

দ্বিতীয় অধ্যায়

সেট ও ফাংশন

অনুশীলনী ২.২

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **অন্বয় (Relation)** : যদি A ও B দুইটি সেট হয় তবে সেটদ্বয়ের কার্তেসীয় গুণজ $A \times B$ সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R কে A সেট থেকে B সেটের একটি অন্বয় বা সম্পর্ক বলা হয়।
- **ফাংশন (Function)** : যদি দুইটি চলক x এবং y এমনভাবে সম্পর্কযুক্ত যেন x এর যেকোনো একটি মানের জন্য y এর একটিমাত্র মান পাওয়া যায়, তবে y কে x এর ফাংশন বলা হয়।
- **ডোমেন (Domain) ও রেঞ্জ (Range)** : কোনো অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে এর রেঞ্জ বলা হয়। মনে করি, A সেট থেকে B সেটে R একটি অন্বয় অর্থাৎ $R \subseteq A \times B$ । R এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেট হবে R এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেট হবে R এর রেঞ্জ। R এর ডোমেনকে ডোম R এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ R লিখে প্রকাশ করা হয়।
- **ফাংশনের লেখচিত্র (Graph)** : ফাংশনের চিত্ররূপকে লেখচিত্র বলা হয়। ফাংশনের ধারণা সুস্পষ্ট করার ক্ষেত্রে লেখচিত্রের গুরুত্ব অপরিসীম। পরস্পর লম্বভাবে ছেদী সরলরেখা দুইটিকে অক্ষরেখা এবং অক্ষদ্বয়ের ছেদ বিন্দুকে মূলবিন্দু বলে।
- **উলম্ব অক্ষ (Perpendicular Axes)** : কোনো সমতলে পরস্পর লম্বভাবে ছেদী দুইটি সরলরেখা XOX' এবং YOY' আঁকা হলো। অনুভূমিক রেখা XOX' কে x -অক্ষ, উলম্ব রেখা YOY' কে y -অক্ষ এবং অক্ষদ্বয়ের ছেদবিন্দু O কে মূলবিন্দু (Origin) বলা হয়।
- **স্থানাঙ্ক (Co-ordinates)** : দুইটি অক্ষের সমতলে অবস্থিত কোনো বিন্দু থেকে অক্ষদ্বয়ের লম্ব দূরত্বের যথাযথ চিহ্নযুক্ত সংখ্যাকে ঐ বিন্দুর স্থানাঙ্ক বলা হয়।

অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ১ ১ ৪ এর গুণনীয়ক সেট কোনটি?

(ক) $\{8, 16, 24, \dots\}$

(গ) $\{2, 4, 8\}$ (ঘ) $\{1, 2\}$

প্রশ্ন ২ ১ সেট C হতে সেট B এ একটি সম্পর্ক R

হলে নিচের কোনটি সঠিক?

● $\{1, 4,$

(ক) $R \subset C$

(খ) $R \subset B$

প্রশ্ন ১৩ ৥ $A = \{6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13\}$

হলে, নিচের প্রশ্নগুলোর উত্তর দাও :

(i) A সেটের সঠিক প্রকাশ কোনটি?

(ক) $\{x \in N : 6 < x < 13\}$ (খ) $\{x \in N : 6 \leq x < 13\}$

● $\{x \in N : 6 \leq x \leq 13\}$

(ii) A সেটের মৌলিক সংখ্যাগুলোর সেট কোনটি?

(ক) $\{6, 8, 10, 12\}$

● $\{7, 11, 13\}$

(iii) A সেটের 3 এর গুণিতকগুলোর সেট কোনটি?

(ক) $\{6, 9\}$ (খ) $\{6, 11\}$

(iv) A সেটের জোড় গুণনীয়কের বৃহত্তম সেট কোনটি?

(ক) $\{1, 13\}$ (খ) $\{1, 2, 3, 6\}$

(গ) $\{1, 3, 9\}$ ● $\{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

প্রশ্ন ১৪ ৥ যদি $A = \{3, 4\}$, $B = \{2, 4\}$ হয়, তবে A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্ক বিবেচনা করে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $A = \{3, 4\}$ এবং $B = \{2, 4\}$

মনে করি, রিলেশনটি R

প্রশ্নানুসারে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x > y\}$

এখানে, $A \times B = \{3, 4\} \times \{2, 4\} = \{(3, 2), (3, 4), (4, 2), (4, 4)\}$

∴ প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে $R = \{(3, 2), (4, 2)\}$

প্রশ্ন ১৫ ৥ যদি $C = \{2, 5\}$, $D = \{4, 6\}$ এবং C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x + 1 < y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে তবে রিলেশনটি নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $C = \{2, 5\}$ এবং $D = \{4, 6\}$

মনে করি, রিলেশনটি R

প্রশ্নানুসারে, $R = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } x + 1 < y\}$

এখানে, $C \times D = \{2, 5\} \times \{4, 6\} = \{(2, 4), (2, 6), (5, 4), (5, 6)\}$

∴ প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(2, 4), (2, 6)\}$

প্রশ্ন ১৬ ৥ $f(x) = x^4 + 5x - 3$ হলে, $f(-1)$,

$f(2)$ এবং $f\left(\frac{1}{2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান :

দেওয়া আছে, $f(x)$

∴ $f(-1)$

$f(2)$

এবং $f\left(\frac{1}{2}\right)$

$$= \frac{1}{16} + \frac{5}{2} - 3 = \frac{1 + 40 - 48}{16} = \frac{41 - 48}{16} = \frac{-7}{16}$$

নির্ণেয় মান : $f(-1) = -7$, $f(2) = 23$,

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{-7}{16}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥ যদি $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$ হয়, তবে k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$

$$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$$

$$= -8 + 4k + 8 - 8 = 4k$$

- 8

প্রশ্নানুসারে, $4k - 8 = 0$

বা, $4k = 8$

$$\therefore k = 2$$

$\therefore k = 2$ এর জন্য $f(-2) = 0$ হবে।

নির্ণেয় মান $k = 2$

প্রশ্ন ৯৮ ৥ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$ হলে, x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে?

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

$$\begin{aligned}\therefore f(1) &= 1^3 - 6 \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 6 \\ &= 1 - 6 + 11 - 6 \\ &= 12 - 12 = 0\end{aligned}$$

$\therefore x - 1, f(x)$ এর একটি উৎপাদক।

$$\begin{aligned}\text{এখন, } x^3 - 6x^2 + 11x - 6 &= x^3 - x^2 - 5x^2 + 5x + 6x - 6 \\ &= x^2(x - 1) - 5x(x - 1) + 6(x - 1) \\ &= (x - 1)(x^2 - 5x + 6) \\ &= (x - 1)(x^2 - 3x - 2x + 6) \\ &= (x - 1)\{x(x - 3) - 2(x - 3)\} \\ &= (x - 1)(x - 2)(x - 3)\end{aligned}$$

যেহেতু $f(x) = 0$

$$\therefore (x - 1)(x - 2)(x - 3) = 0$$

হয়, $x - 1 = 0$ অথবা, $x - 2 = 0$

অথবা, $x - 3 = 0$

বা, $x = 1$ বা, $x = 2$ বা, $x = 3$

$\therefore x = 1$ অথবা, 2 অথবা, 3 এর জন্য $f(x) = 0$ হবে।

নির্ণেয় মান $x = 1$ অথবা, 2 অথবা, 3

প্রশ্ন ৯৯ ৥ যদি $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$ হয়, তবে $\frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1}$

এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x+1}{2x-1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2 \times \frac{1}{x^2} + 1}{2 \times \frac{1}{x^2} - 1}$$

$$= \frac{\frac{2}{x^2} + 1}{\frac{2}{x^2} - 1} = \frac{\frac{2+x^2}{x^2}}{\frac{2-x^2}{x^2}} = \frac{2+x^2}{2-x^2} \times$$

$$\frac{x^2}{2-x^2} = \frac{2+x^2}{2-x^2}$$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1} = \frac{\frac{2+x^2}{2-x^2} + 1}{\frac{2+x^2}{2-x^2} - 1} = \frac{\frac{2+x^2+2-x^2}{2-x^2}}{\frac{2+x^2-2+x^2}{2-x^2}}$$

$$= \frac{4}{2-x^2} \times \frac{2-x^2}{2x^2} = \frac{2}{x^2}$$

নির্ণেয় মান $\frac{2}{x^2}$

প্রশ্ন ১০০ ৥ $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$ হলে, দেখাও যে,

$$g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$$

সমাধান : দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{1+x^2+x^4}{x^2}$

$$\text{এখন, বামপক্ষ} = g\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^8}}{\frac{1}{x^4}} = \frac{x^8 + x^4 + 1}{x^8} \times \frac{x^4}{1} = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4}$$

আবার, ডানপক্ষ = $g(x^2)$

$$= \frac{1 + (x^2)^2 + (x^2)^4}{(x^2)^2} = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

অর্থাৎ, $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১১ ॥ নিচের অন্বেষণগুলো থেকে ডোমেন এবং রেঞ্জ নির্ণয় কর :

(ক) $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(2, 1), (2, 2), (2, 3)\}$

R অন্বেষণে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ 2, 2, 2

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 1, 2, 3

∴ ডোম R = {2} এবং রেঞ্জ R = {1, 2, 3}

(খ) $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $S = \{(-2, 4), (-1, 1), (0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$

S অন্বেষণে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ -2, -1, 0, 1, 2

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 4, 1, 0, 1, 4

∴ ডোম S = { -2, -1, 0, 1, 2 } এবং রেঞ্জ = { 0, 1, 4 }

(গ) $F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

সমাধান : দেওয়া আছে,

$F = \left\{\left(\frac{1}{2}, 0\right), (1, 1), (1, -1), \left(\frac{5}{2}, 2\right), \left(\frac{5}{2}, -2\right)\right\}$

F অন্বেষণে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ $\frac{1}{2}, 1, 1, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}$

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ 0, 1, -1, 2, -2

∴ ডোম F = $\left\{\frac{1}{2}, 1, \frac{5}{2}\right\}$ এবং রেঞ্জ F = { -2, -1, 0, 1, 2, }

প্রশ্ন ১২ ॥ নিচের অন্বেষণগুলোকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর :

(ক) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$, যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$, যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $x + y = 1$

$$\text{বা, } y = 1 - x$$

এখন, প্রত্যেক $x \in A$ এর জন্য $y = 1 - x$ এর মান নির্ণয় করি।

x	-2	-1	0	1	2
---	----	----	---	---	---

y	3	2	1	0	-1
---	---	---	---	---	----

যেহেতু $3 \notin A$, কাজেই $(-2, 3) \notin R$

$\therefore R = \{ (-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1) \}$

\therefore ডোম $R = \{ -1, 0, 1, 2 \}$ এবং রেঞ্জ $R = \{ -1, 0, 1, 2 \}$

(খ) $F = \{ (x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x \}$, যেখানে $C = \{ -1, 0, 1, 2, 3 \}$

সমাধান : দেওয়া আছে, $F = \{ (x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = 2x \}$, যেখানে $C = \{ -1, 0, 1, 2, 3 \}$

F এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = 2x$

এখন, প্রত্যেক $x \in C$ এর জন্য $y = 2x$ এর মান নির্ণয় করি

x	-1	0	1	2	3
y	-2	0	2	4	6

যেহেতু, $-2, 4, 6 \notin C$, কাজেই $(-1, -2), (2, 4), (3, 6) \notin F$

$\therefore F = \{ (0, 0), (1, 2) \}$

ডোম $F = \{ 0, 1 \}$ এবং রেঞ্জ $F = \{ 0, 2 \}$

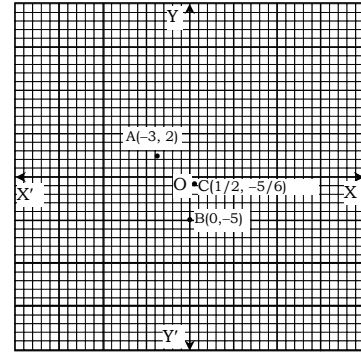
[বি. দ্র. পাঠ্য বইয়ে উত্তরমালায় ভুল আছে।]

প্রশ্ন ১৩ ৥ ছক কাগজে $(-3, 2), (0, -5), \left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুগুলো স্থাপন কর।

সমাধান : ছক কাগজে A $(-3, 2)$ বিন্দুর অবস্থান : A $(-3, 2)$ বিন্দুর ভুজ ঋণাত্মক ও কোটি ধনাত্মক। তাই A বিন্দু দ্বিতীয় চতুর্ভাগে অবস্থিত। মূল বিন্দু O থেকে OX' অর্ধ বরাবর 3 একক গিয়ে OY অর্ধের সমান্তরাল 2 একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে A $(-3, 2)$ বিন্দুর অবস্থান।

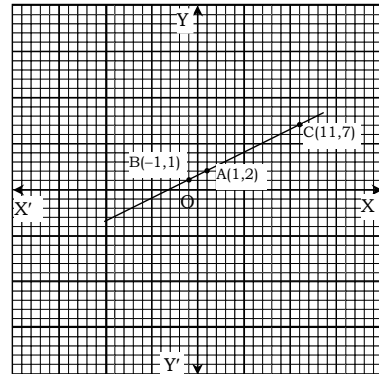
ছক কাগজে B $(0, -5)$ বিন্দুর অবস্থান : B $(0, -5)$ বিন্দুর ভুজ শূন্য ও কোটি ঋণাত্মক। তাই B বিন্দু Y অর্ধে অবস্থিত। মূলবিন্দু O থেকে OY' অর্ধের সমান্তরাল 5 একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে B $(0, -5)$ বিন্দুর অবস্থান।

ছক কাগজে C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর অবস্থান : C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর ভুজ ধনাত্মক ও কোটি ঋণাত্মক। তাই C বিন্দু চতুর্থ চতুর্ভাগে অবস্থিত। মূল বিন্দু O থেকে OX বরাবর ধনাত্মক দিকে 0.5 একক গিয়ে OY' অর্ধের ঋণাত্মক দিকে $\frac{5}{6}$ বা 0.83 একক গেলেই যে বিন্দুটি পাওয়া যাবে, সেটাই হবে C $\left(\frac{1}{2}, -\frac{5}{6}\right)$ বিন্দুর অবস্থান।



প্রশ্ন ১৪ ৥ ছক কাগজে $(1, 2), (-1, 1), (11, 7)$ বিন্দু তিনটি স্থাপন করে দেখাও যে, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত।

সমাধান : মনে করি, A $(1, 2)$, B $(-1, 1)$ এবং C $(11, 7)$ তিনটি বিন্দু।



বিন্দু তিনটির লেখ অঙ্কন : ছক কাগজে পরস্পর লম্ব দুইটি অর্ধরেখা XOX' ও YOY' টানি। এখন

সম্প্রদত্ত বর্গের প্রতিবাহুর দৈর্ঘ্যকে একক ধরে $A = (1, 2)$, $B(-1, 1)$, $C(11, 7)$ বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করি। অতঃপর A ও C বিন্দু দুইটি যোগ করে উভয় দিকে বর্ধিত করি। দেখি যে, B বিন্দুটি AC সরলরেখার উপর অবস্থিত। অতএব, বিন্দু তিনটি একই সরলরেখায় অবস্থিত। (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৫ ৥ সার্বিক সেট $U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 7\}$$

$$B = \{x \in N : 3 < x < 6\}$$

$$C = \{x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$$

ক. A সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. A' এবং $C \setminus B$ নির্ণয় কর।

গ. $B \times C$ এবং $P(A \cap C)$ নির্ণয় কর।

সমাধান :

ক. দেওয়া আছে, $A = \{x \in N : 2 \leq x \leq 7\}$

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ২ অথবা ২ থেকে বড় এবং ৭ এর সমান অথবা ৭ অপেক্ষা ছোট বিজোড় সংখ্যা তাদের সেট

$$\therefore A = \{3, 5, 7\} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' অংশ থেকে পাই $A = \{3, 5, 7\}$

এখানে, $U = \{x : x \in N \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$$= \{1, 3, 5, 7, \dots\}$$

$$\therefore A' = U \setminus A = \{1, 3, 5, 7, \dots\} \setminus \{3, 5, 7\} = \{1, 9, 11, \dots\} \text{ (Ans.)}$$

আবার, দেওয়া আছে, $B = \{x \in N : 3 < x < 6\}$

যে সকল স্বাভাবিক সংখ্যা ৩ থেকে বড় এবং ৬ থেকে ছোট বিজোড় সংখ্যা তাদের সেট

এবং $C = \{x \in N : x^2 > 5 \text{ এবং } x^3 < 130\}$
যেসকল স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যার বর্গ ৫ অপেক্ষা বড় এবং ঘন ১৩০ অপেক্ষা ছোট তাদের সেট।

স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

এখন,

$$x = 3 \text{ হলে, } x^2 = 3^2 = 9 > 5 \text{ এবং } x^3 = 3^3 = 27 < 130$$

$$x = 5 \text{ হলে, } x^2 = 5^2 = 25 > 5 \text{ এবং } x^3 = 5^3 = 125 < 130$$

$$x = 7 \text{ হলে, } x^2 = 7^2 = 49 > 5 \text{ এবং } x^3 = 7^3 = 343 > 130$$

$$\text{নির্ণয় সেট } C = \{3, 5\}$$

$$\text{এখন, } C \setminus B = \{3, 5\} \setminus \{5\} = \{3\}$$

(Ans.)

গ. খ অংশ থেকে পাই $B = \{5\}$ এবং $C = \{3, 5\}$

$$\therefore B \times C = \{5\} \times \{3, 5\} = \{(5, 3), (5, 5)\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এখন, } A \cap C = \{3, 5, 7\} \cap \{3, 5\} = \{3, 5\}$$

$$\therefore P(A \cap C) = \{\{3, 5\}, \{3\}, \{5\}, \phi\} \text{ (Ans.)}$$

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-১ ▶ $C = \{2, 5, 6\}$ এবং $D = \{4, 5\}$

- ক. C ও D এর উপাদান সংখ্যা কত? ২
- খ. $C \cup D$ এবং $C \cap D$ নির্ণয় কর। ৪
- গ. C ও D এর উপাদানগুলোর মধ্যে $x \leq y$ বিবেচনা করে অম্বয় নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. এখানে, $C = \{2, 5, 6\}$ এবং $D = \{4, 5\}$

C এর উপাদান সংখ্যা ৩
এবং D এর উপাদান সংখ্যা ২ } (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $C = \{2, 5, 6\}$ এবং $D = \{4, 5\}$

$$\therefore C \cup D = \{2, 5, 6\} \cup \{4, 5\} = \{2, 4, 5, 6\} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{এবং } C \cap D = \{2, 5, 6\} \cap \{4, 5\} = \{5\} \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $C = \{2, 5, 6\}$ এবং $D = \{4, 5\}$

প্রশ্নানুসারে,

$$\text{অম্বয় } R = \{(x, y) : x \in C, y \in D \text{ এবং } x \leq y\}$$

$$\text{এখানে, } C \times D = \{2, 5, 6\} \times \{4, 5\}$$

$$= \{(2, 4), (2, 5), (5, 4), (5, 5), (6, 4), (6, 5)\}$$

$$\therefore R = \{(2, 4), (2, 5), (5, 5)\}$$

$$\text{নির্ণেয় অম্বয় } \{(2, 4), (2, 5), (5, 5)\}$$

প্রশ্ন-২ ▶ $S = \{(-3, 8), (-2, 3), (-1, 0), (0, -1), (1, 0), (2, 3)\}$

ক. ডোমেন ও রেঞ্জ ব্যাখ্যা কর। ২

খ. S অম্বয়ের ডোমেন ও রেঞ্জ বের কর। $x \in$ ডোম S এবং $y \in$ রেঞ্জ S -অম্বয়টি কোন্ শর্ত মেনে চলে? ৪

গ. খ হতে প্রাপ্ত ফাংশনটি $y = f(x)$ হলে, লেখচিত্র অঙ্কন কর। যেখানে $-4 \leq x \leq 4$. ৪

▶◀ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. কোনো অম্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহের সেটকে এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহের সেটকে এর রেঞ্জ বলে।

মনে করি, A সেট থেকে B সেটে R একটি অম্বয় অর্থাৎ $R \subseteq A \times B$.

R এ অন্তর্ভুক্ত ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদান সেট হবে R এর ডোমেন এবং দ্বিতীয় উপাদান সমূহের সেট হবে R এর রেঞ্জ। R এর ডোমেনকে ডোম R এবং রেঞ্জকে রেঞ্জ R লিখে প্রকাশ করা হয়।

খ. S অম্বয়ে ক্রমজোড়গুলোর প্রথম উপাদানসমূহ : $-3, -2, -1, 0, 1, 2$

নবম-দশম শ্রেণি : সাধারণ গণিত ▶ ৮

এবং দ্বিতীয় উপাদানসমূহ : 8, 3, 0, -1, 0, 3.

∴ ডোম $S = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2\}$ এবং রেঞ্জ $S = \{-1, 0, 3, 8\}$

যেহেতু $x \in$ ডোম S এবং $y \in$ রেঞ্জ S

সুতরাং, $x = -3$ হলে $y = (-3)^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

$x = -2$ হলে $y = (-2)^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$x = -1$ হলে $y = (-1)^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

$x = 0$ হলে $y = 0^2 - 1 = 0 - 1 = -1$

$x = 1$ হলে $y = 1^2 - 1 = 1 - 1 = 0$

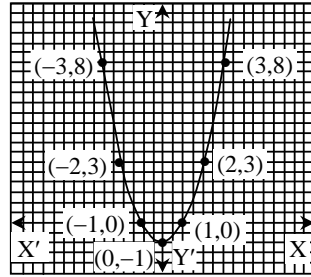
$x = 2$ হলে $y = 2^2 - 1 = 4 - 1 = 3$

নির্ণেয় শর্তটি হবে, $y = x^2 - 1$

গ. $-3 \leq x \leq 3$ ডোমেনের x -এর কয়েকটি মানের জন্য y এর কয়েকটি মান নির্ণয় করে তালিকা তৈরি করি।

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	8	3	0	-1	0	3	8

ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 2 বর্গের দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে, তালিকায় বিন্দুগুলো স্থাপন করে মুক্ত হস্তে যোগ করি।



প্রশ্ন-৩ ▶ $A = \{5, 6\}$, $B = \{4, 5\}$

ক. $A \cup B$ এবং $A \cap B$ নির্ণয় কর।

২

খ. A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে যদি $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে, তবে অম্বয়টি বর্ণনা কর। ৪

গ. $A \cup B$ এবং $A \cap B$ এর উপাদানগুলোর মধ্যে যদি $x < y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় থাকে, তবে অম্বয়টি বর্ণনা কর। ৪

▶◀ তনং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $A = \{5, 6\}$ এবং $B = \{4, 5\}$

∴ $A \cup B = \{5, 6\} \cup \{4, 5\} = \{4, 5, 6\}$ (Ans.)

∴ $A \cap B = \{5, 6\} \cap \{4, 5\} = \{5\}$ (Ans.)

খ. মনে করি, অম্বয়টি R.

প্রশ্নানুসারে, $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } x > y\}$

$$A \times B = \{5, 6\} \times \{4, 5\} = \{(5, 4), (5, 5), (6, 4), (6, 5)\}$$

\therefore প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(6, 4), (6, 5)\}$

গ. এখানে, $R = \{(x, y) : x \in (A \cup B), y \in A \cap B \text{ এবং } x < y\}$

$$\therefore (A \cup B) \times (A \cap B) = \{4, 5, 6\} \times \{5\}$$

$$= \{(4, 5), (5, 5), (6, 5)\}$$

\therefore প্রদত্ত সম্পর্ক অনুসারে, $R = \{(4, 5)\}$

প্রশ্ন-৪ ▶ নিচের সেট তিনটি লক্ষ কর :

$$A = \{3, 4, 5\}, B = \{2, 3, 4\}, U = \{2, 3, 4, 5\}$$

ক. $A' \cap B'$ নির্ণয় কর।

২

খ. A ও B এর মধ্যে $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় এনে সংশ্লিষ্ট অম্বয়টি নির্ণয় কর।

৪

গ. যদি A ও B এর মধ্যে $x = y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় আনা হয় তবে সংশ্লিষ্ট অম্বয়টি নির্ণয় কর।

৪

▶◀ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5\}, B = \{2, 3, 4\}$, এবং

$U =$

$$\{2, 3, 4, 5\}$$

$$\therefore A' = U - A = \{2, 3, 4, 5\} - \{3, 4, 5\} = \{2\}$$

$$\text{আবার, } B' = U - B = \{2, 3, 4, 5\} - \{2, 3, 4\} = \{5\}$$

$$\therefore A' \cap B' = \{2\} \cap \{5\} = \{\} \cdot (\text{Ans.})$$

খ. দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5\}$ এবং $B = \{2, 3, 4\}$

$$A \text{ থেকে } B \text{ তে বর্ণিত অম্বয়} = A \times B$$

$$\text{প্রশ্নমতে, } A \times B = \{3, 4, 5\} \times \{2, 3, 4\}$$

$$= \{(3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4),$$

$$(5, 2), (5, 3), (5, 4)\}$$

$\therefore A \times B$ অম্বয়ের ক্রমজোড়গুলোর মধ্যে $x > y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় এনে নির্ণেয় অম্বয়,

$R =$

$$\{(3, 2), (4, 2), (4, 3), (5, 2), (5, 3), (5, 4)\}$$

গ. দেওয়া আছে, $A = \{3, 4, 5\}$ এবং $B = \{2, 3, 4\}$

$$A \text{ থেকে } B \text{ তে বর্ণিত অম্বয়}$$

$$A \times B = \{3, 4, 5\} \times \{2, 3, 4\}$$

$$= \{(3, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (5, 2), (5, 3), (5, 4)\}$$

$A \times B$ অন্বয়ের ক্রমজোড়গুলোতে $x = y$ সম্পর্কটি বিবেচনায় এনে নির্ণেয় অন্বয়, $R = \{(3, 3), (4, 4)\}$

প্রশ্ন-৫ ▶ $F = \{(x, y) : x \in C, y \in C \text{ এবং } y = f(x)\}$; যেখানে $C = \{-1, 0, 1\}$

ক. $f(x) = x$ হলে F নির্ণয় কর।

২

খ. $f(x) = \frac{x}{2}$ হলে F কে তালিকা পদ্ধতিতে লেখ।

৪

গ. 'ক' অন্বয় হতে প্রাপ্ত বিন্দুগুলো ছক কাগজে স্থাপন করে দেখাও যে, বিন্দুগুলো একই সরলরেখায় অবস্থিত।

৪

▶◀ ওনং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $C = \{-1, 0, 1\}$

$f(x) = x$ হলে F এ বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,

$$y = x$$

এখন, প্রত্যেক $x \in C$ এর জন্য $y = x$ এর মান নির্ণয় করি।

x	-1	0	1
y	-1	0	1

$$\therefore F = \{(-1, -1), (0, 0), (1, 1)\} \text{ (Ans.)}$$

খ. $f(x) = \frac{x}{2}$ হলে F এ বর্ণিত শর্ত থেকে পাই, $y = \frac{x}{2}$

এখন, প্রত্যেক $x \in C$ এর জন্য $y = \frac{x}{2}$ এর মান নির্ণয় করি।

x	-1	0	1
y	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$

এখানে, $-1 \in C$ হলে $-\frac{1}{2} \notin C$

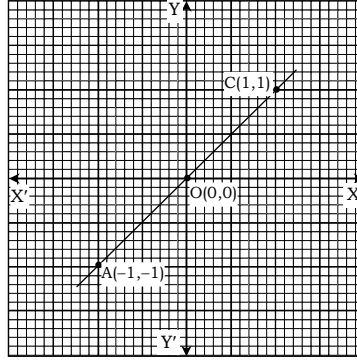
$$0 \in C \text{ হলে } 0 \in C$$

$$1 \in C \text{ হলে } \frac{1}{2} \notin C$$

$$\therefore F = \{(0, 0)\} \text{ (Ans.)}$$

গ. 'ক' থেকে প্রাপ্ত অন্বয়, $F = \{(-1, -1), (0, 0), (1, 1)\}$

অতএব, F এর ক্রমজোড়গুলো $A(-1, -1)$, $O(0, 0)$ এবং $C(1, 1)$ ছক কাগজে ক্ষুদ্রতম 10 বর্গের দৈর্ঘ্য = 1 একক ধরে বিন্দুগুলো স্থাপন করি। A, O, C বিন্দুগুলোকে ছক কাগজে স্থাপন করে পাই,



O, A এবং O, C যোগ করি। দেখা যাচ্ছে যে, A, O, C একই সরলরেখায় অবস্থিত।

প্রশ্ন-৬ ▶ $f(x) = x^3 - 2x + 6$, $p(x) = x^2 - 5x + 6$ হলে,

ক. $f(2)$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $f(-3)$ এবং $f\left(\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

8

গ. x এর কোন মানের $p(x) = 0$ হবে?

8

▶▶ ৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 - 2x + 6$

$$\therefore f(2) = 2^3 - 2 \cdot 2 + 6 = 8 - 4 + 6 = 14 - 4 = 10 \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $f(x) = x^3 - 2x + 6$

$$\therefore f(-3) = (-3)^3 - 2 \cdot (-3) + 6$$

$$= -27 + 6 + 6$$

$$= -27 + 12$$

$$= -15$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 2 \cdot \frac{1}{3} + 6$$

$$= \frac{1}{27} - \frac{2}{3} + 6 = \frac{1 - 18 + 162}{27} = \frac{145}{27} \text{ (Ans.)}$$

গ. দেওয়া আছে, $p(x) = x^2 - 5x + 6$

আবার, $p(x) = 0$

$$\therefore x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } x^2 - 3x - 2x + 6 = 0$$

$$\text{বা, } x(x-3) - 2(x-3) = 0$$

$$\text{বা, } (x-3)(x-2) = 0$$

$$\text{হয়, } x-3 = 0$$

অথবা,

$$x-2 = 0$$

$$\text{বা, } x = 3 \quad \text{বা, } x = 2$$

নির্ণেয় মান $x = 3$ অথবা, 2

প্রশ্ন-৭ ▶ যদি $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$ হয়, তবে—

ক. দেখাও যে, $f\left(\frac{1}{2}\right) = 5$

২

খ. প্রমাণ কর যে, $\frac{f(x)+1}{f(x)-1} = 3x$ 8

গ. $\frac{f\left(\frac{1}{x}\right)+1}{f\left(\frac{1}{x}\right)-1}$ এর মান নির্ণয় কর।

8

▶◀ এনং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{3\left(\frac{1}{2}\right)+1}{3\left(\frac{1}{2}\right)-1} \quad [x \text{ এর মান} = \frac{1}{2} \text{ বসিয়ে পাই}]$$

$$= \frac{\frac{3}{2}+1}{\frac{3}{2}-1} = \frac{\frac{3+2}{2}}{\frac{3-2}{2}} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{1}{2}} = \frac{5}{2} \times \frac{2}{1} = 5$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = 5. \quad (\text{দেখানো হলো})$$

খ. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{f(x)+1}{f(x)-1}$$

$$= \frac{\frac{3x+1}{3x-1} + 1}{\frac{3x+1}{3x-1} - 1} \left[\because f(x) = \frac{3x+1}{3x-1} \right]$$

$$= \frac{\frac{3x+1+3x-1}{3x-1}}{\frac{3x+1-3x+1}{3x-1}} = \frac{\frac{6x}{3x-1}}{\frac{2}{3x-1}}$$

$$= \frac{6x}{(3x-1)} \times \frac{(3x-1)}{2} = 3x = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{f(x)+1}{f(x)-1} = 3x \cdot (\text{প্রমাণিত})$$

গ. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{3x+1}{3x-1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3 \cdot \frac{1}{x} + 1}{3 \cdot \frac{1}{x} - 1} = \frac{\frac{3}{x} + 1}{\frac{3}{x} - 1} = \frac{\frac{3+x}{x}}{\frac{3-x}{x}} = \frac{3+x}{x} \times \frac{x}{3-x}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{3+x}{3-x}$$

বা, $\frac{f\left(\frac{1}{x}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x}\right) - 1} = \frac{3+x+3-x}{3+x-3+x}$ [যোজন-বিয়োজন করে]

$$= \frac{6}{2x} = \frac{3}{x} (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-৮ ▶ $f(t) = \frac{1+t^2+t^4}{t^2}$

ক. $f\left(\frac{1}{2}\right)$, $f(1)$ এর মান কত?

২

খ. দেখাও যে, $f(t) = f\left(\frac{1}{t}\right)$

৪

গ. $f(t) = 4$ হলে, $t + \frac{1}{t} =$ কত?

৪

▶▶ চনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. $f(t) = \frac{1 + t^2 + t^4}{t^2}$

$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right)$

$\frac{1 + \left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^4}{\left(\frac{1}{2}\right)^2}$

=

$= \frac{1 + \frac{1}{4} + \frac{1}{16}}{\frac{1}{4}} = \frac{\frac{16 + 4 + 1}{16}}{\frac{1}{4}} = \frac{21}{16} \times \frac{4}{1} = \frac{21}{4}$

$\therefore f(1) = \frac{1 + 1^2 + 1^4}{1^2} = \frac{1 + 1 + 1}{1} = \frac{3}{1} = 3$

নির্ণেয় মান $f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{21}{4}$, $f(1) = 3$.

খ. দেওয়া আছে, $f(t) = \frac{1 + t^2 + t^4}{t^2}$

$\therefore f\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{1 + \left(\frac{1}{t}\right)^2 + \left(\frac{1}{t}\right)^4}{\left(\frac{1}{t}\right)^2}$

$= \frac{1 + \frac{1}{t^2} + \frac{1}{t^4}}{\frac{1}{t^2}} = \frac{\frac{t^4 + t^2 + 1}{t^4}}{\frac{1}{t^2}} = \frac{t^4 + t^2 + 1}{t^4} \times t^2$

$= \frac{t^4 + t^2 + 1}{t^2} = \frac{1 + t^2 + t^4}{t^2} = f(t)$

$[\because f$

$(t) = \frac{1 + t^2 + t^4}{t^2}]$

$\therefore f(t) = f\left(\frac{1}{t}\right)$ (দেখানো হলো)

গ. প্রশ্নমতে, $f(t) = 4$

$$\text{বা, } \frac{1 + t^2 + t^4}{t^2} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{1}{t^2} + \frac{t^2}{t^2} + \frac{t^4}{t^2} = 4$$

$$\text{বা, } \frac{1}{t^2} + 1 + t^2 = 4$$

$$\text{বা, } t^2 + \frac{1}{t^2} + 1 = 4$$

$$\text{বা, } \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 - 2 \cdot t \cdot \frac{1}{t} = 4 - 1$$

$$\text{বা, } \left(t + \frac{1}{t}\right)^2 = 3 + 2$$

$$\text{বা, } t + \frac{1}{t} = \pm \sqrt{5}$$

$$\text{বা, } t + \frac{1}{t} = \sqrt{5} \quad [\because \text{সময় ঋণাত্মক হতে পারে না।}]$$

$$\therefore f(t) = 4 \text{ হলে, } t + \frac{1}{t} = \sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৯ ▶ $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

ক. x এর কোন মানের জন্য $f(x) = \frac{1}{3}$ হবে?

২

খ. $\frac{f\left(\frac{1}{2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{2}\right) - 1}$ এর মান নির্ণয় কর।

8

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1} = -\frac{1}{x^2}$

8

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. যেহেতু $f(x) = \frac{1}{3}$

$$\text{বা, } \frac{x-1}{x+1} = \frac{1}{3}$$

$$\text{বা, } 3x - 3 = x + 1$$

$$\text{বা, } 3x - x = 1 + 3$$

$$\text{বা, } 2x = 4$$

$$\text{বা, } x = \frac{4}{2}$$

$$\therefore x = 2$$

$$\therefore x = 2 \text{ হলে, } f(x) = \frac{1}{3} \text{ হবে।}$$

$$\text{খ. দেওয়া আছে, } f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{\frac{1}{2}-1}{\frac{1}{2}+1} = \frac{\frac{1-2}{2}}{\frac{1+2}{2}} = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$$

$$\text{এখন, } \frac{f\left(\frac{1}{2}\right)+1}{f\left(\frac{1}{2}\right)-1}$$

$$\frac{-\frac{1}{3}+1}{-\frac{1}{3}-1}$$

$$= \frac{\frac{-1+3}{3}}{\frac{-1-3}{3}} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{-4}{3}} = \frac{2}{3} \times \frac{3}{-4} = -\frac{1}{2} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. দেওয়া আছে, } f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{\frac{1}{x^2}-1}{\frac{1}{x^2}+1}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{\frac{1-x^2}{x^2}}{\frac{1+x^2}{x^2}}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1-x^2}{x^2} \times \frac{x^2}{1+x^2}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1-x^2}{1+x^2}$$

$$\text{বা, } \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1} = \frac{1-x^2+1+x^2}{1-x^2-1-x^2} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$\text{বা, } \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1} = \frac{2}{-2x^2}$$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1} = \frac{1}{-x^2} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

প্রশ্ন-১০ ▶ $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

ক. $f(-3)$ এবং $f\left(\frac{1}{3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. $\frac{f\left(\frac{1}{x}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x}\right) - 1}$ এর মান বের কর।

8

গ. প্রমাণ কর যে, $\frac{f(x) - f(y)}{1 + f(x)f(y)} = \frac{x-y}{1+xy}$

8

▶▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$

$$\therefore f(-3) = \frac{(-3) - 1}{(-3) + 1} = \frac{-3 - 1}{-3 + 1} = \frac{-4}{-2} = 2$$

$$\text{এবং } f\left(\frac{1}{3}\right) = \frac{\frac{1}{3} - 1}{\frac{1}{3} + 1} = \frac{\frac{1 - 3}{3}}{\frac{1 + 3}{3}} = \frac{-2}{3} \times \frac{3}{4} = -\frac{1}{2}$$

নির্ণেয় মান 2 এবং $-\frac{1}{2}$.

$$\text{খ. } f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\frac{1}{x} - 1}{\frac{1}{x} + 1} = \frac{\frac{1 - x}{x}}{\frac{1 + x}{x}} = \frac{1 - x}{x} \times \frac{x}{1 + x} = \frac{1 - x}{1 + x}$$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x}\right) - 1} = \frac{(1 - x) + (1 + x)}{(1 - x) - (1 + x)} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}]$$

$$= \frac{1 - x + 1 + x}{1 - x - 1 - x} = \frac{2}{-2x} = -\frac{1}{x} \quad (\text{Ans.})$$

নির্ণেয় মান $-\frac{1}{x}$.

গ. দেওয়া আছে,

$f(x)$

$$= \frac{x - 1}{x + 1} \quad \text{এবং } f(y) = \frac{y - 1}{y + 1}$$

$$\text{এখন } \frac{f(x) - f(y)}{1 + f(x)f(y)} = \frac{\frac{x - 1}{x + 1} - \frac{y - 1}{y + 1}}{1 + \frac{x - 1}{x + 1} \cdot \frac{y - 1}{y + 1}}$$

$$= \frac{\frac{(x - 1)(y + 1) - (y - 1)(x + 1)}{(x + 1)(y + 1)}}{\frac{(x + 1)(y + 1) + (x - 1)(y - 1)}{(x + 1)(y + 1)}}$$

$$= \frac{xy + x - y - 1 - (xy + y - x - 1)}{(x + 1)(y + 1)} = \frac{xy + x + y + 1 + xy - x - y + 1}{(x + 1)(y + 1)}$$

$$= \frac{xy + x - y - 1 - xy - y + x + 1}{(x + 1)(y + 1)} \times \frac{(x + 1)(y + 1)}{2xy + 2}$$

$$= \frac{2(x - y)}{2(xy + 1)} = \frac{x - y}{xy + 1} = \frac{x - y}{1 + xy}$$

$$\therefore \frac{f(x) - f(y)}{1 + f(x)f(y)} = \frac{x - y}{1 + xy} \text{ (প্রমাণিত)}$$

প্রশ্ন-১১ ▶ $f(x) = x^2 - 2ax + (a + b)(a - b)$

এবং $f(y) = \frac{3y + 1}{3y - 1}$ দুইটি ফাংশন।

ক. $f(y) = 10$ হলে, y নির্ণয় কর।

২

খ. x এর কোন মানের জন্য $f(x) = 0$ হবে?

৪

$$\text{গ. } \frac{f\left(\frac{1}{y}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{y}\right) - 1} = \text{কত?}$$

৪

▶◀ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\text{ক. এখানে, } f(y) = \frac{3y + 1}{3y - 1}$$

$$\therefore f(y) = 10$$

$$\text{বা, } \frac{3y + 1}{3y - 1} = 10$$

$$\text{বা, } 3y + 1 = 30y - 10$$

$$\text{বা, } 30y - 3y = 1 + 10$$

$$\text{বা, } 27y = 11$$

$$\therefore y = \frac{11}{27}$$

$$\text{খ. এখানে, } f(x) = x^2 - 2ax + (a + b)(a - b)$$

$$= x^2 - x(a + b) - x(a - b) + (a + b)(a - b)$$

$$= x(x - a - b) - (a - b)(x - a - b)$$

$$= (x - a - b)(x - a + b)$$

$$\text{সুতরাং } f(x) = 0$$

$$\text{বা, } (x - a - b)(x - a + b) = 0$$

$$\text{হয়, } x - a - b = 0 \text{ অথবা, } x - a + b = 0$$

$$\text{বা, } x = a + b \quad \text{বা, } x = a - b$$

x এর মান $a + b$ অথবা $a - b$ এর জন্য $f(x) = 0$ হবে।

$$\text{গ. এখানে, } f(y) = \frac{3y + 1}{3y - 1}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{3\frac{1}{y} + 1}{3\frac{1}{y} - 1} = \frac{\frac{3}{y} + 1}{\frac{3}{y} - 1}$$

$$\begin{aligned} \text{বা, } \frac{f\left(\frac{1}{y}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{y}\right) - 1} &= \frac{\frac{3}{y} + 1 + \frac{3}{y} - 1}{\frac{3}{y} + 1 - \frac{3}{y} + 1} \quad [\text{যোজন-বিয়োজন করে}] \\ &= \frac{3 + 3}{2} = \frac{6}{2} = 3 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

নির্ণেয় মান $\frac{3}{y}$.

$$\text{প্রশ্ন-১২} \triangleright f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4x + 1}{4x - 1}$$

$$\text{ক. } f(x) = \text{কত?}$$

২

$$\text{খ. } \frac{f\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{f\left(\frac{1}{x}\right) + 1} = \text{কত?}$$

৪

$$\text{গ. } \frac{f(x) + 1}{f(x) - 1} = \text{কত?}$$

৪

▶◀ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\text{ক. দেওয়া আছে, } f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4x + 1}{4x - 1}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{x\left(4 + \frac{1}{x}\right)}{x\left(4 - \frac{1}{x}\right)} = \frac{4 + \frac{1}{x}}{4 - \frac{1}{x}}$$

$$\text{বা, } f(x) = \frac{4+x}{4-x} \left[x = \frac{1}{x} \text{ ধরে} \right]$$

$$\therefore f(x) = \frac{4+x}{4-x} \text{ Ans.}$$

$$\text{খ. দেওয়া আছে, } f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4x+1}{4x-1}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x}\right) + 1 =$$

$$\frac{4x+1}{4x-1} + 1 = \frac{4x+1+4x-1}{4x-1}$$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x}\right) + 1 =$$

$$\frac{8x}{4x-1}$$

$$\text{আবার, } f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{4x+1}{4x-1}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x}\right) - 1 = \frac{4x+1}{4x-1} - 1$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x}\right) - 1 = \frac{4x+1-4x+1}{4x-1}$$

$$\text{বা, } f\left(\frac{1}{x}\right) - 1 = \frac{2}{4x-1}$$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x}\right) - 1}{f\left(\frac{1}{x}\right) + 1} = \frac{\frac{2}{4x-1}}{\frac{8x}{4x-1}} = \frac{2}{4x-1} \times \frac{4x-1}{8x} = \frac{1}{4x} \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. 'ক' থেকে পাই, } f(x) = \frac{4+x}{4-x}$$

$$\text{বা, } \frac{f(x)+1}{f(x)-1} = \frac{4+x+4-x}{4+x-4+x} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{f(x)+1}{f(x)-1} = \frac{8}{2x}$$

$$\therefore \frac{f(x)+1}{f(x)-1} = \frac{4}{x} \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-১৩ ▶ যদি (i) $g(x) = \frac{1 + x^2 + x^4}{x^2}$

(ii) $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$.

ক. $g\left(\frac{1}{x^2}\right)$ এর মান নির্ণয় কর।

২

খ. k এর কোন মানের জন্য $f(-2) = 0$ হবে?

৪

গ. দেখাও যে, $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2)$

৪

▶◀ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. এখানে, $g(x) = \frac{1 + x^2 + x^4}{x^2}$

$$\therefore g\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^4}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$$

$$= \frac{1 + \frac{1}{x^4} + \frac{1}{x^8}}{\frac{1}{x^4}} = \frac{\frac{x^8 + x^4 + 1}{x^8}}{\frac{1}{x^4}} = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4} \text{ (Ans.)}$$

খ. এখানে, $f(y) = y^3 + ky^2 - 4y - 8$

$$\therefore f(-2) = (-2)^3 + k(-2)^2 - 4(-2) - 8$$

$$= -8 + 4k + 8 - 8 = 4k - 8$$

শর্তমতে, $f(-2) = 0$

বা, $4k - 8 = 0$

বা, $4k = 8 \therefore k = 2$

$\therefore k = 2$ এর জন্য $f(-2) = 0$ হবে।

গ. 'ক' হতে পাই, $g\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4}$

আবার, $g(x) = \frac{1 + x^2 + x^4}{x^2}$

$$\therefore g(x^2) = \frac{1 + (x^2)^2 + (x^2)^4}{(x^2)^2} = \frac{1 + x^4 + x^8}{x^4}$$

$$\therefore g\left(\frac{1}{x^2}\right) = g(x^2) \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-১৪ ▶ $f(x) = \frac{2x + 1}{2x - 1}$

ক. $f\left(\frac{1}{x^2}\right)$ নির্ণয় কর।

২

খ. $g(x) = \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1}$ হলে, $g(x)$ কে x এর মাধ্যমে প্রকাশ কর।

৪

গ. $\frac{g\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{g\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1}$ নির্ণয় কর।

৪

▶◀ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে, $f(x) = \frac{2x + 1}{2x - 1}$

$$\therefore f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{2\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1}$$

$$= \frac{\frac{2}{x^2} + 1}{\frac{2}{x^2} - 1}$$

$$= \frac{\frac{2 + x^2}{x^2}}{\frac{2 - x^2}{x^2}}$$

$$= \frac{2 + x^2}{x^2} \times \frac{x^2}{2 - x^2}$$

$$= \frac{2 + x^2}{2 - x^2} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে, $g(x) = \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1}$

‘ক’ থেকে পাই, $f\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2 + x^2}{2 - x^2}$

$$\therefore \frac{f\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1} = \frac{2 + x^2 + 2 - x^2}{2 + x^2 - 2 + x^2} \text{ [যোজন-বিয়োজন করে]}$$

$$= \frac{4}{2x^2}$$

$$= \frac{2}{x^2}$$

$$\therefore g(x) = \frac{2}{x^2} \text{ (Ans.)}$$

গ. ‘খ’ থেকে পাই, $g(x) = \frac{2}{x^2}$

$$\therefore g\left(\frac{1}{x^2}\right) = \frac{2}{\left(\frac{1}{x^2}\right)^2}$$

$$= \frac{2}{\frac{1}{x^4}}$$

$$= 2 \times \frac{x^4}{1} = 2x^4$$

$$\therefore \frac{g\left(\frac{1}{x^2}\right) + 1}{g\left(\frac{1}{x^2}\right) - 1} = \frac{2x^4 + 1}{2x^4 - 1} \left[g\left(\frac{1}{x^2}\right) \text{ এর মান বসিয়ে}\right] \text{ (Ans.)}$$

সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ

প্রশ্ন-১৫ ▶ $f(x) = x^3 - 6x^2 + 11x - 6$

ক. $f(2)$ নির্ণয় কর। ২

খ. $f(x) = f(2)$ হলে x এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. ‘খ’ এ প্রাপ্ত x -এর বিভিন্ন মানকে A সেটের উপাদান বিবেচনা করে এবং $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x + 1\}$ হলে, R কে

তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর এবং ডোম R ও রেঞ্জ R নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 0; খ. $x = 1, 2, 3$; গ. $R = \{(1, 2), (2, 3)\}$,

ডোম $R = \{1, 2\}$, রেঞ্জ $R = \{2, 3\}$

প্রশ্ন-১৬ ▶ $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x + y = 1\}$

যেখানে $A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$

ক. অন্বেষণটিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. অন্বেষণটির ডোমেন এবং রেঞ্জ বের কর। এবং ডোমেনকে D এবং রেঞ্জকে R সেট দ্বারা সূচিত কর। ৪

গ. $C = \{a\}$ হলে $C \times (D \cap R)$ নির্ণয় কর।

উত্তর : ক. $\{(-1, 2), (0, 1), (1, 0), (2, -1)\}$;

খ. $D = \{-1, 0, 1, 2\}$, $R = \{-1, 0, 1, 2\}$;

গ. $\{(a, -1), (a, 0), (a, 1), (a, 2)\}$

প্রশ্ন-১৭ ▶ $A = \{3, 6, 9, 12\}$ এবং $B = \{x \in \mathbb{N} : 1 < x < 11 \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

ক. A সেটকে সেট গঠন পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. $D = A \cap B$ হলে $A \times D$ এবং $D \times B$ নির্ণয় কর। ৪

গ. $C = \{(x, y) : x \in D, y \in B \text{ এবং } x > y + 1\}$ হলে R এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $A = \{x \in \mathbb{N} : x, 3 \text{ এর গুণিতক এবং } x \leq 12\}$;

খ. $A \times D = \{(3, 3), (3, 9), (6, 3), (6, 9), (9, 3), (9, 9), (12, 3), (12, 9)\}$

$D \times B = \{(3, 3), (3, 5), (3, 7), (3, 9), (9, 3), (9, 5), (9, 7), (9, 9)\}$;

গ. ডোমেন = $\{9\}$, রেঞ্জ = $\{3, 5, 7\}$.

প্রশ্ন-১৮ ▶ $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ এবং $g(x) = x(1 - x)$

ক. $h(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ হলে, $h(2)$ বের কর। ২

খ. $h\left(\frac{1}{x}\right) = h(1 - x)$ প্রমাণ কর। ৪

গ. $k(x) = \frac{h(1 - x) + 1}{h(1 - x) - 1}$ হলে, $k(-1)$ বের কর। ৪

উত্তর : ক. $\frac{3}{2}$; গ. 5.

প্রশ্ন-১৯ ▶ $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } x = y + 1\}$

যেখানে, $A = \{1, 2, 3\}$ এবং $B = \{0, 2, 4\}$

ক. $A \times B$ নির্ণয় কর। ২

খ. R অন্বেষণকে তালিকা পদ্ধতিতে বর্ণনা কর এবং এর ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর। ৪

গ. R অন্বেষণের উপাদানগুলোকে বিন্দু বিবেচনা করে ছক কাগজে স্থাপন কর এবং বিন্দুদ্বয়ের মধ্যবর্তী দূরত্ব নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. $\{(1, 0), (1, 2), (1, 4), (2, 0), (2, 2), (2, 4), (3, 0), (3, 2), (3, 4)\}$;

খ. $R = \{(2, 1), (3, 2)\}$, ডোমেন = $\{2, 3\}$, রেঞ্জ = $\{1, 2\}$;

গ. দূরত্ব = $\sqrt{2}$.

প্রশ্ন-২০ ▶ A, B, C তিনটি সেট। যেখানে,

$A = \{x \in \mathbb{N} : x < 6 \text{ এবং } x \text{ বিজোড় সংখ্যা}\}$

$B = \{x \in \mathbb{N} : x \leq 6 \text{ এবং } x \text{ জোড় সংখ্যা}\}$

$C = \{x \in \mathbb{N} : x < 4 \text{ এবং } x \text{ মৌলিক সংখ্যা}\}$

ক. সেট B ও C কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

খ. $P(A \cap C)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, এর

উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে। ৪

গ. যেকোনো অম্বয় $R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x + 1\}$ হলে R- কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর : ক. $B = \{2, 4, 6\}$, $C = \{2, 3\}$;

খ. $P(A \cap C) = \{\{3\}, \emptyset\}$;

গ. $R = \{(1, 2), (3, 4), (5, 6)\}$

প্রশ্ন-২১ ▶ $f(a) = \frac{5a + 1}{5a - 1}$ একটি ফাংশন। ২

ক. $f(0)$ এবং $f(3)$ এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. $\frac{f(a) + 1}{f(a) - 1}$ এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, $\frac{f\left(\frac{1}{a}\right) + 1}{f\left(\frac{1}{a}\right) - 1} = \frac{5}{a}$ ৪

উত্তর : ক. $-1, \frac{8}{7}$; খ. $5a$

অধ্যায় সমন্বিত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন-২২ ▶ $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$A = \{(x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7)\}$

$B = \{(x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x < 7)\}$

ক. B কে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর। ২

খ. দেখাও যে, $(A \cup B)' = A' \cap B'$ । ৪

গ. যদি A ও B এর উপাদানগুলোর মধ্যে $y = x + 1$ সম্পর্ক বিবেচনায় থাকে তবে অম্বয়টি নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ২২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে, $B = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ জোড় সংখ্যা এবং } x < 7\}$

7 অপেক্ষা ছোট জোড় সংখ্যাগুলো হলো 2, 4, 6.

$\therefore B = \{2, 4, 6\}$. (Ans.)

খ. দেওয়া আছে, $A = \{x \in \mathbb{N} : x \text{ মৌলিক সংখ্যা এবং } x \leq 7\}$

7 এর সমান অথবা ছোট এমন মৌলিক সংখ্যা গুলো হলো 2, 3, 4, 5, 7.

$\therefore A = \{2, 3, 4, 5, 7\}$.

আবার, 'ক' থেকে পাই, $B = \{2, 4, 6\}$.

এখন, $A' = U - A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 4, 5, 7\}$

$= \{1, 6, 7\}$

$B' = \{U - B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 4, 6\}\}$

$$3, 5, 7\} = \{1, 3, 5, 7\}$$

$$A \cup B = \{2, 3, 4, 5, 7\} \cup \{2, 4, 6\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}.$$

বামপক্ষ

=

$$(A \cup B)'$$

$$= U - (A \cup B)$$

$$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\} - \{2, 3, 4, 5, 6, 7\} = \{1\}$$

ডানপক্ষ

=

$$A' \cap B' = \{1, 6\} \cap \{1, 3, 5, 7\} = \{1\}$$

∴ বামপক্ষ = ডানপক্ষ

$$\text{অর্থাৎ } (A \cup B)' = A' \cap B' \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\text{গ. 'খ' থেকে পাই, } A = \{2, 3, 5, 7\}$$

$$\text{'ক' থেকে পাই, } B = \{2, 4, 6\}$$

$$\text{প্রশ্নানুসারে, অন্বয় } R = \{(x, y) : x \in A, y \in B \text{ এবং } y = x + 1\}$$

$$A \times B = \{2, 3, 5, 7\} \times \{2, 4, 6\}$$

$$= \{(2, 2), (2, 4), (2, 6), (3, 2), (3, 4), (3, 6), (5, 2), (5, 4), (5, 6), (7, 2), (7, 4), (7, 6)\}$$

$$\text{নির্ণেয় অন্বয়টি, } R = \{(3, 4), (5, 6)\} \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-২৩ ▶ যদি $R = \{(x, y); x \in A, y \in A \text{ এবং } y - 2x = 1\}$, যেখানে $A = \{-1, 0, 1, 3\}$

ক. অন্বয় ও ফাংশন বলতে কী বুঝ?

২

খ. R অন্বয়টিকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর এবং ডোমেন ও রেঞ্জ নির্ণয় কর।

৪

গ. $P(A)$ নির্ণয় করে দেখাও যে, $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

৪

▶◀ ২৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. যদি A ও B দুইটি সেট হয় তবে সেটদ্বয়ের কার্তেসীয় গুণজ

$A \times B$ সেটের অন্তর্গত ক্রমজোড়গুলোর অশূন্য উপসেট R কে A সেট হতে B সেটের একটি অন্বয় বা সম্পর্ক বলে।

যদি কোনো অন্বয়ের ক্রমজোড়ের ১ম উপাদানগুলি ভিন্ন ভিন্ন হয় তবে তাকের ফাংশন বলে।

খ. দেওয়া আছে, $A = \{-1, 0, 1, 3\}$ এবং R এর বর্ণিত শর্ত থেকে পাই,

$y = 2x + 1$ এর মান নির্ণয় করি :

x	-1	0	1	3
---	----	---	---	---

y	-1	1	3	7
---	----	---	---	---

যেহেতু $7 \notin A$, কাজেই $(3, 7) \notin R$

অতএব, $R = \{(-1, -1), (0, 1), (1, 3)\}$

অন্বয়টি তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ করা হলো।

এখন, ডোম $R = \{-1, 0, 1\}$ এবং রেঞ্জ $R = \{-1, 1, 3\}$ (Ans.)

গ. দেওয়া আছে, $A = \{-1, 0, 1, 3\}$

$\therefore P(A) = \{\{-1, 0, 1, 3\}, \{-1, 0, 1\}, \{-1, 0, 3\}, \{-1, 1, 3\}, \{0, 1, 3\}, \{-1, 0\}, \{-1, 1\}, \{-1, 3\}, \{0, 1\}, \{0, 3\}, \{1, 3\}, \{-1\}, \{0\}, \{1\}, \{3\}, \phi\}$

$P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা = 16

A সেটের উপাদান সংখ্যা, $n = 4$

$$2^n = 2^4 = 16$$

যেহেতু $P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n এর সমান।

$\therefore P(A)$ এর উপাদান সংখ্যা 2^n কে সমর্থন করে।

(দেখানো হলো)

প্রশ্ন-২৪ ▶ (i) $R = \{(x, y) : x \in A, y \in A \text{ এবং } y = x + 1\}$ এবং $A = \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $P = \{x \in \mathbb{N} : x^2 > 8 \text{ এবং } x^3 < 150\}$

(iii) $Q = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$

ক. Q সেটের উপসেট নির্ণয় কর।

২

খ. Q সেটকে তালিকা পদ্ধতিতে প্রকাশ কর।

৪

গ. R অন্বয়ের রেঞ্জকে R সেট ধরে $Q \times (R \cup P)$ এবং $Q \times (R \cap P)$ নির্ণয় কর।

৪

▶◀ ২৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. $Q = \{x \in \mathbb{R} : x^2 - (a + b)x + ab = 0\}$

এখন, $x^2 - (a + b)x + ab = 0$

বা, $x^2 - ax - bx + ab = 0$

বা, $x(x - a) - b(x - a) = 0$

বা, $(x - a)(x - b) = 0$

হয়, $x - a = 0$ অথবা, $x - b = 0$

$\therefore x = a$ $\therefore x = b$

$Q = \{a, b\}$

Q সেটের উপসেটগুলো হচ্ছে $\{a, b\}$, $\{a\}$, $\{b\}$, ϕ (Ans.)

খ. স্বাভাবিক সংখ্যার সেট, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$

এখন, $x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1 < 8$ এবং $x^3 = 1^3 = 1 < 150$ শর্ত মানে না

$x = 2$ হলে, $x^2 = 2^2 = 4 < 8$ এবং $x^3 = 2^3 = 8 < 150$ শর্ত মানে না

$x = 3$ হলে, $x^2 = 3^2 = 9 > 8$ এবং $x^3 = 3^3 = 27 < 150$ শর্ত মানে

$x = 4$ হলে, $x^2 = 4^2 = 16 > 8$ এবং $x^3 = 4^3 = 64 < 150$ শর্ত মানে

$x = 5$ হলে, $x^2 = 5^2 = 25 > 8$ এবং $x^3 = 5^3 = 125 < 150$ শর্ত মানে

$x = 6$ হলে, $x^2 = 6^2 = 36 > 8$ এবং $x^3 = 6^3 = 216 > 150$ শর্ত মানে না

$\therefore P = \{3, 4, 5\}$ (Ans.)

গ. শর্ত থেকে পাই, $y = x + 1$

এখন, $x \in A$ এর জন্য $y = x + 1$ এর মান নির্ণয় করি :

x	1	2	3	4
y	2	3	4	5

$\therefore 5 \notin A \therefore (4, 5) \notin R$

রেঞ্জ $R = \{2, 3, 4\}$

‘খ’ হতে পাই, $P = \{3, 4, 5\}$

$\therefore R \cup P = \{2, 3, 4\} \cup \{3, 4, 5\} = \{2, 3, 4, 5\}$

এখন, $Q \times (R \cup P) = \{a, b\} \times \{2, 3, 4, 5\}$

$= \{(a, 2), (a, 3), (a, 4), (a, 5), (b, 2), (b, 3), (b, 4), (b, 5)\}$ (Ans)

এবং $Q \times (R \cap P)$

$\therefore R \cap P = \{2, 3, 4\} \cap \{3, 4, 5\} = \{3, 4\}$

$\therefore Q \times (R \cap P) = \{a, b\} \times \{3, 4\}$

$= \{(a, 3), (a, 4), (b, 3), (b, 4)\}$ (Ans.)