



## তৃতীয় অধ্যায় বীজগাণিতিক রাশি Algebraic Expressions



Diophantus

ডায়োফ্যান্টাসকে ২০০-২৮৪ বীজগণিতের জনক বলা হয়। তিনি প্রথম বীজগণিতের সংখ্যার তালিকা তৈরি করেন।

### অনুশীলনী ৩.২



#### পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি



##### ■ ঘন সংবলিত সূত্রাবলি

সূত্র ৬।  $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$$= a^3 + b^3 + 3ab(a + b)$$

সূত্র ৭।  $(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

$$= a^3 - b^3 - 3ab(a - b)$$

সূত্র ৮।  $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$

সূত্র ৯।  $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$

অনুসিদ্ধান্ত ৯।  $a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$

অনুসিদ্ধান্ত ১০।  $a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$



#### অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন ১১। সূত্রের সাহায্যে ঘন নির্ণয় কর :

(ক)  $2x + 5$

সমাধান :  $2x + 5$  এর ঘন  $= (2x + 5)^3$

$$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.5 + 3.(2x).(5)^2 + (5)^3$$

$$= 8x^3 + 3.4x^2.5 + 3.2x.25 + 125$$

$$= 8x^3 + 60x^2 + 150x + 125$$

125 (Ans.)

(খ)  $2x^2 + 3y^2$

সমাধান :  $2x^2 + 3y^2$  এর ঘন  $= (2x^2 + 3y^2)^3$

$$= (2x^2)^3 + 3.(2x^2)^2.3y^2 + 3.2x^2.(3y^2)^2 + (3y^2)^3$$

$$= 8x^6 + 3.4x^4.3y^2 + 3.2x^2.9y^4 + 27y^6$$

$$= 8x^6 + 36x^4y^2 + 54x^2y^4 + 27y^6$$

(গ)  $4a - 5x^2$

সমাধান :  $4a - 5x^2$  এর ঘন

$$= (4a - 5x^2)^3$$

$$= (4a)^3 - 3.(4a)^2.5x^2 + 3.4a.(5x^2)^2 - (5x^2)^3$$

$$= 64a^3 - 3.16a^2.5x^2 + 3.4a.25x^4 - 125x^6$$

$$= 64a^3 - 240a^2x^2 + 300ax^4 - 125x^6 \text{ (Ans.)}$$

(ঘ)  $7m^2 - 2n$

সমাধান :  $7m^2 - 2n$  এর ঘন

$$= (7m^2 - 2n)^3$$

$$= (7m^2)^3 - 3.(7m^2)^2.2n + 3.7m^2.(2n)^2 - (2n)^3$$

$$= 343m^6 - 3.49m^4.2n + 3.7m^2.4n^2 - 8n^3$$

$$= 343m^6 - 294m^4n + 84m^2n^2 - 8n^3 \text{ (Ans.)}$$

(ঙ) 403

সমাধান : 403 এর ঘন =  $(403)^3$

$$= (400 + 3)^3$$

$$= (400)^3 + 3.(400)^2.3 + 3.400.(3)^2 + (3)^3$$

$$= 64000000 + 3.160000.3 + 3.400.9 + 27$$

$$= 64000000 + 1440000 + 10800 + 27$$

$$= 65450827 \text{ (Ans.)}$$

(চ) 998

সমাধান : 998 এর ঘন =  $(998)^3$

$$= (1000 - 2)^3$$

$$= (1000)^3 - 3.(1000)^2.2 + 3.1000.(2)^2 - (2)^3$$

$$= 1000000000 - 3.1000000.2 + 3.1000.4 - 8$$

$$= 1000000000 - 6000000 + 12000 - 8$$

$$= 994011992 \text{ (Ans.)}$$

(ছ)  $2a - b - 3c$

সমাধান :  $2a - b - 3c$  এর ঘন

$$= (2a - b - 3c)^3$$

$$= \{(2a - b) - 3c\}^3$$

$$= (2a - b)^3 - 3.(2a - b)^2.3c + 3.(2a - b).(3c)^2 - (3c)^3$$

$$= (2a)^3 - 3.(2a)^2.b + 3.2a.(b)^2 - (b)^3 - 3\{(2a)^2.3c - 2.2a.b + (b)^2.3c + 3.(2a - b).9c^2 - 27c^3\}$$

$$= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 3(4a^2 - 4ab + b^2).3c + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3$$

$$= 8a^3 - 12a^2b + 6ab^2 - b^3 - 36a^2c + 36abc - 9b^2c + 54ac^2 - 27bc^2 - 27c^3$$

$$= 8a^3 - b^3 - 27c^3 - 12a^2b - 36a^2c + 6ab^2 + 54ac^2 - 9b^2c - 27bc^2 + 36abc \text{ (Ans.)}$$

(জ)  $2x + 3y + z$

সমাধান :  $2x + 3y + z$  এর ঘন

$$= (2x + 3y + z)^3$$

$$= \{(2x + 3y) + z\}^3$$

$$= (2x + 3y)^3 + 3(2x + 3y)^2.z + 3(2x + 3y).z^2 + z^3$$

$$= (2x)^3 + 3(2x)^2.3y + 3(2x).3y^2 + (3y)^3 + 3\{(2x)^2 + 2(2x).3y + (3y)^2\}.z + 3(2x + 3y).z^2 + z^3$$

$$= 8x^3 + 3(4x^2.3y + 3(2x.9y^2 + 27y^3) + 3(4x^2 + 12xy + 9y^2).z + 6xz^2 + 9yz^2 + z^3)$$

$$= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 + 12x^2z + 36xyz + 27y^2z + 6xz^2 + 9yz^2 + z^3$$

$$= 8x^3 + 27y^3 + z^3 + 36x^2y + 12x^2z + 54xy^2 + 27y^2z + 6xz^2 + 9yz^2 + 36xyz \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ সরল কর :

(ক)  $(4a - 3b)^3 - 3(4a - 3b)^2(2a - 3b) + 3(4a - 3b)(2a - 3b)^2 - (2a - 3b)^3$

সমাধান : ধরি,  $4a - 3b = x$  এবং  $2a - 3b = y$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - 3x^2y + 3xy^2 - y^3 \\ &= (x - y)^3 \\ &= \{(4a - 3b) - (2a - 3b)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (4a - 3b - 2a + 3b)^3 \\ &= (2a)^3 = 8a^3 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(খ)  $(2x + y)^3 + 3(2x + y)^2(2x - y) + 3(2x + y)(2x - y)^2 + (2x - y)^3$

সমাধান : ধরি,  $2x + y = a$  এবং  $2x - y = b$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \\ &= (a + b)^3 \\ &= \{(2x + y) + (2x - y)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (2x + y + 2x - y)^3 \\ &= (4x)^3 = 64x^3 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(গ)  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

সমাধান :  $(7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 6x(7x + 3b)(5x + 3b)$

$$\begin{aligned} &= (7x + 3b)^3 - (5x + 3b)^3 - 3 \cdot 2x \cdot (7x + 3b)(5x + 3b) \\ \text{ধরি, } 7x + 3b &= p \text{ এবং } 5x + 3b = q \\ \text{এখানে, } p - q &= 7x + 3b - 5x - 3b = 2x \\ \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= p^3 - q^3 - 3 \cdot p \cdot q \\ &= p^3 - q^3 - 3pq(p - q) \\ &= (p - q)^3 \\ &= \{(7x + 3b) - (5x + 3b)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (7x + 3b - 5x - 3b)^3 \\ &= (2x)^3 = 8x^3 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(ঘ)  $(x - 15)^3 + (16 - x)^3 + 3(x - 15)(16 - x)$

সমাধান : ধরি,  $x - 15 = a$  এবং  $16 - x = b$

এখানে,  $a + b = x - 15 + 16 - x = 1$

$$\begin{aligned} \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 + 3 \cdot 1 \cdot ab \\ &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\ &= (a + b)^3 \\ &= \{(x - 15) + (16 - x)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= (x - 15 + 16 - x)^3 = (1)^3 = 1 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(ঙ)  $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)\{a^2 - (b + c)^2\}$

সমাধান : ধরি,  $a + b + c = x$  এবং  $a - b - c = y$

$$\begin{aligned} \therefore x - y &= (a + b + c) - (a - b - c) \\ &= a + b + c - a + b + c \\ &= 2b + 2c = 2(b + c) \\ \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 - y^3 - 3(x - y)xy \\ &= x^3 - y^3 - 3xy(x - y) \\ &= (x - y)^3 \\ &= \{2(b + c)\}^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 8(b + c)^3 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

(চ)  $(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2$

সমাধান : প্রদত্ত রাশি,

$$\begin{aligned} &(m + n)^6 - (m - n)^6 - 12mn(m^2 - n^2)^2 \\ &= (m + n)^6 - (m - n)^6 - 3 \cdot 4mn(m^2 - n^2)^2 \\ \text{ধরি, } m + n &= a \text{ এবং } m - n = b \\ \text{এখানে, } a + b &= m + n + m - n = 2m \\ \text{এবং } a - b &= m + n - m + n = 2n \\ \therefore (a + b)(a - b) &= 4mn \\ \text{বা, } (a^2 - b^2) &= 4mn \\ \text{এবং } ab &= (m + n)(m - n) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= (m^2 - n^2) \\
 \therefore a^2b^2 &= (ab)^2 = (m^2 - n^2)^2 \\
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^6 - b^6 - 3a^2b^2(a^2 - b^2) \\
 &= (a^2)^3 - (b^2)^3 - 3a^2b^2(a^2 - b^2) \\
 &= (a^2 - b^2)^3 \\
 &= (4mn)^3 [(a^2 - b^2) \text{ এর মান বসিয়ে}] \\
 &= 64m^3n^3 \text{ (Ans.)} \\
 \text{(ছ) } (x + y)(x^2 - xy + y^2) &+ (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2) \\
 \text{সমাধান : প্রদত্ত রাশি} &= (x + y)(x^2 - xy + y^2) + (y + z)(y^2 - yz + z^2) + (z + x)(z^2 - zx + x^2) \\
 &= (x^3 + y^3) + (y^3 + z^3) + (z^3 + x^3) \\
 &= x^3 + y^3 + y^3 + z^3 + z^3 + x^3 \\
 &= 2x^3 + 2y^3 + 2z^3 \\
 &= 2(x^3 + y^3 + z^3) \text{ (Ans.)} \\
 \text{(জ) } (2x + 3y - 4z)^3 &+ (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\} \\
 \text{সমাধান : } (2x + 3y - 4z)^3 &+ (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\} \\
 &= (2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 3 \cdot 4x \cdot \{4x^2 - (3y - 4z)^2\} \\
 \text{ধরি, } 2x + 3y - 4z &= a \text{ এবং } 2x - 3y + 4z = b \\
 \text{এখানে, } a + b &= 2x + 3y - 4z + 2x - 3y + 4z = 4x \\
 ab &= (2x + 3y - 4z)(2x - 3y + 4z) + 4z \\
 &= \{2x + (3y - 4z)\}\{2x - (3y - 4z)\} \\
 &= \{(2x)^2 - (3y - 4z)^2\} \\
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 + 3(a + b)ab
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= a^3 + b^3 + 3ab(a + b) \\
 &= (a + b)^3 \\
 &= \{(2x + 3y - 4z) + (2x - 3y + 4z)\}^3 \\
 &\quad \text{[মান বসিয়ে]} \\
 &= \{2x + 3y - 4z + 2x - 3y + 4z\}^3 \\
 &= (4x)^3 = 64x^3 \text{ (Ans.)} \\
 \text{প্রশ্ন ১৩} \parallel a - b &= 5 \text{ এবং } ab = 36 \text{ হলে, } a^3 - b^3 \text{ এর মান কত?} \\
 \text{সমাধান : দেওয়া আছে, } a - b &= 5 \text{ এবং } ab = 36 \\
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b) \\
 &= (5)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5 \quad \text{[মান বসিয়ে]} \\
 &= 125 + 540 = 665 \text{ (Ans.)} \\
 \text{প্রশ্ন ১৪} \parallel \text{যদি } a^3 - b^3 &= 513 \text{ এবং } a - b = 3 \text{ হয়, তবে } ab \text{ এর মান কত?} \\
 \text{সমাধান : দেওয়া আছে, } a^3 - b^3 &= 513 \text{ এবং } a - b = 3 \\
 \text{আমরা জানি, } (a - b)^3 &= a^3 - b^3 - 3ab(a - b) \\
 \text{বা, } 3ab(a - b) &= (a^3 - b^3) - (a - b)^3 \\
 \text{বা, } 3ab \cdot 3 &= 513 - (3)^3 \\
 \text{[মান বসিয়ে]} \\
 \text{বা, } 9ab &= 513 - 27 \\
 \text{বা, } 9ab &= 486 \\
 \text{বা, } ab &= \frac{486}{9} \therefore ab = 54 \text{ (Ans.)} \\
 \text{প্রশ্ন ১৫} \parallel x &= 19 \text{ এবং } y = -12 \text{ হলে, } 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 \text{ এর মান নির্ণয় কর।} \\
 \text{সমাধান : দেওয়া আছে, } x &= 19 \text{ এবং } y = -12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3 \\ &= (2x)^3 + 3.(2x)^2.3y + 3.2x.(3y)^2 + (3y)^3 \\ &= (2x + 3y)^3 \\ &= \{2 \times 19 + 3 \times (-12)\}^3 \\ &\text{[x ও y-এর মান বসিয়ে]} \\ &= (38 - 36)^3 = (2)^3 = 8\end{aligned}$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১৬ ৥ যদি  $a = 15$  হয়, তবে  $8a^3 + 60a^2 + 150a + 130$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = 15$

$$\begin{aligned}\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= 8a^3 + 60a^2 + 150a + 130 \\ &= (2a)^3 + 3.(2a)^2.5 + 3.2a.(5)^2 + (5)^3 + 5 \\ &= (2a + 5)^3 + 5 \\ &= (2 \times 15 + 5)^3 + 5 \\ &= (30 + 5)^3 + 5 = 42875 + 5 = 42880 \text{ (Ans.)}\end{aligned}$$

প্রশ্ন ১৭ ৥  $a = 7$  এবং  $b = -5$  হলে,  $(3a - 5b)^3 + (4b - 2a)^3 + 3(a - b)(3a - 5b)(4b - 2a)$  এর মান কত?

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = 7$  এবং  $b = -5$

ধরি,  $3a - 5b = x$  এবং  $4b - 2a = y$

$$\begin{aligned}x + y &= (3a - 5b) + (4b - 2a) \\ &= 3a - 5b + 4b - 2a = a - b \\ \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + y^3 + 3(x + y)xy \\ &= x^3 + y^3 + 3xy(x + y) = (x + y)^3 \\ &= (3a - 5b + 4b - 2a)^3 \text{ [x ও y এর মান বসিয়ে]} \\ &= (a - b)^3 \\ &= \{7 - (-5)\}^3 \text{ [a ও b এর মান বসিয়ে]}\end{aligned}$$

$$= (7 + 5)^3 = (12)^3 = 1728 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৥ যদি  $a + b = m$ ,  $a^2 + b^2 = n$  এবং  $a^3 + b^3 = p^3$  হয়, তবে দেখাও যে,  $m^3 + 2p^3 = 3mn$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b = m$ ,  $a^2 + b^2 = n$  এবং  $a^3 + b^3 = p^3$

বামপক্ষ  $= m^3 + 2p^3$

$$\begin{aligned}&= (a + b)^3 + 2(a^3 + b^3) \\ &\text{[মান বসিয়ে]} \\ &= a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 + 2a^3 + 2b^3 \\ &= 3a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + 3b^3 \\ &= 3(a^3 + a^2b + ab^2 + b^3) \\ &= 3\{a^2(a + b) + b^2(a + b)\} \\ &= 3(a + b)(a^2 + b^2) \\ &= 3mn \text{ [মান বসিয়ে]} = \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$\therefore m^3 + 2p^3 = 3mn$  (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১৯ ৥ যদি  $x + y = 1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $x + y = 1$

বামপক্ষ  $= x^3 + y^3 - xy$

$$\begin{aligned}&= (x + y)(x^2 - xy + y^2) - xy \\ &= 1 \cdot (x^2 - xy + y^2) - xy \\ &\text{[মান বসিয়ে]} \\ &= x^2 - xy + y^2 - xy \\ &= x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2 \\ &= \text{ডানপক্ষ}\end{aligned}$$

$\therefore x^3 + y^3 - xy = (x - y)^2$  (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ২০ ৥  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$  হলে, (ক)  $a^2 - ab + b^2$  এবং (খ)  $a^3 + b^3$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : (ক) দেওয়া আছে,  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$

$\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 - ab + b^2$

$$\begin{aligned}&= a^2 + b^2 - ab \\ &= (a + b)^2 - 2ab - ab \\ &= (a + b)^2 - 3ab \\ &= (3)^2 - 3 \times 2 \text{ [মান বসিয়ে]}\end{aligned}$$

$= 9 - 6 = 3$  (Ans.)  
 (খ) দেওয়া আছে,  $a + b = 3$  এবং  $ab = 2$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^3 + b^3 = (a + b)^3 - 3ab(a + b)$   
 $= (3)^3 - 3 \cdot 2 \cdot 3$  [মান বসিয়ে]  
 $= 27 - 18 = 9$  (Ans.)  
 প্রশ্ন ১১ ৥  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$  হলে,  
 (ক)  $a^2 + ab + b^2$  এবং (খ)  $a^3 - b^3$  এর মান নির্ণয় কর।  
 সমাধান : (ক) দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^2 + ab + b^2 = a^2 + b^2 + ab$   
 $= (a - b)^2 + 2ab + ab$   
 $= (a - b)^2 + 3ab$   
 $= (5)^2 + 3 \cdot 36$  [মান বসিয়ে]  
 $= 25 + 108 = 133$  (Ans.)  
 (খ) দেওয়া আছে,  $a - b = 5$  এবং  $ab = 36$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= a^3 - b^3 = (a - b)^3 + 3ab(a - b)$   
 $= (5)^3 + 3 \cdot 36 \cdot 5$  [মান বসিয়ে]  
 $= 125 + 540 = 665$  (Ans.)  
 প্রশ্ন ১২ ৥  $m + \frac{1}{m} = a$  হলে,  $m^3 + \frac{1}{m^3}$  এর মান নির্ণয় কর।  
 সমাধান : দেওয়া আছে,  $m + \frac{1}{m} = a$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= m^3 + \frac{1}{m^3}$   
 $= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3 \cdot m \cdot \frac{1}{m}$   
 $= \left(m + \frac{1}{m}\right)^3 - 3$

$= (a)^3 - 3 \cdot 1 \cdot a$  [মান বসিয়ে]  
 $= a^3 - 3a$  (Ans.)  
 প্রশ্ন ১৩ ৥  $x - \frac{1}{x} = p$  হলে,  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।  
 সমাধান : দেওয়া আছে,  $x - \frac{1}{x} = p$   
 $\therefore$  প্রদত্ত রাশি  $= x^3 - \frac{1}{x^3} = (x)^3 - \left(\frac{1}{x}\right)^3$   
 $= \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$   
 $= (p)^3 + 3 \cdot 1 \cdot p$  [মান বসিয়ে]  
 $= p^3 + 3p$  (Ans.)  
 প্রশ্ন ১৪ ৥ যদি  $a - \frac{1}{a} = 1$  হয়, তবে দেখাও যে,  $a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$   
 সমাধান : দেওয়া আছে,  $a - \frac{1}{a} = 1$   
 বামপক্ষ  $= a^3 - \frac{1}{a^3} = (a)^3 - \left(\frac{1}{a}\right)^3$   
 $= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3 \cdot a \cdot \frac{1}{a} \left(a - \frac{1}{a}\right)$   
 $= (1)^3 + 3 \cdot 1 \cdot 1$  [মান বসিয়ে]  
 $= 1 + 3 = 4 =$  ডানপক্ষ  
 $\therefore a^3 - \frac{1}{a^3} = 4$  (দেখানো হলো)  
 প্রশ্ন ১৫ ৥ যদি  $a + b + c = 0$  হয়, তবে দেখাও যে,  
 (ক)  $a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$   
 সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$

বা,  $a + b = -c$   
 বা,  $(a + b)^3 = (-c)^3$   
 [উভয়পক্ষকে ঘন করে]  
 বা,  $a^3 + b^3 + 3ab(a + b) = -c^3$   
 বা,  $a^3 + b^3 + 3ab(-c) = -c^3$   
 [যেহেতু  $a + b + c = 0 \therefore a + b = -c$ ]  
 বা,  $a^3 + b^3 - 3abc = -c^3$   
 $\therefore a^3 + b^3 + c^3 = 3abc$   
 (দেখানো হলো)  
 (খ)

$$\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$$

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a + b + c = 0$   
 বা,  $b + c = -a$   
 $\therefore (b + c)^2 = (-a)^2 = a^2$   
 আবার,  $c + a = -b$   
 $\therefore (c + a)^2 = (-b)^2 = b^2$   
 এবং  $a + b = -c$   
 $\therefore (a + b)^2 = (-c)^2 = c^2$   
 বামপক্ষ =  

$$\frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab}$$

$$= \frac{a^2}{3bc} + \frac{b^2}{3ca} + \frac{c^2}{3ab}$$

$$= \frac{a^2 \cdot a + b^2 \cdot b + c^2 \cdot c}{3abc}$$

$$= \frac{a^3 + b^3 + c^3}{3abc}$$

$$= \frac{(a+b)^3 - 3ab(a+b) + c^3}{3abc}$$

$$= \frac{(-c)^3 - 3ab(-c) + c^3}{3abc}$$

$$= \frac{-c^3 + 3abc + c^3}{3abc} = \frac{3abc}{3abc}$$

$$= 1 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{(b+c)^2}{3bc} + \frac{(c+a)^2}{3ca} + \frac{(a+b)^2}{3ab} = 1$$
 (দেখানো হলো)  
 প্রশ্ন ১৬ ৥  $p - q = r$  হলে, দেখাও যে,  $p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr$   
 সমাধান : দেওয়া আছে,  $p - q = r$   
 বামপক্ষ =  $p^3 - q^3 - r^3$   

$$= (p - q)^3 + 3pq(p - q) - r^3$$

$$= (r)^3 + 3pq \cdot (r) - r^3$$

$$= r^3 + 3pqr - r^3 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 3pqr = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore p^3 - q^3 - r^3 = 3pqr \quad (\text{দেখানো হলো})$$

প্রশ্ন ১৭ ৥  $2x - \frac{2}{x} = 3$  হলে, দেখাও যে,  

$$8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63$$
 সমাধান : দেওয়া আছে,  $2x - \frac{2}{x} = 3$   
 বামপক্ষ =  $8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 8x^3 - \frac{8}{x^3}$ 

$$= (2x)^3 - \left(\frac{2}{x}\right)^3$$

$$= \left(2x - \frac{2}{x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{2}{x}$$

$$\left(2x - \frac{2}{x}\right)^3$$

$$= (3)^3 + 12 \cdot 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 27 + 36 = 63 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 8\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 63 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৷  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,  $\frac{a^6 - 1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

সমাধান : দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} =$$

$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$$

[হর ও লবকে  $(\sqrt{6} - \sqrt{5})$  দ্বারা গুণ করে]

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2} =$$

$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$$

$$\text{প্রদত্ত রাশি} = \frac{a^6 - 1}{a^3} = \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3} =$$

$$a^3 - \frac{1}{a^3}$$

$$= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= (2\sqrt{5})^3 + 3.1.2\sqrt{5}$$

[মান বসিয়ে]

$$= 8.5\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$$

$$= 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 46\sqrt{5}$$

(Ans.)



গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-১ ▶  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,

? ক.  $\frac{1}{a}$  নির্ণয় কর।

২

খ.  $a^3 + \frac{1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ.  $a^6 + \frac{1}{a^6}$  এর মান নির্ণয় কর।

৪



▶◀ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

(Ans.)

খ. দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

‘ক’ থেকে পাই,  $\frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} = 2\sqrt{6}$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = a^3 + \frac{1}{a^3} = \left(a + \frac{1}{a}\right)^3 - 3$$

$$a \cdot \frac{1}{a} \left(a + \frac{1}{a}\right) = (2\sqrt{6})^3 - 3 \cdot (2\sqrt{6}) \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 48\sqrt{6} - 6\sqrt{6} = 42\sqrt{6}$$

(Ans.)

গ. প্রদত্ত রাশি =  $a^6 + \frac{1}{a^6} = \left(a^3 + \frac{1}{a^3}\right)^2 - 2$

$$2 \cdot a^3 \cdot \frac{1}{a^3} = (a^3)^2 + \frac{1}{(a^3)^2} = (42\sqrt{6})^2 - 2 \quad [\text{‘খ’ হতে } a^3]$$

$$+ \frac{1}{a^3} = 42\sqrt{6}] = 10584 - 2 = 10582 \quad (\text{Ans.})$$

প্রশ্ন-২ ▶  $x^4 - x^2 + 1 = 0$  হলে-

ক.  $x + \frac{1}{x}$  এর মান কত? ২

খ. দেখাও যে,  $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 0$  8

গ. প্রমাণ কর যে,  $x^5 + \frac{1}{x^5} = -\sqrt{3}$ . 8

▶◀ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,  $x^4 - x^2 + 1 = 0$

বা,  $x^4 + 1 = x^2$

বা,  $\frac{x^4 + 1}{x^2} = 1$

বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 1$

বা,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2x \cdot \frac{1}{x} = 1$

বা,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3$

$$\therefore \left(x + \frac{1}{x}\right) = \pm\sqrt{3} \quad (\text{Ans.})$$

খ. ‘ক’ থেকে পাই,  $x + \frac{1}{x} = \sqrt{3}$  [ধনাত্মক মান ধরে]

$$\text{বামপর্ব} = \frac{x^6 + 1}{x^3} = \frac{x^6}{x^3} + \frac{1}{x^3} = x^3 + \frac{1}{x^3}$$

$$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (\sqrt{3})^3 - 3\sqrt{3} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 3\sqrt{3} - 3\sqrt{3} = 0 = \text{ডানপর্ব}$$

$$\therefore \frac{x^6 + 1}{x^3} = 0 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

গ. দেওয়া আছে,  $x^4 - x^2 + 1 = 0$

বা,  $x^4 + 1 = x^2$

$$\text{বা, } \frac{x^4 + 1}{x^2} = 1 \quad [\text{উভয়পক্ষকে } x^2$$

দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বা, } \frac{x^4}{x^2} + \frac{1}{x^2} = 1$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 1 \dots (i)$$

$$\text{আবার, 'খ' থেকে পাই, } x^3 + \frac{1}{x^3} = 0$$

..... (ii)

এখন, সমীকরণ (i) ও (ii) গুণ করে পাই,

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = 0.1$$

$$\text{বা, } x^5 + x^3 \cdot \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \cdot x^2 + \frac{1}{x^5} = 0$$

$$\text{বা, } x^5 + x + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^5} = 0$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x} = 0$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} + \sqrt{3} = 0 \quad [ \text{'ক' থেকে} ]$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = -\sqrt{3} \text{ (প্রমাণিত)}$$

**প্রশ্ন-৩ ▶**  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,

ক.  $\frac{1}{a}$  এর মান নির্ণয় কর।

২

**?** খ.  $\left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)\left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right)$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ.  $\frac{a^{12}-1}{a^6} = 1932\sqrt{30}$  এর সত্যতা যাচাই কর।

৪

◀▶ **ওনং প্রশ্নের সমাধান ▶▶**

ক. দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\therefore \frac{1}{a} = \frac{1}{\sqrt{6} + \sqrt{5}} =$$

$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6} + \sqrt{5})(\sqrt{6} - \sqrt{5})}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{(\sqrt{6})^2 - (\sqrt{5})^2}$$

$$= \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{6 - 5} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{5}}{1} =$$

$$\sqrt{6} - \sqrt{5} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

$$\text{'ক' হতে পাই, } \frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$$

$$\therefore a + \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} + \sqrt{6} - \sqrt{5} =$$

$$2\sqrt{6}$$

$$\text{এবং } a - \frac{1}{a} = \sqrt{6} + \sqrt{5} - \sqrt{6} + \sqrt{5} =$$

$$2\sqrt{5}$$

$$\text{এখন, } \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)\left(a^3 - \frac{1}{a^3}\right)$$

$$= \left(a + \frac{1}{a}\right)$$

$$\left(a - \frac{1}{a}\right)\left\{\left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3a \cdot \frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)\right\}$$

$$= 2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{5}$$

$$\{(2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{5}\} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 4\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} (8.5\sqrt{5} + 6\sqrt{5})$$

$$= 4\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} (40\sqrt{5} + 6\sqrt{5})$$

$$= 4\sqrt{6} \cdot \sqrt{5} \cdot 46 \sqrt{5} = 920\sqrt{6}$$

**(Ans.)**

গ. 'খ' হতে পাই,  $a + \frac{1}{a} = 2\sqrt{6}$  এবং  $a - \frac{1}{a} =$

$$2\sqrt{5}$$

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{a^{12} - 1}{a^6} = \frac{a^{12}}{a^6} - \frac{1}{a^6} = a^6 - \frac{1}{a^6}$$

$$= (a^2)^3 - \left(\frac{1}{a^2}\right)^3$$

$$= \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)^3 + 3 \cdot a^2 \cdot \frac{1}{a^2} \left(a^2 - \frac{1}{a^2}\right)$$

$$= \left\{ \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a}\right) \right\}^3 +$$

$$3 \cdot \left(a + \frac{1}{a}\right) \left(a - \frac{1}{a}\right)$$

$$= (2\sqrt{6} \times 2\sqrt{5})^3 + 3 \cdot$$

$$2\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{5} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= (4\sqrt{30})^3 + 12\sqrt{30}$$

$$= 64 \times 30\sqrt{30} + 12\sqrt{30}$$

$$= 1920\sqrt{30} + 12\sqrt{30} =$$

$$1932\sqrt{30} = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore \frac{a^{12} - 1}{a^6} = 1932\sqrt{30} \quad [\text{সত্যতা যাচাই}$$

করা হলো]

**প্রশ্ন-৪ ▶**  $x^2 - 2\sqrt{42} - 13 = 0$ ;  $x > 0$

ক. দেখাও যে,  $x = \sqrt{7} + \sqrt{6}$  ২

**?** খ. প্রমাণ কর যে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 50\sqrt{7}$  ৪

গ.  $\left(x^5 - \frac{1}{x^5}\right)$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

◀◀ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,  $x^2 - 2\sqrt{42} - 13 = 0$

$$\text{বা, } x^2 = 13 + 2\sqrt{42}$$

$$\text{বা, } x^2 = 7 + 2\sqrt{42} + 6$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{7})^2 + 2 \cdot \sqrt{7} \cdot \sqrt{6} + (\sqrt{6})^2$$

$$\text{বা, } x^2 = (\sqrt{7} + \sqrt{6})^2$$

$$\therefore x = \sqrt{7} + \sqrt{6} \quad (\text{দেখানো হলো})$$

$$\text{খ. এখন, } \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{7} + \sqrt{6}}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{6})}{(\sqrt{7} + \sqrt{6})(\sqrt{7} - \sqrt{6})}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{(\sqrt{7} - \sqrt{6})}{(\sqrt{7})^2 - (\sqrt{6})^2}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \frac{\sqrt{7} - \sqrt{6}}{7 - 6}$$

$$\text{বা, } \frac{1}{x} = \sqrt{7} - \sqrt{6}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{7} + \sqrt{6} + \sqrt{7} - \sqrt{6} =$$

$$2\sqrt{7}$$

$$\text{বামপক্ষ} = x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$\left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$= (2\sqrt{7})^3 - 3 \cdot 2\sqrt{7} \quad [\text{মান বসিয়ে}]$$

$$= 56\sqrt{7} - 6\sqrt{7} = 50\sqrt{7} =$$

ডানপক্ষ

$$\therefore x^3 + \frac{1}{x^3} = 50\sqrt{7} \quad (\text{প্রমাণিত})$$

$$\text{গ. এখন, } x - \frac{1}{x} = (\sqrt{7} + \sqrt{6}) -$$

$$(\sqrt{7} - \sqrt{6})$$

$$= \sqrt{7} + \sqrt{6} - \sqrt{7} + \sqrt{6} =$$

$$2\sqrt{6}$$

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &= (2\sqrt{7})^2 - 2 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 28 - 2 = 26 \\ \text{এবং } x^3 - \frac{1}{x^3} &= \left(x - \frac{1}{x}\right) + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \\ &= (2\sqrt{6})^3 + 3 \cdot 2\sqrt{6} \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 48\sqrt{6} + 6\sqrt{6} = 54\sqrt{6} \\ \therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) &= 26 \times 54\sqrt{6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{বা, } x^5 - \frac{1}{x} + x - \frac{1}{x^5} &= 1404\sqrt{6} \\ \text{বা, } \left(x^5 - \frac{1}{x^5}\right) + \left(x - \frac{1}{x}\right) &= 1404\sqrt{6} \\ \text{বা, } x^5 - \frac{1}{x^5} + 2\sqrt{6} &= 1404\sqrt{6} \\ \text{বা, } x^5 - \frac{1}{x^5} &= 1404\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = \\ &= 1402\sqrt{6} \\ \therefore x^5 - \frac{1}{x^5} &= 1402\sqrt{6} \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$



### অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



#### প্রশ্ন-৫ ▶ a + b = 5 এবং ab = 6

- ক. 397 এর ঘন নির্ণয় কর। ২
- খ.  $a^3 + b^3 + 4(a - b)^2$  এর মান নির্ণয় কর। 8
- গ. a - b = 8 হলে দেখাও যে,  $a^3 - b^3 + 8(a + b)^2 = 856$ . 8

#### ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

#### ক. 397 এর ঘন

$$\begin{aligned}&= (397)^3 = (400 - 3)^3 \\ &= (400)^3 - 3 \cdot (400)^2 \cdot 3 + 3 \cdot 400 \cdot (3)^2 - (3)^3 \\ &= 64000000 - 1440000 + 10800 - 27 \\ &= 64010800 - 1440027 = 62570773 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

#### খ. দেওয়া আছে, a + b = 5 এবং ab = 6

$$\begin{aligned}\text{আমরা জানি, } (a - b)^2 &= (a + b)^2 - 4ab = 5^2 - 4 \cdot 6 \\ &= 25 - 24 = 1 \\ \therefore a - b &= 1\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{প্রদত্ত রাশি} &= a^3 + b^3 + 4(a - b)^2 \\ &= \{(a + b)^3 - 3ab(a + b)\} + 4 \cdot 1 \quad [\because a - b = 1] \\ &= \{5^3 - 3 \cdot 6 \cdot 5\} + 4 \\ &= \{125 - 90\} + 4 = 35 + 4 \\ &= 39 \quad (\text{Ans.})\end{aligned}$$

#### গ. দেওয়া আছে, a - b = 8

$$\begin{aligned}\text{বামপক্ষ} &= a^3 - b^3 + 8(a + b)^2 \\ &= \{(a - b)^3 + 3ab(a - b)\} + 8(a + b)^2 \\ &= \{8^3 + 3 \times 6 \times 8\} + 8 \times 5^2 \\ &= 512 + 18 \times 8 + 8 \times 25 \\ &= 512 + 144 + 200 = 856 =\end{aligned}$$

ডানপক্ষ

$$\therefore a^3 - b^3 + 8(a + b)^2 = 856 \quad (\text{দেখানো হলো})$$

#### প্রশ্ন-৬ ▶ x = √5 + √3

ক. প্রদত্ত সমীকরণ থেকে  $\frac{1}{x}$  এর মান নির্ণয়

কর।	২	
খ. $x^3 + \frac{1}{x^3}$ এর মান নির্ণয় কর।	৪	$= \left( \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} \right)^3 -$
গ. $x = 2 + \sqrt{3}$ হলে দেখাও যে, $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right)$		$3 \left( \frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} \right)$
$\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 720.$	৪	$= (4.22)^3 - 3 \times 4.22 \text{ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]}$
		$= 75.151 - 12.66 = 62.491$
		<b>(Ans.)</b>
		গ. এখানে, $x = 2 + \sqrt{3}$
		$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{2 + \sqrt{3}} = \frac{(2 - \sqrt{3})}{(2 + \sqrt{3})(2 - \sqrt{3})}$
ক. দেওয়া আছে, $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$		বামপদ = $\left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$
$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} = \frac{1(\sqrt{5} - \sqrt{3})}{(\sqrt{5} + \sqrt{3})(\sqrt{5} - \sqrt{3})}$		$= \left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right) \left(x + \frac{1}{x}\right) \right\}$
$= \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{5 - 3} =$		$\left\{ \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x - \frac{1}{x}\right) \right\}$
$\frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} \text{ (Ans.)}$		$= \{(2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3} + 2 - \sqrt{3})\}$
খ. দেওয়া আছে, $x = \sqrt{5} + \sqrt{3}$		$\{(2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3})^3 + 3(2 + \sqrt{3} - 2 + \sqrt{3})\} \text{ [মান বসিয়ে]}$
‘ক’ থেকে পাই, $\frac{1}{x} = \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$		$= (2\sqrt{3} \cdot 4) \times \{(2\sqrt{3})^3 + 6\sqrt{3}\}$
$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{5} + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{5} - \sqrt{3}}{2}$		$= 8\sqrt{3} \times \{8 \cdot 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3}\}$
$= \frac{2\sqrt{5} + 2\sqrt{3} + \sqrt{5} - \sqrt{3}}{2} =$		$= 8\sqrt{3} \times 30\sqrt{3} = 240 \times 3 =$
$\frac{3\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2}$		$720 = \text{ডানপক্ষ}$
এখন, $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$		$\therefore \left(x^2 - \frac{1}{x^2}\right) \left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right) = 720 \text{ (দেখানো হলো)}$
$\left(x + \frac{1}{x}\right)$		
$= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \left(x + \frac{1}{x}\right)$		



### অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-৭ ▶  $x + y = a$ ,  $x^2 + y^2 = b^2$ ,  $x^3 + y^3 = c^3$

?

ক.  $xy$ -এর মান নির্ণয় কর।

২

খ.  $a = 4$ ,  $b = 2\sqrt{2}$  হলে দেখাও যে,  $c^3 = 16$

৪

গ. দেখাও যে,  $a^3 + 2c^3 = 3ab^2$

৪

▶◀ ণনং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,  $x + y = a$

বা,  $(x + y)^2 = (a)^2$  [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

$$\text{বা, } x^2 + 2xy + y^2 = a^2$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2xy = a^2$$

$$\text{বা, } b^2 + 2xy = a^2 \quad [\because x^2 + y^2 = b^2]$$

$$\text{বা, } 2xy = a^2 - b^2 \therefore xy = \frac{a^2 - b^2}{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. দেওয়া আছে,

$$x + y = a \quad \text{এবং } x^2 + y^2 = b^2$$

$$\text{বা, } x + y = 4 \quad \text{বা, } x^2 + y^2 = (2\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা, } (x + y)^2 = (4)^2 \therefore x^2 + y^2 = 8$$

$$\text{বা, } x^2 + y^2 + 2xy = 16$$

$$\text{বা, } 8 + 2xy = 16 \quad [\because x^2 + y^2 = 8]$$

$$\text{বা, } 2xy = 16 - 8$$

$$\text{বা, } 2xy = 8 \therefore xy = 4$$

$$\text{আবার, } x^3 + y^3 = (x + y)^3 - 3xy(x + y)$$

$$= (4)^3 - 3 \cdot 4 \cdot 4 = 64 - 48 = 16$$

$$\therefore c^3 = 16 \text{ (দেখানো হলো)}$$

গ. দেওয়া আছে,  $x + y = a$ ,  $x^2 + y^2 = b^2$

$$\text{এবং } x^3 + y^3 = c^3$$

$$\text{বামপর্ব } = a^3 + 2c^3 = (x + y)^3 + 2(x^3 + y^3)$$

$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 2x^3 + 2y^3$$

$$= x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3 + 2x^3 + 2y^3$$

$$= 3x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + 3y^3$$

$$= 3(x^3 + x^2y + xy^2 + y^3)$$

$$= 3\{x^2(x + y) + y^2(x + y)\}$$

$$= 3(x + y)(x^2 + y^2) = 3ab^2$$

[মান বসিয়ে]

$$= \text{ডানপর্ব}$$

$$\therefore a^3 + 2c^3 = 3ab^2 \text{ (দেখানো হলো)}$$

প্রশ্ন-৮ ▶  $x = \sqrt{\frac{15x + 1}{6}}$

ক. দেখাও যে,  $2x - \frac{1}{3x} = 5$  ২

খ.  $4x^2 + \frac{1}{9x^2}$  এবং  $8x^3 - \frac{1}{27x^3}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $2x - \frac{1}{5x} = 5$  হলে প্রমাণ কর যে,  $40x^3 - \frac{1}{25x^3} = 655$  ৪

▶◀ ণনং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,  $x = \sqrt{\frac{15x + 1}{6}}$

$$\text{বা, } x^2 = \frac{15x + 1}{6} \text{ [বর্গ করে]}$$

$$\text{বা, } 6x^2 = 15x + 1$$

$$\text{বা, } 6x^2 - 1 = 15x$$

$$\text{বা, } \frac{6x^2 - 1}{3x} = \frac{15x}{3x} \text{ [উভয়পর্বকে } 3x \text{ দ্বারা ভাগ করে]}$$

$$\text{বা, } \frac{6x^2}{3x} - \frac{1}{3x} = 5$$

$$\therefore 2x - \frac{1}{3x} = 5 \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. 'ক' হতে পাই,  $2x - \frac{1}{3x} = 5$

$$\text{প্রদত্ত প্রথম রাশি} = 4x^2 + \frac{1}{9x^2} = (2x)^2 + \left(\frac{1}{3x}\right)^2$$

$$\left(\frac{1}{3x}\right)^2$$

$$= \left(2x - \frac{1}{3x}\right)^2 + 2 \cdot 2x \cdot \frac{1}{3x}$$

$$= (5)^2 + \frac{4}{3} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 25 + \frac{4}{3} = \frac{75 + 4}{3} = \frac{79}{3}$$

(Ans.)

$$\text{প্রদত্ত দ্বিতীয় রাশি} = 8x^3 - \frac{1}{27x^3} =$$

$$(2x)^3 - \left(\frac{1}{3x}\right)^3$$

$$= \left(2x - \frac{1}{3x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{1}{3x} \left(2x - \frac{1}{3x}\right)$$

$$= (5)^3 + 2 \times 5 \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 125 + 10 = 135$$

(Ans.)

গ. দেওয়া আছে,  $2x - \frac{1}{5x} = 5$

$$\text{বামপক্ষ} = 40x^3 - \frac{1}{25x^3} = 5$$

$$\left(8x^3 - \frac{1}{125x^3}\right)$$

$$= 5 \left\{ (2x)^3 - \left(\frac{1}{5x}\right)^3 \right\}$$

$$= 5$$

$$\left\{ \left(2x - \frac{1}{5x}\right)^3 + 3 \cdot 2x \cdot \frac{1}{5x} \left(2x - \frac{1}{5x}\right) \right\}$$

$$= 5 \{ (5)^3 + 3 \cdot 2 \cdot \frac{1}{5} \cdot 5 \} \text{ [মান বসিয়ে]}$$

$$= 5(125 + 6) = 5 \times 131 = 655$$

$$= \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 40x^3 - \frac{1}{25x^3} = 655 \text{ (প্রমাণিত)}$$

**প্রশ্ন-৯ ▶**  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

ক.  $2x - \frac{2}{x} =$  কত? ২

**?** খ. প্রমাণ কর যে,  $8 \left( x^3 - \frac{1}{x^3} \right) = 63$  8

গ.  $3p - \frac{3}{p} = 12$  হলে দেখাও যে,  $\frac{1}{19}$

$$\left( p^3 - \frac{1}{p^3} \right) = 4$$

8

▶▶ ৯নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,  $2x^2 - 3x - 2 = 0$

বা,  $2x^2 - 2 = 3x$

বা,  $\frac{2x^2 - 2}{x} = 3$  [x দ্বারা ভাগ করে]

বা,  $\frac{2x^2}{x} - \frac{2}{x} = 3 \therefore 2x - \frac{2}{x} = 3$

(Ans.)

খ. 'ক' থেকে পাই,  $2x - \frac{2}{x} = 3$

বা,  $2 \left( x - \frac{1}{x} \right) = 3 \therefore x - \frac{1}{x} = \frac{3}{2}$

$$\text{বামপক্ষ} = 8 \left( x^3 - \frac{1}{x^3} \right)$$

$$= 8 \left\{ \left( x - \frac{1}{x} \right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left( x - \frac{1}{x} \right) \right\}$$

$$= 8 \left\{ \left( \frac{3}{2} \right)^3 + 3 \cdot \frac{3}{2} \right\}$$

$$= 8 \left( \frac{27}{8} + \frac{9}{2} \right) = 8 \left( \frac{27 + 36}{8} \right) = 8 \times$$

$$\frac{63}{8} = 63 = \text{ডানপক্ষ}$$

$$\therefore 8 \left( x^3 - \frac{1}{x^3} \right) = 63 \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. দেওয়া আছে,  $3p - \frac{3}{p} = 12$

বা,  $3 \left( p - \frac{1}{p} \right) = 12$

$\therefore p - \frac{1}{p} = 4$  [উভয়পক্ষকে 3 দ্বারা ভাগ করে]

$$\text{বামপক্ষ} = \frac{1}{19} \left( p^3 - \frac{1}{p^3} \right) = \frac{1}{19} \left\{ p^3 - \left( \frac{1}{p} \right)^3 \right\}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{19} \\
 &\left\{ \left( p - \frac{1}{p} \right)^3 + 3 \cdot p \cdot \frac{1}{p} \left( p - \frac{1}{p} \right) \right\} \\
 &= \frac{1}{19} (4^3 + 3 \cdot 4) [\because p - \frac{1}{p} = 4] \\
 &= \frac{1}{19} (64 + 12) = \frac{1}{19} \times 76 = 4 \\
 &= \text{ডানপক্ষ} \\
 &\therefore \frac{1}{19} \left( p^3 - \frac{1}{p^3} \right) = 4 \text{ (দেখানো হলো)}
 \end{aligned}$$

**প্রশ্ন-১০ ▶**  $\sqrt{x} = \sqrt{2} + 1$

ক.  $x =$  কত?

২

খ.  $x^3 + \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর।

৪

গ.  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$  হলে প্রমাণ কর যে,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

৪

▶▶ ১০নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,  $\sqrt{x} = \sqrt{2} + 1$

বা,  $(\sqrt{x})^2 = (\sqrt{2} + 1)^2$  [বর্গ করে]

$$\text{বা, } x = (\sqrt{2})^2 + 2 \cdot \sqrt{2} \cdot 1 + 1^2$$

$$\text{বা, } x = 2 + 2\sqrt{2} + 1$$

$$\therefore x = 3 + 2\sqrt{2} \text{ (Ans.)}$$

খ. 'ক' হতে পাই,  $x = 3 + 2\sqrt{2}$

$$\begin{aligned}
 \therefore \frac{1}{x} &= \frac{1}{3 + 2\sqrt{2}} \\
 &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{(3 + 2\sqrt{2})(3 - 2\sqrt{2})} \\
 &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{3 - 2\sqrt{2}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{3 - 2\sqrt{2}}{9 - 8} = \\
 &\frac{3 - 2\sqrt{2}}{1} = 3 - 2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore x + \frac{1}{x} &= 3 + 2\sqrt{2} + 3 - 2\sqrt{2} = 6
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + \frac{1}{x^3} = \left( x + \frac{1}{x} \right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left( x + \frac{1}{x} \right) \\
 &= 6^3 - 3 \times 6 = 216 - 18 = 198 \text{ (Ans.)}
 \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

$$\text{বা, } \frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x^6 + 1 = 18\sqrt{3}x^3$$

$$\text{বা, } x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - (9\sqrt{3})^2 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3 - 9\sqrt{3})^2 - 243 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$$

$$\text{বা, } (x^3 - 9\sqrt{3})^2 = (11\sqrt{2})^2$$

$$\text{বা, } x^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } x^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } x^3 = 3\sqrt{3} + 6\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 2\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } x^3 = (\sqrt{3})^3 + 3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$$

$$\text{বা, } x^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$$

$$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

**প্রশ্ন-১১ ▶**  $x + \frac{1}{x} = 3$



?

ক.  $x^3 + \frac{1}{x^3} =$  কত? ২

খ.  $x^4 + x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4}$  এর মান বের কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $x^7 + \frac{1}{x^7} = 843$  ৪

▶◀ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. দেওয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^3 + \frac{1}{x^3} = x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\ &= \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \\ &\quad \left(x + \frac{1}{x}\right) \\ &= 3^3 - 3 \cdot 3 \quad [\text{মান বসিয়ে}] \\ &= 27 - 9 = 18 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

খ. দেওয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 3$

$$\begin{aligned} \text{প্রদত্ত রাশি} &= x^4 + x^3 + x^2 + \frac{1}{x^2} \\ &\quad + \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^4} \\ &= \left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) + \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) + \\ &\quad \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) \\ &= (x^2)^2 + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 + x^3 + \left(\frac{1}{x}\right)^3 \\ &\quad + x^2 + \left(\frac{1}{x}\right)^2 \\ &= \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 - 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \\ &\quad \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 \\ &\quad - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \left(x + \frac{1}{x}\right) + \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left\{ \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} \right\}^2 - 2 + 3^3 \\ &\quad - 3 \times 3 + 3^2 - 2 \\ &= (3^2 - 2)^2 + 27 - 9 + 9 - 4 \\ &= (9 - 2)^2 + 23 = 7^2 + 23 = 49 \\ &\quad + 23 = 72 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$

গ. দেওয়া আছে,  $x + \frac{1}{x} = 3$

বা,  $\left(x + \frac{1}{x}\right)^2 = 3^2$  [উভয়পক্ষে বর্গ করে]

বা,  $x^2 + 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} = 9$

বা,  $x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} = 9$

বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 9 - 2$

বা,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 7$

বা,  $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 7^2$  [পুনরায় বর্গ করে]

বা,  $(x^2)^2 + 2 \cdot x^2 \cdot \frac{1}{x^2} + \left(\frac{1}{x^2}\right)^2 = 49$

বা,  $x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 49$

বা,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 49 - 2$

$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 47 \dots\dots\dots(i)$

‘ক’ হতে পাই,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18$   
 .....(ii)

(i) নং সমীকরণকে (ii) নং সমীকরণ দ্বারা গুণ করে পাই,

$$\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^4 + \frac{1}{x^4}\right) = 47 \times 18$$

$$\text{বা, } x^7 + \frac{1}{x} + x + \frac{1}{x^7} = 846$$

$$\text{বা, } x^7 + \frac{1}{x^7} = 846 - \left(x + \frac{1}{x}\right) = 846 - 3 = 843$$

$$\therefore x^7 + \frac{1}{x^7} = 843 \text{ (প্রমাণিত)}$$

**প্রশ্ন-১২ ▶**  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

- ?** ক. দেখাও যে,  $x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$  ২  
খ. প্রমাণ কর যে,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$  ৪  
গ.  $x^5 + \frac{1}{x^5}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

▶▶ ১২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. দেওয়া আছে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}$

$$\text{বা, } \frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$$

$$\text{বা, } x^6 + 1 = 18\sqrt{3}x^3$$

$$\text{বা, } x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$$

$$\therefore x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0 \text{ (দেখানো হলো)}$$

খ. 'ক' হতে পাই,

$$x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 1 = 0$$

$$\text{বা, } x^6 - 18\sqrt{3}x^3 + 243 - 242 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3)^2 - 2 \cdot x^3 \cdot 9\sqrt{3} + (9\sqrt{3})^2 - 242 = 0$$

$$\text{বা, } (x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 242$$

$$\text{বা, } (x^3 - 9\sqrt{3})^2 = 121 \times 2$$

$$\text{বা, } x^3 - 9\sqrt{3} = 11\sqrt{2} \text{ [বর্গমূল করে]}$$

$$\text{বা, } x^3 = 9\sqrt{3} + 11\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } x^3 = 3\sqrt{3} + 9\sqrt{2} + 6\sqrt{3} + 2\sqrt{2}$$

$$\text{বা, } x^3 = (\sqrt{3})^3 + 3 \cdot (\sqrt{3})^2 \cdot \sqrt{2} + 3 \cdot \sqrt{3} \cdot (\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^3$$

$$\text{বা, } x^3 = (\sqrt{3} + \sqrt{2})^3$$

$$\therefore x = \sqrt{3} + \sqrt{2} \text{ (প্রমাণিত)}$$

গ. 'খ' অংশ থেকে,  $x = \sqrt{3} + \sqrt{2}$

$$\therefore \frac{1}{x} = \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}$$

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3} + \sqrt{2})(\sqrt{3} - \sqrt{2})}$$

[ লব ও হরকে  $\sqrt{3} - \sqrt{2}$  দ্বারা গুণ

$$= \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{(\sqrt{3})^2 - (\sqrt{2})^2} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{3 - 2} =$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{2}$$

$$\therefore x + \frac{1}{x} = \sqrt{3} + \sqrt{2} + \sqrt{3} - \sqrt{2} = 2\sqrt{3}$$

$$\text{এখন, } x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$$

$$= (2\sqrt{3})^2 - 2$$

$$= 12 - 2 = 10$$

$$\text{আবার, } \left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right)\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + \left(x + \frac{1}{x}\right)$$

$$\text{বা, } 18\sqrt{3} \times 10 = x^5 + \frac{1}{x^5} + 2\sqrt{3}$$

$$\left[\because x^3 + \frac{1}{x^3} = 18\sqrt{3}\right]$$

$$\text{বা, } x^5 + \frac{1}{x^5} = 180\sqrt{3} - 2\sqrt{3}$$

$$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 178\sqrt{3} \text{ (Ans.)}$$



প্রশ্ন-১৩ ▶  $a = \sqrt{6} + \sqrt{5}$  হলে,

ক. দেখাও যে,  $\frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$ . ২

? খ.  $\frac{a^6 - 1}{a^3}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $a^6 - \frac{1}{a^6} = 1932\sqrt{30}$  ৪

▶▶ ১৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. সৃজনশীল ৩ (ক) নং সমাধান দেখ।

খ. প্রদত্ত রাশি  $= \frac{a^6 - 1}{a^3} = \frac{a^6}{a^3} - \frac{1}{a^3} = a^3 - \frac{1}{a^3}$   
 $= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3.a.\frac{1}{a}\left(a - \frac{1}{a}\right)$   
 $= \left(a - \frac{1}{a}\right)^3 + 3\left(a - \frac{1}{a}\right)$   
 $= (2\sqrt{5})^3 + 3.2\sqrt{5} \quad [\because a = \sqrt{6} + \sqrt{5} \text{ এবং } \frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}]$   
 $= 8.5\sqrt{5} + 6\sqrt{5} = 40\sqrt{5} + 6\sqrt{5}$

(Ans.)

গ. সৃজনশীল ৩ (গ) নং সমাধান দেখ।

প্রশ্ন-১৪ ▶ কোনো সংখ্যা ও ঐ সংখ্যার গুণাত্মক বিপরীত সংখ্যার সমষ্টি ৫.

ক. সংখ্যাটিকে  $x$  চলকে প্রকাশ করে উপরের তথ্যকে একটি সমীকরণের মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২

? খ.  $x^3 - \frac{1}{x^3}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 2525$  ৪

▶▶ ১৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. মনে করি, সংখ্যাটি  $x$

তথ্যমতে, সমীকরণ গঠন করা হলো  $x + \frac{1}{x} = 5$

5 (Ans.)

খ. 'ক' হতে পাই,  $x + \frac{1}{x} = 5$

$\therefore \left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 4 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 - 4 = 25 - 4 = 21$

$\therefore x - \frac{1}{x} = \sqrt{21}$

এখন,  $x^3 - \frac{1}{x^3} = \left(x - \frac{1}{x}\right)^3 + 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$

$\left(x - \frac{1}{x}\right)^3 = (\sqrt{21})^3 + 3 \cdot \sqrt{21}$   
 $= 21\sqrt{21} + 3\sqrt{21} = 24\sqrt{21}$

(Ans.)  $\frac{1}{a} = \sqrt{6} - \sqrt{5}$

গ. 'ক' হতে পাই,  $x + \frac{1}{x} = 5$

এখন,  $x^2 + \frac{1}{x^2} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 - 2 \cdot x \cdot \frac{1}{x} = 5^2 - 2 = 25 - 2 = 23$

আবার,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = \left(x + \frac{1}{x}\right)^3 - 3 \cdot x \cdot \frac{1}{x}$   
 $= 5^3 - 3.5 = 125 - 15 = 110$

$\therefore \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 + \frac{1}{x^3}\right) = x^5 + \frac{1}{x^5} + x + \frac{1}{x}$

বা,  $23 \times 110 = x^5 + \frac{1}{x^5} + 5$

বা,  $x^5 + \frac{1}{x^5} = 2530 - 5$

$\therefore x^5 + \frac{1}{x^5} = 2525$  (প্রমাণিত)



## সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ



**প্রশ্ন-১৫ ▶**  $a = 6, b = 3$  ও  $c = 5$

ক.  $8a^3 - 72a^2 + 216a - 216$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $(4a - 3b)^3 - 3(4a - 3b)^2(2a - 3b) + 3(4a - 3b)(2a - 3b)^2 - (2a - 3b)^3$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $(a + b + c)^3 - (a - b - c)^3 - 6(b + c)\{a^2 - (b + c)^2\}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 216; খ. 1728; গ. 4096

**প্রশ্ন-১৬ ▶**  $a + b = m, a^2 + b^2 = n, a^3 + b^3 = p^3$  হলে—

ক.  $ab$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ. দেখাও যে,  $a^3 + b^3 + 3abm = m^3$  ৪

গ. দেখাও যে,  $m^3 + 2p^3 = 3mn$  ৪

উত্তর : ক.  $\frac{m^2 - n}{2}$

**প্রশ্ন-১৭ ▶**  $x^2 - 4x - 1 = 0$  হলে —

ক. দেখাও যে,  $x - \frac{1}{x} = 4$  ২

খ. প্রমাণ কর যে,  $x^4 + \frac{1}{x^4} = 322$  ৪

গ.  $x^5 - \frac{1}{x^5}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : গ. 1364

**প্রশ্ন-১৮ ▶**  $x = 19, y = -12$  হলে,

ক.  $(x + y)(x^2 - xy + y^2)$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $8x^3 + 36x^2y + 54xy^2 + 27y^3$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. সরল কর :  $(2x + 3y - 4z)^3 + (2x - 3y + 4z)^3 + 12x\{4x^2 - (3y - 4z)^2\}$  ৪

উত্তর : ক. 5131; খ. 8; গ.  $64x^3$

**প্রশ্ন-১৯ ▶**  $a - b = 5, ab = 36$  হলে,

ক.  $a + b$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $a^3 - b^3$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ.  $a^6 - b^6$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

উত্তর : ক. 13; খ. 665; গ. 527345

**প্রশ্ন-২০ ▶**  $x + y = 5$  এবং  $xy = 4$  হলে,

ক.  $x - y$  এর মান নির্ণয় কর। [যেখানে  $x > y$ ] ২

খ.  $x^3 - y^3 + 8(x^2 - y^2)$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে,  $3x^3 + 3y^3 - 2x^2 - 3xy - 2y^2 = 149$ . ৪

উত্তর : ক. 3; খ. 183

**প্রশ্ন-২১ ▶**  $x^2 - 2\sqrt{6} = 5$

ক.  $x$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রমাণ কর যে,  $\frac{x^6 + 1}{x^3} = 18\sqrt{3}$  ৪

উত্তর : ক.  $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ ; খ. 10

**প্রশ্ন-২২ ▶**  $x - \frac{1}{x} = 2$

ক.  $x^2 + \frac{1}{x^2}$  এর মান নির্ণয় কর। ২

খ.  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  এর মান নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে,  $x^3 + \frac{1}{x^3} = 10\sqrt{2}$  ৪

উত্তর : ক. 6; খ. 34

<b>প্রশ্ন-২৩ ►</b> $(a + b)^3 - 3ab(a + b) - 2b^3 = 513$ এবং $a - b = 3$ .	ক. $x$ এর মান নির্ণয় কর। ২
ক. প্রমাণ কর যে, $a^3 - b^3 = 513$ . ২	খ. দেখাও যে, $x^3 + \frac{1}{x^3} = 42\sqrt{6}$ ৪
খ. $ab$ এর মান নির্ণয় কর। ৪	গ. $\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)\left(x^3 - \frac{1}{x^3}\right)$ এর মান নির্ণয় কর। ৪
গ. দেখাও যে, $57(a^2 + b^2) = 13(a^3 - b^3)$ ৪	উত্তর : ক. $\sqrt{6} + \sqrt{5}$ ; খ. $1012\sqrt{5}$
উত্তর : খ. 54	
<b>প্রশ্ন-২৪ ►</b> $x^2 - 2\sqrt{30} - 11 = 0$ ; $x > 0$	