text{বা, } x^5 - x^3 \cdot \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} \cdot x^2 + \frac{1}{x^5} = 2520$$

$$\text{বা, } x^5 - x - \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 2520$$

$$\text{বা, } \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) = 2520 + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{বা, } \left(x^5 + \frac{1}{x^5}\right) = 2520 + 5 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2525 \quad (\text{প্রমাণিত})$$



অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-২ ▶ বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং সিদ্ধান্ত গৃহীত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া দিবে। 10 জন যাত্রী অনুপস্থিত থাকায় মাথাপিছু ভাড়া 8 টাকা বৃদ্ধি পেল।

?

- ক. বাসে যাওয়া যাত্রী সংখ্যা x জন হলে মাথাপিছু ভাড়া ও সব যাত্রী বনভোজনে গেলে মাথাপিছু ভাড়া কত হবে? ২
- খ. সমীকরণ গঠন করে বাসে যাওয়া যাত্রীর সংখ্যা ও মাথাপিছু ভাড়া নির্ণয় কর। ৪
- গ. দেখাও যে, বাসের যাত্রী সংখ্যা বনভোজনে যাওয়া যাত্রী সংখ্যার 20% কম হলে মাথাপিছু ভাড়া 25% বেড়ে যেত। ৪

▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶

- ক. ধরি, বাসের যাত্রী সংখ্যা = x
 \therefore জন প্রতি ভাড়া = $\frac{2400}{x}$ টাকা
 সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রী সংখ্যা হতো $(x + 10)$ জন
 তখন জনপ্রতি ভাড়া হতো $\frac{2400}{x + 10}$ টাকা
 খ. প্রশ্নমতে, $\frac{2400}{x} - \frac{2400}{x + 10} = 8$
 বা, $\frac{2400(x + 10) - 2400x}{x(x + 10)} = 8$
 বা, $8x(x + 10) = 2400(x + 10) - 2400x$
 বা, $8x(x + 10) = 2400(x + 10 - x)$
 বা, $8x(x + 10) = 2400 \times 10$
 বা, $8x(x + 10) = 24000$
 বা, $8(x^2 + 10x) - 24000 = 0$
 বা, $8(x^2 + 10x - 3000) = 0$
 বা, $x^2 + 10x - 3000 = 0$ [উভয়পক্ষে ৪ দ্বারা ভাগ করে]
 বা, $x^2 + 60x - 50x - 3000 = 0$
 বা, $x(x + 60) - 50(x + 60) = 0$
 বা, $(x + 60)(x - 50) = 0$
 হয়, $x + 60 = 0$ অথবা, $x - 50 = 0$
 $\therefore x = -60$ $\therefore x = 50$

যেহেতু x যাত্রী সংখ্যা নির্দেশ করে। সেহেতু, x কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x = 50$$

অর্থাৎ, বাসে 50 জন যাত্রী গিয়েছিল।

$$\text{জন প্রতি ভাড়া} = \frac{2400}{50} \text{ টাকা} = 48 \text{ টাকা}$$

নির্ণেয় যাত্রীসংখ্যা 50 জন এবং জনপ্রতি ভাড়া 48 টাকা।

গ. 'খ' হতে পাই, বনভোজনে যাওয়া যাত্রীর সংখ্যা 50 জন।

$$\text{তাহলে } 50 \text{ জন এর } 20\% = \left(50 \text{ এর } \frac{20}{100} \right) \text{ জন}$$

$$= \left(50 \times \frac{1}{5} \right) \text{ জন} = 10$$

জন

$$\therefore \text{বাসের যাত্রী হতো} = (50 - 10) \text{ জন} = 40 \text{ জন}$$

$$\text{তখন মাথাপিছু ভাড়া হতো} = \frac{2400}{40} \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

$$\text{আবার, পূর্বের ভাড়ার } 25\% = \left(48 \text{ এর } \frac{25}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \left(48 \times \frac{1}{4} \right) \text{ টাকা} = 12$$

টাকা

$$\therefore \text{তখন মাথাপিছু ভাড়া হতো} = (48 + 12) \text{ টাকা} = 60 \text{ টাকা}$$

\therefore বাসের যাত্রী সংখ্যা বনভোজনে যাওয়া যাত্রী সংখ্যার 20% কম হলে মাথাপিছু ভাড়া 25% বেড়ে যেত। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন-৩ ▶ টাকায় 10 টি লেবু বিক্রয় করায় $n\%$ বতি জুগিয়ে করে।

?

- ক. 10 টি লেবুর ক্রয়মূল্য x টাকা হলে x এর মান কত? ২
- খ. $z\%$ লাভ করতে হলে, টাকায় কয়টি লেবু বিক্রয় করতে হবে? ৪
- গ. টাকায় 10 টি লেবু বিক্রয় করায় 4%

বতি হয়। 20% লাভ করতে হলে,
টাকায় কয়টি লেবু বিক্রয় করতে হবে? 8

▶◀ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. 10 টি লেবুর ক্রয়মূল্য x টাকা

$$\therefore n\% \text{ বতিতে } 10 \text{ টি লেবুর বিক্রয়মূল্য} = \left(x - x \text{ এর } \frac{n}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= x \left(1 - \frac{n}{100} \right)$$

টাকা

$$= \frac{x(100 - n)}{100}$$

টাকা

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{x(100 - n)}{100} = 1$$

বা, $x(100 - n) = 100$ [আড়গুণন করে]

$$\therefore x = \frac{100}{100 - n}$$

$$\therefore 10 \text{ টি লেবুর ক্রয়মূল্য} = \frac{100}{100 - n} \text{ টাকা}$$

(Ans.)

খ. মনে করি, টাকায় y টি লেবু বিক্রয় করলে z% লাভ হবে।

$$10 \text{ টি লেবুর ক্রয়মূল্য } \frac{100}{100 - n} \text{ টাকা}$$

$$\therefore y \text{ টি লেবুর ক্রয়মূল্য } \frac{100y}{10(100 - n)} \text{ টাকা}$$

$$\therefore z\% \text{ লাভে } y \text{ টি লেবুর বিক্রয়মূল্য}$$

$$= \frac{100y}{10(100 - n)} + \frac{100y}{10(100 - n)} \text{ এর}$$

$$\frac{z}{100} \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100y}{10(100 - n)} \left(1 + \frac{z}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= \frac{100y}{10(100 - n)} \left(\frac{100 + z}{100} \right) \text{ টাকা} =$$

$$\frac{y(100 + z)}{10(100 - n)} \text{ টাকা}$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } \frac{y(100 + z)}{10(100 - n)} = 1$$

$$\text{বা, } y(100 + z) = 10(100 - n)$$

[আড়গুণন করে]

$$\frac{n}{100} \text{ টাকা} = \frac{10(100 - n)}{(100 + z)}$$

$$\therefore \text{টাকায় } \frac{10(100 - n)}{100 + z} \text{ টি লেবু বিক্রয় করলে}$$

z% লাভ হবে। (Ans.)

গ. 'খ' থেকে পাই, z% লাভ করতে হলে টাকায়

$$\frac{10(100 - n)}{100 + z} \text{ টি লেবু বিক্রয় করতে হবে।}$$

এখানে, $n = 4, z = 20$

$$\therefore \text{টাকায় বিক্রয় করা লেবুর সংখ্যা} = \frac{10(100 - 4)}{100 + 20} \text{ টি}$$

$$= \frac{10 \times 96}{120} \text{ টি} =$$

8 টি

\therefore টাকায় 8 টি লেবু বিক্রয় করতে হবে।

(Ans.)

প্রশ্ন-৪ ▶ বার্ষিক শতকরা $6\frac{1}{2}$ হার সরল মুনাফায়
750 টাকা 4 বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হলো।

ক. সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেত্রে
সর্বুদ্ধি মূলধনের সূত্র লেখ। ২

খ. সর্বুদ্ধিমূল নির্ণয় কর। ৪

গ. যদি চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় বিনিয়োগ করা
হতো তবে মুনাফা কত টাকা বেশি
হতো? ৪

▶◀ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. সরল মুনাফা, $I = Pnr$

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেত্রে সর্বুদ্ধি মূলধন, $C =$
 $P(1 + r)^n$

যেখানে I = n সময় পরে মুনাফা

n = নির্দিষ্ট সময়

P = মূলধন

r = একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা

$C = n$ সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন
 খ. আমরা জানি, $I = Pnr$
 এখানে, $P = 750$ টাকা
 $n = 4$ বছর
 $s = 6 \frac{1}{2} = \frac{13}{2}$
 $\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{\frac{13}{2}}{100} = \frac{13}{2 \times 100} = \frac{13}{200}$
 $\therefore I = 750 \times 4 \times \frac{13}{200} = 195$
 $\therefore 4$ বছরের সবৃদ্ধিমূল = $(750 + 195)$ টাকা
 = 945 টাকা (Ans.)
 গ. চক্রবৃদ্ধি মুনাফার বেত্রে,
 আমরা জানি,

$C = P(1 + r)^n$ [যেখানে C চক্রবৃদ্ধির বেত্রে সবৃদ্ধি মূল]
 $\therefore C = 750 \left(1 + \frac{13}{200}\right)^4 = 750 \left(\frac{200 + 13}{200}\right)^4$
 $= 750 \times \left(\frac{213}{200}\right)^4 = 964.85$
 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $(964.85 - 750.00)$ টাকা
 = 214.85 টাকা
 ‘খ’-হতে প্রাপ্ত, সরল মুনাফা 195 টাকা
 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা বেশি হবে = $(214.85 - 195.00)$ টাকা
 = 19.85 টাকা (Ans.)



অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-৫ ▶ ক’ একটি কাজ করে p দিনে এবং খ’ করে $2p$ দিনে। তারা একত্রে একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে।

ক. কাজটি সর্বমোট x দিনে শেষ হলে, ক ও খ একত্রে এবং খ এর একা কাজের অংশ বের কর। ২

খ. দেখাও যে, কাজটি $\frac{2}{3}(r + p)$ দিনে শেষ হয়েছিল। ৪

গ. $r = 15$ এবং $p = 30$ হলে কাজটি কত দিনে শেষ হয়? ক এর দৈনিক মজুরি 200 টাকা এবং খ এর দৈনিক মজুরি 100 টাকা হলে দেখাও যে, ক এর মজুরি খ এর মজুরির সমান। ৪

▶◀ ঊনং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. ধরি, কাজটি সর্বমোট x দিনে শেষ হয়।

\therefore ক ও খ একত্রে কাজ করে $(x - r)$ দিনে এবং খ একা করে r দিনে

ক 1 দিনে করে কাজটির $\frac{1}{p}$ অংশ

খ 1 দিনে করে কাজটির $\frac{1}{2p}$ অংশ

ক ও খ একত্রে 1 দিনে করে কাজটির

$\left(\frac{1}{p} + \frac{1}{2p}\right)$ অংশ

$= \left(\frac{2 + 1}{2p}\right)$ অংশ =

$\frac{3}{2p}$ অংশ

\therefore ক ও খ একত্রে $(x - r)$ দিনে করে

$\frac{3(x - r)}{2p}$ অংশ

এবং খ একা r দিনে করে $\frac{r}{2p}$ অংশ (Ans)
 খ. 'ক' হতে পাই,
 (ক + খ) এর $(x - r)$ দিনের কাজ $\frac{3(x - r)}{2P}$
 অংশ
 এবং খ এর r দিনের কাজ $\frac{r}{2P}$ অংশ
 প্রশ্নমতে, $\frac{3(x - r)}{2p} + \frac{r}{2p} = 1$ [সম্পূর্ণ কাজ = 1]
 বা, $\frac{3(x - r) + r}{2p} = 1$
 বা, $\frac{3x - 3r + r}{2p} = 1$
 বা, $\frac{3x - 2r}{2p} = 1$
 বা, $3x - 2r = 2p$
 বা, $3x = 2r + 2p$
 বা, $x = \frac{2r + 2p}{3}$
 বা, $x = \frac{2(r + p)}{3} \therefore x = \frac{2(r + p)}{3}$
 \therefore কাজটি $\frac{2(r + p)}{3}$ দিনে শেষ হয়েছিল।
 (দেখানো হলো)
 গ. $r = 15$ এবং $p = 30$ হলে,
 'খ' থেকে পাই, সময় =
 $\frac{2(15 + 30)}{3} = 30$ দিনে (Ans.)
 \therefore ক কাজ করে $(x - r)$ দিন
 $= (30 - 15)$ দিন
 $= 15$ দিন
 এবং খ কাজ করে 30 দিন।
 \therefore ক এর মজুরি $= 15 \times 200$ টাকা =
 3000 টাকা

খ এর মজুরি $= 30 \times 100$ টাকা =
 3000 টাকা
 \therefore ক এর মজুরি = খ এর মজুরি (দেখানো
 হলো)

প্রশ্ন-৬ ▶ বনভোজনে যাওয়ার জন্য 2400 টাকায়
 বাস ভাড়া করা হলো এবং প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া
 বহন করবে ঠিক করল। 10 জন যাত্রী না আসায়
 মাথাপিছু ভাড়া 8 টাকা বৃদ্ধি পেল।

ক. যাত্রী সংখ্যা x হলে জনপ্রতি ভাড়া এবং
 সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে জনপ্রতি
 ভাড়া কত? ২
 খ. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে একটি সমীকরণ
 গঠন কর এবং সমীকরণটি সমাধান করে
 x এর মান নির্ণয় কর। ৪
 গ. (i) বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল এবং
 প্রত্যেককে কত টাকা ভাড়া দিতে হল? ৪
 (ii) সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে
 প্রত্যেককে কত টাকা ভাড়া দিতে
 হতো?

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, বাসের যাত্রী সংখ্যা x জন
 \therefore জনপ্রতি ভাড়া $\frac{2400}{x}$ টাকা
 সবযাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রী সংখ্যা হতো $(x + 10)$ জন
 তখন জনপ্রতি ভাড়া হতো $\frac{2400}{x + 10}$ টাকা
 খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত যাত্রী সংখ্যা x হলে জন
 প্রতি ভাড়া $\frac{2400}{x}$ টাকা এবং সবযাত্রী উপস্থিত
 থাকলে জনপ্রতি ভাড়া $\frac{2400}{x + 10}$ টাকা
 প্রশ্নমতে, $\frac{2400}{x} - \frac{2400}{x + 10} = 8$
 বা, $\frac{2400}{x} - \frac{2400}{x + 10} = 8$

$$\text{বা, } 2400 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) = 8$$

$$\text{বা, } 300 \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+10} \right) = 1 \quad [8 \text{ দ্বারা ভাগ করে}]$$

$$\text{বা, } 300 \left(\frac{x+10-x}{x(x+10)} \right) = 1$$

$$\text{বা, } \frac{3000}{x^2 + 10x} = 1$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x = 3000$$

$$\text{বা, } x^2 + 10x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 + 60x - 50x - 3000 = 0$$

$$\text{বা, } x(x+60) - 50(x+60) = 0$$

$$\text{বা, } (x+60)(x-50) = 0$$

$$\text{হয়, } x+60 = 0 \quad \text{অথবা, } x-50 = 0$$

$$\therefore x = -60 \quad \therefore x = 50$$

যেহেতু x যাত্রী সংখ্যা নির্দেশ করে অতএব x কখনোই ঋণাত্মক হতে পারে না।

$$\therefore x = 50 \text{ (Ans.)}$$

গ. (i) যেহেতু $x = 50$ [‘খ’ থেকে]

$$\therefore \text{বাসে } 50 \text{ জন যাত্রী গিয়েছিল।}$$

$$\text{এবং জন প্রতি ভাড়া} = \frac{2400}{50} \text{ টাকা} = 48 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বাসে যাত্রী সংখ্যা } 50 \text{ জন এবং জনপ্রতি ভাড়া } 48 \text{ টাকা। (Ans.)}$$

$$(ii) \text{ সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে যাত্রী সংখ্যা } (x + 10) \text{ জন}$$

$$= (50 + 10) \text{ জন}$$

$$= 60 \text{ জন}$$

$$\therefore \text{জনপ্রতি ভাড়া} = \frac{2400}{60} \text{ টাকা} = 40 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{সব যাত্রী উপস্থিত থাকলে জনপ্রতি ভাড়া হতো } 40 \text{ টাকা। (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৭ ▶ স্রোতের অনুকূলে একজন মাঝি d কিমি যায় p ঘণ্টায়। স্রোতের প্রতিকূলে ঐ পথ যেতে q ঘণ্টা সময় লাগে।

ক. নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় b কি.মি. এবং স্রোতের গতিবেগ ঘণ্টায় c কি.মি. হলে, b ও c এর মান নির্ণয়ের জন্য দুটি সমীকরণ গঠন কর। ২

খ. নৌকার গতিবেগ b ও স্রোতের গতিবেগ c নির্ণয় কর। ৪

গ. আরেকজন মাঝির স্রোতের অনুকূলে 20 কি.মি. যেতে যে সময় লাগে স্রোতের প্রতিকূলে ঐ পথ ফিরে আসতে এর দ্বিগুণ সময় লাগে। আসা-যাওয়ার মোট সময় 12 ঘণ্টা হলে, নৌকা ও স্রোতের গতিবেগ বের কর। ৪

▶▶ **এনং প্রশ্নের সমাধান** ▶▶

ক. নৌকার গতিবেগ ঘণ্টায় b কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ঘণ্টায় c কি.মি.। তাহলে স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(b + c)$ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(b - c)$ কি.মি.

$$\text{আমরা জানি, বেগ} = \frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}}$$

$$\therefore \text{প্রশ্নানুসারে,}$$

উৎপত্তি!

(Ans.)

খ. ‘ক’ হতে, (i) ও (ii) যোগ করে পাই,

$$2b = d \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

$$\therefore b = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

আবার, (i) হতে (ii) বিয়োগ করে পাই,

$$b + c = \frac{d}{p}$$

$$b - c = \frac{d}{q}$$

$$(-) \quad (+) \quad (-)$$

$$2c = d \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right)$$

$$\therefore c = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right)$$

উৎসর্গ! (Ans.)

গ. এখানে, মাঝির অতিক্রান্ত দূরত্ব $d = 20$ কি.মি.

ধরি, স্রোতের অনুকূলে সময় $p = x$ ঘণ্টা

\therefore , , প্রতিকূলে , , $q = 2x$, ,

আসা-যাওয়ার মোট সময় $(x + 2x)$ ঘণ্টা বা $3x$ ঘণ্টা

প্রশ্নানুসারে, $3x = 12$

$$\therefore x = 4$$

‘খ’-এ প্রাপ্ত সমীকরণ থেকে

$$\text{নৌকার বেগ, } b = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} + \frac{1}{q} \right)$$

$$= \frac{20}{2} \left(\frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) \quad [\because p = 4]$$

এবং $q = 8$

$$= 10 \cdot \frac{2+1}{8} = 10 \cdot \frac{3}{8} = \frac{15}{4}$$

কি.মি./ঘণ্টা (Ans.)

$$\text{স্রোতের গতিবেগ } c = \frac{d}{2} \left(\frac{1}{p} - \frac{1}{q} \right)$$

$$= \frac{20}{2} \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) \quad [\because p = 4]$$

এবং $q = 8$

$$= 10 \cdot \frac{2-1}{8} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

কি.মি./ঘণ্টা

$$\therefore \text{নৌকার বেগ } \frac{15}{4} \text{ কি.মি./ঘণ্টা এর স্রোতের বেগ } \frac{5}{4}$$

কি.মি./ঘণ্টা। (Ans.)

প্রশ্ন-৮ ▶ এক মাঝি স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বেয়ে 15 কি.মি. যেতে এবং স্রোতের প্রতিকূলে সেখান থেকে ফিরে আসতে মোট 4 ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের

অনুকূলে যতরণে 5 কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততরণে 3 কি.মি. যায়। স্রোতের অনুকূলে যেতে t সময় লাগে।

ক. স্রোতের অনুকূলে ও প্রতিকূলে বেগের অনুপাত কত? ২

খ. t এর মান নির্ণয় কর। 8

গ. দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর। 8

▶▶ ৮নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, স্রোতের অনুকূলে দাঁড় বেয়ে যেতে সময় লাগে t ঘণ্টা

\therefore স্রোতের প্রতিকূলে দাঁড় বেয়ে ফিরে আসতে সময় লাগে $(4 - t)$ ঘণ্টা।

$$\therefore \frac{15}{t} : \frac{15}{4-t} = 5 : 3 \quad \left[\text{বেগ} = \frac{\text{দূরত্ব}}{\text{সময়}} \right]$$

(Ans.)

$$\text{খ. 'ক' হতে পাই, } \frac{15}{t} : \frac{15}{4-t} = 5 : 3$$

$$\frac{15}{t} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{15}{t} \times \frac{4-t}{15} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{4-t}{t} = \frac{5}{3}$$

$$\text{বা, } 12 - 3t = 5t$$

$$\text{বা, } 12 = 5t + 3t$$

$$\text{বা, } 8t = 12$$

$$\text{বা, } t = \frac{12}{8} \therefore t = \frac{3}{2} \text{ (Ans.)}$$

গ. মনে করি, দাঁড়ের বেগ ঘন্টায় x কি.মি. এবং স্রোতের বেগ ঘন্টায় y কি.মি.

$$\therefore t(x + y) = 15$$

$$\text{বা, } x + y = \frac{15}{t}$$

$$\text{বা, } x + y = \frac{15}{\frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } x + y = 15 \cdot \frac{2}{3}$$

$$\therefore x + y = 10 \dots\dots\dots(i)$$

$$\text{এবং } (4 - t)(x - y) = 15$$

$$\text{বা, } x - y = \frac{15}{4 - t}$$

$$\text{বা, } x - y = \frac{15}{4 - \frac{3}{2}}$$

$$\text{বা, } x - y = \frac{15}{\frac{8 - 3}{2}}$$

$$\text{বা, } x - y = 15 \cdot \frac{2}{5}$$

$$\therefore x - y = 6 \dots\dots\dots(ii)$$

(i) নং ও (ii) নং সমীকরণ যোগ করে পাই,

$$2x = 16 \therefore x = 8$$

(i) নং সমীকরণ হতে (ii) নং সমীকরণ বিয়োগ করে পাই,

$$2y = 4$$

$$\therefore y = 2$$

\therefore দাঁড়ের বেগ 8 কি.মি./ঘণ্টা এবং স্রোতের বেগ 2 কি.মি./ ঘণ্টা (Ans.)

প্রশ্ন-৯ ▶ একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে খালি হয়। (যেখানে $t_2 > t_1$).

- ক. 1 মিনিটে চৌবাচ্চাটির কত অংশ পানি দ্বারা পূর্ণ হবে যখন নল দুইটি একত্রে খোলা থাকবে? ২
- খ. খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে কত সময় লাগবে? ৪
- গ. যদি প্রথম নলটি দ্বারা চৌবাচ্চা 8 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং ২য় নলটি দ্বারা 1 মিনিটে 5 লিটার পানি বের হয়। তবে নল দুইটি একত্রে খোলা থাকলে চৌবাচ্চাটি 72 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে? ৪

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, চৌবাচ্চাটিতে v লিটার পানি ধরে প্রথম নল দ্বারা v লিটার পানি প্রবেশ করে t_1 মিনিটে

\therefore প্রথম নল দ্বারা 1 মিনিটে পূর্ণ হয় $\frac{v}{t_1}$ লিটার পানি

আবার, ২য় নল দ্বারা v লিটার পানি বের হয় t_2 মিনিটে

অর্থাৎ, ২য় নল দ্বারা 1 মিনিটে খালি হয় $\frac{v}{t_2}$ লিটার পানি

\therefore দুই নল একত্রে খুলে দিলে,

$$1 \text{ মিনিটে পূর্ণ হয় } \left(\frac{v}{t_1} - \frac{v}{t_2} \right) \text{ লিটার} = v \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right) \text{ লিটার}$$

\therefore দুইটি নল খুলে দিলে 1 মিনিটে চৌবাচ্চাটির $\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}$

অংশ পূর্ণ হয়। (Ans.)

খ. ‘ক’ অংশ হতে পাই, দুই নল দ্বারা $v \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right)$ লিটার পূর্ণ হয় 1 মিনিটে সুতরাং v লিটার পূর্ণ হয় $\frac{v}{v \left(\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2} \right)}$ মিনিটে

$$= \frac{1}{\frac{t_2 - t_1}{t_1 t_2}} \text{ মিনিটে} = \frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$$

মিনিটে

\therefore খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হতে $\frac{t_1 t_2}{t_2 - t_1}$ মিনিট সময় লাগবে। (Ans.)

গ. মনে করি, ১ম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে x লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট y লিটার পানি ধরে।

প্রশ্নমতে, প্রথম নল দ্বারা ৪ মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore y = 8x \dots\dots(i)$$

আবার, দুই নল এক সঙ্গে খুলে দিলে ৭২ মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়।

$$\therefore y = 72x - 72 \times 5$$

$$\text{বা, } y = 72x - 360 \dots\dots(ii)$$

(i) ও (ii) নং হতে,

$$8x = 72x - 360$$

$$\text{বা, } 8x - 72x = -360$$

$$\text{বা, } -64x = -360$$

$$\therefore x = 5.625$$

$\therefore x$ এর মান (i) নং এ বসিয়ে পাই,

$$y = 8 \times 5.625 = 45$$

\therefore চৌবাচ্চাটিতে ৪৫ লিটার পানি ধরে।

(Ans.)

প্রশ্ন-১০ ▶ একটি খাসি $x\%$ বতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায় $2x\%$ লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে কিছু টাকা বেশি পাওয়া যায়।

ক. ক্রয়মূল্য y টাকা ধরে $x\%$ বতিতে খাসিটির বিক্রয়মূল্য কত টাকা? ২

খ. $2x\%$ লাভে বিক্রয় করলে $\frac{27x}{2}$ টাকা বেশি পাওয়া গেলে খাসিটির ক্রয়মূল্য কত? ৪

?

গ. খাসিটি $m\%$ বতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায় $n\%$ লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে p টাকা বেশি পাওয়া যায়। তবে খাসিটির ক্রয়মূল্য কত? $m = 5$, $n = 15$ এবং $p = 180$ হলে খাসিটির ক্রয়মূল্য কত? ৪

▶◀ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি, খাসিটির ক্রয়মূল্য y টাকা
 $x\%$ বতিতে মোট বতি (y এর $x\%$) টাকা

$$= \left(y \text{ এর } \frac{x}{100} \right) \text{ টাকা} =$$

$$\frac{xy}{100} \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য} = \text{ক্রয়মূল্য} - \text{বতি} = \left(y - \frac{xy}{100} \right) \text{ টাকা}$$

$$= y \left(1 - \frac{x}{100} \right) \text{ টাকা}$$

(Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $2x\%$ লাভে একটি খাসির বিক্রয়মূল্য

$$= x\% \text{ বতিতে বিক্রয়মূল্য} + \frac{27x}{2}$$

$\therefore 2x\%$ লাভে মোট লাভ (y এর $2x\%$) টাকা

$$= \left(y \text{ এর } \frac{2x}{100} \right) \text{ টাকা} = \frac{xy}{50}$$

টাকা

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য} = \text{ক্রয়মূল্য} + \text{লাভ} = \left(y + \frac{xy}{50} \right)$$

টাকা

$$\text{প্রশ্নমতে, } y + \frac{xy}{50} = y - \frac{xy}{100} + \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } y + \frac{xy}{50} - y + \frac{xy}{100} = \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{xy}{50} + \frac{xy}{100} = \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{2xy + xy}{100} = \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } \frac{3xy}{100} = \frac{27x}{2}$$

$$\text{বা, } 6xy = 2700x \quad [\text{আড়গুণন করে}]$$

$$\text{বা, } 6xy - 2700x = 0$$

$$\text{বা, } 6x(y - 450) = 0$$

$$\text{বা, } y - 450 = 0 \quad [\because x \neq 0]$$

$$\therefore y = 450$$

অতএব, খাসিটির ক্রয়মূল্য ৪৫০ টাকা।

(Ans.)

গ. $m\%$ বতিতে খাসিটির বিক্রয়মূল্য $y\left(1 - \frac{m}{100}\right)$ টাকা
 $n\%$ লাভে খাসিটির বিক্রয়মূল্য $y\left(1 + \frac{n}{100}\right)$ টাকা
 প্রশ্নমতে, $y\left(1 + \frac{n}{100}\right) - y\left(1 - \frac{m}{100}\right) = p$
 বা, $y + \frac{ny}{100} - y + \frac{my}{100} = p$
 বা, $y\left(\frac{n}{100} + \frac{m}{100}\right) = p$
 বা, $\frac{y}{100}(m + n) = p$
 বা, $y = \frac{100p}{m + n}$
 এখন, $m = 5$, $n = 15$ এবং $p = 180$ হলে,
 \therefore খাসিটির ক্রয়মূল্য $= \frac{100 \times 180}{5 + 15}$ টাকা
 $= \frac{100 \times 180}{20}$ টাকা $= 900$ টাকা
 \therefore খাসিটির ক্রয়মূল্য $\frac{100p}{m + n}$ টাকা এবং 900 টাকা। (Ans.)

প্রশ্ন-১১ ▶ কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা।

- ক. মূলধন P টাকা হলে তথ্যগুলো দিয়ে দুটি সমীকরণ গঠন কর। ২
 খ. সমীকরণ দুটি থেকে মুনাফার হার নির্ণয় কর। ৪
 গ. একই হারে 5 বছর পর 2000 টাকা পেতে হলে একজন লোকের কত টাকা জমা রাখতে হবে? ৪

▶◀ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মনে করি, মূলধন = P টাকা
 মুনাফার হার $= r\% = \frac{r}{100}$
 সময় = n বছর
 \therefore সরল মুনাফা $I = Pn \cdot \frac{r}{100} = \frac{Pnr}{100}$
 3 বছর পর সরল মুনাফা $= \frac{P \times 3 \times r}{100}$ টাকা $= \frac{3Pr}{100}$ টাকা
 এবং 5 " " " $= \frac{P \times 5 \times r}{100}$ টাকা $= \frac{5Pr}{100}$ টাকা
 মুনাফাসহ মূলধন, $A = P + I$
 প্রশ্নমতে, $P + \frac{3Pr}{100} = 460$(i)
 এবং $P + \frac{5Pr}{100} = 600$(ii)
 খ. 'ক' অংশ হতে পাই, $P\left(1 + \frac{3r}{100}\right) = 460$(i)
 $P\left(1 + \frac{3r}{100}\right) = 600$(ii)
 এখন, সমীকরণ (ii) কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,
 $\frac{P\left(1 + \frac{5r}{100}\right)}{P\left(1 + \frac{3r}{100}\right)} = \frac{600}{460}$
 বা, $\frac{100 + 5r}{100 + 3r} = \frac{30}{23}$
 বা, $2300 + 115r = 3000 + 90r$
 বা, $25r = 700$
 $\therefore r = \frac{700}{25} = 28$

∴ মুনাফার হার 28% (Ans.)

গ. 'খ' অংশ হতে পাই, মুনাফার হার 28%

সময়, $n = 5$ বছর

আসলসহ মুনাফা, $A = 2000$ টাকা

মনে করি, মূলধন জমা রাখতে হবে P টাকা

আমরা জানি, $A = P + I$

$$\text{বা, } 2000 = P + P \times 5 \times \frac{28}{100}$$

$$\text{বা, } 2000 = P \left(1 + \frac{5 \times 28}{100} \right)$$

$$\text{বা, } P = \frac{2000}{1 + \frac{140}{100}} = \frac{2000 \times 100}{240}$$

$= 833.33$ (প্রায়)

∴ জমা রাখতে হবে 833.33 টাকা (প্রায়)।

(Ans.)

প্রশ্ন-১২ ▶ x টাকার $x\%$ হার সরল মুনাফায় 4 বছরের মুনাফা x টাকা।

- ?** ক. 4 বছরের মুনাফা নির্ণয় কর। ২
খ. x এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. 625 টাকার 25% হার মুনাফার 4 বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা কত? ৪

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, মূলধন, $P = x$ টাকা

$$\text{মুনাফার হার, } r = x\% = \frac{x}{100}$$

সময়, $n = 4$ বছর

$$\therefore \text{মুনাফা, } I = Pnr = x \times 4 \times \frac{x}{100} =$$

$$\frac{x^2}{25} \text{ টাকা (Ans.)}$$

খ. প্রশ্নমতে, $\frac{x^2}{25} = x$

$$\text{বা, } x^2 = 25x$$

$$\text{বা, } x^2 - 25x = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 25) = 0$$

$$\therefore x = 0 \quad \text{অথবা, } x - 25 = 0$$

$$\therefore x = 25$$

কিন্তু $x \neq 0$ [কারণ মূলধন শূন্য হলে সমস্যাটি তাৎপর্যহীন হয়]

∴ x এর মান 25 টাকা (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, মূলধন $P = 625$ টাকা

$$\text{মুনাফার হার, } r = 25\% = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$$

সময়, $n = 4$ বছর

আমরা জানি,

$$\text{চক্রবৃদ্ধির বেত্রে সর্ববৃদ্ধিমূল, } C = P(1 + r)^n$$

$$= 625 \left(1 + \frac{1}{4} \right)^4 \text{ টাকা}$$

$$= 625 \left(\frac{4 + 1}{4} \right)^4 \text{ টাকা}$$

$$= 625 \left(\frac{5}{4} \right)^4 \text{ টাকা}$$

$$= 625 \times \frac{625}{256} \text{ টাকা}$$

$$= 1525.88 \text{ টাকা}$$

$$\therefore \text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফা} = C - P$$

$$= (1525.88 - 625) \text{ টাকা}$$

$$= 900.88 \text{ টাকা (প্রায়)}$$

(Ans.)

প্রশ্ন-১৩ ▶ নির্দিষ্ট হার মুনাফায় কিছু টাকা এক বছরান্তে চক্রবৃদ্ধিমূল 650 টাকা এবং দুই বছরান্তে চক্রবৃদ্ধিমূল 676 টাকা হয়।

- ?** ক. প্রদত্ত তথ্যের আলোকে সমীকরণ গঠন কর। ২
খ. দুই বছরান্তে সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪
গ. কত বছরে ঐ পরিমাণ মূলধন 5% চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় দ্বিগুণ হবে? ৪

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, মূলধন P টাকা

চক্রবৃদ্ধি মুনাফার হার $r\%$

সময় $= n$ বছর

$$\text{চক্রবৃদ্ধিমূল } C \text{ হলে, } C = P(1 + r)^n$$

১ম শর্তানুসারে, $650 = P(1 + r)$

(i) যখন $n = 1$

২য় শর্তানুসারে, $676 = P(1 + r)^2$

(ii) যখন $n = 2$

খ. 'ক' অংশ হতে প্রাপ্ত, $650 = P(1 + r)$ (i)

$$676 = P(1 + r)^2 \text{}$$

(ii)

সমীকরণ (ii) কে (i) নং দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$\frac{676}{650} = \frac{P(1 + r)^2}{P(1 + r)}$$

$$\text{বা, } \frac{26}{25} = 1 + r \text{ (iii)}$$

$$(iii) \text{ নং থেকে পাই } r = \frac{26}{25} - 1$$

$$\text{বা, } r = \frac{26 - 25}{25}$$

$$\therefore r = \frac{1}{25}$$

$$(i) \text{ নং এ } 1 + r = \frac{26}{25} \text{ বসিয়ে পাই,}$$

$$650 = P \left(\frac{26}{25} \right)$$

$$\text{বা, } P = \frac{25 \times 650}{26} = 25 \times 25 =$$

625

\therefore মূলধন 625 টাকা

\therefore 2 বছরান্তে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $(676 - 625)$ টাকা = 51 টাকা

আমরা জানি, সরল মুনাফার বেত্রে, $I = Pnr$

\therefore 2 বছরের সরল মুনাফা =

$$\left(625 \times \frac{1}{25} \times 2 \right) \text{ টাকা} = 50 \text{ টাকা}$$

\therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য = $(51 - 50)$ টাকা = 1 টাকা

(Ans.)

গ. এখানে, মূলধন, $P = 625$ টাকা

$$r = 5\% = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$$

চক্রবৃদ্ধি মূলধন = $2P$ টাকা = 2×625 টাকা = 1250 টাকা

মনে করি, n বছর পর মূলধন চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় দ্বিগুণ হবে।

আমরা জানি, $C = P(1 + r)^n$ যেখানে,
 $P =$ মূলধন
 $C =$ চক্রবৃদ্ধি মূলধন
 $r =$ সুদের হার
 $n =$ সময়

$$\text{প্রশ্নমতে, } 1250 = 625 \left(1 + \frac{1}{20} \right)^n$$

$$\text{বা, } 2 = \left(\frac{21}{20} \right)^n$$

$$\text{বা, } \log 2 = \log \left(\frac{21}{20} \right)^n \text{ [উভয়পক্ষে log নিয়ে]}$$

$$\text{বা, } n \log \left(\frac{21}{20} \right) = \log 2$$

$$\text{বা, } n \log (1.05) = \log 2$$

$$\text{বা, } n = \frac{\log 2}{\log (1.05)}$$

$$\therefore n = \frac{0.30103}{0.02119} = \frac{30103}{2119} = 14.207 \approx 14.2$$

\therefore প্রায় 14.2 বছর পর মূলধন দ্বিগুণ হবে।

(Ans.)

প্রশ্ন-১৪ ▶ আবুল বারাকাত 4% হার মুনাফায় 1000 টাকা 5 বছরের জন্য জমা রাখলেন।

- ক. সরল মুনাফা কত? ২
- খ. চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর। ৪
- গ. মুনাফার হার 5% হলে চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

$$\text{ক. দেওয়া আছে, মুনাফার হার, } r = 4\% = \frac{4}{100}$$

মূলধন, $P = 1000$ টাকা

সময়, $n = 5$ বছর
 \therefore সরল মুনাফা, $I = Pnr = 1000 \times 5 \times \frac{4}{100}$ টাকা
 $= 200$ টাকা (Ans.)
 খ. 'ক' থেকে পাই, $P = 1000$ টাকা, $n = 5$ বছর এবং $r = \frac{4}{100}$
 চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $A = P(1 + r)^n = \left(1 + \frac{4}{100}\right)^5$
 $= 1000 \left(\frac{104}{100}\right)^5 = 1216.653$ টাকা
 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= A - P = (1216.653 - 1000)$ টাকা
 $= 216.653$ টাকা
 ক হতে, সরল মুনাফা $= 200$ টাকা

\therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য $= (216.653 - 200)$ টাকা
 $= 16.653$ টাকা
 (Ans.)
 গ. এখানে, মুনাফার হার $r = 5\% = \frac{5}{100}$
 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা, $A = P(1 + r)^n = 1000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^5$
 $= 1000 \left(\frac{105}{100}\right)^5 = 1276.282$ টাকা
 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= A - P = (1276.282 - 1000)$ টাকা
 $= 276.282$ টাকা (Ans.)



নির্বাচিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-১৫ ▶ একজন ব্যবসায়ী 5% হার মুনাফায় 8000 টাকা 3 বছরের জন্য বিনিয়োগ করা হল।

- ক. 3 বছরের সরল মুনাফা নির্ণয় কর। ২
 খ. 3 বছরের চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য কত? ৪
 গ. হিসাবরক্ষক বললেন 3 বছর পর চক্রবৃদ্ধি হারে মুনাফার পরিমাণ 1129.33 টাকা। তিনি মুনাফার হার কত বেশি বা কম ধরেছিলেন? ৪

▶▶ ১৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

সুদের হার $r = 5\%$

মূলধন $P = 8000$ টাকা

সময় $n = 3$ বছর

\therefore সরল মুনাফা, $I = Pnr = 8000 \times 3 \times \frac{5}{100}$

$= 1200$ টাকা (Ans.)
 খ. চক্রবৃদ্ধি মূলধন, $A = P(1 + r)^n$
 বা, $A = 8000 \left(1 + \frac{5}{100}\right)^3 = 8000 \left(\frac{105}{100}\right)^3$
 $= 9261$ টাকা
 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা $= A - P = (9261 - 8000)$ টাকা $= 1261$ টাকা
 'ক' হতে, সরল মুনাফা $= 1200$ টাকা
 \therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা ও সরল মুনাফার পার্থক্য $= (1261 - 1200)$ টাকা $= 61$ টাকা
 (Ans.)
 গ. হিসাবরক্ষক 3 বছর চক্রবৃদ্ধি মুনাফা দেখাল 1129.33 টাকা।

$$\begin{aligned} \text{বা, } 8000 \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 - 8000 &= 1129.33 \\ \text{বা, } \left\{ \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 - 1 \right\} 8000 &= 1129.33 \\ \text{বা, } \left(1 + \frac{r}{100}\right)^3 &= \frac{1129.33}{8000} + 1 = 1.141 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } 1 + \frac{r}{100} &= 1.045 \text{ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]} \\ \text{বা, } \frac{r}{100} &= 1.045 - 1 = 0.045 \\ \text{বা, } r &= 0.045 \times 100 = 4.5\% \\ \therefore \text{ হিসাবরক্ষক মুনাফার হার } (5 - 4.5)\% &= 0.5\% \text{ কম ধরেছিলেন।} \end{aligned}$$

(Ans.)



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ



প্রশ্ন-১৬ ▶ একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করে যত টাকা বতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো—

ক. লাভ ও বতির পরিমাণ x চলকের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. খাতাটির ক্রয়মূল্য নির্ণয় কর। ৪

গ. বার্ষিক 6 টাকা হার সুদে 5 বছরের মুনাফা খাতাটির ক্রয়মূল্যের সমান হলে, আসল নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. বতি $(x - 36)$ টাকা এবং লাভ $(72 - x)$ টাকা; খ. 48 টাকা; গ. 160 টাকা।

প্রশ্ন-১৭ ▶ 5 টাকায় 2 টি করে কমলা কিনে 35 টাকায় বিক্রয় করা হলো।

ক. কমলার সংখ্যা y ধরলে লাভ কত হবে? ২

খ. কয়টি কমলা বিক্রয় করলে $x\%$ লাভ হবে? ৪

গ. যদি $a\%$ লাভ করতে হয় তাহলে 75 টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করতে হবে? ৪

উত্তর : ক. $\left(35 - \frac{5y}{2}\right)$ টাকা; খ. $\frac{1400}{x + 100}$

টি; গ. $\frac{3000}{100 + a}$ টি

প্রশ্ন-১৮ ▶ একটি দ্রব্যের ক্রয়মূল্য p টাকা। দ্রব্যটি $r\%$ লাভে বিক্রয় করল।

ক. দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য কত? ২

খ. $p = 20000$ এবং $r = 5$ হলে, দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য কত হবে? ৪

গ. p টাকার দ্রব্যটিকে y টাকায় বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ হয় এবং $y = 65$ এবং $p = 50$ হলে, শতকরা কত লাভ হয় নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. বিক্রয়মূল্য $p \left(1 + \frac{r}{100}\right)$ টাকা; খ. দ্রব্যটির বিক্রয়মূল্য 21000 টাকা; গ. $\frac{100(y - p)}{p}\%$ এবং 30%।

প্রশ্ন-১৯ ▶ রহিম ও করিম একই ব্যাংক থেকে একই দিনে 5% হার সরল মুনাফায় আলাদা আলাদা অর্থ ঋণ নেয়। রহিম 2 বছর পর মুনাফা আসলে যত টাকা পরিশোধ করে করিম 4 বছর পর মুনাফা আসলে তত টাকা পরিশোধ করে।

ক. উপরের তথ্যগুলো সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

খ. রহিম ও করিমের ঋণের অনুপাত নির্ণয় কর এবং রহিমের ঋণ করিমের ঋণ অপেক্ষা শতকরা কত বেশি? ৪

গ. রহিম 36000 টাকা ঋণ নিয়ে থাকলে তাদের মুনাফার অনুপাত নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $11x - 12y = 6$; খ. 9.1% বেশি; গ. 6 : 11.



অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-২০ ▶ যদি $p + q = 6$ এবং $pq = 3$ হয়, যেখানে, $p > q$.

ক. $(p - q)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

? খ. $p^3 - q^3 - 5(p^2 - q^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $p^5 + q^5 = 4806$. ৪

▶▶ ২০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $p + q = 6$ এবং $pq = 3$
আমরা জানি, $(p - q)^2 = (p + q)^2 - 4pq$
 $= (6)^2 - 4.3$ [মান বসিয়ে]

$$= 36 - 12 = 24$$

$$p - q = \sqrt{24} = \sqrt{4 \times 6} = 2\sqrt{6}$$

(Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $p + q = 6$ এবং $pq = 3$
'ক' হতে পাই, $p - q = 2\sqrt{6}$
আমরা জানি, $p^3 - q^3$
 $= (2\sqrt{6})^3 + 3 \cdot 3 \cdot 2\sqrt{6}$
[মান বসিয়ে]

$$= 48\sqrt{6} + 18\sqrt{6} =$$

$$66\sqrt{6}$$

$$\text{এবং } p^2 - q^2 = (p + q)(p - q)$$

$$= 6 \cdot 2\sqrt{6}$$

[মান বসিয়ে]

$$= 12\sqrt{6}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = p^3 - q^3 - 5(p^2 - q^2)$$

$$= 66\sqrt{6} - 5 \cdot 12\sqrt{6}$$

[মান বসিয়ে]

$$= 66\sqrt{6} - 60\sqrt{6} = 6\sqrt{6}$$

(Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $p + q = 6$ এবং $pq = 3$
বামপক্ষ $= p^5 + q^5$
 $= p^5 + p^3q^2 + p^2q^3 + q^5 - p^3q^2 - p^2q^3$
 $= p^3(p^2 + q^2) + q^3(p^2 + q^2) - p^2q^2(p + q)$
 $= (p^2 + q^2)(p^3 + q^3) - p^2q^2(p + q)$

$$= (p^2 + q^2)(p^3 + q^3) - (pq)^2(p + q)$$

$$= \{(p + q)^2 - 2pq\} \{(p + q)^3 - 3pq(p + q)\} - (pq)^2(p + q)$$

$$= \{(6)^2 - 2 \cdot 3\} \{(6)^3 - 3 \cdot 3 \cdot 6\} - (3)^2 \cdot 6$$

[মান বসিয়ে]

$$= (36 - 6)(216 - 54) - 9 \cdot 6$$

$$= 30 \cdot 162 - 54 = 4860 - 54 =$$

$$4806 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore p^5 + q^5 = 4806 \text{ (দেখানো হলো)।}$$

প্রশ্ন-২১ ▶ $x^2 - \sqrt{5}x + 1 = 0$ একটি বীজগাণিতিক সমীকরণ।

ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

? খ. $x^4 - \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 5\sqrt{5}$. ৪

▶▶ ২১নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^2 + \sqrt{5}x + 1 = 0$

$$\text{বা, } x^2 + 1 = \sqrt{5}x$$

$$\text{বা, } \frac{x^2 + 1}{x} = \sqrt{5} \quad [\text{উভয়পক্ষকে } x$$

দ্বারা ভাগ করে]

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' থেকে পাই, $x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$

$$\text{বা, } \left(x^2 + \frac{1}{x}\right)^2 = 5 \quad [\text{উভয়পক্ষকে বর্গ করে}]$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 5 - 4$$

$$\text{বা, } \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 1$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = 1 \quad [\text{ধনাত্মক ধরে}]$$

$$\text{আবার, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (\sqrt{5})^2 - 2 = 5 - 2 = 3$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি, } x^4 - \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 - \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 =$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x + \frac{1}{x}\right)\left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$= 3 \cdot \sqrt{5} \cdot 1 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 3\sqrt{5} \quad (\text{Ans.})$$

$$\text{গ. 'ক' থেকে পাই, } x + \frac{1}{x} = \sqrt{5}$$

$$\text{এখন, } x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$(\sqrt{5})^3 - 3 \cdot \sqrt{5} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 5\sqrt{5} - 3\sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{'খ' থেকে পাই, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 3$$

$$\therefore \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = x^5 + x^3 \cdot \frac{1}{x^2}$$

$$+ \frac{1}{x^3} \cdot x^2 + \frac{1}{x^5}$$

$$\text{বা, } 2\sqrt{5} \cdot 3 = x^5 + \frac{1}{x^5} + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$[\text{মান বসিয়ে}]$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 6\sqrt{5} - \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 6\sqrt{5} - \sqrt{5} \therefore x^5 + \frac{1}{x^5} =$$

$$5\sqrt{5} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-২২ ▶ যদি $x + y = 3$, $xy = 2$ হলে

? ক. $x - y$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $(x^3 + y^3) + 2(x^2 + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

$$\text{গ. প্রমাণ কর যে, } x^4 + y^4 = 17 \quad 8$$

▶▶ ২২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$

আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$$= (3)^2 - 4 \cdot 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 9 - 8$$

$$\text{বা, } (x - y)^2 = 1$$

$$\therefore x - y = \pm 1 \quad (\text{Ans.})$$

খ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$

'ক' হতে পাই, $x - y = \pm 1$

$$\text{এখন, } (x^3 + y^3) + 2(x^2 + y^2)$$

$$= \{(x + y)^3 - 3xy(x + y)\} + \{(x + y)^2 + (x - y)^2\}$$

$$= \{(3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3\} + \{(3)^2 + (\pm 1)^2\} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (27 - 18) + (9 + 1)$$

$$= 9 + 10 = 19 \quad (\text{Ans.})$$

গ. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$

'ক' হতে পাই, $x - y = \pm 1$

$$\text{বামপক্ষ} = x^4 + y^4 = (x^2)^2 + (y^2)^2$$

$$= (x^2 - y^2)^2 + 2x^2y^2 = \{(x + y)(x - y)\}^2 + 2(xy)^2$$

$$= \{3 \cdot (\pm 1)\}^2 + 2 \cdot (2)^2 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 9 + 8 = 17 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore x^4 + y^4 = 17 \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-২৩ ▶ যদি $x + y = 3$, $xy = 2$ হয়, তবে উদ্দীপকের আলোকে নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও।

ক. $x - y$ এর মান নির্ণয় কর। ২

? খ. $(x^3 + y^3) + 4(x^2 + y^2)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, $x^8 + y^8 = 257$ ৪

▶▶ ২৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x + y = 3$ এবং $xy = 2$

আমরা জানি, $(x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy$

$$\begin{aligned}
 &= (3)^2 - 4.2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
 &= 9 - 8 = 1 \\
 &\text{অতএব, } x - y = 1 \quad (\text{Ans.}) \\
 \text{খ. দেওয়া আছে, } x + y = 3 \text{ এবং } xy = 2 \\
 \text{প্রদত্ত রাশি} &= (x^3 + y^3) + 4(x^2 + y^2) \\
 &= (x + y)^3 - 3xy(x + y) + 4\{(x + y)^2 - 2xy\} \\
 &= (3)^3 - 3.2.3 + 4\{(3)^2 - 2.2\} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
 &= 27 - 18 + 4(9 - 4) = 9 + 20 = 29 \quad (\text{Ans.}) \\
 \text{গ. দেওয়া আছে, } x + y = 3 \text{ এবং } xy = 2 \\
 \text{বামপক্ষ} &= x^8 + y^8 = (x^4)^2 + (y^4)^2 \\
 &= (x^4 + y^4)^2 - 2.x^4.y^4 \\
 &= \{(x^2)^2 + (y^2)^2\}^2 - 2x^4y^4 \\
 &= \{(x^2 + y^2)^2 - 2x^2y^2\}^2 - 2(xy)^4 \\
 &= [\{(x + y)^2 - 2xy\}^2 - 2(xy)^2]^2 - 2(xy)^4 \\
 &= [\{(3)^2 - 2.2\}^2 - 2(2)^2]^2 - 2(2)^4 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\
 &= [\{9 - 4\}^2 - 2.4]^2 - 2.16 \\
 &= [\{5\}^2 - 8]^2 - 32 = [25 - 8]^2 - 32 \\
 &= [17]^2 - 32 = 289 - 32 = 257 = \text{ডানপক্ষ} \\
 \therefore x^8 + y^8 &= 257 \quad (\text{প্রমাণিত})
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-২৪ ▶ $x^2 - 1 = 5x$ এবং $a^2 = 3 + 2\sqrt{2}$ হলে,

ক. $x + \frac{1}{x}$ এর মান নির্ণয় কর। ২

? খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{x^8 + 1}{x^4} = 727$ ৪

গ. দেখাও যে, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) = 50\sqrt{58}$ ৪

▶▶ ২৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x^2 - 1 = 5x$

$$\begin{aligned}
 &\text{বা, } \frac{x^2 - 1}{x} = 5 \\
 \therefore x - \frac{1}{x} &= 5 \dots\dots\dots (i) \\
 \text{এখন, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 + 4.x.\frac{1}{x} = (5)^2 + 4 = 25 + 4 = 29 \\
 \therefore x + \frac{1}{x} &= \pm \sqrt{29} \quad (\text{Ans.}) \\
 \text{খ. 'ক' হতে পাই } x + \frac{1}{x} &= \pm \sqrt{29} \\
 [\text{ধনাত্মক মান নিয়ে}] \\
 \therefore \text{বামপক্ষ} &= \frac{x^8 + 1}{x^4} = x^4 + \frac{1}{x^4} \\
 &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2.x^2.\frac{1}{x^2} \\
 &= \left\{\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2.x.\frac{1}{x}\right\}^2 - 2 \\
 &= \{(\sqrt{29})^2 - 2\}^2 - 2 \\
 &= (29 - 2)^2 - 2 = (27)^2 - 2 = 729 - 2 = 727 = \text{ডানপক্ষ} \\
 \therefore \frac{x^8 + 1}{x^4} &= 727 \quad (\text{প্রমাণিত}) \\
 \text{গ. 'ক' হতে পাই, } x + \frac{1}{x} \text{ এবং } x - \frac{1}{x} &= 5 \\
 \text{দেওয়া আছে, } a^2 &= 3 + 2\sqrt{2} \\
 \text{বা, } a^2 &= 2 + 2\sqrt{2} + 1 \\
 \text{বা, } a^2 &= (\sqrt{2})^2 + 2.\sqrt{2}.1 + (1)^2 \\
 \text{বা, } a^2 &= (\sqrt{2} + 1)^2 \\
 \text{বা, } a &= \pm (\sqrt{2} + 1) \\
 \therefore a &= \sqrt{2} + 1 \dots\dots\dots (i) \\
 [\text{ধনাত্মক মান নিয়ে}] \\
 \text{এখন, } \frac{1}{a} &= \frac{1}{\sqrt{2} + 1} = \frac{(\sqrt{2} - 1)}{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} - 1)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{\sqrt{2}-1}{(\sqrt{2})^2-(1)^2} = \frac{\sqrt{2}-1}{2-1} \\
 &= \sqrt{2}-1 \\
 \therefore a + \frac{1}{a} &= \sqrt{2} + 1 + \sqrt{2} - 1 = 2\sqrt{2} \\
 \therefore \text{বামপক্ষ} &= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) \\
 &= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right) \right\} \\
 &\quad \left\{ \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3.a.\frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) \right\} \\
 &= (\sqrt{29} \times 5) \\
 &\quad \{ (2\sqrt{2})^3 - 3 \times 2\sqrt{2} \} \\
 &= 5\sqrt{29} \times (16\sqrt{2} - 6\sqrt{2}) \\
 &= 5\sqrt{29} \times 10\sqrt{2} = 50\sqrt{58} = \\
 \text{ডানপক্ষ} & \\
 \therefore \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right) &= 50\sqrt{58} \\
 (\text{দেখানো হলো}) &
 \end{aligned}$$

প্রশ্ন-২৫ ▶ $2^y + \frac{1}{y} + 1 = 32$ একটি সমীকরণ।

- ক. $y + \frac{1}{y}$ এর মান নির্ণয় কর। ২
- ?** খ. দেখাও যে, $\frac{y^6+1}{y^3} = 52$ ৪
- গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{1}{y^4} = 194 - y^4$ ৪

▶◀ ২৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $2^y + \frac{1}{y} + 1 = 32$

বা, $2^y + \frac{1}{y} + 1 = 2^5$

বা, $y + \frac{1}{y} + 1 = 5$

বা, $y + \frac{1}{y} = 5 - 1$

$\therefore y + \frac{1}{y} = 4$ (Ans.)

খ. 'ক' হতে পাই, $y + \frac{1}{y} = 4$

বামপক্ষ $= \frac{y^6+1}{y^3} = \frac{y^6}{y^3} + \frac{1}{y^3} = y^3 + \frac{1}{y^3}$

$= \left(y + \frac{1}{y}\right)^3 - 3.y.\frac{1}{y}$

$\left(y + \frac{1}{y}\right) = (4)^3 - 3.4$

$\left[\because y + \frac{1}{y} = 4\right]$

$= 64 - 12 = 52 = \text{ডানপক্ষ}$

$\therefore \frac{y^6+1}{y^3} = 52$ (দেখানো হলো)

গ. 'ক' হতে পাই, $y + \frac{1}{y} = 4$

বা, $\left(y + \frac{1}{y}\right)^2 = (4)^2$

[উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $y^2 + 2.y.\frac{1}{y} + \left(\frac{1}{y}\right)^2 = 16$

বা, $y^2 + \frac{1}{y^2} = 16 - 2$

বা, $y^2 + \frac{1}{y^2} = 14$

বা, $\left(y^2 + \frac{1}{y^2}\right)^2 = (14)^2$ [পুনরায়

উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $(y^2)^2 + 2.y^2.\frac{1}{y^2} + \left(\frac{1}{y^2}\right)^2 = 196$

বা, $y^4 + 2 + \frac{1}{y^4} = 196$

বা, $y^4 + \frac{1}{y^4} = 196 - 2$

বা, $y^4 + \frac{1}{y^4} = 194$

$\therefore \frac{1}{y^4} = 194 - y^4$ (প্রমাণিত)

প্রশ্ন-২৬ ▶ $x^2 - 2\sqrt{30} - 11 = 0$; $x > 0$

ক. x -এর মান নির্ণয় কর।

২

? খ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 42\sqrt{6}$

৪

গ. $(x^2 + \frac{1}{x^2})(x^3 - \frac{1}{x^3})$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

▶▶ ২৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,

$$x^2 - 2\sqrt{30} - 11 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 = 11 + 2\sqrt{30}$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{5})^2 + 2 \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{5}$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{6} + \sqrt{5})^2$$

$$\therefore x = \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

খ. ‘ক’ থেকে পাই, $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\text{এবং } x + \frac{1}{x} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{বামপক্ষ} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) = (2\sqrt{6})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{6} = 8 \cdot 6\sqrt{6} - 6\sqrt{6}$$

$$= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 42\sqrt{6} =$$

ডানপক্ষ

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 42\sqrt{6} \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. ‘ক’ থেকে পাই, $x = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\text{‘খ’ থেকে পাই, } \frac{1}{x} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{আবার, ‘খ’ থেকে পাই, } x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{6}$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 4 \cdot 6$$

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} =$$

24

$$\text{বা, } x^2 + \frac{1}{x^2} = 24 - 2$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 22$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$\left(x^2 + x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}\right)$$

$$= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x - \frac{1}{x}\right)$$

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2} + 1\right)$$

$$= 22 \cdot 2\sqrt{5} \cdot (22 + 1) \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 22 \cdot 2\sqrt{5} \cdot 23 = 1012\sqrt{5}$$

প্রশ্ন-২৭ ▶ $x - \frac{1}{x} = 2$

ক. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান নির্ণয় কর।

২

? খ. $x^4 + \frac{1}{x^4}$ এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 10\sqrt{2}$

৪

▶▶ ২৭নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $x - \frac{1}{x} = 2$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(1 - \frac{1}{x}\right)^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (2)^2 + 2 = 4 + 2 = 6$$

(Ans.)

খ. $\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = x^4 + \frac{1}{x^4} = (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2$

$$= \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} = \left\{\left(x - \frac{1}{x} + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}\right)\right\}^2 - 2$$

$$= \{(2)^2 + 2\}^2 - 2 = (4 + 2)^2 - 2$$

$$= (6)^2 - 2 = 36 - 2 = 34$$

(Ans.)

গ. 'ক' থেকে পাই, $x^2 + \frac{1}{x^2} = 6$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 6$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 6 + 2$$

$$\text{বা, } \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 8$$

$$\text{বা, } x + \frac{1}{x} = \pm \sqrt{8}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = 2\sqrt{2} \quad [\text{ধনাত্মক}]$$

মান নিয়ে]

$$\text{বামপক্ষ} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{2})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{2} \quad [\text{মান}]$$

বসিয়ে]

$$= 16\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 10\sqrt{2} =$$

ডানপক্ষ

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 10\sqrt{2} \quad (\text{দেখানো হলো})$$