دانشگاه صنعتی شریف

دانشکده مهندسی هوافضا

تمرین کنترل هوشمند

تمرین سری چهارم

نگارش

مهدی شاه رجبیان

استاد:

دکتر سید محمدعلی امامی

اردیبهشت ۱۴۰۲

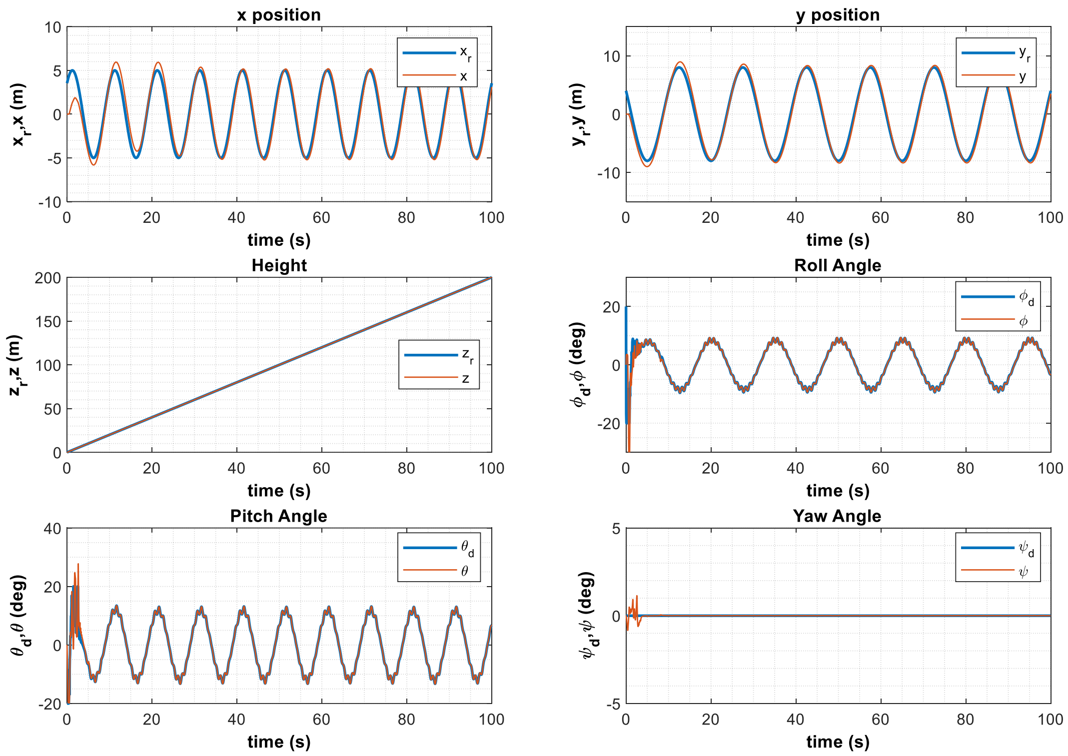
۱- نتایج شبیه‌سازی به صورت زیر می‌باشد.

خطای ردیابی:

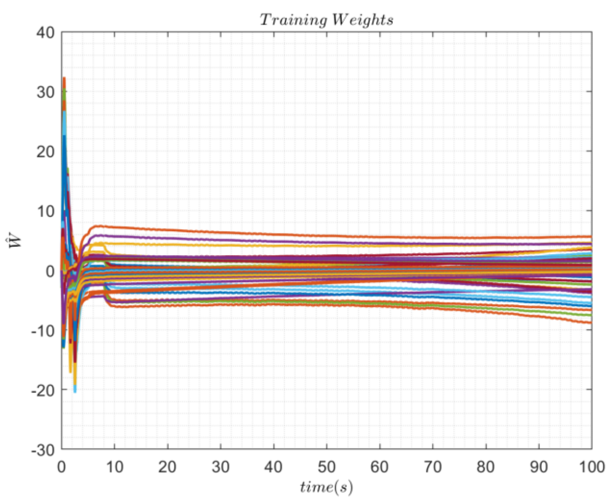
$$MAE_{x_1} = 0.006, \qquad MAE_{x_2} = 0.0056, \qquad MAE_{x_3} = 0.0003, \qquad MAE_{x_4} = 0.0027$$

خطای تخمین:

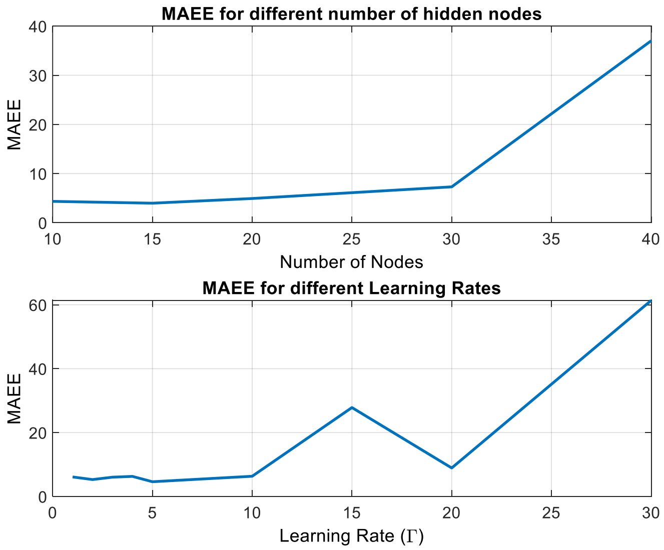
$$MAEE = 4.323$$



نمودار تغییرات وزن‌ها و همگرایی آن به صورت زیر می‌باشد.



نمودار تغییرات MAEE بر اساس تعداد نورون‌ها و نرخ یادگیری به صورت زیر می‌باشد.



۲- در نظر گرفتن اشباع ورودی با modified tracking error

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}^T \quad \dot{\boldsymbol{x}}^T \quad \boldsymbol{u}^T]^T$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \Delta(\boldsymbol{X})$$

$$\Delta(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{w^*}^T\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{X}) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \hat{\Delta}(\boldsymbol{X}) = \widehat{\boldsymbol{w}}^T\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{X})$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}_c)$$

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x_d} \quad \rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{e}} = \dot{\boldsymbol{x}} - \dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}}$$

$$\boldsymbol{s} = \dot{\boldsymbol{e}} + \lambda\boldsymbol{e} \quad \rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{s}} = \ddot{\boldsymbol{e}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}} = \ddot{\boldsymbol{x}} - \ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}}$$
$$= \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}_c) + \Delta(\boldsymbol{X}) - \ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}}$$

$$\boldsymbol{u}_c = \boldsymbol{B}^{-1}\left[\ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} - \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) - \hat{\Delta}(\boldsymbol{X}) - \lambda\dot{\boldsymbol{e}} - k\boldsymbol{s}\right]$$

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = -k\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_c)$$

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{s} - \boldsymbol{\gamma}$$

$$\dot{\boldsymbol{z}} = \dot{\boldsymbol{s}} - \dot{\boldsymbol{\gamma}} = \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}_c) + \Delta(\boldsymbol{X}) - \ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}} + k\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}_c)$$
$$+ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}_c$$

$$\rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \Delta(\boldsymbol{X}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}_c - \ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}} + k\boldsymbol{\gamma}$$

تابع لیاپانوف را به صورت زیر تعریف می‌کنیم و با مشتق گیری بدست می‌آید:

$$V = \frac{1}{2}\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z} + \frac{1}{2\Gamma}tr(\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\widetilde{\boldsymbol{w}}) \quad \rightarrow \quad \dot{V} = \boldsymbol{z}^T\dot{\boldsymbol{z}} + \frac{1}{\Gamma}tr\left(\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\dot{\widehat{\boldsymbol{w}}}\right)$$

با جایگذاری $\dot{\boldsymbol{z}}$ و قانون کنترل $\boldsymbol{u}_c$ بدست می‌آید:

$$\dot{V} = \boldsymbol{z}^T(-\,\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\boldsymbol{\mu} + \boldsymbol{\varepsilon} - k\boldsymbol{z}) + \frac{1}{\Gamma}tr\left(\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\dot{\hat{\boldsymbol{w}}}\right)$$

قانون آپدیت را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{\hat{\boldsymbol{w}}} = \Gamma(\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{z}^T - \sigma\hat{\boldsymbol{w}})$$

در نتیجه رابطه زیر بدست می‌آید که اگر $\|\boldsymbol{\varepsilon}\| > \|k\boldsymbol{z}\|$ باشد، $\dot{V} < 0$ خواهد بود.

$$\dot{V} = -k\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z} + \boldsymbol{z}^T\boldsymbol{\varepsilon}$$

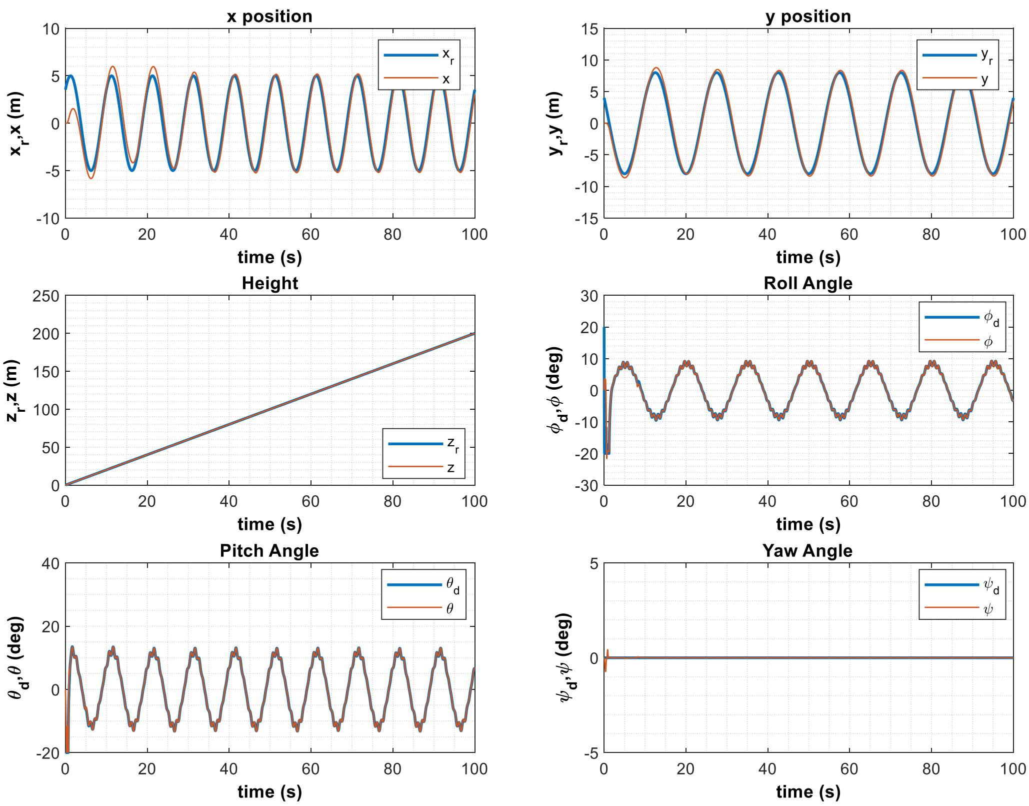
نتایج شبیه‌سازی برای تراست ماکزیمم ۵ نیوتون به صورت زیر می‌باشد که نسبت به حالت نرمال و بدون MTE عملکرد بهتری را در پاسخ و خطاها مشاهده می‌کنیم.

خطای ردیابی:

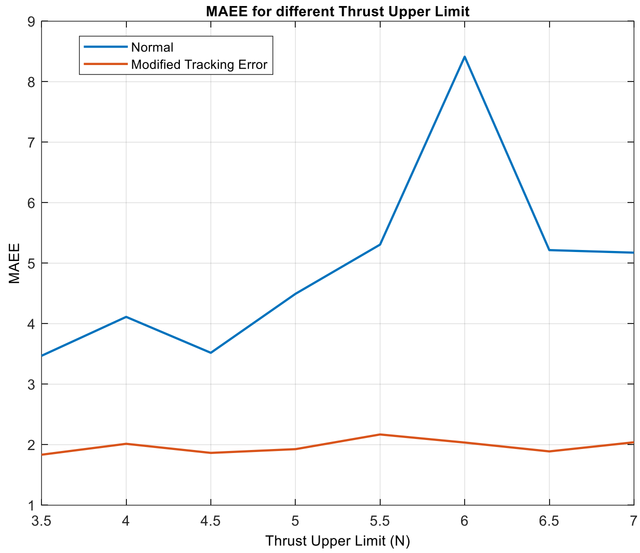
$$MAE_{x_1} = 0.004, \qquad MAE_{x_2} = 0.0024, \qquad MAE_{x_3} = 0.0001, \qquad MAE_{x_4} = 0.0019$$

خطای تخمین:

$$MAEE = 1.899$$



در نمودار زیر نمودار تغییرات خطای تخمین به ازای مقادیر مختلف حد بالای تراست (ورودی کنترلی) نشان داده شده است و مشاهده می‌شود که روش MTE عملکرد بهتری از نظر تخمین در مقادیر مختلف اشباع دارد.



۳-

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}^T \quad \dot{\boldsymbol{x}}^T \quad \boldsymbol{u}^T]^T$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \Delta(\boldsymbol{X})$$

$$\Delta(\boldsymbol{X}) = \boldsymbol{w}^{*T}\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{X}) + \boldsymbol{\varepsilon}, \quad \hat{\Delta}(\boldsymbol{X}) = \hat{\boldsymbol{w}}^T\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{X})$$

$$\boldsymbol{u} = \boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}_c)$$

$$\boldsymbol{e} = \boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_{\boldsymbol{d}} \quad \rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{e}} = \dot{\boldsymbol{x}} - \dot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}}$$

$$\begin{aligned} \boldsymbol{s} = \dot{\boldsymbol{e}} + \lambda\boldsymbol{e} \quad \rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{s}} &= \ddot{\boldsymbol{e}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}} = \ddot{\boldsymbol{x}} - \ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}} \\ &= \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}_c) + \Delta(\boldsymbol{X}) - \ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}} \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{u}_c = \boldsymbol{B}^{-1}\left[\ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} - \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) - \hat{\Delta}(\boldsymbol{X}) - \lambda\dot{\boldsymbol{e}} - k\boldsymbol{s} + \frac{\dot{b}}{b}\boldsymbol{z}\right]$$

$$\dot{\boldsymbol{\gamma}} = -k\boldsymbol{\gamma} + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})(\boldsymbol{u} - \boldsymbol{u}_c)$$

$$\boldsymbol{z} = \boldsymbol{s} - \boldsymbol{\gamma}$$

$$\begin{aligned} \dot{\boldsymbol{z}} = \dot{\boldsymbol{s}} - \dot{\boldsymbol{\gamma}} = &\ \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}_c) + \Delta(\boldsymbol{X}) - \ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}} + k\boldsymbol{\gamma} - \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{h}(\boldsymbol{u}_c) \\ &+ \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}_c \end{aligned}$$

$$\rightarrow \quad \dot{\boldsymbol{z}} = \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \Delta(\boldsymbol{X}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u}_c - \ddot{\boldsymbol{x}}_{\boldsymbol{d}} + \lambda\dot{\boldsymbol{e}} + k\boldsymbol{\gamma}$$

تابع لیاپانوف را به صورت زیر تعریف می‌کنیم و با مشتق گیری بدست می‌آید:

$$V=\frac{1}{2}ln\left(\frac{b^2}{b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z}}\right)+\frac{1}{2\Gamma}tr(\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\widetilde{\boldsymbol{w}})$$

$$\dot{V}=\frac{1}{2}\frac{b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z}}{b^2}\left[\frac{2b\dot{b}(b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z})-b^2\left(2b\dot{b}-2\boldsymbol{z}^T\dot{\boldsymbol{z}}\right)}{(b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z})^2}\right]+\frac{1}{\Gamma}tr\left(\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\dot{\widehat{\boldsymbol{w}}}\right)$$

$$\dot{V}=\frac{b\boldsymbol{z}^T\dot{\boldsymbol{z}}-\dot{b}\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z}}{b(b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z})}+\frac{1}{\Gamma}tr\left(\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\dot{\widehat{\boldsymbol{w}}}\right)$$

با جایگذاری $\dot{\boldsymbol{z}}$ و قانون کنترل $\boldsymbol{u}_c$ بدست می‌آید:

$$\dot{V}=\frac{b\boldsymbol{z}^T\left(-\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\varepsilon}-k\boldsymbol{z}+\frac{\dot{b}}{b}\boldsymbol{z}\right)-\dot{b}\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z}}{b(b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z})}+\frac{1}{\Gamma}tr\left(\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\dot{\widehat{\boldsymbol{w}}}\right)$$
$$=\frac{\boldsymbol{z}^T(-\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\boldsymbol{\mu}+\boldsymbol{\varepsilon}-k\boldsymbol{z})}{(b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z})}+\frac{1}{\Gamma}tr\left(\widetilde{\boldsymbol{w}}^T\dot{\widehat{\boldsymbol{w}}}\right)$$

قانون آپدیت را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\dot{\widehat{\boldsymbol{w}}}=\frac{\Gamma\boldsymbol{\mu}\boldsymbol{z}^T}{(b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z})}$$

در نتیجه رابطه زیر بدست می‌آید که اگر $\|\boldsymbol{\varepsilon}\|<\|k\boldsymbol{z}\|$ باشد، $\dot{V}<0$ خواهد بود.

$$\dot{V}=\frac{\boldsymbol{z}^T(-k\boldsymbol{z}+\boldsymbol{\varepsilon})}{(b^2-\boldsymbol{z}^T\boldsymbol{z})}$$

با توجه به داده‌های مسئله $b=b_1+e^{-\frac{t}{10}}$ می‌باشد بدین ترتیب $\dot{b}=-0.1e^{-\frac{t}{10}}$ خواهد بود.

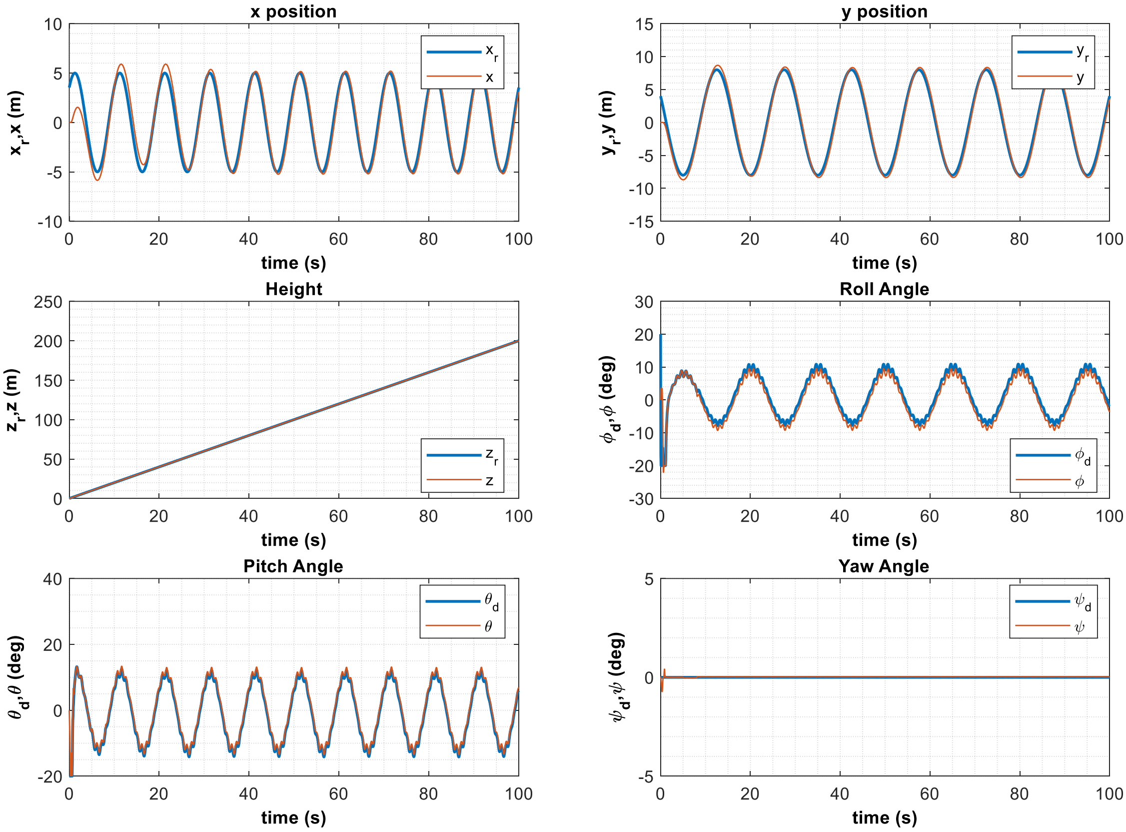
نتایج شبیه‌سازی برای $b_1=0.05$ به صورت زیر می‌باشد:

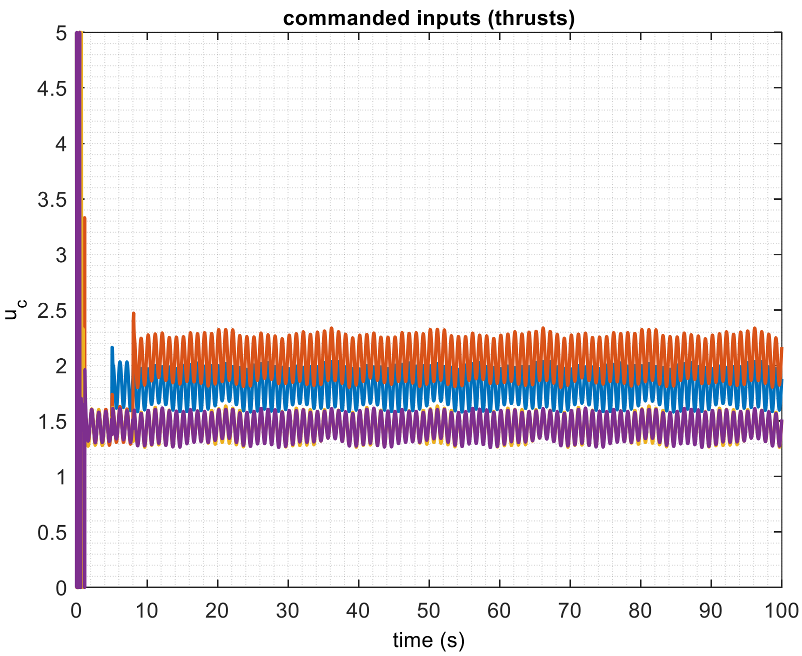
خطای ردیابی:

$$MAE_{x_1}=0.027,\qquad MAE_{x_2}=0.0153,\qquad MAE_{x_3}=0.0005,\qquad MAE_{x_4}=0.0034$$

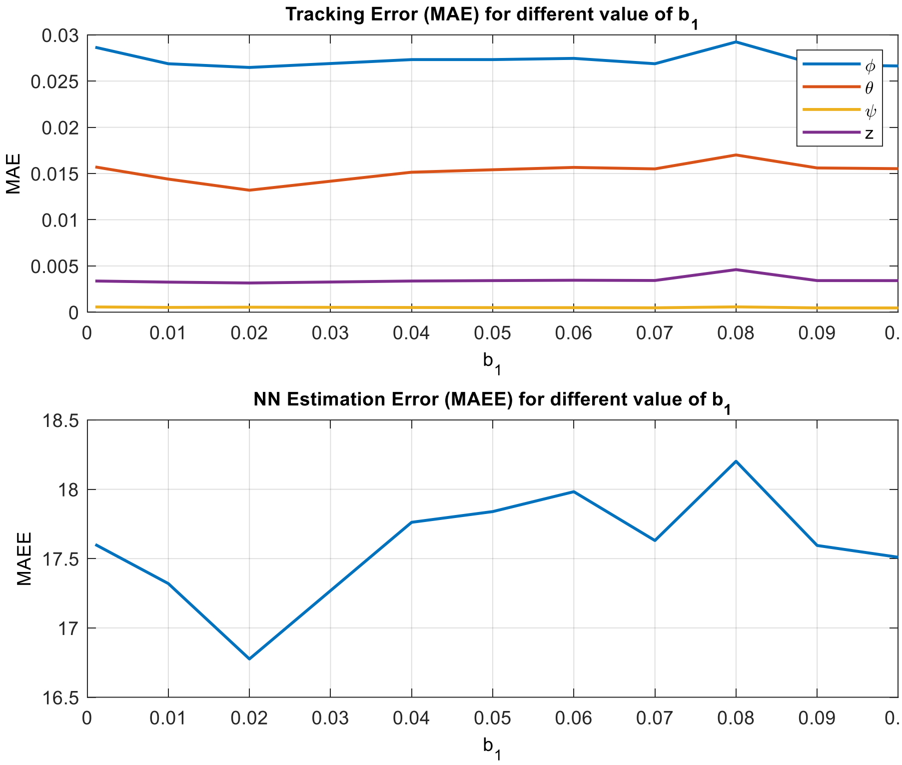
خطای تخمین:

$$MAEE=17.6$$


x position
time (s)
y position
Height
Roll Angle
Pitch Angle
Yaw Angle


commanded inputs (thrusts)
u
time (s)

در نمودار زیر نمودار تغییرات خطای ردیابی و خطای تخمین شبکه به ازای مقادیر مختلف b_1 نشان داده شده است.



۴- برای عدم قطعیت هر کانال $\boldsymbol{x}$ (ϕ, θ, ψ, z) داریم:

$$\boldsymbol{X} = [\boldsymbol{x}^T \quad \dot{\boldsymbol{x}}^T \quad \boldsymbol{u}^T]^T, \ \ \boldsymbol{\mu} = \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{X}), \qquad \hat{\Delta}(\boldsymbol{X}) = \widehat{\boldsymbol{w}}^T \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{X})$$

$$\hat{\Delta}_i = \boldsymbol{\mu}^T \widehat{\boldsymbol{w}}_i \quad ; i = 1,2,3,4 \ (\phi, \theta, \psi, z)$$

$$\boldsymbol{X}_k = [\boldsymbol{x}_k^T \quad \dot{\boldsymbol{x}}_k^T \quad \boldsymbol{u}_k^T]^T, \quad \boldsymbol{\mu}_k = \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{X}_k)_{N_n \times 1}, \qquad \hat{\Delta}_{i_k} = \boldsymbol{\mu}_k^T \widehat{\boldsymbol{w}}_{i_k}$$

$$\boldsymbol{P}_0 = \alpha \boldsymbol{I}_{N_n \times N_n}, \ \ \alpha \gg 1$$

$$\boldsymbol{\kappa}_k = \frac{\boldsymbol{P}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_k}{\lambda + \boldsymbol{\mu}_k^T \boldsymbol{P}_{k-1} \boldsymbol{\mu}_k}$$

$$\boldsymbol{P}_k = \left(\boldsymbol{I}_{N_n \times N_n} - \boldsymbol{\kappa}_k \boldsymbol{\mu}_k^T\right) \frac{\boldsymbol{P}_{k-1}}{\lambda}$$

$$e_{i_k} = \Delta_{i_k} - \boldsymbol{\mu}_k^T \widehat{\boldsymbol{w}}_{i_{k-1}}$$

$$\widehat{\boldsymbol{w}}_{i_k} = \widehat{\boldsymbol{w}}_{i_{k-1}} + \boldsymbol{\kappa}_k e_{i_k}$$

$$\hat{\Delta}_{i_k} = \boldsymbol{\mu}_k^T \widehat{\boldsymbol{w}}_{i_k}$$

برای تخمین Δ_{i_k} صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$\boldsymbol{x} = [\varphi \quad \theta \quad \psi \quad z]^T, \qquad \dot{\boldsymbol{x}} = [\dot{\varphi} \quad \dot{\theta} \quad \dot{\psi} \quad \dot{z}]^T$$

$$\ddot{\boldsymbol{x}} = \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x})\boldsymbol{u} + \Delta(\boldsymbol{X})$$

$$\frac{\dot{\boldsymbol{x}}_k - \dot{\boldsymbol{x}}_{k-1}}{\Delta t} \approx \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}_k) + \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}_k)\boldsymbol{u}_k + \Delta(\boldsymbol{X}_k)$$

$$\rightarrow \quad \Delta_k \approx \frac{\dot{\boldsymbol{x}}_k - \dot{\boldsymbol{x}}_{k-1}}{\Delta t} - \boldsymbol{F}(\dot{\boldsymbol{x}}_k) - \boldsymbol{B}(\boldsymbol{x}_k)\boldsymbol{u}_k$$

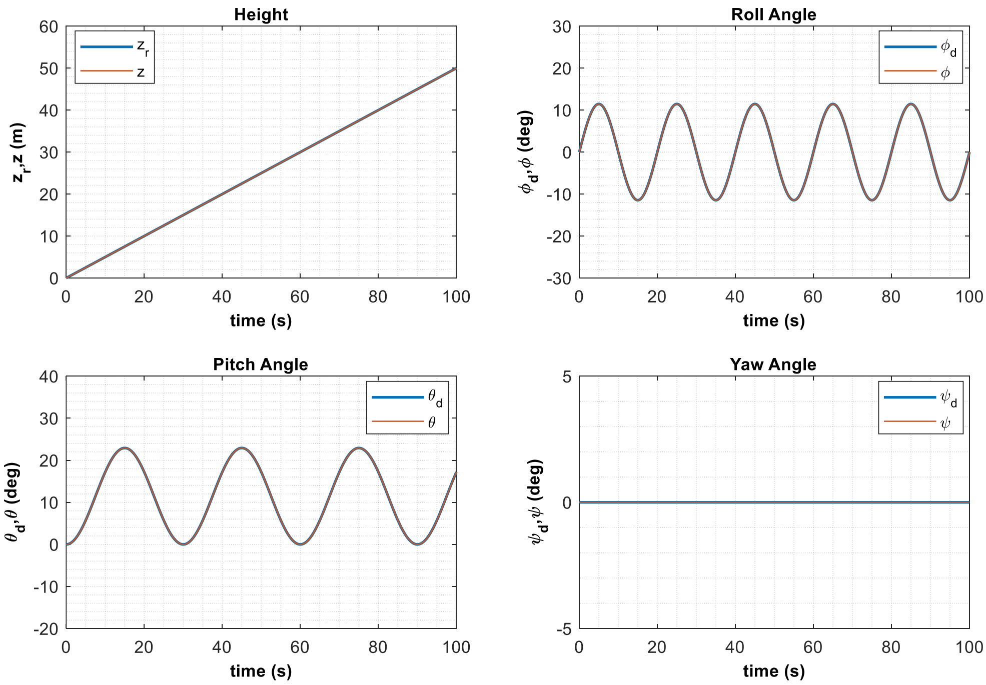
خروجی شبیه‌سازی برای $\lambda = 0.95$ و $\boldsymbol{P}_0 = 1000\boldsymbol{I}_{N_n \times N_n}$ و $\Delta t = 0.001$ به صورت زیر می‌باشد:

خطای ردیابی:

$$MAE_{x_1} = 0.083e-4, \qquad MAE_{x_2} = 0.025e-4, \qquad MAE_{x_3} = 0.0019e-4, \qquad MAE_{x_4} = 0.153e-4$$

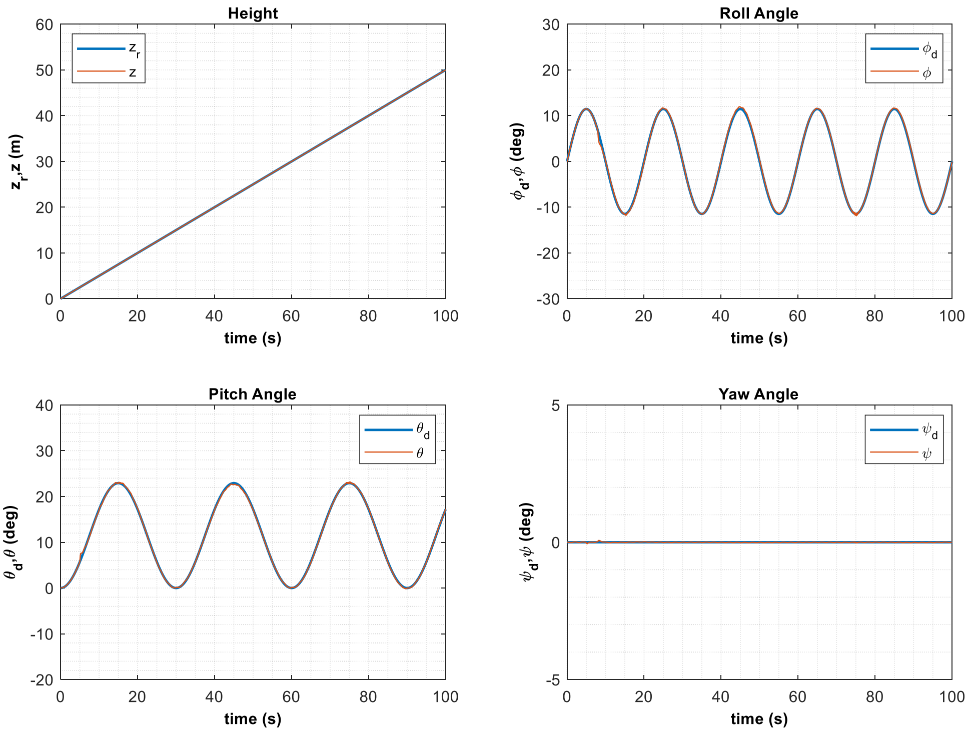
خطای تخمین:

$$MAEE = 0.007$$

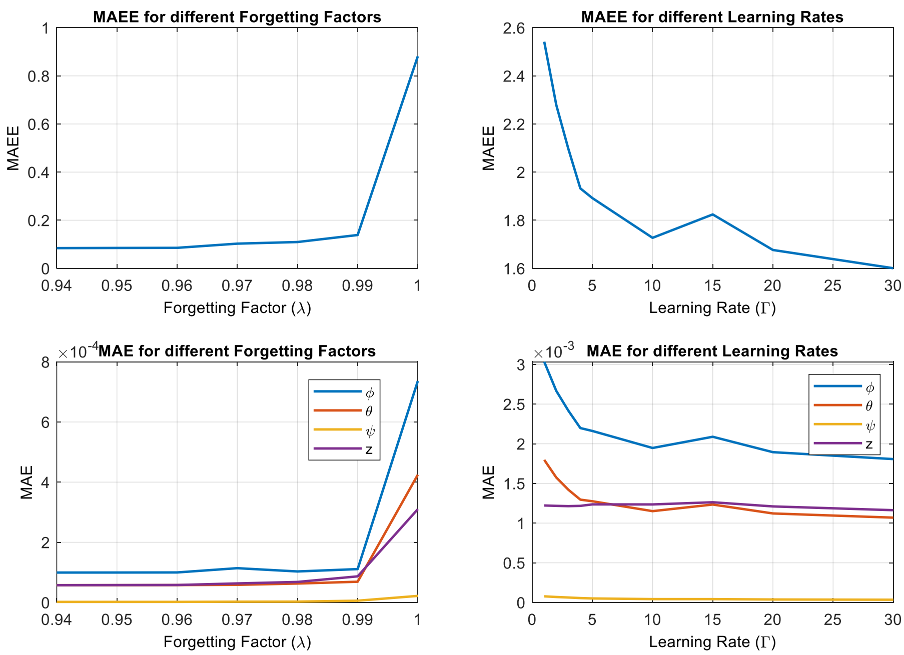


مشاهده می‌شود که ردیابی ورودی در حضور عدم قطعیت‌ها به خوبی انجام شده است و تخمین خوبی از Δ توسط شبکه بدست آمده است.

علت اینکه اثری از fault و دیگر عامل‌ها در خروجی نیست بزرگ بودن گین‌های قانون کنترل است. در صورتی که گین‌ها را کم کنیم خروجی به صورت زیر خواهد بود که اثر fault قابل مشاهده است.



همچنین نمودار تغییرات خطای ردیابی و خطای تخمین به ازای مقادیر مختلف فاکتور فراموشی و نرخ یادگیری در همین تمرین و تمرین ۱ به صورت زیر می‌باشد که عملکرد بهتر روش RLS را در به‌روزرسانی ضرایب شبکه نشان می‌دهد.



همچنین در نمودار زیر فرامین کنترلی در دو تمرین مقایسه شده است و به صورت زیر است.