

● ○ ○ ○ অনুশীলনী ৩.৩ ○ ○ ○ ○



পাঠ সম্পর্কিত গুরুত্বপূর্ণ বিষয়াদি



■ উৎপাদকে বিশ্লেষণ

কোনো রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বা গুণনীয়ক বলা হয়।

কোনো বীজগাণিতিক রাশির সম্ভাব্য উৎপাদকগুলো নির্ণয় করার পর রাশিটিকে লব্ধ উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়।

বীজগাণিতিক রাশিগুলো এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে। সেজন্য উক্ত রাশির উৎপাদকগুলোও এক বা একাধিক পদবিশিষ্ট হতে পারে।

■ উৎপাদক নির্ণয়ের কতিপয় কৌশল :

(ক) কোনো বহুপদীর প্রত্যেক পদে সাধারণ উৎপাদক থাকলে তা প্রথম বের করে নিতে হয়। যেমন:

$$(i) 3a^2b + 6ab^2 + 12a^2b^2 = 3ab(a + 2b + 4ab) \quad (ii) 2ab(x - y) +$$

$$2bc(x - y) + 3ca(x - y) = (x - y)(2ab + 2bc + 3ca)$$

(খ) একটি রাশিকে পূর্ণবর্গ আকারে প্রকাশ করে।

$$\text{যেমন : } 4x^2 + 12x + 9 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 3 + (3)^2 = (2x + 3)^2 = (2x + 3)(2x + 3)$$

(গ) একটি রাশিকে দুইটি বর্গের অন্তররূপে প্রকাশ করে এবং $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ সূত্র প্রয়োগ করে।

(ঘ) $x^2 + (a + b)x + ab = (x + a)(x + b)$ সূত্রটি ব্যবহার করে।

এ পদ্ধতিতে $x^2 + px + q$ আকারের বহুপদীয় উৎপাদক নির্ণয় করা সম্ভব হয় যদি দুইটি পূর্ণসংখ্যা a ও b নির্ণয় করা যায় যেন, $a + b = p$ এবং $ab = q$ হয়। এজন্য q -এর দুইটি স্বচিহ্ন উৎপাদক নিতে হয় যাদের বীজগাণিতিক সমষ্টি p হয়। $q > 0$ হলে, a ও b একই চিহ্নযুক্ত এবং $q < 0$ হলে, a ও b বিপরীত চিহ্নযুক্ত হবে।

(ঙ) $ax^2 + bx + c$ আকারের বহুপদীর মধ্যপদ বিভক্তিকরণ পদ্ধতিতে : $ax^2 + bx + c = (rx + p)(sx + q)$ হবে।

অতএব, $ax^2 + bx + c$ আকারের বহুপদীর উৎপাদক নির্ণয় করতে হলে ac , অর্থাৎ, x^2 এর সহগ এবং x বর্জিত পদের গুণফলকে এমন দুইটি উৎপাদকে প্রকাশ করতে হবে, যাদের বীজগাণিতিক সমষ্টি x এর সহগ b এর সমান হয়।

(চ) একটি রাশিকে পূর্ণ ঘন আকারে প্রকাশ করে।

(ছ) $a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$ এবং $a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$ সূত্র দুইটি ব্যবহার করে।

(জ) ভগ্নাংশসহযুক্ত রাশির উৎপাদক : ভগ্নাংশযুক্ত রাশির উৎপাদকগুলোকে বিভিন্নভাবে প্রকাশ করা যায়।

$$\text{যেমন, } a^3 + \frac{1}{27} = a^3 + \frac{1}{3^3} = \left(a + \frac{1}{3}\right)\left(a^2 - \frac{a}{3} + \frac{1}{9}\right)$$

আবার, $a^3 + \frac{1}{27} = \frac{1}{27} (27a^3 + 1) = \frac{1}{27} \{(3a)^3 + (1)^3\} = \frac{1}{27} (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1)$

এখানে, দ্বিতীয় সমাধানে চলক-সংবলিত উৎপাদকগুলো পূর্ণসংখ্যা সহগবিশিষ্ট। এই ফলকে প্রথম সমাধানের মতো প্রকাশ করা যায় :

$$\frac{1}{27} (3a + 1)(9a^2 - 3a + 1) = \frac{1}{3} (3a + 1) \times \frac{1}{9} (9a^2 - 3a + 1) = \left(a + \frac{1}{3}\right) \left(a^2 - \frac{a}{3} + \frac{1}{9}\right)$$



অনুশীলনীর প্রশ্ন ও সমাধান



উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর (১ – ৪৩) :

প্রশ্ন ১১ $a^2 + ab + ac + bc$

সমাধান : $a^2 + ab + ac + bc$

$$= a(a + b) + c(a + b) = (a + b)(a + c) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ $ab + a - b - 1$

সমাধান : $ab + a - b - 1$

$$= a(b + 1) - 1(b + 1) = (b + 1)(a - 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ $(x - y)(x + y) + (x - y)(y + z) + (x - y)(z + x)$

সমাধান : $(x - y)(x + y) + (x - y)(y + z) + (x - y)(z + x)$

$$= (x - y)\{(x + y) + (y + z) + (z + x)\}$$

$$= (x - y)(x + y + y + z + z + x)$$

$$= (x - y)(2x + 2y + 2z)$$

$$= (x - y)\{2(x + y + z)\}$$

$$= 2(x - y)(x + y + z) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ $ab(x - y) - bc(x - y)$

সমাধান : $ab(x - y) - bc(x - y)$

$$= (x - y)(ab - bc) = (x - y)\{b(a - c)\}$$

$$= b(x - y)(a - c) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ $9x^2 + 24x + 16$

সমাধান : $9x^2 + 24x + 16$

$$= (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + (4)^2 = (3x + 4)^2 \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ $a^4 - 27a^2 + 1$

সমাধান : $a^4 - 27a^2 + 1$

$$= (a^2)^2 - 2 \cdot a^2 \cdot 1 + (1)^2 - 25a^2$$

$$= (a^2 - 1)^2 - (5a)^2$$

$$= (a^2 - 1 + 5a)(a^2 - 1 - 5a)$$

$$= (a^2 + 5a - 1)(a^2 - 5a - 1)$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১৭ $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

সমাধান : $x^4 - 6x^2y^2 + y^4$

$$= (x^2)^2 - 2 \times x^2 \times y^2 + (y^2)^2 - 4x^2y^2$$

$$= (x^2 - y^2)^2 - (2xy)^2$$

$$= (x^2 - y^2 + 2xy)(x^2 - y^2 - 2xy)$$

$$= (x^2 + 2xy - y^2)(x^2 - 2xy - y^2)$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১৮ $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$

সমাধান : $(a^2 - b^2)(x^2 - y^2) + 4abxy$

$$= a^2x^2 - a^2y^2 - b^2x^2 + b^2y^2 + 2abxy + 2abxy$$

$$= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - a^2y^2 + 2abxy - b^2x^2$$

$$= a^2x^2 + 2abxy + b^2y^2 - (a^2y^2 - 2abxy + b^2x^2)$$

$$= \{(ax)^2 + 2 \cdot ax \cdot by + (by)^2\} - \{(ay)^2 - 2 \cdot ay \cdot bx + (bx)^2\}$$

$$= (ax + by)^2 - (ay - bx)^2$$

$$= (ax + by + ay - bx)(ax + by - ay + bx) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ৯ ৷ $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

সমাধান : $4a^2 - 12ab + 9b^2 - 4c^2$

$$= (2a)^2 - 2 \times 2a \times 3b + (3b)^2 - 4c^2$$

$$= (2a - 3b)^2 - (2c)^2$$

$$= (2a - 3b + 2c)(2a - 3b - 2c)$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১০ ৷ $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

সমাধান : $9x^4 - 45a^2x^2 + 36a^4$

$$= 9(x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4)$$

$$= 9(x^4 - 4a^2x^2 - a^2x^2 + 4a^4)$$

$$= 9\{x^2(x^2 - 4a^2) - a^2(x^2 - 4a^2)\}$$

$$= 9(x^2 - 4a^2)(x^2 - a^2)$$

$$= 9\{(x^2)^2 - (2a)^2\}(x + a)(x - a)$$

$$= 9(x + 2a)(x - 2a)(x + a)(x - a)$$

$$= 9(x + a)(x - a)(x + 2a)(x - 2a)$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১১ ৷ $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

সমাধান : $a^2 + 6a + 8 - y^2 + 2y$

$$= a^2 + 6a + 9 - 1 - y^2 + 2y$$

$$= a^2 + 6a + 9 - (1 - 2y + y^2)$$

$$= (a)^2 + 2 \cdot a \cdot 3 + (3)^2 - (1^2 - 2 \cdot 1 \cdot y + y^2)$$

$$= (a + 3)^2 - (1 - y)^2$$

$$= (a + 3 + 1 - y)(a + 3 - 1 + y)$$

$$= (a - y + 4)(a + y + 2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২ ৷ $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

সমাধান : $16x^2 - 25y^2 - 8xz + 10yz$

$$= (4x)^2 - (5y)^2 - 2z(4x - 5y)$$

$$= (4x - 5y)(4x + 5y) - 2z(4x - 5y)$$

$$= (4x - 5y)(4x + 5y - 2z) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩ ৷ $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

সমাধান : $2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$

$$= 4b^2c^2 - 2b^2c^2 + 2c^2a^2 + 2a^2b^2 - a^4 - b^4 - c^4$$

$$= 4b^2c^2 - (a^4 + b^4 + c^4 + 2b^2c^2 - 2c^2a^2 - 2a^2b^2)$$

$$= 4b^2c^2 - \{(b^2)^2 + (c^2)^2 + (-a^2)^2 + 2.b^2.c^2 + 2.c^2.(-a^2) + 2.(-a^2).b^2\}$$

$$= (2bc)^2 - (b^2 + c^2 - a^2)^2$$

$$= (2bc + b^2 + c^2 - a^2)(2bc - b^2 - c^2 + a^2)$$

$$= (b^2 + 2bc + c^2 - a^2)\{a^2 - (b^2 - 2bc + c^2)\}$$

$$= \{(b + c)^2 - a^2\}\{a^2 - (b - c)^2\}$$

$$= (b + c + a)(b + c - a)(a + b - c)(a - b + c)$$

$$= (a + b + c)(b + c - a)(a + b - c)(c + a - b) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪ ৷ $x^2 + 13x + 36$

সমাধান : $x^2 + 13x + 36$

$$= x^2 + 4x + 9x + 36$$

$$= x(x + 4) + 9(x + 4) = (x + 4)(x + 9) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৫ ৷ $x^4 + x^2 - 20$

সমাধান : $x^4 + x^2 - 20$

$$= x^4 + 5x^2 - 4x^2 - 20 = x^2(x^2 + 5)$$

$$- 4(x^2 + 5)$$

$$= (x^2 + 5)(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 + 5)(x^2 - 2^2)$$

$$= (x^2 + 5)(x + 2)(x - 2) = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 5) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৬ ৷ $a^2 - 30a + 216$

সমাধান : $a^2 - 30a + 216$

$$= a^2 - 18a - 12a + 216$$

$$= a(a - 18) - 12(a - 18) = (a - 18)(a - 12) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৭ ৷ $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

সমাধান : $x^6y^6 - x^3y^3 - 6$

$$= x^6y^6 - 3x^3y^3 + 2x^3y^3 - 6 =$$

$$x^3y^3(x^3y^3 - 3) + 2(x^3y^3 - 3)$$

$$= (x^3y^3 - 3)(x^3y^3 + 2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৮ ৷ $a^8 - a^4 - 2$

সমাধান : $a^8 - a^4 - 2$

$$= a^8 - 2a^4 + a^4 - 2$$

$$= a^4(a^4 - 2) + 1(a^4 - 2) = (a^4 - 2)(a^4 + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৯ ৷ $a^2b^2 - 8ab - 105$

সমাধান : $a^2b^2 - 8ab - 105$

$$= a^2b^2 - 15ab + 7ab - 105$$

$$= ab(ab - 15) + 7(ab - 15)$$

$$= (ab - 15)(ab + 7) = (ab + 7)(ab - 15) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২০ ৷ $x^2 - 37x - 650$

সমাধান : $x^2 - 37x - 650$

$$= x^2 - 50x + 13x - 650$$

$$= x(x - 50) + 13(x - 50)$$

$$= (x - 50)(x + 13) = (x + 13)(x - 50) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২১ ৷ $4x^4 - 25x^2 + 36$

সমাধান : $4x^4 - 25x^2 + 36$

$$= 4x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 36 = 4x^2(x^2 - 4) - 9(x^2 - 4)$$

$$= (x^2 - 4)(4x^2 - 9)$$

$$= (x^2 - 2^2)\{(2x)^2 - 3^2\} = (x + 2)(x - 2)(2x + 3)(2x - 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২২ ৷ $12x^2 - 38x + 20$

সমাধান : $12x^2 - 38x + 20$

$$= 12x^2 - 30x - 8x + 20 = 6x(2x - 5) - 4(2x - 5)$$

$$= (2x - 5)(6x - 4)$$

$$= (2x - 5)\{2(3x - 2)\} = 2(2x - 5)(3x - 2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৩ ৷ $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

সমাধান : $9x^2y^2 - 5xy^2 - 14y^2$

$$= y^2(9x^2 - 5x - 14) = y^2(9x^2 + 9x - 14x - 14)$$

$$= y^2\{(9x(x + 1) - 14(x + 1))\}$$

$$= y^2(x + 1)(9x - 14) = y^2(x + 1)(9x - 14) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৪ ৷ $4x^4 - 27x^2 - 81$

সমাধান : $4x^4 - 27x^2 - 81$

$$= 4x^4 - 36x^2 + 9x^2 - 81 = 4x^2(x^2 - 9) + 9(x^2 - 9)$$

$$= (x^2 - 9)(4x^2 + 9)$$

$$= (x^2 - 3^2)(4x^2 + 9) = (x + 3)(x - 3)(4x^2 + 9) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৫ ৷ $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

সমাধান : $ax^2 + (a^2 + 1)x + a$

$$= ax^2 + a^2x + x + a$$

$$= ax(x + a) + 1(x + a) = (x + a)(ax + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৬ ৷ $3(a^2 + 2a)^2 - 22(a^2 + 2a) + 40$

সমাধান : ধরি, $a^2 + 2a = x$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = 3x^2 - 22x + 40$$

$$= 3x^2 - 12x - 10x + 40$$

$$= 3x(x - 4) - 10(x - 4)$$

$$= (x - 4)(3x - 10)$$

$$= \{(a^2 + 2a) - 4\}\{3(a^2 + 2a) - 10\}$$

[x এর মান বসিয়ে]

$$= (a^2 + 2a - 4)(3a^2 + 6a - 10) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ২৭ ৷ $14(x + z)^2 - 29(x + z)(x + 1) - 15(x + 1)^2$

সমাধান : ধরি, $x + z = a$ এবং $x + 1 = b$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = 14a^2 - 29ab - 15b^2$$

$$= 14a^2 - 35ab + 6ab - 15b^2$$

$$= 7a(2a - 5b) + 3b(2a - 5b)$$

$$= (2a - 5b)(7a + 3b)$$

$$= \{2(x + z) - 5(x + 1)\}\{7(x + z) + 3(x + 1)\}$$

[a ও b এর মান বসিয়ে]

$$= (2x + 2z - 5x - 5)(7x + 7z + 3x + 3)$$

$$= (2z - 3x - 5)(10x + 7z + 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৮ ৥ $(4a - 3b)^2 - 2(4a - 3b)(a + 2b) - 35(a + 2b)^2$

সমাধান : ধরি, $4a - 3b = x$ এবং

$$a + 2b = y$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = x^2 - 2xy - 35y^2$$

$$= x^2 + 5xy - 7xy - 35y^2$$

$$= x(x + 5y) - 7y(x + 5y)$$

$$5y)$$

$$= (x + 5y)(x - 7y)$$

$$= \{(4a - 3b) + 5(a + 2b)\} \{(4a - 3b) - 7(a + 2b)\}$$

[x ও y এর মান বসিয়ে]

$$= (4a - 3b + 5a + 10b)(4a - 3b - 7a - 14b)$$

$$= (9a + 7b)(-3a - 17b)$$

$$= (-1)(9a + 7b)(3a + 17b)$$

$$17b)$$

$$= -(3a + 17b)(9a + 7b)$$

$$\text{(Ans.)}$$

প্রশ্ন ১২৯ ৥ $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$

সমাধান : ধরি, $a - 1 = p$ এবং $a + 1 = q$

$$= q$$

$$\therefore (a - 1)(a + 1) = pq \text{ বা, } a^2 - 1 = pq$$

$$pq$$

$$\therefore a^2 = pq + 1$$

$$\therefore \text{প্রদত্ত রাশি} = px^2 + (pq + 1)xy + qy^2$$

$$= px^2 + pqxy + xy + qy^2$$

$$qy^2$$

$$= px(x + qy) + y(x + qy)$$

$$qy)$$

$$= (x + qy)(px + y)$$

$$= \{x + (a + 1)y\} \{(a - 1)x + y\}$$

$$1)x + y\}$$

[p ও q এর মান বসিয়ে]

$$= (x + ay + y)(ax - x + y) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩০ ৥ $24x^4 - 3x$

সমাধান : $24x^4 - 3x$

$$= 3x(8x^3 - 1) = 3x\{(2x)^3 - 1\}$$

$$= 3x\{(2x - 1)\{(2x)^2 + 2x.1 + (1)^2\}\}$$

$$= 3x(2x - 1)(4x^2 + 2x + 1)$$

$$\text{(Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩১ ৥ $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

সমাধান : $(a^2 + b^2)^3 + 8a^3b^3$

$$= (a^2 + b^2)^3 + (2ab)^3$$

$$= \{(a^2 + b^2) + 2ab\} \{(a^2 + b^2)^2 - (a^2 + b^2).2ab + (2ab)^2\}$$

$$= (a^2 + b^2 + 2ab)\{(a^2)^2 + 2.a^2.b^2 + (b^2)^2 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2\}$$

$$= (a + b)^2(a^4 + 2a^2b^2 + b^4 - 2a^3b - 2ab^3 + 4a^2b^2)$$

$$= (a + b)^2(a^4 - 2a^3b + 6a^2b^2 - 2ab^3 + b^4) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩২ ৥ $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

সমাধান : $x^3 + 3x^2 + 3x + 2$

$$= (x)^3 + 3.x^2.1 + 3.x.1^2 + (1)^3 + 1$$

$$= (x + 1)^3 + 1$$

$$= (x + 1)^3 + (1)^3$$

$$= \{(x + 1) + 1\} \{(x + 1)^2 - (x + 1).1 + (1)^2\}$$

$$= (x + 1 + 1)(x^2 + 2x + 1 - x - 1 + 1)$$

$$= (x + 2)(x^2 + x + 1) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩৩ ৥ $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

সমাধান : $a^3 - 6a^2 + 12a - 9$

$$= (a)^3 - 3.(a)^2.2 + 3.a.(2)^2 - (2)^3 - 1$$

$$= (a - 2)^3 - 1 = (a - 2)^3 - (1)^3$$

$$= \{(a - 2) - 1\} \{(a - 2)^2 + (a - 2).1 + (1)^2\}$$

$$= (a - 2 - 1)(a^2 - 2.a.2 + 2^2 + a - 2 + 1)$$

$$= (a - 3)(a^2 - 4a + 4 + a - 2 + 1)$$

$$= (a - 3)(a^2 - 3a + 3) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩৪ ৥ $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$

সমাধান : $a^3 - 9b^3 + (a + b)^3$

$$= a^3 - b^3 + (a + b)^3 - 8b^3$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b)^3 - (2b)^3$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a + b - 2b)^3$$

$$\{(a + b)^2 + (a + b) \cdot 2b + (2b)^2\}$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)$$

$$(a^2 + 2ab + b^2 + 2ab + 2b^2 + 4b^2)$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2) + (a - b)$$

$$(a^2 + 4ab + 7b^2)$$

$$= (a - b)(a^2 + ab + b^2 + a^2 + 4ab + 7b^2)$$

$$= (a - b)(2a^2 + 5ab + 8b^2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩৫ ৥ $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

সমাধান : $8x^3 + 12x^2 + 6x - 63$

$$= (2x)^3 + 3.(2x)^2.1 + 3.2x.(1)^2 +$$

$$(1)^3 - 1 - 63$$

$$= (2x + 1)^3 - 64 = (2x + 1)^3 -$$

$$(4)^3$$

$$= \{(2x + 1) - 4\}\{(2x + 1)^2 + (2x + 1) \times 4 + (4)^2\}$$

$$= (2x + 1 - 4)\{(2x)^2 + 2.2x.1 + (1)^2 + 8x + 4 + 16\}$$

$$= (2x - 3)(4x^2 + 4x + 1 + 8x +$$

$$20)$$

$$= (2x - 3)(4x^2 + 12x + 21)$$

$$\text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩৬ ৥ $8a^3 + \frac{b^3}{27}$

সমাধান : $8a^3 + \frac{b^3}{27} = (2a)^3 + \left(\frac{b}{3}\right)^3$

$$=$$

$$\left(2a + \frac{b}{3}\right)\left\{(2a)^2 - 2a \cdot \frac{b}{3} + \left(\frac{b}{3}\right)^2\right\}$$

$$=$$

$$\left(2a + \frac{b}{3}\right)\left(4a^2 - \frac{2ab}{3} + \frac{b^2}{9}\right)$$

$$=$$

$$\frac{1}{3}(6a + b) \times \frac{1}{9}(36a^2 - 6ab + b^2)$$

$$=$$

$$\frac{1}{27}(6a + b)(36a^2 - 6ab$$

$$+ b^2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩৭ ৥ $a^3 - \frac{1}{8}$

সমাধান : $a^3 - \frac{1}{8} = a^3 - \left(\frac{1}{2}\right)^3$

$$=$$

$$\left(a - \frac{1}{2}\right)\left\{(a)^2 + a \cdot \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2\right\}$$

$$= \left(a - \frac{1}{2}\right)\left(a^2 + \frac{1}{2}a + \frac{1}{4}\right)$$

$$= \frac{1}{2}(2a - 1) \cdot \frac{1}{4}(4a^2 + 2a +$$

$$1)$$

$$= \frac{1}{8}(2a - 1)(4a^2 + 2a + 1)$$

$$\text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৩৮ ৥ $\frac{a^6}{27} - b^6$

সমাধান : $\frac{a^6}{27} - b^6 = \left(\frac{a^2}{3}\right)^3 - (b^2)^3$

$$=$$

$$\left(\frac{a^2}{3} - b^2\right)\left\{\left(\frac{a^2}{3}\right)^2 + \frac{a^2}{3} \cdot b^2 + (b^2)^2\right\}$$

$$= \left(\frac{a^2}{3} - b^2\right) \left(\frac{a^4}{9} + \frac{a^2b^2}{3} + b^4\right)$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১৩৯ ৷ $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$

সমাধান : $4a^2 + \frac{1}{4a^2} - 2 + 4a - \frac{1}{a}$
 $= (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot \frac{1}{2a} + \left(\frac{1}{2a}\right)^2 + 4a -$

$$\frac{1}{a}$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 4a - \frac{1}{a} =$$

$$\left(2a - \frac{1}{2a}\right)^2 + 2\left(2a - \frac{1}{2a}\right)$$

$$= \left(2a - \frac{1}{2a}\right) \left(2a - \frac{1}{2a} + 2\right) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন ১৪০ ৷ $(3a + 1)^3 - (2a - 3)^3$

সমাধান : ধরি, $3a + 1 = p$ এবং $2a - 3 = q$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= p^3 - q^3 = (p - q)(p^2 + pq + q^2)$
 $= \{(3a + 1) - (2a - 3)\}$
 $\{(3a + 1)^2 + (3a + 1)(2a - 3) + (2a - 3)^2\}$

[p ও q এর মান বসিয়ে]

$$= (3a + 1 - 2a + 3)\{(3a)^2 + 2 \cdot 3a \cdot 1 + (1)^2 + 6a^2 - 9a + 2a - 3 + (2a)^2 - 2 \cdot 2a \cdot 3 + (3)^2\}$$

$$= (a + 4)\{9a^2 + 6a + 1 + 6a^2 - 7a - 3 + 4a^2 - 12a + 9\}$$

$$= (a + 4)(19a^2 - 13a + 7)$$

(Ans.)

প্রশ্ন ১৪১ ৷ $(x + 5)(x - 9) - 15$

সমাধান : $(x + 5)(x - 9) - 15$
 $= x^2 + (5 - 9)x + 5 \cdot (-9) - 15$
 $= x^2 - 4x - 45 - 15 = x^2 - 4x - 60$
 $= x^2 - 10x + 6x - 60 = x(x - 10) + 6(x - 10)$
 $= (x - 10)(x + 6) = (x + 6)(x - 10) \text{ (Ans.)}$

প্রশ্ন ১৪২ ৷ $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$

সমাধান : $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$
 $= (x + 3)(x + 4)(x + 2)(x + 5) - 48$
 $= (x^2 + 7x + 12)(x^2 + 7x + 10) - 48$
 ধরি, $x^2 + 7x = a$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= (a + 12)(a + 10) - 48$

$$= a^2 + (12 + 10)a + 12 \cdot 10 - 48$$

$$= a^2 + 22a + 120 - 48$$

$$= a^2 + 22a + 72$$

$$= a^2 + 4a + 18a + 72$$

$$= a(a + 4) + 18(a + 4)$$

$$= (a + 4)(a + 18)$$

$$= (x^2 + 7x + 4)(x^2 + 7x + 18)$$

[a এর মান বসিয়ে]

(Ans.)

প্রশ্ন ১৪৩ ৷ $(x - 1)(x - 3)(x - 5)(x - 7) - 65$

সমাধান : $(x-1)(x-3)(x-5)(x-7) - 65$
 $= (x-1)(x-7)(x-3)(x-5) - 65$
 $= (x^2 - 8x + 7)(x^2 - 8x + 15) - 65$
 ধরি, $x^2 - 8x = a$
 \therefore প্রদত্ত রাশি $= (a+7)(a+15) - 65$
 $= a^2 + (7+15)a + 7 \cdot 15 - 65$
 $= a^2 + 22a + 105 - 65 = a^2 + 22a + 40$
 $= a^2 + 20a + 2a + 40$
 $= a(a+20) + 2(a+20)$
 $= (a+20)(a+2)$
 $= (x^2 - 8x + 20)(x^2 - 8x + 2)$ [a এর মান বসিয়ে]

(Ans.)

প্রশ্ন ১১৪৪ দেখাও যে, $x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = (x+2)(x+3)(x+4)$

সমাধান : বামপক্ষ $= x^3 + 9x^2 + 26x + 24$
 $= (x)^3 + 3 \cdot (x)^2 \cdot 3 + 3 \cdot x \cdot (3)^2 + (3)^3 - x - 3$
 $= (x+3)^3 - x - 3 = (x+3)^3 - 1(x+3)$

$= (x+3)\{(x+3)^2 - (1)^2\}$
 $= (x+3)(x+3+1)(x+3-1)$
 $= (x+3)(x+4)(x+2)$
 $= (x+2)(x+3)(x+4) =$
 ডানপক্ষ

$\therefore x^3 + 9x^2 + 26x + 24 = (x+2)(x+3)(x+4)$ (দেখানো হলো)

প্রশ্ন ১১৪৫ দেখাও যে, $(x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4) = (3x^2+2x-1)(3x^2+2x-8)$

সমাধান : বামপক্ষ $:= (x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4)$
 $= (x+1)(3x-1)(x+2)(3x-4)$
 $= (3x^2+3x-x-1)(3x^2+6x-4x-8)$
 $= (3x^2+2x-1)(3x^2+2x-8) =$ ডানপক্ষ
 $\therefore (x+1)(x+2)(3x-1)(3x-4) = (3x^2+2x-1)(3x^2+2x-8)$ (দেখানো হলো)



অনুশীলনমূলক কাজের আলোকে সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-১ ▶ $x^2 - 2xy - 4y - 4$ ও $12x^2 + 17x + 6$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি।

ক. উৎপাদকে বিশ্লেষণ কী? ২
 খ. প্রথম রাশিকে দুইটি রাশির গুণফল

আকারে প্রকাশ কর। ৪
 গ. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

▶ ১নং প্রশ্নের সমাধান ▶

ক. কোনো বীজগাণিতিক রাশির সম্ভাব্য উৎপাদকগুলো নির্ণয় করার পর রাশিটিকে লব্ধ উৎপাদকগুলোর গুণফলরূপে প্রকাশ করাকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ বলা হয়।

খ. প্রদত্ত প্রথম রাশি

$$\begin{aligned} &= x^2 - 2xy - 4y - 4 \\ &= x^2 - 4 - 2xy - 4y \\ &= x^2 - (2)^2 - 2y(x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= (x + 2)(x - 2) - 2y(x + 2) \\ &= (x + 2)(x - 2 - 2y) \text{ (Ans.)} \\ \text{গ. দ্বিতীয় রাশি} &= 12x^2 + 17x + 6 \\ &= 12x^2 + 8x + 9x + 6 \\ &= 4x(3x + 2) + 3(3x + 2) \\ &= (3x + 2)(4x + 3) \text{ (Ans.)} \end{aligned}$$



অতিরিক্ত সৃজনশীল প্রশ্ন ও সমাধান



প্রশ্ন-২ ▶ $x^6 - 64$, $x^3 + 8$, $4x^2 + 11x + 16$ তিনটি বীজগাণিতিক রাশি।

- ক. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
- ?** খ. প্রথম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪
- গ. প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির মধ্যকার সাধারণ উৎপাদক কত? ৪

▶▶ ২নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রথম রাশি $= x^3 + 8 = x^3 + 2^3 = (x + 2)(x^2 + 2x + 4)$ **Ans.**

খ. দ্বিতীয় রাশি $= x^6 - 64 = (a^3)^2 - (8)^2$
 $= (x^3 + 8)(x^3 - 8) = (x^3 + 2^3)(x^3 - 2^3)$
 $= (x + 2)(x^2 - 2x + 4) \times (x - 2)(x^2 + 2x + 4)$

$= (x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$ **(Ans.)**

গ. 'ক' থেকে পাই, $x^3 + 8 = (x + 2)(x^2 + 2x + 4)$

'খ' থেকে পাই, $x^6 - 64 = (x + 2)(x - 2)(x^2 + 2x + 4)(x^2 - 2x + 4)$

এখন, তৃতীয় রাশি $= 4x^2 + 11x + 6$
 $= 4x^2 + 8x + 3x + 6$

$= 4x(x + 2) + 3(x + 2)$

$= (x + 2)(4x + 3)$

প্রথম, দ্বিতীয় ও তৃতীয় রাশির উৎপাদকে বিশ্লেষণ থেকে দেখা যায় যে, এদের সাধারণ উৎপাদক $(x + 2)$ **(Ans.)**

প্রশ্ন-৩ ▶ $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)$, $(x + 5)(x - 9) - 15$

- ক. প্রথম রাশিটিকে 2টি রাশির গুণফল আকারে প্রকাশ কর। ২
- ?** খ. প্রথম রাশির সাথে -48 যোগ করে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪
- গ. দ্বিতীয় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

▶▶ ৩নং প্রশ্নের সমাধান ▶▶

ক. প্রথম রাশি $= (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)$

$= (x^2 + 2x + 3x + 6)(x^2 + 4x + 5x + 20)$

$= (x^2 + 5x + 6)(x^2 + 9x + 20)$ **(Ans.)**

খ. প্রথম রাশির সাথে (-48) যোগ করে পাই,
 $(x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5) - 48$

$= (x + 2)(x + 5)(x + 3)(x + 4) - 48$

$= (x^2 + 7x + 10)(x^2 + 7x + 12) - 48$

$= (a + 10)(a + 12) - 48$ [$x^2 + 7x = a$ ধরে]

$$= a^2 + 22a + 120 - 48 = a^2 + 22a + 72$$

$$= a^2 + 18a + 4a + 72 = a(a + 18) + 4(a + 18)$$

$$= (a + 18)(a + 4)$$

$$= (x^2 + 7x + 18)(x^2 + 8x + 4) [a \text{ এর মান বসিয়ে}] \text{ (Ans.)}$$

$$\text{গ. } (x + 5)(x - 9) - 15$$

$$= x^2 + 5x - 9x - 45 - 15$$

$$= x^2 - 4x - 60 = x^2 - 10x + 6x - 60$$

$$= x(x - 10) + 6(x - 10) = (x - 10)(x + 6) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৪ ▶ $a^2 - 1 + 2b - b^2$, $a^4 + 64b^4$ দুইটি বীজগণিতীয় রাশি



ক. উৎপাদক কাকে বলে? ২

খ. ১ম রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

গ. ২য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ৪

▶◀ ৪নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

ক. কোনো রাশি দুই বা ততোধিক রাশির গুণফলের সমান হলে, শেষোক্ত রাশিগুলোর প্রত্যেকটিকে প্রথমোক্ত রাশির উৎপাদক বলে।

$$\text{খ. } ১ম \text{ রাশি} = a^2 - 1 + 2b - b^2 = a^2 - (b^2 - 2b + 1)$$

$$= a^2 - (b - 1)^2 = \{ a + (b - 1) \}$$

$$\{ a - (b - 1) \}$$

$$= (a + b - 1)(a - b + 1)$$

(Ans.)

$$\text{গ. } ২য় \text{ রাশি} = a^4 + 64b^4 = (a^2)^2 + (8b^2)^2$$

$$= (a^2)^2 + 2 \cdot a^2 \cdot 8b^2 + (8b^2)^2 - 16a^2b^2$$

$$= (a^2 + 8b^2)^2 - (4ab)^2$$

$$= (a^2 + 8b^2 + 4ab)(a^2 + 8b^2 - 4ab)$$

$$= (a^2 + 4ab + 8b^2)(a^2 - 4ab + 8b^2) \text{ (Ans.)}$$

প্রশ্ন-৫ ▶ $a^2 - c^2 - 2ab + b^2$, $x^2 - 5x - 24$ এবং $4x^2 + 5x - 6$ তিনটি বীজগণিতীয় রাশি।



ক. প্রথম রাশিটি উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২

খ. দ্বিতীয় রাশিটির মান ০ (শূন্য) হলে, x

এর মান কত? ৪

গ. তৃতীয় রাশিটি উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর

এবং দুইটি বর্গের বিয়োগফল রূপে

প্রকাশ কর। ৪

▶◀ ৫নং প্রশ্নের সমাধান ▶◀

$$\begin{aligned} \text{ক. প্রথম রাশি} &= a^2 - c^2 - 2ab + b^2 \\ &= a^2 - 2ab + b^2 - c^2 = (a - b)^2 - c^2 \\ &= (a - b + c)(a - b - c) \end{aligned}$$

(Ans.)

$$\begin{aligned} \text{খ. দ্বিতীয় রাশি} &= x^2 - 5x - 24 \\ \text{প্রশ্নমতে, } x^2 - 5x - 24 &= 0 \\ \text{বা, } x^2 + 3x - 8x - 24 &= 0 \\ \text{বা, } x(x + 3) - 8(x + 3) &= 0 \\ \text{বা, } (x + 3)(x - 8) &= 0 \\ \text{হয়, } x + 3 = 0 \quad \text{অথবা, } x - 8 = 0 \\ \therefore x = -3 \quad \therefore x = 8 \\ \text{নির্ণেয় মান : } x = -3, 8 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{গ. তৃতীয় রাশি} &= 4x^2 + 5x - 6 = 4x^2 - 3x + 8x - 6 \\ &= x(4x - 3) + 2(4x - 3) = (4x - 3)(x + 2) \\ \text{এখন, } 4x^2 + 5x - 6 &= (4x - 3)(x + 2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \left\{ \frac{(4x - 3) + (x + 2)}{2} \right\}^2 - \left\{ \frac{(4x - 3) - (x + 2)}{2} \right\}^2 \\ &= \left(\frac{4x - 3 + x + 2}{2} \right)^2 - \left(\frac{4x - 3 - x - 2}{2} \right)^2 \\ &= \left(\frac{5x - 1}{2} \right)^2 - \left(\frac{3x - 5}{2} \right)^2 \\ \therefore 4x^2 + 5x - 6 &= \left(\frac{5x - 1}{2} \right)^2 - \left(\frac{3x - 5}{2} \right)^2 \quad (\text{Ans.}) \end{aligned}$$



সৃজনশীল প্রশ্নব্যাংক উত্তরসহ



প্রশ্ন-৬ ▶ $8x^2 + 2xy - 15y^2$; $16x^2 - 25y^2$ দুইটি বীজগাণিতিক রাশি।

- ক. ২য় রাশিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর। ২
খ. দেখাও যে, রাশি দুইটির সাধারণ উৎপাদক $(4x - 5y)$ ৪
গ. ১ম রাশিকে দুইটি রাশির বর্গের বিয়োগফলরূপে প্রকাশ কর। ৪

উত্তর : ক. $(4x + 5y)(4x - 5y)$; গ. $(3x - y)^2 - (4y - x)^2$

প্রশ্ন-৭ ▶ $(a - 1)x^2 + a^2xy + (a + 1)y^2$ রাশিতে $a - 1 = p$ এবং $a + 1 = q$ হলে—

- ক. রাশিটিতে a^2 এর মানটি p ও q এর মাধ্যমে প্রকাশ কর। ২
খ. রাশিটির উৎপাদক নির্ণয় কর। ৪
গ. $x^2 + 2xy - y^2pq$ রাশিটিকে উৎপাদকে বিশ্লেষণ কর এবং দেখাও যে, উদ্দীপক ও প্রদত্ত রাশি দুইটির সাধারণ উৎপাদক $(x + y + ay)$ ৪

উত্তর : ক. $pq + 1$; খ. $(x + ay + y)(ax - x + y)$; গ. $(x + y + ay)(x + y - ay)$