প্রথম অধ্যায়

বাস্তব সংখ্যা

পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি

- **স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Number) :** 1, 2, 3, 4, ········ ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা বলে। 2, 3, 5, 7, ······ ইত্যাদি মৌলিক সংখ্যা এবং 4, 6, 8, 9, ········· ইত্যাদি যৌগিক সংখ্যা।
- **পূর্ণসংখ্যা (Integer) :** শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাসমূহকে পূর্ণসংখ্যা বলা হয়। অর্থাৎ ······ –3, – 2, – 1, 0, 1, 2, 3, ········ইত্যাদি পূর্ণসংখ্যা।
- **ভগ্নাংশ সংখ্যা (Fractional Number) :** p, q পরস্পর সহমৌলিক, $q \neq 0$ এবং $q \neq 1$ হলে, $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে ভগ্নাংশ সংখ্যা বলে। যেমন : $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-5}{3}$ ইত্যাদি ভগ্নাংশ সংখ্যা।
- $p < q$ হলে ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $p > q$ হলে ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন : $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4},$ ·········· ইত্যাদি প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4},$ ·········ইত্যাদি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।
- **মূলদ সংখ্যা (Rational Number) :** p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ হলে, $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়।

  যেমন : $\frac{3}{1} = 3, \frac{11}{2} = 5{\cdot}5, \frac{5}{3} = 1{\cdot}666\cdots$ ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা।
- **অমূলদ সংখ্যা (Irrational Number) :** যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূ প যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা।

  যেমন : $\sqrt{2} = 1{\cdot}414213\ \cdots, \sqrt{3} = 1{\cdot}732\cdots, \frac{\sqrt{5}}{2} = 1{\cdot}58113$ ····· ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা।

  অমূলদ সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায় না।
- **দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা :** মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যাকে দশমিকে প্রকাশ করা হলে একে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

যেমন : $3 = 3{\cdot}0, \frac{5}{2} = 2{\cdot}5, \frac{10}{3} = 3{\cdot}3333 \cdots\cdots, \sqrt{3} = 1{\cdot}732 \cdots\cdots$ ইত্যাদি দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা।

- **বাস্তব সংখ্যা (Real Number) :** সকল মূলদ সংখ্যা এবং অমূলদ সংখ্যাকে বাস্তব সংখ্যা বলা হয়।
- **ধনাত্মক সংখ্যা (Positive Number) :** শূন্য অপেৰা বড় সকল বাস্তব সংখ্যাকে ধনাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন : $1, 2, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \sqrt{2}, 0{\cdot}415, 0{\cdot}6\dot{2}, 4{\cdot}120345061, \cdots\cdots$ ইত্যাদি ধনাত্মক সংখ্যা।

- **ঋণাত্মক সংখ্যা (Negative Number) :** শূন্য অপেৰা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যাকে ঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন : $-1, -2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\sqrt{2}, -0{\cdot}415, -0{\cdot}6\dot{2}, -4{\cdot}120345061$ ইত্যাদি ঋণাত্মক সংখ্যা।

- **অঋণাত্মক সংখ্যা (Non-negative Number) :** শূন্যসহ সকল ধনাত্মক সংখ্যাকে অঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন : $0, 3, \frac{1}{2}, 0{\cdot}612, 1{\cdot}\dot{3}, 2{\cdot}120345\cdots\cdots\cdots$ ইত্যাদি অঋণাত্মক সংখ্যা।

প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন ॥ ১ ॥ প্রমাণ কর যে, (ক) $\sqrt{5}$ (খ) $\sqrt{7}$ (গ) $\sqrt{10}$ প্রত্যেকে অমূলদ সংখ্যা

সমাধান : (ক) এখানে, $2^2 = 4; 3^2 = 9$ এবং $(\sqrt{5})^2 = 5$

সুতরাং $\sqrt{5}$, 2 অপেৰা বড় কিন্তু 3 অপেৰা ছোট সংখ্যা।

অতএব, $\sqrt{5}$ পূর্ণসংখ্যা নয়। অর্থাৎ $\sqrt{5}$ মূলদ বা অমূলদ সংখ্যা।

মনে করি, $\sqrt{5}$ মূলদ সংখ্যা।

তাহলে ধরি, $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, $q \neq 0$ এবং p, q সহমৌলিক, $q > 1\cdot$

বা, $5 = \frac{p^2}{q^2}$; বর্গ করে

বা, $5q = \frac{p^2}{q}$; উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে।

এখানে, 5q স্পষ্টত পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়। কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

সুতরাং, 5q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $5q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{5}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না,

অর্থাৎ, $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

অতএব, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

(খ) এখানে, $4 < 7 < 9$

বা, $\sqrt{4} < \sqrt{7} < \sqrt{9}$

বা, $2 < \sqrt{7} < 3$

$\therefore$ $\sqrt{7}$, 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা

অতএব, $\sqrt{7}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, অর্থাৎ $\sqrt{7}$ মূলদ বা অমূলদ সংখ্যা

মনে করি, $\sqrt{7}$ মূলদ সংখ্যা।

তাহলে ধরি, $\sqrt{7} = \frac{p}{q}$; যেখানে p, q স্বাভাবিক সংখ্যা $q \neq 0$ এবং p,q সহমৌলিক, $q > 1$

বা, $7 = \frac{p^2}{q^2}$; উভয় পক্ষকে বর্গ করে

বা, $7q = \frac{p^2}{q}$; উভয় পৰকে q দ্বারা গুণ করে।

এখানে, 7q স্পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

$\therefore$ 7q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $7q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{7}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারে কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

অর্থাৎ, $\sqrt{7} \neq \frac{p}{q}$

অতএব, $\sqrt{7}$ একটি অমূলদ সংখ্যা **(প্রমাণিত)**

(গ) এখানে, $9 < 10 < 16$

বা, $\sqrt{9} < \sqrt{10} < \sqrt{16}$

বা, $3 < \sqrt{10} < 4$

$\therefore$ $\sqrt{10}$, 3 অপেক্ষা বড় কিন্তু 4 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।

অতএব, $\sqrt{10}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়, অর্থাৎ $\sqrt{10}$ মূলদ বা অমূলদ সংখ্যা

মনে করি, $\sqrt{10}$ মূলদ সংখ্যা।

তাহলে ধরি, $\sqrt{10} = \frac{p}{q}$; যেখানে p, q স্বাভাবিক সংখ্যা, $q \neq 0$ এবং p, q সহমৌলিক, $q > 1$

বা, $10 = \frac{p^2}{q^2}$; উভয় পক্ষকে বর্গ করে

বা, $10q = \frac{p^2}{q}$; উভয়পৰকে q দ্বারা গুণ করে।

এখানে, 10q পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

$\therefore$ 10q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না। অর্থাৎ $10q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{10}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না,

অর্থাৎ $\sqrt{10} \neq \frac{p}{q}$

অতএব, $\sqrt{10}$ একটি অমূলদ সংখ্যা **(প্রমাণিত)**

২। (ক) 0·31 এবং 0·12 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : মনে করি, একটি সংখ্যা, a = 0·30300300030·····

এবং অপর সংখ্যা, b = 0·2020020002······

স্পষ্টত : a ও b উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই 0·31 অপেৰা ছোট এবং 0·12 অপেৰা বড়

অর্থাৎ, $0{\cdot}31 > 0{\cdot}3030030003\cdots\cdots > 0{\cdot}12$

এবং $0{\cdot}31 > 0{\cdot}2020020002\cdots\cdots > 0{\cdot}12$

আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা, যা 0·31 এবং 0·12 এর মাঝে অবস্থিত।

নির্ণেয় সংখ্যা, 0·3030030003············

এবং 0·2020020002·············

[বি. দ্র. : এরূপ অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।]

(খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং $\sqrt{2}$ এর মধ্যে একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান : ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে পাই,

$\frac{1}{\sqrt{2}} = 0{\cdot}7071$ এবং $\sqrt{2} = 1{\cdot}4142$

মনে করি, একটি সংখ্যা $a = \frac{7}{5} = 1{\cdot}4$

এবং অপর সংখ্যা b = 1·404004000400004····

স্পষ্টত : a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\frac{1}{\sqrt{2}}$ অপেৰা বড় এবং $\sqrt{2}$ অপেৰা ছোট।

অর্থাৎ, $0{\cdot}7071 < 1{\cdot}4 \cdots\cdots\cdots < 1{\cdot}4142$

এবং $0{\cdot}7071 < 1{\cdot}404004000400004\cdots\cdots < 1{\cdot}4142$

আবার, a কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

এখন, 0·7071 ও 1·4142 এর মাঝে a ও b অবস্থিত এবং a মূলদ সংখ্যা ও b অমূলদ সংখ্যা।

শর্তমতে, a মূলদ সংখ্যা ও b অমূলদ সংখ্যা যা 0·7071 এবং 1·4142 এর মাঝে অবস্থিত।

নির্ণেয় মূলদ সংখ্যা, $\frac{7}{5}$ বা, 1·4

এবং অমূলদ সংখ্যা 1·404004000400004 .....

[বি. দ্র. : এরূপ অসংখ্য মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।]

প্রশ্ন ॥ ৩ ॥ (ক) প্রমাণ কর যে, যেকোনো বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।

সমাধান : মনে করি, n একটি বিজোড় সংখ্যা

$\therefore n = 2x - 1$; যেখানে x একটি পূর্ণ সংখ্যা

$\therefore n^2 = (2x - 1)^2$; উভয়পৰকে বর্গ করে

$= (2x)^2 - 2{\cdot}2x{\cdot}1 + (1)^2$

$= 4x^2 - 4x + 1 = 4x(x - 1) + 1$

এখানে, $4x(x - 1)$ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য। অর্থাৎ জোড় সংখ্যা।

$\therefore 4x(x - 1) + 1$ সংখ্যাটি বিজোড় সংখ্যা।

অতএব, n^2 বিজোড় সংখ্যা।

সুতরাং সকল বিজোড় পূর্ণ সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা **(প্রমাণিত)**

(খ) প্রমাণ কর যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 (আট) দ্বারা বিভাজ্য।

সমাধান : মনে করি, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা যথাক্রমে $2x$ ও $2x + 2$

ক্রমিক সংখ্যা দুইটির গুণফল, $2x \times (2x + 2)$; যেখানে x যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা।

$\therefore\ 2x \times (2x + 2) = 2x\,(2x + 2) = 4x^2 + 4x = 4x\,(x + 1)$

এখানে, x ও $x + 1$ দুইটি ক্রমিক সংখ্যা। সুতরাং এদের একটি জোড় সংখ্যা হবেই।

$\therefore$ $x(x + 1)$ সংখ্যাটি 2 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

$\therefore$ $4x(x + 1)$ সংখ্যাটি 4×2 বা 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

অতএব, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 দ্বারা বিভাজ্য হবে।

সুতরাং x এর স্বাভাবিক মান নির্বিশেষে 8 দ্বারা $4x(x + 1)$ সংখ্যাটি বিভাজ্য হবে। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন ॥ ৪ ॥ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $\mathbf{\frac{1}{6}}$

সমাধান :

$\frac{1}{6} =$

```
6) 10 (0·16666
   6
   --
   40
   36
   --
    40
    36
    --
     40
     36
     --
     40
     36
     --
      4
```

লব করি, ভগ্নাংশের লবকে হর দিয়ে ভাগ করে দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত করার সময় ভাগের প্রক্রিয়া শেষ হয় নাই। দেখা যায় যে, ভাগফলে একই সংখ্যা 6 বার বার আসে। এখানে 0·16666...... একটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ = 0·16666 ...... = $0{\cdot}1\dot{6}$

(খ) $\mathbf{\frac{7}{11}}$

সমাধান :

$\frac{7}{11} =$

```
11) 70 (0·636363····
    66
    --
     40
     33
     --
      70
      66
      --
      40
      33
      --
       70
       66
       --
        4
```

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ 0·636363···· = $0{\cdot}\dot{6}\dot{3}$

(গ) **$3\frac{2}{9}$**

সমাধান :

$3\frac{2}{9} = \frac{29}{9} =$

$$
\begin{array}{r|l}
9 & 29\,(3{\cdot}2222 \\
 & 27 \\ \hline
 & 20 \\
 & 18 \\ \hline
 & 20 \\
 & 18 \\ \hline
 & 20 \\
 & 18 \\ \hline
 & 20 \\
 & 18 \\ \hline
 & 2
\end{array}
$$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $3{\cdot}2222\cdots = 3{\cdot}\dot{2}$

(ঘ) **$3\frac{8}{15}$**

সমাধান : $3\frac{8}{15} = \frac{3 \times 15 + 8}{15} = \frac{45 + 8}{15} = \frac{53}{15}$

$\frac{53}{15} =$

$$
\begin{array}{r|l}
15 & 53\,(3{\cdot}53333 \\
 & 45 \\ \hline
 & 80 \\
 & 75 \\ \hline
 & 50 \\
 & 45 \\ \hline
 & 50 \\
 & 45 \\ \hline
 & 50 \\
 & 45 \\ \hline
 & 50 \\
 & 45 \\ \hline
 & 5
\end{array}
$$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ $3{\cdot}53333\cdots = 3{\cdot}5\dot{3}$

প্রশ্ন ॥ ৫ ॥ সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) **$0{\cdot}\dot{2}$**

সমাধান : $0{\cdot}\dot{2} = {\cdot}2222\cdots\cdots$

$0{\cdot}\dot{2} \times 10 = 0{\cdot}222\cdots \times 10 = 2{\cdot}222\cdots$

এবং $0{\cdot}\dot{2} \times 1 = 0{\cdot}222\cdots \times 1 = 0{\cdot}222\cdots$

(বিয়োগ করে) $0{\cdot}\dot{2} \times 10 - 0{\cdot}\dot{2} \times 1 = 2$

বা, $0{\cdot}\dot{2}\,(10 - 1) = 2$

বা, $0{\cdot}\dot{2} \times 9 = 2$

অতএব, $0{\cdot}\dot{2} = \frac{2}{9}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{2}{9}$

(খ) **$0{\cdot}\dot{3}\dot{5}$**

সমাধান : $0{\cdot}\dot{3}\dot{5} = 0{\cdot}353535\cdots\cdots$

$0{\cdot}\dot{3}\dot{5} \times 100 = 0{\cdot}353535\cdots \times 100 = 35{\cdot}353535\cdots$

এবং $0{\cdot}\dot{3}\dot{5} \times 1 = 0{\cdot}353535\cdots \times 1 = 0{\cdot}353535\cdots$

(বিয়োগ করে) $0{\cdot}\dot{3}\dot{5} \times (100 - 1) = 35$

বা, $0{\cdot}\dot{3}\dot{5} \times 99 = 35$

$\therefore\ 0{\cdot}\dot{3}\dot{5} = \frac{35}{99}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{35}{99}$

(গ) **$0{\cdot}1\dot{3}$**

সমাধান : $0{\cdot}1\dot{3} = 0{\cdot}13333\cdots\cdots$

$0{\cdot}1\dot{3} \times 100 = 0{\cdot}13333\cdots \times 100 = 13{\cdot}333$

এবং $0{\cdot}1\dot{3} \times 10 = 0{\cdot}1333\cdots \times 10 = 1{\cdot}333$

(বিয়োগ করে) $0{\cdot}1\dot{3} \times (100 - 10) = 13 - 1$

বা, $0{\cdot}1\dot{3} \times 90 = 12$ বা, $0{\cdot}1\dot{3} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $\frac{2}{15}$

(ঘ) **$3{\cdot}7\dot{8}$**

সমাধান : $3{\cdot}7\dot{8} = 3{\cdot}78888\cdots\cdots$

$3{\cdot}7\dot{8} \times 100 = 3{\cdot}78888\cdots \times 100 = 378{\cdot}8888\cdots$

এবং $3{\cdot}7\dot{8} \times 10 = 3{\cdot}78888\cdots \times 10 = 37{\cdot}8888\cdots$

(বিয়োগ করে) $3{\cdot}7\dot{8} \times (100 - 10) = 378 - 37$

বা, $3{\cdot}7\dot{8} \times 90 = 341$ বা, $3{\cdot}7\dot{8} = \frac{341}{90} = 3\frac{71}{90}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $3\frac{71}{90}$

(ঙ) **$6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9}$**

সমাধান : $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} = 6{\cdot}2309309309\cdots\cdots$

$6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} \times 10000 = 6{\cdot}2309309309\cdots \times 10000 = 62309{\cdot}309309\cdots$

এবং $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} \times 10 = 6{\cdot}2309309309\cdots \times 10 = 62{\cdot}309309309\cdots$

(বিয়োগ করে) $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} \times (10000 - 10) = 62309 - 62$

বা, $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} \times 9990 = 62247$

বা, $6{\cdot}2\dot{3}0\dot{9} = \frac{62247}{9990} = \frac{20749}{3330} = 6\frac{769}{3330}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $6\frac{769}{3330}$

প্রশ্ন ॥ ৬ ॥ সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর :

(ক) $2{\cdot}\dot{3}, 5{\cdot}2\dot{3}\dot{5}$

সমাধান : $2{\cdot}\dot{3}$, $5{\cdot}2\dot{3}\dot{5}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0, 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 ও 2। সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 হবে আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে যথাক্রমে 1 ও 2 এর ল· সা· গু· 2। অর্থাৎ সদৃশ আবৃত্ত দশমিক সংখ্যার দশমিকের পরে মোট সংখ্যা (1 + 2) = 3টি।

সুতরাং $2{\cdot}\dot{3} = 2{\cdot}3\dot{3}\dot{3}$

$5{\cdot}2\dot{3}\dot{5} = 5{\cdot}2\dot{3}\dot{5}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ : $2{\cdot}3\dot{3}\dot{3}$, $5{\cdot}2\dot{3}\dot{5}$

(খ) $7{\cdot}2\dot{6}$, $4{\cdot}23\dot{7}$

সমাধান : $7{\cdot}2\dot{6}$ ও $4{\cdot}23\dot{7}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2 । এখানে অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা $4{\cdot}23\dot{7}$ দশমিকে বেশি এবং এ সংখ্যা হলো 2। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 হবে। $7{\cdot}2\dot{6}$ ও $4{\cdot}23\dot{7}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 1। 1 ও 1এর ল· সা· গু· হলো 1। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 হবে।

সুতরাং $7{\cdot}2\dot{6} = 7{\cdot}26\dot{6}$,

$4{\cdot}23\dot{7} = 4{\cdot}23\dot{7}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ : $7{\cdot}26\dot{6}$,$4{\cdot}23\dot{7}$

(গ) $5{\cdot}\dot{7}$, $8{\cdot}\dot{3}\dot{4}$, $6{\cdot}\dot{2}4\dot{5}$

সমাধান : $5{\cdot}\dot{7}$, $8{\cdot}\dot{3}\dot{4}$ ও $6{\cdot}\dot{2}4\dot{5}$ আবৃত্ত দশমিকে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে, 0, 0 ও 0। এখানে অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা 0। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 0 হবে। $5{\cdot}\dot{7}$, $8{\cdot}\dot{3}\dot{4}$ ও $6{\cdot}\dot{2}4\dot{5}$ আবৃত্ত দশমিকে আবৃত্ত অংশের সংখ্যা যথাক্রমে 1, 2 ও 3। 1, 2 ও 3 এর ল·সা·গু· হলো 6। তাই সদৃশ আবৃত্ত দশমিক করতে হলে প্রত্যেকটি দশমিকের আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 6 হবে।

সুতরাং $5{\cdot}\dot{7} = 5{\cdot}\dot{7}7777\dot{7}$,

$8{\cdot}\dot{3}\dot{4} = 8{\cdot}\dot{3}4343\dot{4}$ ও $6{\cdot}\dot{2}4\dot{5} = 6{\cdot}\dot{2}4524\dot{5}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ : $5{\cdot}\dot{7}7777\dot{7}$, $8{\cdot}\dot{3}4343\dot{4}$ ও $6{\cdot}\dot{2}4524\dot{5}$

(ঘ) $12{\cdot}32$, $2{\cdot}1\dot{9}$, $4{\cdot}32\dot{5}\dot{6}$

সমাধান : $12{\cdot}32$ এ অনাবৃত্ত অংশ বলতে দশমিক বিন্দুর পরে 2টি অঙ্ক এখানে আবৃত্ত অংশ নেই। $2{\cdot}19$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1, $4{\cdot}3256$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2। এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সবচেয়ে বেশি হলো 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 ও 2 এর ল· সা· গু· 2। প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2।

$\therefore\ 12{\cdot}32 = 12{\cdot}32\dot{0}\dot{0}$

$2{\cdot}1\dot{9} = 2{\cdot}19\dot{9}\dot{9}$

ও $4{\cdot}32\dot{5}\dot{6} = 4{\cdot}32\dot{5}\dot{6}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ : $12{\cdot}32\dot{0}\dot{0}$, $2{\cdot}19\dot{9}\dot{9}$ ও $4{\cdot}32\dot{5}\dot{6}$

প্রশ্ন ॥ ৭ ॥ যোগ কর :

(ক) $0{\cdot}4\dot{5} + 0{\cdot}13\dot{4}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1।

$$\begin{array}{rl}
\therefore\quad 0{\cdot}4\dot{5} = 0{\cdot}45\dot{5} & 5 \\
0{\cdot}13\dot{4} = 0{\cdot}13\dot{4} & 4 \\ \hline
0{\cdot}58\dot{9} & 9
\end{array}$$

$\therefore\ 0{\cdot}4\dot{5} + 0{\cdot}13\dot{4} = 0{\cdot}58\dot{9}$

নির্ণেয় যোগফল $0{\cdot}58\dot{9}$

(খ) $2{\cdot}0\dot{5} + 8{\cdot}0\dot{4} + 7{\cdot}018$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 3 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক হবে 1 ও 1 এর ল.সা.গু. 1।

প্রথমে তিনটি আবৃত্ত দশমিককে সদৃশ করা হয়েছে।

$2{\cdot}0\dot{5} \quad = 2{\cdot}055\dot{5} \mid 5$

$8{\cdot}0\dot{4} \quad = 8{\cdot}044\dot{4} \mid 4$

$\underline{7{\cdot}018 \quad = 7{\cdot}018\dot{0} \mid 0}$

$\qquad 17{\cdot}117\dot{9} \mid 9$

$\therefore\ 2{\cdot}0\dot{5} + 8{\cdot}0\dot{4} + 7{\cdot}018 = 17{\cdot}117\dot{9}$

নির্ণেয় যোগফল $17{\cdot}117\dot{9}$

(গ) $0{\cdot}00\dot{6} + 0{\cdot}\dot{9}\dot{2} + 0{\cdot}0\dot{1}3\dot{4}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক হবে 1, 2 ও 3 এর ল.সা.গু. 6।

প্রথমে তিনটি আবৃত্ত দশমিককে সদৃশ করা হয়েছে।

$0{\cdot}00\dot{6} \quad = 0{\cdot}00\dot{6}6666\dot{6} \mid 66$

$0{\cdot}\dot{9}\dot{2} \quad = 0{\cdot}92\dot{9}2929\dot{2} \mid 92$

$0{\cdot}0\dot{1}3\dot{4} \quad = 0{\cdot}01\dot{3}4134\dot{1} \mid 34$

$= 0{\cdot}94\dot{9}37300\dot{0} \mid 92$

$\therefore\ 0{\cdot}00\dot{6} + 0{\cdot}\dot{9}\dot{2} + 0{\cdot}\dot{1}3\dot{4} = 0{\cdot}94\dot{9}37300\dot{0}$

নির্ণেয় যোগফল $0{\cdot}94\dot{9}37300\dot{0}$

প্রশ্ন ॥ ৮ ॥ বিয়োগ কর :

(ক) $3{\cdot}\dot{4} - 2{\cdot}1\dot{3}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$3{\cdot}\dot{4} \quad = 3{\cdot}4\dot{4} \mid 44$

$\underline{2{\cdot}1\dot{3} \quad = 2{\cdot}1\dot{3} \mid 33}$

$\qquad 1{\cdot}3\dot{1} \mid 11$

$\therefore\ 3{\cdot}\dot{4} - 2{\cdot}1\dot{3} = 1{\cdot}3\dot{1}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $1{\cdot}3\dot{1}$

(খ) $5{\cdot}\dot{1}\dot{2} - 3{\cdot}4\dot{5}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 1 এর ল.সা.গু. 2। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$5{\cdot}\dot{1}\dot{2} \quad = \mid 5{\cdot}1\dot{2}\dot{1}21$

$\underline{3{\cdot}4\dot{5} \quad = \mid 3{\cdot}4\dot{5}\dot{5}\ 55}$

$\qquad = 1{\cdot}6\dot{6}\dot{5} \mid 66$

$\therefore\ 5{\cdot}\dot{1}\dot{2} - 3{\cdot}4\dot{5} = 1{\cdot}6\dot{6}\dot{5}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $1{\cdot}6\dot{6}\dot{5}$

(গ) $8{\cdot}49 - 5{\cdot}3\dot{5}\dot{6}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$8{\cdot}49 \quad = \mid 8{\cdot}49\dot{0}\dot{0} \quad 00$

$\underline{5{\cdot}3\dot{5}\dot{6} \quad = \mid 5{\cdot}35\dot{6}\dot{5} \quad 65}$

$\qquad = 3{\cdot}13\dot{3}\dot{4} \quad 35$

$\therefore\ 8{\cdot}49 - 5{\cdot}3\dot{5}\dot{6} = 3{\cdot}13\dot{3}\dot{4}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $3{\cdot}13\dot{3}\dot{4}$

(ঘ) $19{\cdot}34\dot{5} - 13{\cdot}2\dot{3}4\dot{9}$

সমাধান : এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 ও 3 এর ল·সা·গু· 3। এখন আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$19{\cdot}34\dot{5} = 19{\cdot}34\dot{5}5\dot{5}$$
55
$$\underline{13{\cdot}2\dot{3}4\dot{9} = 13{\cdot}23\dot{4}9\dot{3}}$$
49

$$=6{\cdot}11\dot{0}6\dot{2} \quad 06$$

$$\therefore\ 19{\cdot}34\dot{5} - 13{\cdot}2\dot{3}4\dot{9} = 6{\cdot}11\dot{0}6\dot{2}$$

নির্ণেয় বিয়োগফল $6{\cdot}11\dot{0}6\dot{2}$

প্রশ্ন ॥ ৯ ॥ গুণ কর :

(ক) $\mathbf{0{\cdot}\dot{3} \times 0{\cdot}\dot{6}}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$0{\cdot}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0{\cdot}\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore\ 0{\cdot}\dot{3} \times 0{\cdot}\dot{6} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9} = 0{\cdot}\dot{2}$$

নির্ণেয় গুণফল $0{\cdot}\dot{2}$

(খ) $\mathbf{2{\cdot}\dot{4} \times 0{\cdot}\dot{8}\dot{1}}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূ পান্তর করি।

$$2{\cdot}\dot{4} = \frac{24-2}{9} = \frac{22}{9}$$

$$0{\cdot}\dot{8}\dot{1} = \frac{81-0}{99} = \frac{81}{99} = \frac{9}{11}$$

$$\therefore\ 2{\cdot}\dot{4} \times 0{\cdot}\dot{8}\dot{1} = \frac{22^{2}}{9_{1}} \times \frac{9^{1}}{11_{1}} = 2$$

নির্ণেয় গুণফল 2

(গ) $\mathbf{0{\cdot}6\dot{2} \times 0{\cdot}\dot{3}}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$0{\cdot}6\dot{2} = \frac{62-6}{90} = \frac{56}{90} = \frac{28}{45}$$

$$0{\cdot}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$\therefore\ 0{\cdot}6\dot{2} \times 0{\cdot}\dot{3} = \frac{28}{45} \times \frac{1}{3} = \frac{28}{135}$$

$$= 0{\cdot}207407407\cdots\cdots = 0{\cdot}\dot{2}07\dot{4}$$

নির্ণেয় গুণফল $0{\cdot}\dot{2}07\dot{4}$

(ঘ) $\mathbf{42{\cdot}\dot{1}\dot{8} \times 0{\cdot}2\dot{8}}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$42{\cdot}\dot{1}\dot{8} = \frac{4218-42}{99} = \frac{4176}{99}$$

$$0{\cdot}2\dot{8} = \frac{28-2}{90} = \frac{26}{90}$$

$$\therefore\ 42{\cdot}\dot{1}\dot{8} \times 0{\cdot}2\dot{8} = \frac{4176^{232}}{99} \times \frac{26}{90_{5}}$$

$$= \frac{6032}{495} = 12{\cdot}18585858\cdots\cdots = 12{\cdot}1\dot{8}\dot{5}$$

নির্ণেয় গুণফল $12{\cdot}1\dot{8}\dot{5}$

প্রশ্ন ॥ ১০ ॥ ভাগ কর :

(ক) $\mathbf{0{\cdot}\dot{3} \div 0{\cdot}\dot{6}}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$0{\cdot}\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

$$0\cdot\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

$$\therefore\ 0\cdot\dot{3} \div 0\cdot\dot{6} = \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2} = 0\cdot5$$

নির্ণেয় ভাগফল 0·5

(খ) $0\cdot3\dot{5} \div 1\cdot\dot{7}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$0\cdot3\dot{5} = \frac{35-3}{90} = \frac{32}{90} = \frac{16}{45}$$

$$1\cdot\dot{7} = \frac{17-1}{9} = \frac{16}{9}$$

$$\therefore\ 0\cdot3\dot{5} \div 1\cdot\dot{7} = \frac{16}{45} \div \frac{16}{9} = \frac{16^{1}}{45_{5}} \times \frac{9^{1}}{16_{1}} = \frac{1}{5}$$

$$= 0\cdot2$$

নির্ণেয় ভাগফল 0·2

(গ) $2\cdot3\dot{7} \div 0\cdot4\dot{5}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূ পান্তর করি।

$$2\cdot3\dot{7} = \frac{237-23}{90} = \frac{214}{90}$$

$$0\cdot4\dot{5} = \frac{45-4}{90} = \frac{41}{90}$$

$$\therefore\ 2\cdot3\dot{7} \div 0\cdot4\dot{5} = \frac{214}{90} \div \frac{41}{90} = \frac{214}{90_{1}} \times \frac{90^{1}}{41}$$

$$= \frac{214}{41} = 5\cdot2195121951\cdots$$

$$= 5\cdot\dot{2}195\dot{1}$$

নির্ণেয় ভাগফল $5\cdot\dot{2}195\dot{1}$

(ঘ) $1\cdot\dot{1}8\dot{5} \div 0\cdot\dot{2}\dot{4}$

সমাধান : প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর করি।

$$1\cdot\dot{1}8\dot{5} = \frac{1185-1}{999} = \frac{1184}{999}$$

$$0\cdot\dot{2}\dot{4} = \frac{24}{99}$$

$$\therefore\ 1\cdot\dot{1}8\dot{5} \div 0\cdot\dot{2}\dot{4} = \frac{1184}{999} \div \frac{24}{99}$$

$$= \frac{1184^{148}}{999_{111}} \times \frac{99^{11}}{24_{3}}$$

$$= \frac{1628}{333} = 4\cdot888\cdots\cdots = 4\cdot\dot{8}$$

নির্ণেয় ভাগফল $4\cdot\dot{8}$

প্রশ্ন ॥ ১১ ॥ বর্গমূল নির্ণয় কর (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূলগুলোর আসন্ন মান লেখ :

(ক) 12

সমাধান : 12 এর বর্গমূল = $\sqrt{12}$

এখন,

$$\begin{array}{r|l|l}
3 & 12\cdot000000 & 3\cdot464 \\
 & 9 & \\
\hline
64 & 300 & \\
 & 256 & \\
\hline
686 & 4400 & \\
 & 4116 & \\
\hline
6924 & 28400 & \\
 & 27696 & \\
\hline
 & 704 &
\end{array}$$

নির্ণেয় বর্গমূল 3·464····· (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান 3·46

(খ) $0\cdot\dot{2}\dot{5}$

সমাধান : $0\cdot\dot{2}\dot{5}$ এর বর্গমূল $= \sqrt{0.\dot{2}\dot{5}}$

আমরা জানি, $0\cdot\dot{2}\dot{5} = 0\cdot252525\cdots\cdots$

এখন,

$$\begin{array}{r|l|l}
5 & 0\cdot252525\cdots\cdots & 0\cdot502 \\
 & 25 & \\ \hline
1002 & 2525 & \\
 & 2004 & \\ \hline
 & 521 &
\end{array}$$

নির্ণেয় বর্গমূল $0\cdot502\cdots$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান $0\cdot50$

(গ) $1\cdot3\dot{4}$

সমাধান : $1\cdot3\dot{4}$ এর বর্গমূল $= \sqrt{1.3\dot{4}}$

আমরা জানি, $1\cdot3\dot{4} = 1\cdot34444\cdots\cdots$

এখন,

$$\begin{array}{r|l|l}
1 & 1\cdot34444\cdots\cdots & 1\cdot159 \\
 & 1 & \\ \hline
21 & 34 & \\
 & 21 & \\ \hline
225 & 1344 & \\
 & 1125 & \\ \hline
2309 & 21944 & \\
 & 20781 & \\ \hline
 & 1163 &
\end{array}$$

নির্ণেয় বর্গমূল $1\cdot159$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান $1\cdot16$

(ঘ) $5\cdot1\dot{3}0\dot{2}$

সমাধান : $5\cdot1\dot{3}0\dot{2}$ এর বর্গমূল $= \sqrt{5.1\dot{3}0\dot{2}}$

আমরা জানি, $5\cdot1\dot{3}0\dot{2} = 5\cdot1302302302\cdots$

এখন,

$$\begin{array}{r|l|l}
2 & 5\cdot1302302302\cdots & 2\cdot265 \\
 & 4 & \\ \hline
42 & 113 & \\
 & 84 & \\ \hline
446 & 2902 & \\
 & 2676 & \\ \hline
4525 & 22630 & \\
 & 22625 & \\ \hline
 & 5 &
\end{array}$$

নির্ণেয় বর্গমূল $2\cdot265$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান $2\cdot27$

প্রশ্ন ॥ ১২ ॥ নিচের কোন সংখ্যাগুলো মূলদ এবং কোন সংখ্যাগুলো অমূলদ লেখ :

(ক) $0\cdot\dot{4}$

সমাধান : $0\cdot\dot{4} = \frac{4}{9}$

$\therefore 0\cdot\dot{4}$ সংখ্যাটি মূলদ

(খ) $\sqrt{9}$

সমাধান : $\sqrt{9} = \sqrt{3^2} = 3$

$\therefore \sqrt{9}$ সংখ্যাটি মূলদ

(গ) $\sqrt{11}$

সমাধান : $\sqrt{11}$

$\therefore \sqrt{11}$ সংখ্যাটি অমূলদ

(ঘ) $\frac{\sqrt{6}}{3}$

সমাধান : $\frac{\sqrt{6}}{3} = \frac{\sqrt{3}\times\sqrt{2}}{\sqrt{3}\times\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

$\therefore \frac{\sqrt{6}}{3}$ সংখ্যাটি অমূলদ

(ঙ) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$

সমাধান : $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}\times\sqrt{4}}{\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{2}\times 2}{\sqrt{7}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{7}}$

$\therefore \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$ সংখ্যাটি অমূলদ

(চ) $\frac{\sqrt{\mathbf{27}}}{\sqrt{\mathbf{48}}}$

সমাধান : $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{9}}{\sqrt{3} \times \sqrt{16}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{16}} = \frac{3}{4}$

$\therefore \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$ সংখ্যাটি মূলদ

(ছ) $\frac{\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}}{\frac{\mathbf{3}}{\mathbf{7}}}$

সমাধান : $\frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{7}} = \frac{2}{3} \div \frac{3}{7} = \frac{2}{3} \times \frac{7}{3} = \frac{14}{9}$

$\therefore \frac{\frac{2}{3}}{\frac{3}{7}}$ সংখ্যাটি মূলদ

(জ) $\mathbf{5{\cdot}\dot{6}3\dot{9}}$

সমাধান : $5{\cdot}\dot{6}3\dot{9} = \frac{5639 - 5}{999} = \frac{5634}{999}$

$\therefore 5{\cdot}\dot{6}3\dot{9}$ সংখ্যাটি মূলদ

প্রশ্ন ॥ ১৩ ॥ সরল কর :

(ক) $\mathbf{(0{\cdot}\dot{3} \times 0{\cdot}8\dot{3}) \div (0{\cdot}5 \times 0{\cdot}\dot{1}) + 0{\cdot}3\dot{5} \div 0{\cdot}0\dot{8}}$

সমাধান : $(0{\cdot}\dot{3} \times 0{\cdot}\ 8\dot{3}) \div (0{\cdot}5 \times 0{\cdot}\dot{1}) + 0{\cdot}3\dot{5} \div 0{\cdot}0\dot{8}$

$= \left(\frac{3}{9} \times \frac{83 - 8}{90}\right) \div \left(\frac{5}{10} \times \frac{1}{9}\right) + \frac{35 - 3}{90} \div \frac{8 - 0}{90}$

$= \left(\frac{3^{1}}{9_{3_1}} \times \frac{75^{25}}{90}\right) \div \frac{5}{90} + \frac{32}{90} \div \frac{8}{90}$

$= \frac{25}{90} \div \frac{5}{90} + \frac{32}{90} \div \frac{8}{90}$

$= \frac{25^{5}}{90_{1}} \times \frac{90^{1}}{5_{1}} + \frac{32^{4}}{90_{1}} \times \frac{90^{1}}{8_{1}} = 5 + 4 = 9$ **(Ans.)**

(খ) $\mathbf{[(6{\cdot}27 \times 0{\cdot}5) \div \{(0{\cdot}5 \times 0{\cdot}75) \times 8{\cdot}36\}] \div \{(0{\cdot}25 \times 0{\cdot}1) \times (0{\cdot}75 \times 21{\cdot}\dot{3}) \times 0{\cdot}5\}}$

সমাধান : $[(6{\cdot}27 \times 0{\cdot}5) \div \{(0{\cdot}5 \times 0{\cdot}75) \times 8{\cdot}36\}]$

$\div \{(0{\cdot}25 \times 0{\cdot}1) \times (0{\cdot}75 \times 21{\cdot}\dot{3}) \times 0{\cdot}5\}$

$=$

উৎৎড়ৎ!

$\div$

উৎৎড়ৎ!

$= \left[\frac{627}{200} \div \left\{\frac{3}{8_2} \times \frac{836^{209}}{100}\right\}\right] \div \left\{\frac{1}{40} \times \left(\frac{1_3}{4_1} \times \frac{192^{48^{16}}}{9_{3_1}}\right) \times \frac{1}{2}\right\}$

$= \left[\frac{627}{200} \div \frac{627}{200}\right] \div \left\{\frac{1}{40_5} \times 16^{8^1} \times \frac{1}{2_1}\right\}$

$= \left[\frac{627^{1}}{200_{1}} \times \frac{200^{1}}{627_{1}}\right] \div \frac{1}{5}$

$= 1 \div \frac{1}{5} = 1 \times \frac{5}{1} = 5$ **(Ans.)**

প্রশ্ন ॥ ১৪ ॥ $\sqrt{5}$ ও 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

ক. কোনটি মূলদ ও কোনটি অমূলদ নির্দেশ কর।

খ. $\sqrt{5}$ ও 4 এদের মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

গ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান :

ক. $\sqrt{5}$ অমূলদ সংখ্যা। কারণ, 5 পূর্ণ বর্গসংখ্যা নয়।

4 মূলদ সংখ্যা। কারণ $4 = \frac{4}{1}$ আকারে প্রকাশ করা যায় এবং এটি পূর্ণ বর্গসংখ্যা।

খ. এখানে, $\sqrt{5} = 2{\cdot}2360679\cdots\cdots\cdots$

মনে করি, $a = 3{\cdot}020022000222\cdots\cdot$

এবং $b = 3{\cdot}505500555\cdots\cdots\cdot$

স্পষ্টত: a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ, $\sqrt{5} < 3{\cdot}020022000222\cdots\cdots\cdots < 4$

এবং $\sqrt{5} < 3{\cdot}505500555\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots < 4$

আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

গ. প্রমাণ করতে হবে যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

প্রমাণ : $2^2 = 4; 3^2 = 9$ এবং $(\sqrt{5})^2 = 5$

সুতরাং $\sqrt{5}$, 2 অপেক্ষা বড় কিন্তু 3 অপেক্ষা ছোট সংখ্যা।

অতএব, $\sqrt{5}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

মনে করি, $\sqrt{5}$ মূলদ সংখ্যা।

তাহলে ধরি, $\sqrt{5} = \frac{p}{q}$; যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, $q \neq 0$ এবং p, q সহমৌলিক, $q > 1$.

বা, $5 = \frac{p^2}{q^2}$; বর্গ করে

বা, $5q = \frac{p^2}{q}$; উভয় পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে

এখানে 5q স্পষ্টত পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়। কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$

সুতরাং 5q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $5q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{5}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারেনা,

অর্থাৎ, $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

অতএব, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান

প্রশ্ন–১ ▶ $\frac{3}{4}$, 5, – 7, $0{\cdot}32\dot{3}$, 0, 1, $\frac{9}{7}$, 12, $2\frac{4}{5}$, $1{\cdot}1234\cdots\cdot$, $\sqrt{3}$ সকলেই বাস্তব সংখ্যা।

? ক. $\frac{9}{7}$ ও $\frac{4}{5}$ সংখ্যাকে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে অবস্থান দেখাও। ৪

গ. দেখাও যে, $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

১নং প্রশ্নের সমাধান

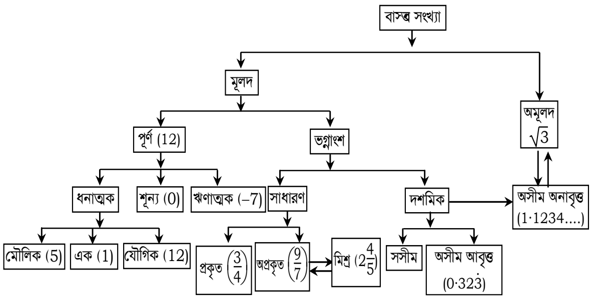
ক. $\frac{9}{7}$ = 7) 9 (1·285
7
20
14
60
56
40
35
5

$\therefore \frac{9}{7} = 1{\cdot}285$

$\frac{4}{5}$) 40 (·8
40
0

$\therefore \frac{4}{5} = 0{\cdot}8$

খ. নিচে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোকে বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে অবস্থান দেখানো হলো :



গ. আমরা জানি, $1 < 3 < 4$

$\therefore \sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

বা, $1 < \sqrt{3} < 2$

সুতরাং $\sqrt{3}$ এর মান 1 অপেক্ষা বড় এবং 2 অপেৰা ছোট।

অতএব $\sqrt{3}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা। যদি $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে ধরি, $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$, যেখানে p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$।

বা, $3 = \frac{p^2}{q^2}$; [বর্গ করে]

বা, $3q = \frac{p^2}{q}$; [উভয় পৰকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত: 3q পূর্ণ সংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, [কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$]

$\therefore$ 3q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $3q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore \sqrt{3}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারের কোনো সংখ্যা হতে পারে না, অর্থাৎ $\sqrt{3} \neq \frac{p}{q}$। সুতরাং $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা নয়।

$\therefore \sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(দেখানো হলো)**

প্রশ্ন–২ ▶ $2{\cdot}01\dot{2}\dot{4}\dot{3}, 7{\cdot}52\dot{5}\dot{6}; 2{\cdot}0\dot{9}\dot{7}, 5{\cdot}12\dot{7}6\dot{8}$ দুইজোড়া আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

ক. প্রথম জোড়া ভগ্নাংশকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ কর। ২

খ. প্রদত্ত জোড়া ভগ্নাংশগুলোকে আলাদা আলাদা করে যোগ কর। ৪

গ. প্রথম জোড়ার প্রাপ্ত যোগফল থেকে দ্বিতীয় জোড়ার প্রাপ্ত যোগফল বিয়োগ কর। ৪

২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $2{\cdot}01\dot{2}4\dot{3}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 ও আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 3।

$7{\cdot}52\dot{5}\dot{6}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 ও আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2।

এখানে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর মধ্যে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সবচেয়ে বেশি হলো 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 3 ও 2 এর ল.সা.গু হলো 6।

সুতরাং, প্রত্যেকটি দশমিকের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

$2{\cdot}01\dot{2}4\dot{3} = 2{\cdot}01\dot{2}4324\dot{3}$

$7{\cdot}52\dot{5}\dot{6} = 7{\cdot}52\dot{5}6565\dot{6}$

নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিকসমূহ = $2{\cdot}01\dot{2}4324\dot{3}$, $7{\cdot}52\dot{5}6565\dot{6}$

খ. প্রথম জোড়া $2{\cdot}01\dot{2}4\dot{3}$ ও $7{\cdot}52\dot{5}\dot{6}$

এখানে, $2{\cdot}01\dot{2}4\dot{3} = 2{\cdot}01\dot{2}4324\dot{3}\ \ 24$

$7{\cdot}52\dot{5}\dot{6} = 7{\cdot}52\dot{5}6565\dot{6}\ \ 56$

$9{\cdot}53\dot{8}0889\dot{9}\ \ 80$

∴ ১ম জোড়ার যোগফল : $9{\cdot}53\dot{8}0889\dot{9}$ **(Ans)**

দ্বিতীয় জোড়া $2{\cdot}0\dot{9}\dot{7}$ ও $5{\cdot}12\dot{7}6\dot{8}$

প্রদত্ত সংখ্যাগুলোতে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 3 এর ল.সা.গু. 6।

নিম্নে দশমিক সংখ্যাগুলোকে সদৃশ করে যোগ করা হলো।

$2{\cdot}0\dot{9}\dot{7} = 2{\cdot}0\dot{9}79797\dot{9}\ \ 79$

$5{\cdot}12\dot{7}6\dot{8} = 5{\cdot}12\dot{7}6876\dot{8}\ \ 76$

$= 7{\cdot}22\dot{5}6674\dot{8}\ \ 55$

∴ ২য় জোড়ার যোগফল = $7{\cdot}22\dot{5}6674\dot{8}$ **(Ans)**

গ. খ' অংশ থেকে প্রাপ্ত,

প্রথম জোড়ার যোগফল $9{\cdot}53\dot{8}0889\dot{9}\ \ 80$

দ্বিতীয় জোড়ার যোগফল $7{\cdot}22\dot{5}6674\dot{8}\ \ 56$

$= 2{\cdot}31\dot{2}4215\dot{1}\ \ 24$

নির্ণেয় বিয়োগফল $2{\cdot}31\dot{2}4215\dot{1}$

প্রশ্ন–৩ ▶ $23{\cdot}03\dot{9}\dot{4}$ ও $9{\cdot}12\dot{6}4\dot{5}$; $1{\cdot}1\dot{3}$ ও $2{\cdot}\dot{6}$ দুই জোড়া দশমিক ভগ্নাংশ।

?

ক. ১ম জোড়া ভগ্নাংশের বিয়োগফল কত? ২

খ. ২য় জোড়া ভগ্নাংশের গুণফল কত? ৪

গ. প্রাপ্ত বিয়োগফলকে প্রাপ্ত গুণফল দ্বারা ভাগ করে ভাগফল নির্ণয় কর। ৪

৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ে অনাবৃত্ত অংশের সর্বোচ্চ অঙ্ক সংখ্যা 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2 ও 3 এর ল.সা.গু. 6।

নিচের দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$23{\cdot}03\dot{9}\dot{4} = 23{\cdot}03\dot{9}4949\dot{4}\ \ 94$

$9{\cdot}12\dot{6}4\dot{5} = 9{\cdot}12\dot{6}4564\dot{5}\ \ 64$

$= 13{\cdot}91\dot{3}0384\dot{9}\ \ 30$

নির্ণেয় বিয়োগফল $13{\cdot}91\dot{3}0384\dot{9}$

খ. $1\cdot1\dot{3} = \dfrac{113-11}{90} = \dfrac{102}{90} = \dfrac{17}{15}$

$2\cdot6 = \dfrac{26}{10} = \dfrac{13}{5}$

$\therefore\ 1\cdot1\dot{3} \times 2\cdot6 = \dfrac{17}{15} \times \dfrac{13}{5} = \dfrac{221}{75}$

$= 2\cdot94666\cdots$[ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

$= 2\cdot94\dot{6}$

নির্ণেয় গুণফল $2\cdot94\dot{6}$

গ. ১ম জোড়ার বিয়োগফল = $13\cdot91\dot{3}0384\dot{9}$

২য় জোড়ার গুণফল = $2\cdot94\dot{6}$

এখানে, $13\cdot91\dot{3}0384\dot{9} = \dfrac{1391303849-1391}{99999900}$

এবং $2\cdot94\dot{6} = \dfrac{2946-294}{900} = \dfrac{2652}{900}$

$\therefore\ \dfrac{1391302458}{99999900} \div \dfrac{2652}{900} = \dfrac{1391302458}{99999900} \times \dfrac{900}{2652}$

$= 4\cdot72162$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

নির্ণেয় ভাগফল $4\cdot72162$.

প্রশ্ন–৪ ▶ 29 একটি সংখ্যা।

ক. সংখ্যাটি মৌলিক না যৌগিক সংখ্যা? ২

খ. সংখ্যাটির বর্গমূল নির্ণয় কর এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান লেখ। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, উদ্দীপকের সংখ্যাটির বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত সংখ্যা 29

যেহেতু 29 এর 1 এবং 29 ছাড়া অন্য কোনো গুণনীয়ক নেই। সুতরাং, 29 সংখ্যাটি মৌলিক সংখ্যা।

খ.

$$
\begin{array}{r|l}
5 & 29 \;|\; 5\cdot3851 \\
  & 25 \\ \hline
10\;3 & 400 \\
3 & 309 \\ \hline
10\;68 & 9100 \\
68 & 8544 \\ \hline
1076\;5 & 55600 \\
5 & 53825 \\ \hline
10770\;1 & 177500 \\
1 & 107701 \\ \hline
 & 69799
\end{array}
$$

নির্ণেয় বর্গমূল $5\cdot3851$ ....

নির্ণেয় দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান $5\cdot39$।

গ. প্রদত্ত সংখ্যা 29

29 এর বর্গমূল $\sqrt{29}$

আমরা জানি, $25 < 29 < 36$

বা, $\sqrt{25} < \sqrt{29} < \sqrt{36}$

বা, $5 < \sqrt{29} < 6$

$\therefore\ \sqrt{29}$; 5 থেকে বড় কিন্তু 6 থেকে ছোট।

অতএব, $\sqrt{29}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore\ \sqrt{29}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{29}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে, ধরি $\sqrt{29} = \frac{p}{q}$;

যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা, $q > 1$ এবং p, q সহমৌলিক (p ও q এর মধ্যে 1 ভিন্ন কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই)।

ফলে, $29 = \frac{p^2}{q^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা $29q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

এখানে, 29q স্পষ্টত পূর্ণসংখ্যা। অপরপক্ষে p^2 এবং q এর মধ্যে কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই। যেহেতু p এবং q এর কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই।

সুতরাং $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

সুতরাং $\frac{p^2}{q}$, 5q এর সমান হতে পারে না।

অতএব, $\sqrt{29}$ এর মান $\frac{p}{q}$ এর আকারের কোনো সংখ্যাই হতে পারে না।

সুতরাং $\sqrt{29}$ অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–৫ ▶ 1, 2, 3, 4, ... ইত্যাদি হলো স্বাভাবিক সংখ্যা।

ক. ক্রমিক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো লেখ। ২

খ. দেখাও যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 দ্বারা বিভাজ্য। ৪

গ. প্রমাণ কর যে, চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে। ৪

৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ক্রমিক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো : 2, 4, 6, 8.... ইত্যাদি।

খ. মনে করি, যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা x

$\therefore$ ক্রমিক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হবে 2x

এখন 2x, 2x + 2 দুইটি ক্রমিক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা

তাহলে, $2x(2x + 2) = 2\cdot 2x(x+1) = 4x(x + 1)$

যেহেতু x একটি স্বাভাবিক সংখ্যা। তাহলে x ও (x + 1) দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা, যেখানে একটি অবশ্যই জোড় সংখ্যা হবে। ফলে x(x + 1) একটি জোড় সংখ্যা হবে।

মনে করি, $x(x + 1) = 2m$ যেখানে, m স্বাভাবিক সংখ্যা।

$4x(x + 1) = 4 \times 2m$ বা 8m যা 8 দ্বারা বিভাজ্য

অতএব, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 দ্বারা বিভাজ্য।

(দেখানো হলো)

গ. উদাহরণ ২ নং এর সমাধান দেখ।

প্রশ্ন–৬ ▶ $12\cdot\dot{1}8\dot{5}$, $42\cdot\dot{1}\dot{8}$ ও $0\cdot2\dot{8}$ তিনটি আবৃত্ত ভগ্নাংশ।

ক. $12\cdot\dot{1}8\dot{5}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. $12\cdot\dot{1}8\dot{5}$ কে $42\cdot\dot{1}\dot{8}$ দিয়ে ভাগ কর। ৪

গ. সংখ্যা তিনটির গুণফল নির্ণয় কর। ৪

৬নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $12\cdot\dot{1}8\dot{5} = \frac{12185 - 12}{999} = \frac{\cancel{12173}^{329}}{\cancel{999}_{27}} = \frac{329}{27} = 12\frac{5}{27}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $12\frac{5}{27}$।

খ. এখানে $12\cdot\dot{1}8\dot{5} = \frac{329}{27}$

এবং $42\cdot\dot{1}\dot{8} = \frac{4218 - 42}{99} = \frac{\cancel{4176}^{464}}{\cancel{99}_{11}} = \frac{464}{11}$

$\therefore\ 12\cdot\dot{1}8\dot{5} \div 42\cdot\dot{1}\dot{8} = \frac{329}{27} \div \frac{464}{11} = \frac{329}{27} \times \frac{11}{464}$

$= \frac{3619}{12528} = \cdot2888729 = 0\cdot289$

নির্ণেয় ভাগফল $0\cdot289$

গ. $12\cdot\dot{1}8\dot{5} \times 42\cdot\dot{1}\dot{8} \times 0\cdot2\dot{8}$

প্রদত্ত আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ করি।

$12\cdot\dot{1}8\dot{5} = \frac{329}{27}$ [‘ক’ নং ব্যবহার করে]

$42\cdot\dot{1}\dot{8} = \frac{464}{11}$ [‘খ’ নং ব্যবহার করে]

এবং $0\cdot2\dot{8} = \frac{28 - 2}{90} = \frac{\cancel{26}^{13}}{\cancel{90}_{45}} = \frac{13}{45}$

$\therefore\ 12\cdot\dot{1}8\dot{5} \times 42\cdot\dot{1}\dot{8} \times 0\cdot2\dot{8}$

$= \frac{329}{27} \times \frac{464}{11} \times \frac{13}{45} = \frac{1984528}{13365} = 148\cdot486\cdots\cdots$

নির্ণেয় গুণফল $148\cdot486\cdots\cdots$

প্রশ্ন–৭ ▶ $(1\cdot\dot{1}8\dot{5} \div 0\cdot\dot{2}\dot{4}) + (0\cdot6\dot{2} \times 0\cdot\dot{3}) - (0\cdot4\dot{5} + 0\cdot13\dot{4})$

ক. উপরের গাণিতিক বাক্যের প্রথম পদের ভগ্নাংশকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. গাণিতিক বাক্যটির ভাগ ও গুণ অংশে প্রাপ্ত ভগ্নাংশগুলোর যোগফল কত? ৪

গ. গাণিতিক বাক্যটির সরলকৃত মানকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

৭নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রথম পদের ভগ্নাংশ হলো, $1\cdot\dot{1}8\dot{5}$ ও $0\cdot\dot{2}\dot{4}$। ভগ্নাংশ দুইটিতে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0, 0 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 3 ও 2 এর ল.সা.গু 6। অতএব সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশগুলোর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 0 ও আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6। সুতরাং,

$1\cdot\dot{1}8\dot{5} = 1\cdot\dot{1}8518\dot{5}$

$0\cdot\dot{2}\dot{4} = 0\cdot\dot{2}4242\dot{4}$

নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত ভগ্নাংশ $1\cdot\dot{1}8518\dot{5}$ ও $0\cdot\dot{2}4242\dot{4}$।

খ. $1\cdot\dot{1}8\dot{5} = \frac{1185 - 1}{999} = \frac{1184}{999}$

$0\cdot\dot{2}\dot{4} = \frac{24}{99}$

$0{\cdot}6\dot{2} = \dfrac{62 - 6}{90} = \dfrac{56}{90}$

$0{\cdot}\dot{3} = \dfrac{3}{9} = \dfrac{1}{3}$

$\therefore\ 1{\cdot}\dot{1}8\dot{5} \div 0{\cdot}\dot{2}\dot{4} = \dfrac{1184}{999} \div \dfrac{24}{99} = \dfrac{1184}{999}$

$\times \dfrac{99}{24} = \dfrac{1628}{333} = 4{\cdot}8$

এবং $\dfrac{56}{90} \times \dfrac{1}{3} = \dfrac{56}{270} = 0{\cdot}20\dot{7}4\dot{0}$

$4{\cdot}\dot{8}$ ও $0{\cdot}20\dot{7}4\dot{0}$ যোগ করার জন্য সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে রূ পান্তর করতে হবে। যেখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 ও 3 এর ল·সা·গু 3।

তাহলে

$4{\cdot}88\dot{8}8\dot{8}$	88
$0{\cdot}20\dot{7}4\dot{0}$	74
$5{\cdot}09\dot{6}2\dot{9}$	62

নির্ণেয় যোগফল $5{\cdot}9\dot{6}2\dot{9}$

গ. এখানে ‘খ’ হতে প্রাপ্ত যোগফল,

$(1{\cdot}\dot{1}8\dot{5} \div 0{\cdot}\dot{2}\dot{4}) + (0{\cdot}6\dot{2} \times 0{\cdot}\dot{3}) = 5{\cdot}09\dot{6}2\dot{9}$

আবার, $0{\cdot}4\dot{5} + 0{\cdot}13\dot{4}$ এর মান বের করার জন্য ভগ্নাংশ দুইটি সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে রূ পান্তর করি, যেখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 তাহলে,

$0{\cdot}45\dot{5}$	55
$0{\cdot}13\dot{4}$	44
$0{\cdot}58\dot{9}$	99

এখন গাণিতিক বাক্যটির সরলকৃত মান বের করার জন্য $5{\cdot}09\dot{6}2\dot{9}$ থেকে $0{\cdot}58\dot{9}$ বিয়োগ করতে হবে। বিয়োগ করার জন্য ভগ্নাংশ দুইটিকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করতে হবে। এক্ষেত্রে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 3। তাহলে,

$5{\cdot}09\dot{6}2\dot{9}$	62
$0{\cdot}58\dot{9}9\dot{9}$	99
$4{\cdot}50\dot{6}2\dot{9}$	63

$\therefore$ গাণিতিক বাক্যটির সরলকৃত মান $= 4{\cdot}50\dot{6}2\dot{9}$

$= \dfrac{450629 - 450}{99900} = \dfrac{450179}{99900}$

নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $\dfrac{450179}{99900}$

প্রশ্ন–৮ ▶ $1{\cdot}0\dot{4}$, $5{\cdot}1\dot{3}0\dot{2}$ ও $8{\cdot}0\dot{4}$ তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

?

ক. প্রথম দুইটি সংখ্যার সদৃশ আবৃত্ত ভগ্নাংশে পরিণত কর। ২

খ. সংখ্যা তিনটির যোগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. $5{\cdot}1\dot{3}0\dot{2}$ এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল নির্ণয় কর এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূলের আসন্ন মান নির্ণয় কর। ৪

৮নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $1{\cdot}0\dot{4} = 1{\cdot}0\dot{4}4\dot{4}$

$5{\cdot}1\dot{3}0\dot{2} = 5{\cdot}1\dot{3}0\dot{2}$

খ. এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক হবে 1। 3 ও 1 এর ল·সা·গু· 3

প্রথমে তিনটি আবৃত্ত দশমিককে সদৃশ করা হয়েছে,

$$\begin{array}{r|l}
1{\cdot}0\dot{4}4\dot{4} & 44 \\
5{\cdot}1\dot{3}0\dot{2} & 30 \\
8{\cdot}0\dot{4}4\dot{4} & 44 \\
\hline
14{\cdot}2\dot{1} & \\
9\dot{1} & 18
\end{array}$$

নির্ণেয় যোগফল $14{\cdot}219\dot{1}$

গ. $5{\cdot}1\dot{3}0\dot{2}$–এর বর্গমূল $\sqrt{5.1\dot{3}0\dot{2}}$

$5{\cdot}1\dot{3}0\dot{2} = 5{\cdot}13023023\cdots$

এখানে,

$$\begin{array}{r|l|l}
 & 5{\cdot}1302302 & 2{\cdot}2650 \\
2 & 3\cdots & \\
 & 4 & \\
\hline
42 & 113 & \\
 & 84 & \\
\hline
446 & 2902 & \\
 & 2676 & \\
\hline
4525 & 22630 & \\
 & 22625 & \\
\hline
 & 5 &
\end{array}$$

অতএব, $5{\cdot}1\dot{3}0\dot{2}$ এর চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল $= 2{\cdot}2650$

এবং তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান $= 2{\cdot}265$

প্রশ্ন–৯ ▶ $2{\cdot}8$ এর $2{\cdot}\dot{2}\dot{7}$, $1{\cdot}\dot{3}\dot{6}$, $4{\cdot}\dot{4} - 2{\cdot}8\dot{3}$, $1{\cdot}\dot{3} + 2{\cdot}62\dot{9}$ ও $8{\cdot}2$ কয়েকটি ভগ্নাংশ।

ক. $2{\cdot}8$ এর $2{\cdot}\dot{2}\dot{7}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. $4{\cdot}\dot{4} - 2{\cdot}8\dot{3}$ কে $1{\cdot}\dot{3} + 2{\cdot}62\dot{9}$ দ্বারা ভাগ করে প্রাপ্ত ভাগফলের সাথে $8{\cdot}2$ গুণ কর। ৪

গ. (ক) এর প্রাপ্ত মানকে $1{\cdot}\dot{3}\dot{6}$ দ্বারা ভাগ করে ভাগফল (খ) এর প্রাপ্ত মানের সাথে যোগ কর এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত বর্গমূল নির্ণয় কর। ৪

৯নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $2{\cdot}\dot{2}\dot{7} = \dfrac{227-2}{99} = \dfrac{225}{99}$

$\therefore$ $2{\cdot}8$ এর $2{\cdot}\dot{2}\dot{7} = 2{\cdot}8$ এর $\dfrac{225}{99}$

$= \dfrac{28^{14}}{10_{5_1}}$ এর $\dfrac{225^{45}}{99}$

$= \dfrac{14\times 45}{99} = \dfrac{630}{99} = \dfrac{210}{33} = \dfrac{70}{11}$

নির্ণেয় ভগ্নাংশটি $\dfrac{70}{11}$

খ. $4{\cdot}\dot{4} - 2{\cdot}8\dot{3}$

$= \dfrac{44-4}{9} - \dfrac{283-28}{90} = \dfrac{40}{9} - \dfrac{255}{90} = \dfrac{400-255}{900} = \dfrac{145}{90}$

আবার, $1{\cdot}\dot{3} + 2{\cdot}62\dot{9}$

$= \dfrac{13-1}{9} + \dfrac{2629-262}{900}$

$= \dfrac{12}{9} + \dfrac{2367}{900} = \dfrac{1200+2367}{900} = \dfrac{3567}{900}$

$\therefore (4{\cdot}\dot{4} - 2{\cdot}8\dot{3}) \div (1{\cdot}\dot{3} + 2{\cdot}62\dot{9})$

$$= \frac{145}{90} \div \frac{3567}{900} = \frac{145}{90} \times \frac{900^{10}}{3567} = \frac{1450}{3567}$$

এখন $\frac{1450}{3567} \times 8{\cdot}2 = \frac{^{10}290\,1450}{3567\,873_{3}} \times$

$$\frac{8241^{1}}{10\,5_{1}} = \frac{10}{3} = 3{\cdot}3 \textbf{ (Ans.)}$$

গ. ‘ক’ এর প্রাপ্তমান $= \frac{70}{11}$

$$\therefore \frac{70}{11} \div 1{\cdot}\dot{3}\dot{6} = \frac{70}{11} \div \frac{136-1}{99}$$

$$= \frac{70}{11} \div \frac{135}{99} = \frac{70^{14}}{11_{1}} \times \frac{99\,9^{1}}{135\,15_{3}}$$

$$= \frac{14}{3}$$

আবার ‘খ’ এর প্রাপ্ত মান $= \frac{10}{3}$

$$\therefore \frac{14}{3} + \frac{10}{3} = \frac{14+10}{3} = \frac{24^{8}}{3_{1}} = 8$$

8 এর বর্গমূল $= \sqrt{8}$

$$\begin{array}{r|l|l} \text{এখন} & 8{\cdot}0000 & 2{\cdot}82 \\ 2 & & \\ & 4 & \\ \hline 48 & 400 & \\ & 384 & \\ \hline 562 & 1600 & \\ & 1124 & \\ \hline & 47600 & \end{array}$$

নির্ণেয় বর্গমূল 2·82 (দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত)

প্রশ্ন–১০ ▶ $1{\cdot}32, 0{\cdot}12432\cdots\cdots\; 3, \sqrt{7}, 1{\cdot}7\dot{2}\dot{3}, \sqrt{9}, \sqrt{8}$ কয়েকটি বাস্তব সংখ্যা যার মধ্যে আছে স্বাভাবিক সংখ্যা, মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা।

ক. অমূলদ সংখ্যা কাকে বলে উদাহরণসহ লেখ। ২

খ. ৩য় ও ৪র্থ সংখ্যা দুটির মধ্যে দুটি মূলদ ও দুটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. শেষ সংখ্যা দুটি মূলদ না অমূলদ যুক্তি দ্বারা প্রমাণ কর। ৪

১০নং প্রশ্নের সমাধান

ক. যে সংখাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলে। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা। যেমন : $\sqrt{2} = 1{\cdot}414213\cdots$ এবং $\sqrt{3} = 1{\cdot}732\cdots$

খ. ৩য় সংখ্যাটি $\sqrt{7} = 2{\cdot}645751\cdots$

৪র্থ সংখ্যাটি $1{\cdot}7\dot{2}\dot{3} = 1{\cdot}7232323\cdots$

ধরি, মূলদ সংখ্যা দুটি যথাক্রমে a ও b

$\therefore a = 1{\cdot}888888\cdots\cdots$

এবং $b = 2{\cdot}1111111\cdots\cdots$

আবার, অমূলদ সংখ্যা দুটি যথাক্রমে c ও d

$\therefore c = 1{\cdot}7230020002\cdots\cdots$

এবং $d = 1{\cdot}73030030003\cdots$ **(Ans.)**

গ. শেষ সংখ্যা দুটি $\sqrt{9}$ এবং $\sqrt{8}$

এর মধ্যে $\sqrt{9} = 3$ যা একটি পূর্ণসংখ্যা এবং একটি মূলদ সংখ্যা। অন্যদিকে $\sqrt{8}$ অমূলদ সংখ্যা কিনা নিচে প্রমাণ করা হলো–

আমরা জানি, $4 < 8 < 9$

বা, $\sqrt{4} < \sqrt{8} < \sqrt{9}$

$\therefore\ 2 < \sqrt{8} < 3$

সুতরাং $\sqrt{8}$ এর মান 2 অপেৰা বড় এবং 3 অপেৰা ছোট। অতএব, $\sqrt{8}$ যদি মূলদ সংখ্যা হয় তবে,

ধরি, $\sqrt{8} = \frac{p}{q}$ [এখানে p ও q স্বাভাবিক এবং সহমৌলিক সংখ্যা এবং $q > 1$]

বা, $8 = \frac{p^2}{q^2}$

বা, $8q = \frac{p^2}{q}$ [উভয় পৰকে q দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত 8q পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়, কারণ p ও q পরস্পর সহমৌলিক।

$\therefore$ 8q এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $8q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore\ \sqrt{8}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১১ ▶ $0{\cdot}00\dot{6}$, $0{\cdot}\dot{9}\dot{2}$ এবং $0{\cdot}\dot{1}3\dot{4}$ তিনটি আবৃত্ত ভগ্নাংশ।

ক. প্রথম ভগ্নাংশ দুটিকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত কর। ২

খ. ভগ্নাংশ তিনটির যোগফল নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রথম ভগ্নাংশ দুটির গুণফলকে তৃতীয় ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ করে ভাগফলের বর্গমূল তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর। ৪

▶◀ ১১নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. প্রথম ভগ্নাংশ দুটি যথাক্রমে $0{\cdot}00\dot{6}$ এবং $0{\cdot}\dot{9}\dot{2}$।

$0{\cdot}00\dot{6}$ ভগ্নাংশ রূ প $= \frac{6}{900} = \frac{1}{150}$

$0{\cdot}\dot{9}\dot{2}$ এর ভগ্নাংশ রূ প $= \frac{92}{99}$

খ. ভগ্নাংশ তিনটিকে সদৃশ করতে হলে অনাবৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 1, 2 এবং 3 এর ল·সা·গু· 6। এখন আবৃত্ত দশমিকগুলোকে সদৃশ দশমিকে পরিবর্তন করে যোগ করা হলো–

$0{\cdot}00\dot{6}$ = $0{\cdot}00\dot{6}$

$0{\cdot}\dot{9}\dot{2}$ $6666\dot{6}$

$0{\cdot}0\dot{1}3\dot{4}$ = $0{\cdot}92\dot{9}$

$2929\dot{2}$

= $0{\cdot}01\dot{3}$

$4134\dot{1}$

$0{\cdot}94937300$

ভগ্নাংশ তিনটির যোগফল = $0{\cdot}94\dot{9}3730\dot{0}$

গ. প্রথম দুটি ভগ্নাংশ গুণ করলে হয় $= \frac{1}{15075} \times \frac{92}{99}$

$46 = \frac{46}{7425}$

গুণফলকে তৃতীয় ভগ্নাংশ দ্বারা ভাগ করে পাই,

$$= \frac{\frac{46}{7425}}{0.0\dot{1}3\dot{4}} = \frac{\frac{46}{7425}}{\frac{134}{9990}} = \frac{46}{7425} \times$$

$$\frac{4995}{67} = \frac{1702}{3685}$$

বর্গমূল নির্ণয় : অনুশীলনী–১ এর ১১(ক) এর অনুরূ প।

প্রশ্ন–১২ ▶ $0{\cdot}\dot{3}$, $0{\cdot}\dot{6}$, $0{\cdot}\dot{2}\dot{5}$ তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

ক. ১ম দুটি ভগ্নাংশকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. ভগ্নাংশ তিনটির গুণফল নির্ণয় কর। ৪

গ. ৩য় ভগ্নাংশটির বর্গমূল তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান নির্ণয় কর। ৪

১২নং প্রশ্নের সমাধান

ক. ১ম দুটি ভগ্নাংশকে যথাক্রমে সাধারণ ভগ্নাংশকে প্রকাশ করা হলো–

$$0\cdot\dot{3} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3} \text{ এবং } 0\cdot\dot{6} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

খ. ‘ক’ অংশ থেকে পাই,

$$0\cdot\dot{3} = \frac{1}{3}$$

$$0\cdot\dot{6} = \frac{2}{3}$$

এখন, $0\cdot\dot{2}\dot{5} = \dfrac{25}{99}$

$$\therefore 0\cdot\dot{3} \times 0\cdot\dot{6} \times 0\cdot\dot{2}\dot{5} = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{25}{99} = \frac{50}{9 \times 99} = \frac{50}{891}$$

নির্ণেয় গুণফল $\dfrac{50}{891}$.

গ. তৃতীয় সংখ্যা হলো $= 0\cdot\dot{2}\dot{5}$

$0\cdot\dot{2}\dot{5}$ এর ভগ্নাংশ হবে $= \dfrac{25}{99}$

$\dfrac{25}{99}$ এর বর্গমূল হবে $= \sqrt{\dfrac{25}{99}} = \dfrac{5}{\sqrt{99}} = \dfrac{5}{3\sqrt{11}}$

$= 0\cdot5025 \quad = 0\cdot503$

$\therefore \dfrac{25}{99}$ এর বর্গমূল $0\cdot503$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

প্রশ্ন–১৩ ▶ $\sqrt{2}$ এবং $1\cdot4$ দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

ক. মূলদ সংখ্যা কী? ২

খ. প্রদত্ত সংখ্যাদ্বয়ের মাঝে দুইটি মূলদ এবং দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. দেখাও যে, প্রথম সংখ্যাটি একটি অমূলদ সংখ্যা। ৪

১৩নং প্রশ্নের সমাধান

ক. p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq o$ হলে, $\dfrac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়। যেমন : $\dfrac{3}{1} = 3$, $\dfrac{11}{2} = 5\cdot5$ ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা। মূলদ সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসেবে প্রকাশ করা যায়। সুতরাং সকল পূর্ণসংখ্যা এবং সকল ভগ্নাংশ সংখ্যা হবে মূলদ সংখ্যা।

খ. প্রদত্ত প্রথম সংখ্যা $\sqrt{2} = 1\cdot4142 \cdots\cdots$

এবং দ্বিতীয় সংখ্যা $1\cdot4$

মনে করি,

$$a = 1\cdot40010001$$

এবং $b = 1\cdot40020002$

স্পষ্টত : a ও b উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $1\cdot4$ অপেক্ষা বড় এবং $\sqrt{2}$ অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ $1\cdot4 < 1\cdot40010001 < \sqrt{2}$

এবং $1\cdot4 < \cdot40020002 < \sqrt{2}$

আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায়।

অর্থাৎ a ও b উভয়ই মূলদ সংখ্যা।

$\therefore$ a ও b উভয়ই মূলদ সংখ্যা যা $1{\cdot}4$ ও $\sqrt{2}$ এর মধ্যে অবস্থিত।

আবার, মনে করি,

$$c = 1{\cdot}4003000300003 \cdots\cdots\cdots$$

এবং $d = 1{\cdot}4004000400004\cdots\cdots\cdots$

স্পষ্টত : c ও d উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $1{\cdot}4$ অপেক্ষা বড় এবং $\sqrt{2}$ অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ $1{\cdot}4 < 1{\cdot}4003000300003 \cdots\cdots\cdots < \sqrt{2}$

এবং $1{\cdot}4 < 1{\cdot}4004000400004 \cdots\cdots\cdots < \sqrt{2}$

আবার, c ও d কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

অর্থাৎ, c ও d উভয়ই অমূলদ সংখ্যা।

$\therefore$ c ও d উভয়ই অমূলদ সংখ্যা যা $1{\cdot}4$ ও $\sqrt{2}$ এর মধ্যে অবস্থিত।

গ. উদাহরণ ১ এর প্রতিজ্ঞা ($\sqrt{2}$ একটি অমূলদ সংখ্যা) অংশ দেখ।

প্রশ্ন–১৪ ▶ $6{\cdot}2309, \sqrt{3}$ এবং 4 তিনটি সংখ্যা।

ক. প্রথম ভগ্নাংশটিকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. ২য় ও ৩য় সংখ্যা দুইটির মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর। ৪

গ. প্রদত্ত সংখ্যা তিনটির মধ্যে কোনটি অমূলদ সংখ্যা? যুক্তি সহকারে প্রমাণ কর। ৪

১৪নং প্রশ্নের সমাধান

ক. প্রদত্ত প্রথম ভগ্নাংশ $= 6{\cdot}2309$

$$= \frac{62309}{10000}$$

$$= 6\,\frac{2309}{10000}$$

নির্ণেয় ভগ্নাংশ $6\,\frac{2309}{10000}$

খ. প্রদত্ত ২য় সংখ্যা $\sqrt{3} = 1{\cdot}7320508\cdots\cdots$ এবং ৩য় সংখ্যা 4

মনে করি, $a = 2{\cdot}030033000333\cdots\cdots\cdots$

$$b = 2{\cdot}505500555 \cdots\cdots\cdots$$

স্পষ্টত : a ও b উভয়ই দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{3}$ অপেৰা বড় এবং 4 অপেৰা ছোট।

অর্থাৎ $\sqrt{3} < 2{\cdot}030033000333 \cdots\cdots\cdots < 4$

এবং $\sqrt{3} < 2{\cdot}505500555 \cdots\cdots\cdots < 4$

আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

[বি: দ্র: এরূ প অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।]

গ. প্রদত্ত সংখ্যা তিনটি হচ্ছে যথাক্রমে $6{\cdot}2309$, $\sqrt{3}$ এবং 4 সংখ্যা তিনটির মধ্যে $\sqrt{3}$ অমূলদ সংখ্যা।

আমরা জানি,

$1 < 3 < 4$

বা, $\sqrt{1} < \sqrt{3} < \sqrt{4}$

বা, $1 < \sqrt{3} < 2$

সুতরাং $\sqrt{3}$, 1 থেকে বড় কিন্তু 2 থেকে ছোট।

অতএব, $\sqrt{3}$ পূর্ণসংখ্যা নয়।

$\therefore$ $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা অথবা অমূলদ সংখ্যা।

যদি $\sqrt{3}$ মূলদ সংখ্যা হয়, তবে ধরা যায়, $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$, যেখানে p ও q উভয়ই স্বাভাবিক সংখ্যা, $q > 1$ সহমৌলিক (p ও q এর মধ্যে 1 ভিন্ন কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই)।

ফলে, $3 = \frac{p^2}{q^2}$ [উভয়পক্ষকে বর্গ করে]

বা, $3q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকে q দ্বারা গুণ করে]

3q স্পষ্টত পূর্ণ সংখ্যা। অপরপক্ষে, p^2 এবং q এর মধ্যে কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই। যেহেতু p এবং q এর কোনো সাধারণ উৎপাদক নেই, সুতরাং $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণ সংখ্যা নয়।

সুতরাং $\frac{p^2}{q}$, 3q এর সমান হতে পারে না।

$\therefore$ $\sqrt{3}$ এর মান $\frac{p}{q}$ আকারে কোনো সংখ্যা হতে পারে না।

সুতরাং $\sqrt{3}$ অমূলদ সংখ্যা। **(প্রমাণিত)**

প্রশ্ন–১৫ ▶ $5\cdot\dot{7}$, $8\cdot\dot{3}\dot{4}$, $6\cdot\dot{2}4\dot{5}$ তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

ক. ভগ্নাংশগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ২

খ. 'ক' তে প্রাপ্ত প্রথম দুইটি ভগ্নাংশ যোগ করে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ভগ্নাংশটি ২য় ভগ্নাংশটির সদৃশ কিনা কারণসহ লেখ। ৪

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত যোগফল থেকে $6\cdot\dot{2}4\dot{5}$ বিয়োগ করে বিয়োগফল সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর। ৪

১৫নং প্রশ্নের সমাধান

ক. $5\cdot\dot{7} = \frac{57-5}{9} = \frac{52}{9}$

$8\cdot\dot{3}\dot{4} = \frac{834-8}{99} = \frac{826}{99}$

$6\cdot\dot{2}4\dot{5} = \frac{6245-6}{999} = \frac{6239}{999}$

খ. 'ক' হতে প্রাপ্ত ভগ্নাংশ হলো $\frac{52}{9}$ ও $\frac{826}{99}$

$\therefore \frac{52}{9} + \frac{826}{99} = \frac{572+826}{99} = \frac{1398}{99}$

```
99) 1398 (14·1212
    99
    ---
    408
    396
    ---
     120
      99
     ---
      210
      198
      ---
       120
        99
       ---
        210
        198
        ---
         12
```

$\therefore \frac{1398}{99} = 14\cdot1212 \cdots\cdots\cdots\cdots = 14\cdot\dot{1}\dot{2}$

আবার ২য় ভগ্নাংশটি $8\cdot\dot{3}\dot{4}$

$14\cdot\dot{1}\dot{2}$ এবং $8\cdot\dot{3}\dot{4}$ ভগ্নাংশ দুইটি সদৃশ আবৃত্ত ভগ্নাংশ। কারণ দুইটি ভগ্নাংশেই অনাবৃত্ত ও আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সমান।

গ. 'খ' তে প্রাপ্ত ভগ্নাংশ $14\cdot\dot{1}\dot{2}$

এখন, $14\cdot\dot{1}\dot{2}$ থেকে $6\cdot\dot{2}4\dot{5}$ বিয়োগ করতে হবে।

সংখ্যা দুইটিতে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা শূন্য। আবার আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2 ও 3 এবং তাদের ল·সা·গু হলো 6। অতএব সংখ্যা দুইটির অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে শূন্য ও

আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$$14\cdot\dot{1}\dot{2} = 14\cdot\dot{1}21212\dot{1}\ \ 12$$

$$6\cdot\dot{2}4\dot{5} = 6\cdot\dot{2}45245\dot{2}\ \ 24$$

(বিয়োগ করে) $7\cdot\ \ \dot{8}75966\dot{6}$

88

নির্ণেয় বিয়োগফল $= 7\cdot\dot{8}7596\dot{6}$

$$= \frac{7875966 - 7}{999999}$$

$$= \frac{7875959}{999999}$$

নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= \dfrac{7875959}{999999}$

প্রশ্ন–১৬ ▶ 2 এবং $\sqrt{2}$ দুটি বাস্তব সংখ্যা।

ক. সংখ্যা দুটির মধ্যবর্তী একটি করে মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা লেখ। ২

খ. সংখ্যা দুটির মধ্যে কোনটি অমূলদ এবং কেন তার প্রমাণ দাও। ৪

গ. মূলদ সংখ্যাটির বর্গমূল নির্ণয় কর (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত) এবং দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান লেখ। ৪

▶◀ ১৬নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. মূলদ সংখ্যাটি হলো $= 1\cdot55555\cdots$

এবং অমূলদ সংখ্যাটি হলো $= 1\cdot606006000\cdots\cdots$

খ. সংখ্যা দুটির মধ্যে $\sqrt{2}$ অমূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ– ১ এর প্রতিজ্ঞা ($\sqrt{2}$ একটি অমূলদ সংখ্যা) অংশ দেখ।

গ. মূলদ সংখ্যাটি 2

অনুশীলনী–১ এর ১১(ক) এর অনুরূ প।

$\therefore$ নির্ণেয় বর্গমূল $1\cdot414$ (তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত)

$\therefore$ দুই দশমিক স্থান পর্যন্ত আসন্ন মান $= 1\cdot41$ (প্রায়)