

নির্ণেয় ভাগশেষ 24

$$\text{খ) } f(a) = a^3 - 9 + (a + 1)^3$$

$f(a)$ একটি বহুপদী, $a = 1$ বসালে বহুপদীটির মান শূন্য হয়।

ফলে $(a - 1)$ বহুপদীটির একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned} \therefore f(a) &= a^3 - 9 + a^3 + 3a^2 + 3a + 1 = 2a^3 + 3a^2 + 3a - 8 \\ &= 2a^3 - 2a^2 + 5a^2 - 5a + 8a - 8 \\ &= 2a^2(a - 1) + 5a(a - 1) + 8(a - 1) \\ &= (a - 1)(2a^2 + 5a + 8) \\ \therefore a^3 - 9 + (a + 1)^3 &= (a - 1)(2a^2 + 5a + 8) \end{aligned}$$

কাজ: উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

ক) $x^3 - 21x - 20$ খ) $2x^3 - 3x^2 + 3x - 1$ গ) $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$

অনুশীলনী ৩.৪

উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর:

১. $3a^3 + 2a + 5$
৩. $x^3 + 2x^2 - 5x - 6$
৫. $a^3 + 3a + 36$
৭. $a^3 - a^2 - 10a - 8$
৯. $a^3 - 7a^2b + 7ab^2 - b^3$
১১. $x^3 + 6x^2 + 11x + 6$
১৩. $4x^4 + 12x^3 + 7x^2 - 3x - 2$
১৫. $4x^3 - 5x^2 + 5x - 1$
২. $x^3 - 7xy^2 - 6y^3$
৪. $x^3 + 4x^2 + x - 6$
৬. $a^4 - 4a + 3$
৮. $x^3 - 3x^2 + 4x - 4$
১০. $x^3 - x - 24$
১২. $2x^4 - 3x^3 - 3x - 2$
১৪. $x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x$
১৬. $18x^3 + 15x^2 - x - 2$

বাস্তব সমস্যা সমাধানে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন ও প্রয়োগ

দৈনন্দিন কাজে বিভিন্ন সময়ে আমরা বাস্তব সমস্যার সম্মুখীন হই। এই সমস্যাগুলো ভাষাগতভাবে বর্ণিত হয়। এ অনুচ্ছেদে আমরা ভাষাগতভাবে বর্ণিত বাস্তব পরিবেশের বিভিন্ন সমস্যা সমাধানকল্পে বীজগাণিতিক সূত্র গঠন এবং তা প্রয়োগ করার পদ্ধতি নিয়ে আলোচনা করব। এই আলোচনার ফলে শিক্ষার্থীরা একদিকে যেমন বাস্তব পরিবেশে গণিতের প্রয়োগ সম্পর্কে ধারণা পাবে, অন্যদিকে নিজেদের পারিপার্শ্বিক অবস্থায় গণিতের সম্পৃক্ততা বুঝতে পেরে গণিত শিক্ষার প্রতি আগ্রহী হবে।

সমস্যা সমাধানের পদ্ধতি:

১. প্রথমেই সতর্কতার সাথে সমস্যাটি পর্যবেক্ষণ করে এবং মনোযোগ সহকারে পড়ে কোনগুলো অজ্ঞাত এবং কী নির্ণয় করতে হবে তা চিহ্নিত করতে হবে।
২. অজ্ঞাত রাশিগুলোর একটিকে যেকোনো চলক (ধরি x) দ্বারা সূচিত করতে হবে। অতঃপর সমস্যাটি ভালোভাবে অনুধাবন করে সম্ভব হলে অন্যান্য অজ্ঞাত রাশিগুলোকেও একই চলক x এর মাধ্যমে প্রকাশ করতে হবে।
৩. সমস্যাকে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশে বিভক্ত করে বীজগাণিতিক রাশি দ্বারা প্রকাশ করতে হবে।
৪. প্রদত্ত শর্ত ব্যবহার করে ক্ষুদ্র ক্ষুদ্র অংশগুলোকে একত্রে একটি সমীকরণে প্রকাশ করতে হবে।
৫. সমীকরণটি সমাধান করে অজ্ঞাত রাশি x এর মান নির্ণয় করতে হবে।

বাস্তব সমস্যা সমাধানে বিভিন্ন সূত্র ব্যবহার করা হয়। সূত্রগুলো এখানে আলোচনা করা হলো।

দেয় বা প্রাপ্য বিষয়ক

মনে করি, q = জনপ্রতি দেয় বা প্রাপ্য টাকার পরিমাণ

$$n = \text{লোকের সংখ্যা}$$

∴ দেয় বা প্রাপ্য টাকার পরিমাণ, $A = qn$

সময় ও কাজ বিষয়ক

মনে করি, q = প্রত্যেকে একক সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে

$$n = \text{কাজ সম্পাদনকারীর সংখ্যা}$$

$$x = \text{কাজের মোট সময়}$$

$$W = n \text{ জনে } x \text{ সময়ে কাজের যে অংশ সম্পন্ন করে}$$

$$\therefore W = qnx$$

সময় ও দূরত্ব বিষয়ক

মনে করি, v = প্রতি ঘণ্টায় গতিবেগ

$$t = \text{মোট সময়}$$

$$d = \text{মোট দূরত্ব}$$

$$\therefore d = vt$$

নল ও চৌবাচ্চা বিষয়ক

মনে করি, Q_0 = নলের মুখ খুলে দেওয়ার সময় চৌবাচ্চায় জমা পানির পরিমাণ

q = প্রতি একক সময়ে নল দিয়ে যে পানি প্রবেশ করে অথবা বের হয়

t = অতিক্রান্ত সময়

$Q(t)$ = t সময়ে চৌবাচ্চায় পানির পরিমাণ

$$\therefore Q(t) = Q_0 \pm qt$$

পানি প্রবেশ হওয়ার শর্তে '+' চিহ্ন এবং পানি বের হওয়ার শর্তে '-' চিহ্ন ব্যবহার করতে হবে।

শতকরা অংশ বিষয়ক

মনে করি, b = মোট রাশি

$$r = \text{শতকরা হার} = \frac{s}{100} = s\%$$

$$p = \text{শতকরা অংশ} = b \text{ এর } s\%$$

$$\therefore p = br$$

লাভ-ক্ষতি বিষয়ক

মনে করি, C = ক্রয়মূল্য

$$r = \text{লাভ বা ক্ষতির শতকরা হার}$$

$$\therefore \text{বিক্রয়মূল্য } S = C(1 \pm r)$$

$$\text{লাভের ক্ষেত্রে, } S = C(1 + r) \text{ এবং ক্ষতির ক্ষেত্রে, } S = C(1 - r)$$

বিনিয়োগ-মুনাফা বিষয়ক

মনে করি, $I = n$ একক সময় পরে মুনাফা

$$n = \text{নির্দিষ্ট সংখ্যক একক সময়}$$

$$P = \text{মূলধনের পরিমাণ}$$

$$r = \text{একক সময়ে একক মূলধনের মুনাফা}$$

$$A = n \text{ একক সময় পরে মুনাফাসহ মূলধন}$$

সরল মুনাফার ক্ষেত্রে,

$$I = Pnr$$

$$A = P + I = P + Pnr = P(1 + nr)$$

$$\text{চক্রবৃদ্ধি মুনাফার ক্ষেত্রে, } C = P(1 + r)^n$$

উদাহরণ ৩৪. বার্ষিক ক্রীড়া অনুষ্ঠান করার জন্য কোনো এক সমিতির সদস্যরা ৪৫,০০০ টাকার বাজেট করলেন এবং সিদ্ধান্ত নিলেন যে, প্রত্যেক সদস্যই সমান চাঁদা দিবেন। কিন্তু ৫ জন সদস্য চাঁদা দিতে অসম্মতি জানালেন। এর ফলে প্রত্যেক সদস্যের মাথাপিছু ১৫ টাকা চাঁদা বৃদ্ধি পেল। ঐ সমিতিতে কতজন সদস্য ছিলেন?

ফর্মা-৯, গণিত- ৯ম-১০ম শ্রেণি

সমাধান: মনে করি, সমিতির সদস্য সংখ্যা x এবং জনপ্রতি দেয় চাঁদার পরিমাণ q টাকা। তাহলে, মোট চাঁদা, $A = qx = 45,000$ টাকা।

প্রকৃতপক্ষে চাঁদা প্রদানকারী সদস্য সংখ্যা ছিল $(x - 5)$ জন এবং জনপ্রতি চাঁদা $(q + 15)$ টাকা।

তাহলে, মোট চাঁদা হলো $(x - 5)(q + 15)$

প্রশ্নানুসারে,

$$qx = (x - 5)(q + 15) \dots\dots (1)$$

$$qx = 45000 \dots\dots (2)$$

সমীকরণ (1) থেকে পাই,

$$qx = (x - 5)(q + 15)$$

$$\text{বা, } qx = qx - 5q + 15x - 75$$

$$\text{বা, } 5q = 15x - 75 = 5(3x - 15)$$

$$\therefore q = 3x - 15$$

সমীকরণ (2) এ q এর মান বসিয়ে পাই,

$$(3x - 15) \times x = 45000$$

$$\text{বা, } 3x^2 - 15x = 45000$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x = 15000 \text{ [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } x^2 - 5x - 15000 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 125x + 120x - 15000 = 0$$

$$\text{বা, } x(x - 125) + 120(x - 125) = 0$$

$$\text{বা, } (x - 125)(x + 120) = 0$$

$$\text{সুতরাং, } (x - 125) = 0 \text{ অথবা } (x + 120) = 0$$

$$\text{বা, } x = 125 \text{ বা, } x = -120$$

যেহেতু সদস্য সংখ্যা ঋণাত্মক হতে পারে না, তাই x এর মান -120 গ্রহণযোগ্য নয়।

সুতরাং, সমিতির সদস্য সংখ্যা 125

উদাহরণ ৩৫. রফিক একটি কাজ 10 দিনে করতে পারে। শফিক ঐ কাজ 15 দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?

সমাধান: মনে করি, তারা একত্রে d দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

নাম	কাজ সম্পন্ন করার দিন	১ দিনে কাজের সম্পন্ন অংশ	d দিনে কাজের সম্পন্ন অংশ
রফিক	10	$\frac{1}{10}$	$\frac{d}{10}$
শফিক	15	$\frac{1}{15}$	$\frac{d}{15}$

প্রশ্নানুসারে, $\frac{d}{10} + \frac{d}{15} = 1$ বা, $d\left(\frac{1}{10} + \frac{1}{15}\right) = 1$

বা, $d\left(\frac{3+2}{30}\right) = 1$ বা, $\frac{5d}{30} = 1$

বা, $d = \frac{30}{5} = 6$

সুতরাং, তারা একত্রে 6 দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে।

উদাহরণ ৩৬. একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে t_1 ঘণ্টায় x কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার t_2 ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

সমাধান: ধরি, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় v কি.মি. এবং স্থির পানিতে নৌকার বেগ ঘণ্টায় u কি.মি.। তাহলে, স্রোতের অনুকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u + v)$ কি.মি. এবং স্রোতের প্রতিকূলে নৌকার কার্যকরী বেগ ঘণ্টায় $(u - v)$ কি.মি.।

আমরা জানি, বেগ = $\frac{\text{অতিক্রান্ত দূরত্ব}}{\text{সময়}}$

প্রশ্নানুসারে, $u + v = \frac{x}{t_2} \dots\dots (1)$

এবং $u - v = \frac{x}{t_1} \dots\dots (2)$

সমীকরণ (1) ও (2) যোগ করে পাই,

$2u = \frac{x}{t_2} + \frac{x}{t_1} = x\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)$ বা, $u = \frac{x}{2}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)$

সমীকরণ (1) ও (2) বিয়োগ করে পাই,

$2v = \frac{x}{t_2} - \frac{x}{t_1} = x\left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}\right)$ বা, $v = \frac{x}{2}\left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}\right)$

$\frac{9}{2}$ সুতরাং, স্রোতের বেগ ঘণ্টায় $\frac{x}{2}\left(\frac{1}{t_2} - \frac{1}{t_1}\right)$ কি.মি. এবং নৌকার বেগ ঘণ্টায় $\frac{x}{2}\left(\frac{1}{t_1} + \frac{1}{t_2}\right)$ কি.মি.।

উদাহরণ ৩৭. একটি নল 12 মিনিটে একটি খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ করতে পারে। অপর একটি নল প্রতি মিনিটে 14 লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসাথে খুলে দেওয়া হলে চৌবাচ্চাটি 96 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?

সমাধান: মনে করি, প্রথম নল দ্বারা প্রতি মিনিটে x লিটার পানি প্রবেশ করে এবং চৌবাচ্চাটিতে মোট y লিটার পানি ধরে।

প্রশ্নানুসারে, প্রথম নল দ্বারা 12 মিনিটে খালি চৌবাচ্চাটি পূর্ণ হয়

$$\therefore y = 12x \dots\dots(1)$$

আবার, দুইটি নল দ্বারা 96 মিনিটে খালি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়

$$\therefore y = 96x - 96 \times 14 \dots\dots(2)$$

সমীকরণ (1) থেকে পাই, $x = \frac{y}{12}$

x এর মান সমীকরণ (2) এ বসিয়ে পাই,

$$y = 96 \times \frac{y}{12} - 96 \times 14$$

$$\text{বা, } y = 8y - 96 \times 14$$

$$\text{বা, } 7y = 96 \times 14$$

$$\text{বা, } y = \frac{96 \times 14}{7} = 192$$

সুতরাং, চৌবাচ্চাটিতে মোট 192 লিটার পানি ধরে।

কাজ:

- ক) বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং সিদ্ধান্ত গৃহীত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া দিবে। 10 জন যাত্রী অনুপস্থিত থাকায় মাথাপিছু ভাড়া 8 টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল এবং প্রত্যেকে কত টাকা করে ভাড়া দিয়েছিল?
- খ) ক ও খ একত্রে একটি কাজ p দিনে করতে পারে। ক একা কাজটি q দিনে করতে পারে। খ একাকী কত দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?
- গ) এক ব্যক্তি স্রোতের প্রতিকূলে দাঁড় বেয়ে ঘণ্টায় 2 কি.মি. বেগে যেতে পারে। স্রোতের বেগ ঘণ্টায় 3 কি.মি. হলে, স্রোতের অনুকূলে 32 কি.মি. যেতে তার কত সময় লাগবে?

উদাহরণ ৩৮. একটি বইয়ের মূল্য 24 টাকা। এই মূল্য বই তৈরির ব্যয়ের 80%। বাকি মূল্য সরকার ভর্তুকি দিয়ে থাকেন। সরকার প্রতি বইয়ে কত টাকা ভর্তুকি দেন?

সমাধান: বাজার মূল্য = বই তৈরির ব্যয়ের 80%

আমরা জানি, $p = br$

এখানে, $p = 24$ টাকা এবং $r = 80\% = \frac{80}{100}$

$$\therefore 24 = b \times \frac{80}{100}$$

$$\text{বা, } b = \frac{24 \times 100}{80}$$

$$\therefore b = 30 \text{ টাকা}$$

সুতরাং বই তৈরির ব্যয় 30 টাকা।

$$\therefore \text{ভর্তুকি} = (30 - 24) \text{ টাকা} = 6 \text{ টাকা}$$

সুতরাং সরকার প্রতি বইয়ে 6 টাকা ভর্তুকি দেন।

উদাহরণ ৩৯. টাকায় n সংখ্যক কমলা বিক্রয় করায় $r\%$ ক্ষতি হয়। $s\%$ লাভ করতে হলে, টাকায় কয়টি কমলা বিক্রয় করতে হবে?

সমাধান: ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে, $r\%$ ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য $(100 - r)$ টাকা।

তাহলে, যখন বিক্রয়মূল্য $(100 - r)$ টাকা, তখন ক্রয়মূল্য 100 টাকা।

$$\therefore \text{যখন বিক্রয়মূল্য 1 টাকা, তখন ক্রয়মূল্য } \frac{100}{100 - r} \text{ টাকা।}$$

আবার, ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে, $s\%$ লাভে বিক্রয়মূল্য $(100 + s)$ টাকা।

$$\begin{aligned} \therefore \text{ক্রয়মূল্য } \frac{100}{100 - r} \text{ টাকা হলে, } s\% \text{ লাভে বিক্রয়মূল্য } & \left(\frac{100 + s}{100} \times \frac{100}{100 - r} \right) \text{ টাকা} \\ & = \frac{100 + s}{100 - r} \text{ টাকা।} \end{aligned}$$

সুতরাং, $\frac{100 + s}{100 - r}$ টাকায় বিক্রয় করতে হবে n সংখ্যক কমলা

$$\therefore 1 \text{ টাকায় বিক্রয় করতে হবে } n \times \left(\frac{100 - r}{100 + s} \right) \text{ সংখ্যক কমলা}$$

সুতরাং, টাকায় $\frac{n(100 - r)}{100 + s}$ সংখ্যক কমলা বিক্রয় করতে হবে।

উদাহরণ ৪০. শতকরা বার্ষিক 7 টাকা হার সরল মুনাফায় 650 টাকার 6 বছরের মুনাফা কত?

সমাধান: আমরা জানি, $I = Pnr$

এখানে, $P = 650$ টাকা, $n = 6$ বছর, শতকরা মুনাফার হার $s = 7$ টাকা

$$\therefore r = \frac{s}{100} = \frac{7}{100}$$

$$\therefore I = 650 \times 6 \times \frac{7}{100} = 273$$

সুতরাং, মুনাফা ২৭৩ টাকা।

উদাহরণ ৪১. বার্ষিক শতকরা ৬ টাকা হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ১৫০০০ টাকার ৩ বছরের সর্ব্বমূল ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফা নির্ণয় কর।

সমাধান: আমরা জানি, $C = P(1 + r)^n$ [যেখানে C চক্রবৃদ্ধির ক্ষেত্রে সর্ব্বমূল]

দেওয়া আছে, $P = 15000$ টাকা, $r = 6\% = \frac{6}{100}$, $n = 3$ বছর

$$\begin{aligned}\therefore C &= 15000 \left(1 + \frac{6}{100}\right)^3 = 15000 \left(1 + \frac{3}{50}\right)^3 = 15000 \left(\frac{53}{50}\right)^3 \\ &= 15000 \times \frac{53}{50} \times \frac{53}{50} \times \frac{53}{50} = \frac{446631}{25} = 17865.24\end{aligned}$$

\therefore সর্ব্বমূল = ১৭৮৬৫.২৪ টাকা

\therefore চক্রবৃদ্ধি মুনাফা = $(17865.24 - 15000)$ টাকা = ২৮৬৫.২৪ টাকা।

কাজ:

- ক) ৫০ টাকায় ১০ টি লেবু বিক্রয় করায় ৫০% ক্ষতি হয়। ৫০ টাকায় ৬টি লেবু বিক্রয় করলে শতকরা কত লাভ বা ক্ষতি হবে?
- খ) বার্ষিক শতকরা $6\frac{1}{2}$ হার সরল মুনাফায় ৭৫০ টাকার ৪ বছরের সর্ব্বমূল কত টাকা হবে?
- গ) বার্ষিক ৪ টাকা হার চক্রবৃদ্ধি মুনাফায় ২০০০ টাকার ৩ বছরের সর্ব্বমূল নির্ণয় কর।

উদাহরণ ৪২. টাকায় ১০ টি আইসক্রিম এর কাঠি বিক্রয় করলে $x\%$ ক্ষতি হয়। টাকায় কয়টি বিক্রয় করলে $z\%$ লাভ হবে?

সমাধান: ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা হলে $x\%$ ক্ষতিতে বিক্রয়মূল্য = $(100 - x)$

বিক্রয়মূল্য $(100 - x)$ টাকা হলে ক্রয়মূল্য ১০০ টাকা

\therefore বিক্রয়মূল্য ১ টাকা হলে ক্রয়মূল্য $\frac{100}{100 - x}$ টাকা

অর্থাৎ ১০ টি আইসক্রিম কাঠির ক্রয়মূল্য $\frac{100}{100 - x}$ টাকা

\therefore ১ টি আইসক্রিম কাঠির ক্রয়মূল্য $\frac{100}{(100 - x) \times 10}$ টাকা

আবার ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে $z\%$ লাভে বিক্রয়মূল্য $(100 + z)$ টাকা

ক্রয়মূল্য 100 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $(100 + z)$ টাকা

ক্রয়মূল্য 1 টাকা হলে বিক্রয়মূল্য $\frac{100 + z}{100}$ টাকা

\therefore ক্রয়মূল্য $\frac{100}{(100 - x) \times 10}$ টাকা হলে

$$\text{বিক্রয়মূল্য } \frac{100 + z}{100} \times \frac{100}{(100 - x) \times 10} \text{ টাকা} = \frac{(100 + z)}{(100 - x) \times 10}$$

1 টি আইসক্রিম কাঠির বিক্রয়মূল্য $\frac{(100 + z)}{(100 - x) \times 10} = \frac{100 + z}{1000 - 10x}$ টাকা

অর্থাৎ টাকায় $\frac{1000 - 10x}{100 + z}$ টি আইসক্রিম কাঠি বিক্রয় করতে হবে।

অনুশীলনী ৩.৫

১. $f(x) = x^2 - 4x + 4$ হলে, $f(2)$ এর মান নিচের কোনটি?

ক) 4 খ) 2 গ) 1 ঘ) 0

২. $\frac{1}{2}\{(a + b)^2 - (a - b)^2\}$ এর মান নিচের কোনটি?

ক) $2(a^2 + b^2)$ খ) $a^2 + b^2$ গ) $2ab$ ঘ) $4ab$

৩. $x + \frac{2}{x} = 3$ হলে, $x^3 + \frac{8}{x^3}$ এর মান কত?

ক) 1 খ) 8 গ) 9 ঘ) 16

৪. $p^4 + p^2 + 1$ এর উৎপাদকে বিশ্লেষণিত রূপ নিচের কোনটি?

ক) $(p^2 - p + 1)(p^2 + p - 1)$ খ) $(p^2 - p - 1)(p^2 + p + 1)$

গ) $(p^2 + p + 1)(p^2 + p + 1)$ ঘ) $(p^2 + p + 1)(p^2 - p + 1)$

৫. যদি $x = 2 - \sqrt{3}$ হয়, x^2 তবে এর মান কত?

ক) 1 খ) $7 - 4\sqrt{3}$ গ) $2 + \sqrt{3}$ ঘ) $\frac{1}{2 - \sqrt{3}}$

৬. $f(x) = x^2 - 5x + 6$ এবং $f(x) = 0$ হলে, $x =$ কত?

ক) 2, 3 খ) -5, 1 গ) -2, 3 ঘ) 1, -5

৭. $9x^2 + 16y^2$ এর সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ রাশি হবে?

ক) $6xy$ খ) $12xy$ গ) $24xy$ ঘ) $144xy$

$x^4 - x^2 + 1 = 0$ হলে, নিচের ৮- ১০ নং প্রশ্নের উত্তর দাও।

৮. $x^2 + \frac{1}{x^2}$ এর মান কত?

ক) ৪ খ) ২ গ) ১ ঘ) ০

৯. $(x + \frac{1}{x})^2$ এর মান কত?

ক) ৪ খ) ৩ গ) ২ ঘ) ০

১০. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান কত?

ক) ৩ খ) ২ গ) ১ ঘ) ০

১১. $a^2 + b^2 = 9$ এবং $ab = 3$ হলে

(i) $(a - b)^2 = 3$ (ii) $(a + b)^2 = 15$ (iii) $a^2 + b^2 + a^2b^2 = 18$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii ও iii

১২. $3a^5 - 6a^4 + 3a + 14$ একটি বীজগাণিতিক রাশি হলে-

(i) রাশিটির চলক a (ii) রাশিটির মাত্রা ৫ (iii) a^4 এর সহগ ৬

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii ও iii

১৩. $p^3 - \frac{1}{64}$ এর উৎপাদক-

(i) $p - \frac{1}{4}$ (ii) $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{8}$ (iii) $p^2 + \frac{p}{4} + \frac{1}{16}$

নিচের কোনটি সঠিক?

ক) i, ii খ) i, iii গ) ii, iii ঘ) i, ii ও iii

১৪. ক একটি কাজ p দিনে করে এবং খ 2p দিনে করে। তারা একটি কাজ আরম্ভ করে এবং কয়েকদিন পর ক কাজটি অসমাপ্ত রেখে চলে গেল। বাকি কাজটুকু খ r দিনে শেষ করে। কাজটি কত দিনে শেষ হয়েছিল?

১৫. দৈনিক ৬ ঘণ্টা পরিশ্রম করে ১০ জন লোক একটি কাজ ৭ দিনে করতে পারে। দৈনিক কত ঘণ্টা পরিশ্রম করে ১৪ জনে ৬ দিনে ঐ কাজটি করতে পারবে?

১৬. মিতা একটি কাজ ১০ দিনে করতে পারে। রিতা সে কাজ ১৫ দিনে করতে পারে। তারা একত্রে কত দিনে কাজটি শেষ করতে পারবে?

১৭. বনভোজনে যাওয়ার জন্য ৫৭০০ টাকায় একটি বাস ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো যে, প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। ৫ জন যাত্রী না যাওয়ায় মাথাপিছু ভাড়া ৩ টাকা বৃদ্ধি পেল। বাসে কতজন যাত্রী গিয়েছিল?

১৮. একজন মাঝি স্রোতের প্রতিকূলে p ঘণ্টায় d কি.মি. যেতে পারে। স্রোতের অনুকূলে ঐ পথ যেতে তার q ঘণ্টা লাগে। স্রোতের বেগ ও নৌকার বেগ কত?

১৯. একজন মাঝির দাঁড় বেয়ে 15 কি.মি. যেতে এবং সেখান থেকে ফিরে আসতে 4 ঘণ্টা সময় লাগে। সে স্রোতের অনুকূলে যতক্ষণে 5 কি.মি. যায়, স্রোতের প্রতিকূলে ততক্ষণে 3 কি.মি. যায়। দাঁড়ের বেগ ও স্রোতের বেগ নির্ণয় কর।
২০. একটি চৌবাচ্চায় দুইটি নল সংযুক্ত আছে। প্রথম নল দ্বারা চৌবাচ্চাটি t_1 মিনিটে পূর্ণ হয় এবং দ্বিতীয় নল দ্বারা t_2 মিনিটে খালি হয়। নল দুইটি একত্রে খুলে দিলে খালি চৌবাচ্চাটি কতক্ষণে পূর্ণ হবে? (এখানে $t_2 > t_1$)
২১. একটি নল দ্বারা 12 মিনিটে একটি চৌবাচ্চা পূর্ণ হয়। অপর একটি নল দ্বারা 1 মিনিটে তা থেকে 15 লিটার পানি বের করে দেয়। চৌবাচ্চাটি খালি থাকা অবস্থায় দুইটি নল একসঙ্গে খুলে দেওয়া হয় এবং চৌবাচ্চাটি 48 মিনিটে পূর্ণ হয়। চৌবাচ্চাটিতে কত লিটার পানি ধরে?
২২. ক, খ ও গ এর মধ্যে 260 টাকা এরূপে ভাগ করে দাও যেন ক এর অংশের 2 গুণ, খ এর অংশের 3 গুণ এবং গ এর অংশের 4 গুণ পরস্পর সমান হয়।
২৩. একটি দ্রব্য $x\%$ ক্ষতিতে বিক্রয় করলে যে মূল্য পাওয়া যায়, $3x\%$ লাভে বিক্রয় করলে তার চেয়ে $18x$ টাকা বেশি পাওয়া যায়। দ্রব্যটির ক্রয়মূল্য কত ছিল?
২৪. একটি কলম 11 টাকায় বিক্রয় করলে 10% লাভ হয়। কলমটির ক্রয়মূল্য কত?
২৫. একটি খাতা 36 টাকায় বিক্রয় করায় যত ক্ষতি হলো, 72 টাকায় বিক্রয় করলে তার দ্বিগুণ লাভ হতো, খাতাটির ক্রয়মূল্য কত?
২৬. মুনাফার একই হারে 300 টাকার 4 বছরের সরল মুনাফা ও 400 টাকার 5 বছরের সরল মুনাফা একত্রে 128 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?
২৭. 4% হার মুনাফায় কোনো টাকার 2 বছরের সরলমুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য 1 টাকা হলে, মূলধন কত?
২৮. কোনো আসল 3 বছরে সরল মুনাফাসহ 460 টাকা এবং 5 বছরে সরল মুনাফাসহ 600 টাকা হলে, শতকরা মুনাফার হার কত?
২৯. শতকরা বার্ষিক 5% টাকার হার সরল মুনাফায় কত টাকা 13 বছরে সর্বমুদ্রমূল 990 টাকা হবে?
৩০. শতকরা বার্ষিক 5% টাকার হার মুনাফায় কত টাকা 12 বছরে সর্বমুদ্রমূল 1280 টাকা হবে?
৩১. 5% হার মুনাফায় 8000 টাকার 3 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।
৩২. মিস্ট্রির উপর মূল্য সংযোজন কর (VAT) $x\%$ । একজন বিক্রেতা ভ্যাটসহ P টাকার মিস্ত্রি বিক্রয় করলে তাকে কত ভ্যাট দিতে হবে? $x = 15$, $P = 2300$ হলে, ভ্যাটের পরিমাণ কত?
৩৩. কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি 3।

ক) সংখ্যাটিকে x চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ) $x^3 - \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।

গ) প্রমাণ কর যে, $x^5 + \frac{1}{x^5} = 123$

৩৪. কোনো সমিতির সদস্যগণ প্রত্যেকেই সদস্য সংখ্যার 100 গুণ চাঁদা দেওয়ার সিদ্ধান্ত নিলেন। কিন্তু 4 জন সদস্য চাঁদা না দেওয়ায় প্রত্যেকের চাঁদার পরিমাণ পূর্বের চেয়ে 500 টাকা বেড়ে গেল।

ক) সমিতির সদস্য সংখ্যা x এবং মোট চাঁদার পরিমাণ A হলে, এদের মধ্যে সম্পর্ক নির্ণয় কর।

খ) সমিতির সদস্য সংখ্যা ও মোট চাঁদার পরিমাণ নির্ণয় কর।

গ) মোট চাঁদার $\frac{1}{4}$ অংশ 5% হারে এবং অবশিষ্ট টাকা 4% হারে 2 বছরের জন্য সরল মুনাফায় বিনিয়োগ করা হলো। মোট মুনাফা নির্ণয় কর।

৩৫. বনভোজনে যাওয়ার জন্য একটি বাস 2400 টাকায় ভাড়া করা হলো এবং শর্ত হলো প্রত্যেক যাত্রী সমান ভাড়া বহন করবে। 10 জন যাত্রী না আসায় মাথাপিছু ভাড়া 8 (আট) টাকা বৃদ্ধি পেল।

ক) মাথা পিছু বর্ধিত ভাড়ার পরিমাণ, না আসা যাত্রী সংখ্যার শতকরা কত তা নির্ণয় কর।

খ) বাসে যাওয়া যাত্রীর মাথা পিছু ভাড়া নির্ণয় কর।

গ) বাস ভাড়ার সমপরিমাণ টাকার 5% হার মুনাফায় 13 বছরের সরল মুনাফা ও চক্রবৃদ্ধি মুনাফার পার্থক্য নির্ণয় কর।

৩৬. দাঁড় বেয়ে একটি খালের A বিন্দু থেকে B বিন্দুতে যেয়ে ফিরে আসতে হবে। দাঁড়ের বেগ ধ্রুব হলে স্রোত থাকলে সময় বেশি লাগবে না স্রোত না থাকলে সময় বেশি লাগবে?

৩৭. একটি মাঠে ধ্রুব হারে ঘাস বৃদ্ধি পায়। 17 টি গরু 30 দিনে সব ঘাস খেয়ে ফেলতে পারে। তবে 19 টি গরুর লাগে 24 দিন। একদল গরু 6 দিন ঘাস খাওয়ার পর 4 টি গরু বিক্রয় করা হলে ঘাস খাওয়া শেষ করতে আরও 2 দিন লাগলো। দলটিতে শুরুতে কতগুলো গরু ছিল?

৩৮. দুই ভাইয়ের একটি প্রশিক্ষিত ঘোড়া ছিল যা যেকোনো নির্দেশই পালন করতে পারে। দুই ভাই একই সময়ে বাসা থেকে রওয়ানা হয়ে 20 মাইল দূরে একটি বৈশাখী মেলায় যেতে চায়। ঘোড়া যেকোনো মুহূর্তে মাত্র একজন ভাইকে বহন করতে পারে। ভাইদের বেগ ঘণ্টায় 4 মাইল এবং ঘোড়ার বেগ ঘণ্টায় (মানুষসহ কিংবা ছাড়া) 10 মাইল হলে সর্বনিম্ন কত সময়ে তারা মেলায় পৌঁছতে পারবে? প্রত্যেক ভাই কতটা পথ হাঁটবে?