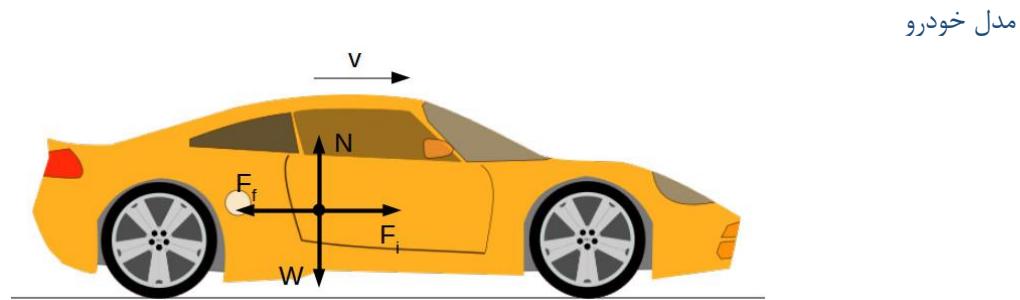


مدل سازی و شبیه‌سازی ABS

در این تمرین به منظور شبیه‌سازی دینامیک خودرو هنگام ترمز گرفتن، از مدل یک‌چهارم خودرو برای خودرو و چرخ استفاده کنید. همچنین یک کنترل کننده ABS ساده به منظور شبیه سازی گشتاور ترمز در شرایط لغزش طراحی کنید.



نیروهای عمل کننده در هنگام ترمز خودرو

اگر یک خودرو را که در حال ترمز گرفتن به صورت مستقیم حرکت می‌کند در نظر بگیریم، می‌توانیم معادلات نیروها در حالت تعادل را به صورت زیر بنویسیم:

- در جهت افقی:

$$F_f = F_i \quad (1)$$

که:

F_f [N] – نیروی اصطکاک بین چرخ و جاده

F_i [N] – نیروی اینرسی خودرو

در جهت عمودی:

$$N = W \quad (2)$$

که:

N [N] – نیروی عمودی (واکنش جاده)

W [N] – وزن خودرو

می‌توانیم نیروی اصطکاک را به صورت زیر بنویسیم:

$$F_f = \mu \cdot N \quad (3)$$

که در آن μ ضریب اصطکاک بین چرخ و جاده است.

وزن خودرو:

$$W = m_v \cdot g \quad (4)$$

با جایگزینی وزن خودرو نیروی اصطکاک را به صورت زیر است:

$$F_f = \mu \cdot m_v \cdot g \quad (5)$$

که:

m_v [kg] – جرم کل خودرو

g [m/s²] – شتاب گرانشی

نیروی اینرسی خودرو:

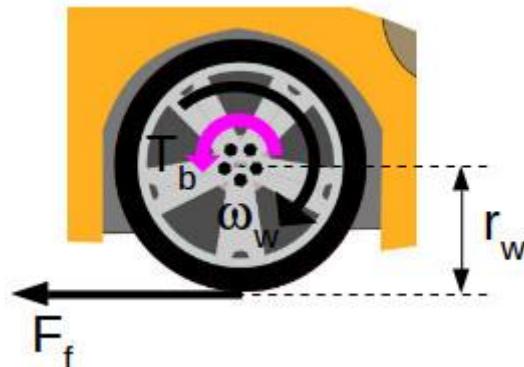
$$F_i = m_v \cdot a_v = m_v \cdot \frac{dv_v}{dt} \quad (6)$$

در اینجا v_v [m/s] سرعت خودرو است. از معادلات (۱)، (۵) و (۶) می‌توانیم رابطه شتاب خودرو را بنویسیم:

$$\frac{dv_v}{dt} = \frac{1}{m_v} \cdot (\mu \cdot m_v \cdot g) \quad (7)$$

سرعت خودرو با انتگرال‌گیری از (۷) به دست می‌آید.

مدل چرخ



نیروهای عمل کننده در هنگام ترمز چرخ

در هنگام ترمزگیری، راننده از طریق سیستم ترمز، گشتاور ترمز T_b [Nm] را به چرخ‌ها اعمال می‌کند. نیروی اصطکاک F_f [N] بین چرخ و جاده با شعاع چرخ r_w [m] ایجاد یک گشتاور مخالف می‌کند. می‌توانیم معادله حرکت چرخ را به صورت زیر بنویسیم:

$$T_b - F_f \cdot r_w - J_w \cdot \frac{d\omega_w}{dt} = 0 \quad (8)$$

که:

J_w [kg·m²] – لامان اینرسی چرخ

ω_w [rad/s] – سرعت زاویه ای چرخ

از رابطه (۸) می‌توانیم رابطه شتاب چرخ را بنویسیم:

$$\frac{d\omega_w}{dt} = \frac{1}{J_w} \cdot (T_b - F_f \cdot r_w) \quad (9)$$

سرعت چرخ با انتگرال‌گیری از رابطه (۹) به دست می‌آید.

لغزش چرخ

سیستم ABS باید لغزش چرخ را در اطراف مقدار بهینه کنترل کند. لغزش چرخ به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$s = 1 - \frac{\omega_w}{\omega_v} \quad (10)$$

که در آن ω_v [rad/s] سرعت زاویه‌ای متناظر با خودرو است:

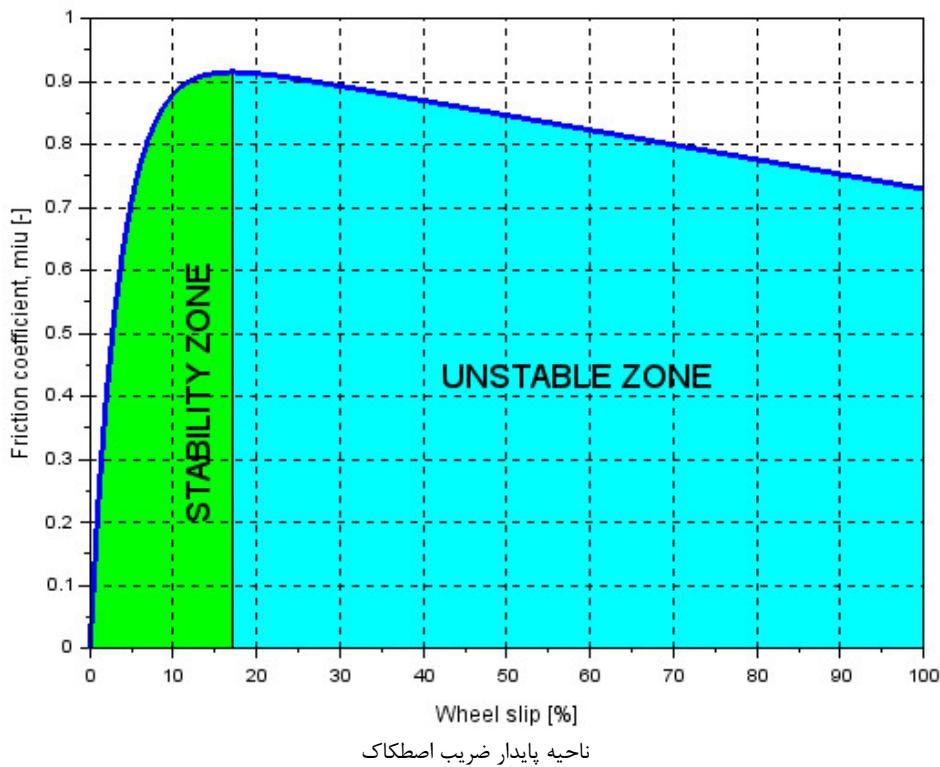
$$\omega_v = \frac{v_v}{r_w} \quad (11)$$

و v_v [m/s] سرعت خودرو است.

ضریب اصطکاک

ضریب اصطکاک بین چرخ و جاده به عوامل مختلفی بستگی دارد:

- لغزش چرخ
- سرعت خودرو
- سطح جاده
- شرایط محیطی (رطوبت، دما و غیره)



در هنگام ترمزگیری، اگر لغزش چرخ ۱۰۰٪ باشد، چرخ قفل می‌شود اما خودرو همچنان در حال حرکت است. در لغزش ۰ درصد، چرخ و خودرو دقیقاً سرعت یکسانی دارند. ضرب اصطکاک بهینه (بالاترین مقدار) زمانی به دست می‌آید که لغزش چرخ حدود ۲۰ درصد باشد. چنانکه در شکل نشان داده شده است، منحنی ضرب اصطکاک به دو ناحیه تقسیم می‌شود:

- ناحیه پایدار: ضرب اصطکاک با افزایش لغزش چرخ افزایش می‌یابد
- ناحیه ناپایدار: ضرب اصطکاک با افزایش لغزش چرخ کاهش می‌یابد

اگر لغزش چرخ وارد ناحیه ناپایدار شود، ضرب اصطکاک کاهش می‌یابد و چرخ قفل می‌شود و باعث لغزش و ناپایداری خودرو می‌شود. در این تمرین، سیستم ABS باید لغزش چرخ را در حدود ۲۰ درصد نگه دارد.

ضریب اصطکاک را می‌توان با رابطه تجربی زیر بیان کرد:

$$\mu(\lambda) = c_1(1 - e^{-c_2 s}) - c_3 s$$

که در آن s لغزش چرخ و ضرایب C_3, C_2, C_1 بسته به نوع جاده با مقادیر زیر تعریف می‌شوند:

| Road Type | Road Condition | c_1 | c_2 | c_3 |
|-----------|----------------|-------|-------|-------|
| 1 | Dry Ashpalt | 1.1 | 24.0 | 0.52 |
| 2 | Wet Ashpalt | 0.86 | 33.82 | 0.35 |
| 3 | Snow | 0.2 | 94.13 | 0.066 |
| 4 | Ice | 0.15 | 100 | 0.05 |

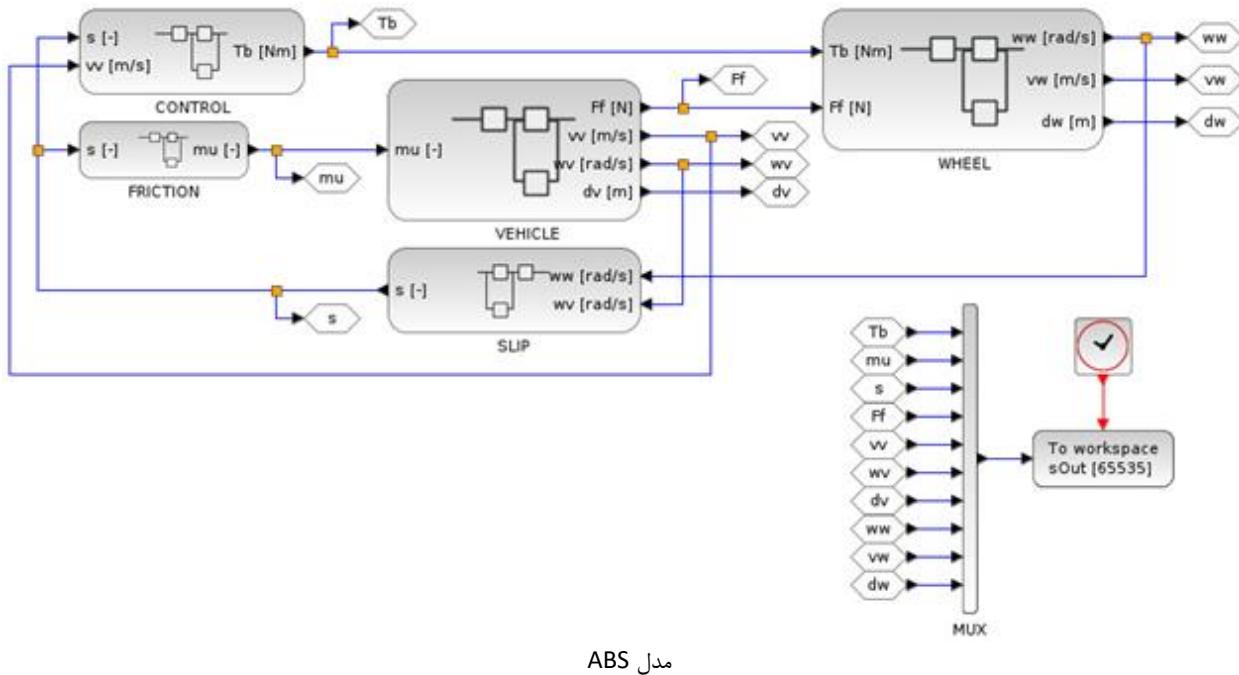
پارامترهای خودرو

برای مسأله شبیه‌سازی خود، از اسمای و مقادیر زیر برای پارامترهای خودرو و کنترل کننده استفاده کنید:

| Symbol | Unit | Value | Description |
|------------|----------------------------|-------------------------|---|
| m_v | kg | 1400 | total vehicle mass |
| J_w | $\text{kg}\cdot\text{m}^2$ | 0.01 | wheel inertia |
| r_w | m | 0.32 | wheel radius |
| v_0 | m/s | 33.33 | initial vehicle speed |
| v_{\min} | m/s | 1.5 | minimum vehicle speed for slip control active |
| g | m/s^2 | 9.8 | gravitational acceleration |
| K | – | 1000 | hydraulic system amplification factor |
| T | s | 0.05 | time constant to simulate braking system inertia |
| T_{bmax} | Nm | 2000 | maximum braking torque applied to the wheels |
| ϵ | – | $2.2204 \cdot 10^{-16}$ | division by zero protection constant |
| ON | – | 1 or 0 | logic variable for activation/deactivation of the slip controller |
| road type | – | 1, 2, 3 or 4 | constant for road type setting |

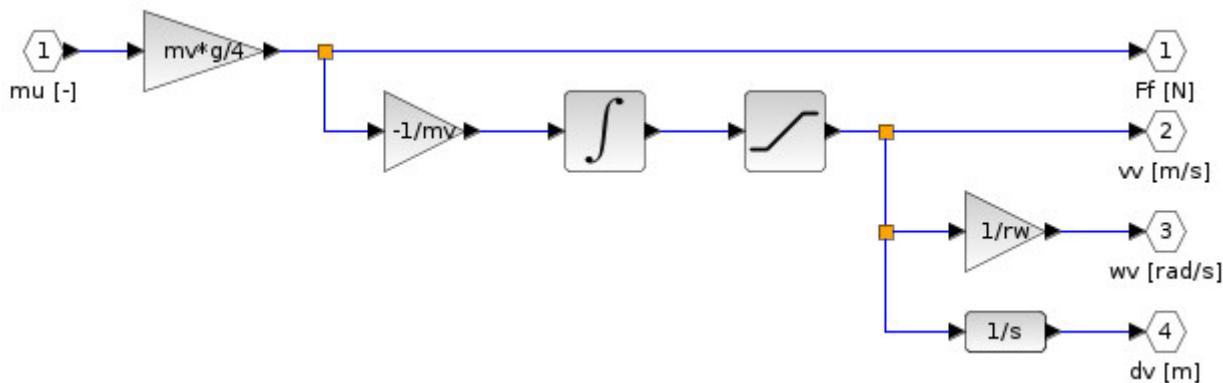
نمودار بلوکی

مدل خودرو و چرخ مورد استفاده برای شبیه‌سازی به عنوان مدل یک‌چهارم خودرو شناخته می‌شود. به این معنی که یک چهارم جرم خودروی تنها با یک چرخ در نظر گرفته می‌شود. همچنین، تنها دینامیک طولی خودرو بدون توجه به تاثیر سیستم تعليق در نظر گرفته شده است. لایه بالای نمودار شامل اجزای اصلی و رابطه‌های بین آنها است که در ادامه هر جزء و ورودی و خروجی آن با جزئیات شرح داده می‌شود.



مدل ABS

خودرو

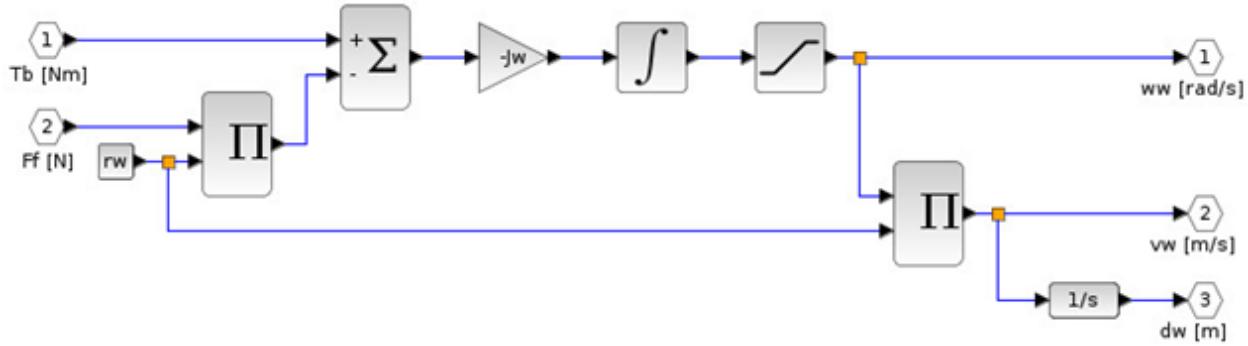


مدل خودرو

مدل خودرو از معادله (۷) استفاده می‌کند. از آنجایی که ما از مدل یک چهارم خودرو استفاده می‌کنیم، وزن کل خودرو با فرض توزیع برابر در هر چرخ بر 4 تقسیم می‌شود. ورودی مدل ضریب اصطکاک μ است که تابع لغزش چرخ است. بلوک انتگرال گیر دارای مقدار اولیه 70 است و به حداقل 1000 متر بر ثانیه و حداقل 1000 متر بر ثانیه محدود شده است. مسافت طی شده توسط خودرو با انتگرال گیری سرعت خودرو محاسبه می‌شود. خروجی‌های این بلوک عبارتند از:

- نیروی اصطکاک F_f [N]
- سرعت خودرو v_v [m/s]
- معادل سرعت دورانی w_v [rad/s]
- مسافت طی شده d_v [m]

چرخ



مدل چرخ

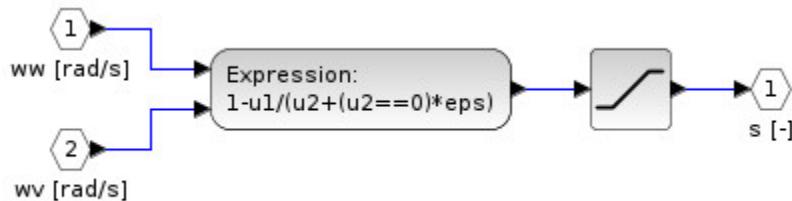
مدل چرخ از معادله (۹) استفاده می‌کند. انتگرال گیر سرعت زاویه‌ای چرخ w_w [rad/s] دارای مقدار اولیه v_0/r_w [rad/s] است و به حداقل ۱۰۰۰ رادیان بر ثانیه و حداقل ۰ رادیان بر ثانیه محدود می‌شود. سرعت خطی (مماسی) چرخ v_w [m/s] با ضرب سرعت زاویه‌ای در شعاع r_w [m] به دست می‌آید. مسافت طی شده توسط چرخ d_w [m] با انتگرال گیری سرعت خطی به دست می‌آید.
ورودی‌ها:

- گشتاور ترمز T_b [Nm]
- نیروی اصطکاک F_f [N]

خروجی‌ها:

- سرعت زاویه‌ای چرخ w_w [rad/s]
- سرعت خطی چرخ v_w [m/s]
- مسافت طی شده توسط چرخ d_w [m]

لغزش



مدل لغزش چرخ

لغزش چرخ با استفاده از رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود. هنگامی که سرعت خودرو صفر است، برای جلوگیری از تقسیم بر صفر، ثابت ϵ به عنوان مخرج استفاده می‌شود. مقدار لغزش محاسبه شده به حداقل ۱ و حداقل ۰ محدود می‌شود.

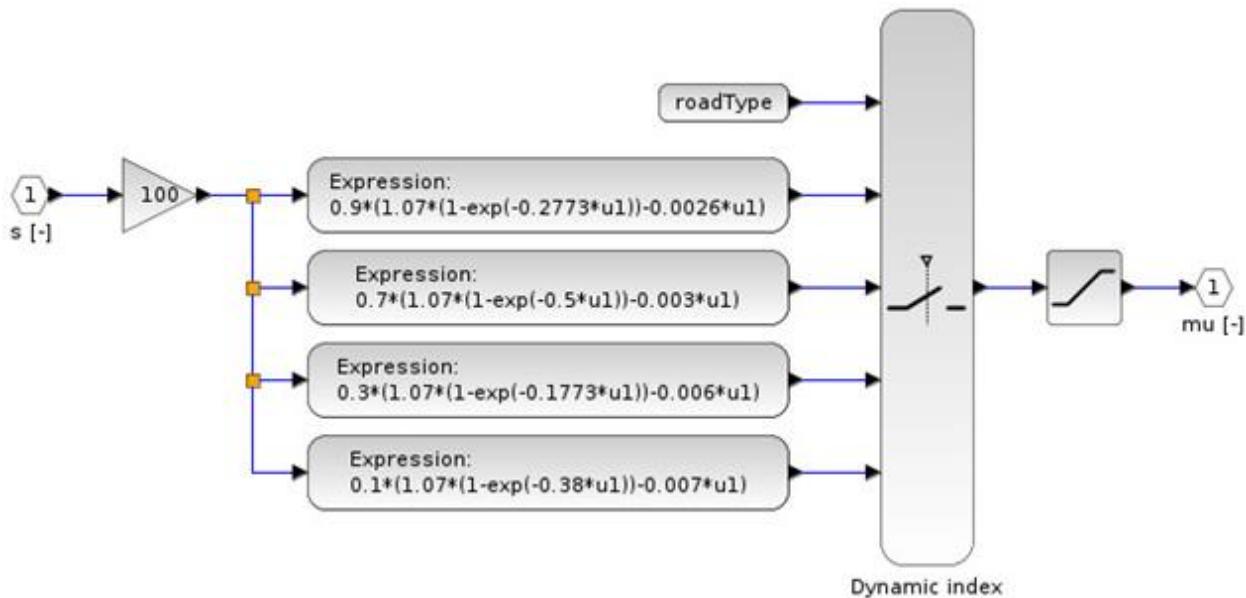
ورودی‌ها:

- سرعت زاویه‌ای چرخ w_w [rad/s]
- سرعت زاویه‌ای معادل خودرو w_v [rad/s]

خروجی‌ها:

- لغزش چرخ s [-]

اصطکاک



مدل اصطکاک چرخ

نمودار ضریب اصطکاک هر چهار نوع معادله (۱۲) را پیاده سازی می کند، که هر کدام برای یک وضعیت جاده است. روابط ریاضی ضریب اصطکاک را به صورت درصد [%] می گیرند، بنابراین s با استفاده از یک بلوک بهره در ۱۰۰ ضرب می شود. ضریب اصطکاک وابسته به جاده با استفاده از بلوک Dynamic index انتخاب می شود که توسط متغیر roadType کنترل می شود. ضریب اصطکاک بین حداقل ۰ و حداً ۱ محدود می شود.

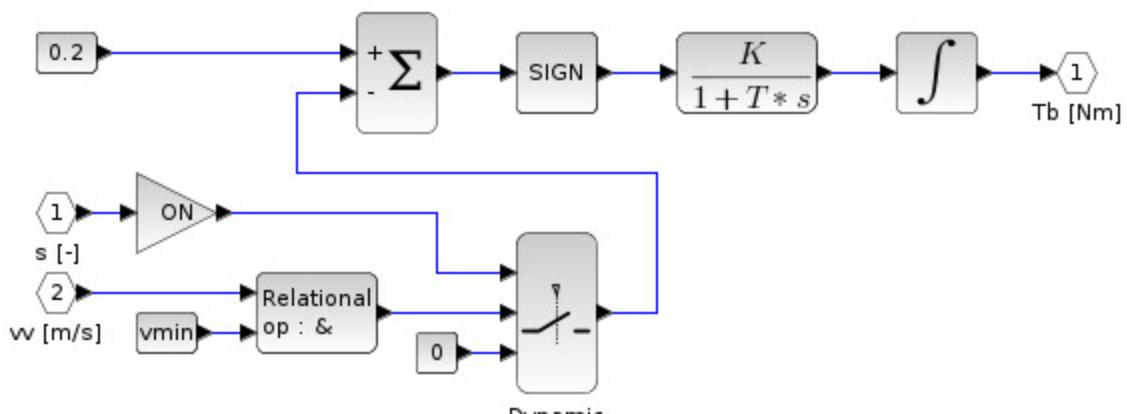
ورودی:

- لغزش چرخ [-] s

خروجی:

- ضریب اصطکاک [-] μ

کنترل



کنترل لغزش ABS

کنترل کننده لغزش نسبتی ساده و از نوع Bang-Bang است. همانطور که در بخش ضریب اصطکاک بالا بحث شد، حداقل مقدار ضریب اصطکاک حول یک لغزش ۲۰ درصد به دست می‌آید که آن را به عنوان لغزش هدف در نظر می‌گیریم. خطای لغزش با کم کردن لغزش واقعی از لغزش هدف محاسبه می‌شود.

کنترل کننده ABS با قراردادن بلوک بهره $0 = ON$ غیرفعال می‌شود و با $1 = ON$ فعال می‌شود. برای جلوگیری از عملکرد کنترل کننده در سرعت‌های پایین، لغزش واقعی s تنها زمانی استفاده می‌شود که سرعت خودرو بالاتر از v_{min} [m/s] باشد.

بلوک SIGN علامت خطای لغزش (۱، ۰، یا -۱) را در خروجی ایجاد می‌کند. سیستم هیدرولیک با یک تابع انتقال مرتبه اول (به منزله تأثیر سیستم هیدرولیک)، با ضریب بهره K و ثابت زمانی T مدل می‌شود. خروجی تابع انتقال، گشتاور ترمز T_b [Nm] است. در ادامه از یک انتگرال‌گیر برای اطمینان از میل کردن خطا به سمت صفر استفاده می‌شود. خروجی انتگرال‌گیر بین ۰ نیوتون‌متر و T_{bmax} [Nm] محدود شده است.

ورودیها:

- لغزش چرخ [-s]
- سرعت خودرو [m/s]
- خروجی: T_b [Nm]

سوالات:

- ۱- تغییر ضریب اصطکاک را به عنوان تابعی از لغزش، برای شرایط مختلف جاده ترسیم کنید.
- ۲- شبیه‌سازی را برای ترمزگیری از سرعت اولیه v_0 (۱۲۰ کیلومتر بر ساعت) تا توقف کامل خودرو، با ترمز شدید راننده در دو حالت زیر اجرا کنید:

- بدون ABS
- با ABS

شبیه‌سازی را برای ۲۵ ثانیه اجرا کنید.

متغیرهای زیر را برای دو حالت بالا و چهار نوع جاده ترسیم کنید و در باره نتایج بحث کنید:
گشتاور ترمز چرخ، لغزش چرخ، ضریب اصطکاک چرخ، سرعت چرخ و خودرو، مسافت طی شده.