Лекция 12. Методы анализа эффективности операций и качества систем

Цель занятия: Уяснить постановку задачи анализа эффективности операции, характеристики чувствительности и влияния параметров моделей систем и операций на эффективность их проведения.

Учебные вопросы:

1. Постановка задачи анализа эффективности операции.

2. Характеристики чувствительности показателей эффективности операции.

3. Характеристики влияния параметров моделей систем и операций на эффективность их проведения.

Введение

Исследование эффективности ЦП представляет собой триединую задачу (оценивания, анализа и синтеза), причем решения первых двух задач - это этапы прямой задачи, а решение третьей - этап обратной задачи исследования эффективности ЦП.

На рис.2.3.4 приведена схема примерной классификации прямых и обратных задач исследования эффективности операции. Как нетрудно видеть, задачи анализа операции и ее эффективности реализуются при построении математических моделей ВТС и ЦПФС, используемых и при решении задач их оптимального синтеза (см. рис.2.2.5 и 2.2.6).


Задачи исследования эффективности операции
Прямые задачи (задачи анализа операции)
Обратные задачи (задачи синтеза операции)
Выявление и формулирование целей операции
Обоснование показателей эффективности (ПЭ) операции
Обоснование критерия оценивания эффективности операции
Разработка математической модели операции
Вычисление показателей эффективности операции
Оценивание эффективности операции
Исследование влияния ЭТХ ЦУТС на эффективность операции
Анализ чувствительности ПЭ к ЭТХ ЦУТС и отбор значимых факторов
. . .
Инженерно – технические задачи
Организационные задачи
Выявление и формулирование цели операции. Отбор значимых управляемых факторов
Обоснование показателей эффективности операции и критерия её оценивания
Построение математической модели операции
Испытание модели операции и определение её оптимальных характеристик
Обоснование требований к структуре ЦУТС (структурный синтез)
Обоснование требований к ЭТХ ЦУТС (параметрический синтез)
Обоснование требований к организации ПФС (алгоритмический синтез)
. . .

Рис. 2.3.4

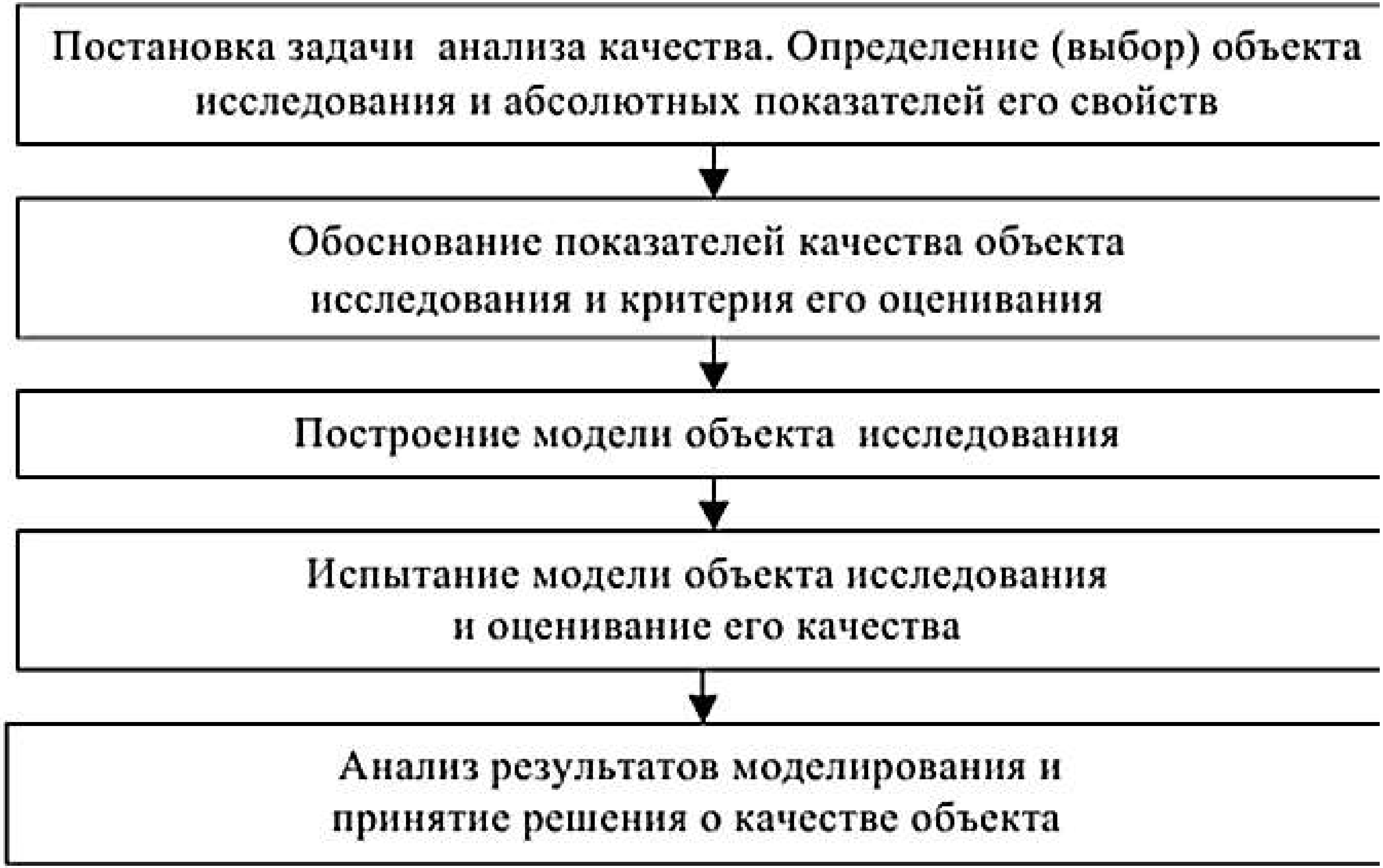
Постановка задачи анализа качества. Определение (выбор) объекта исследования и абсолютных показателей его свойств
Обоснование показателей качества объекта исследования и критерия его оценивания
Построение модели объекта исследования
Испытание модели объекта исследования и оценивание его качества
Анализ результатов моделирования и принятие решения о качестве объекта

Рис. 2.2.5

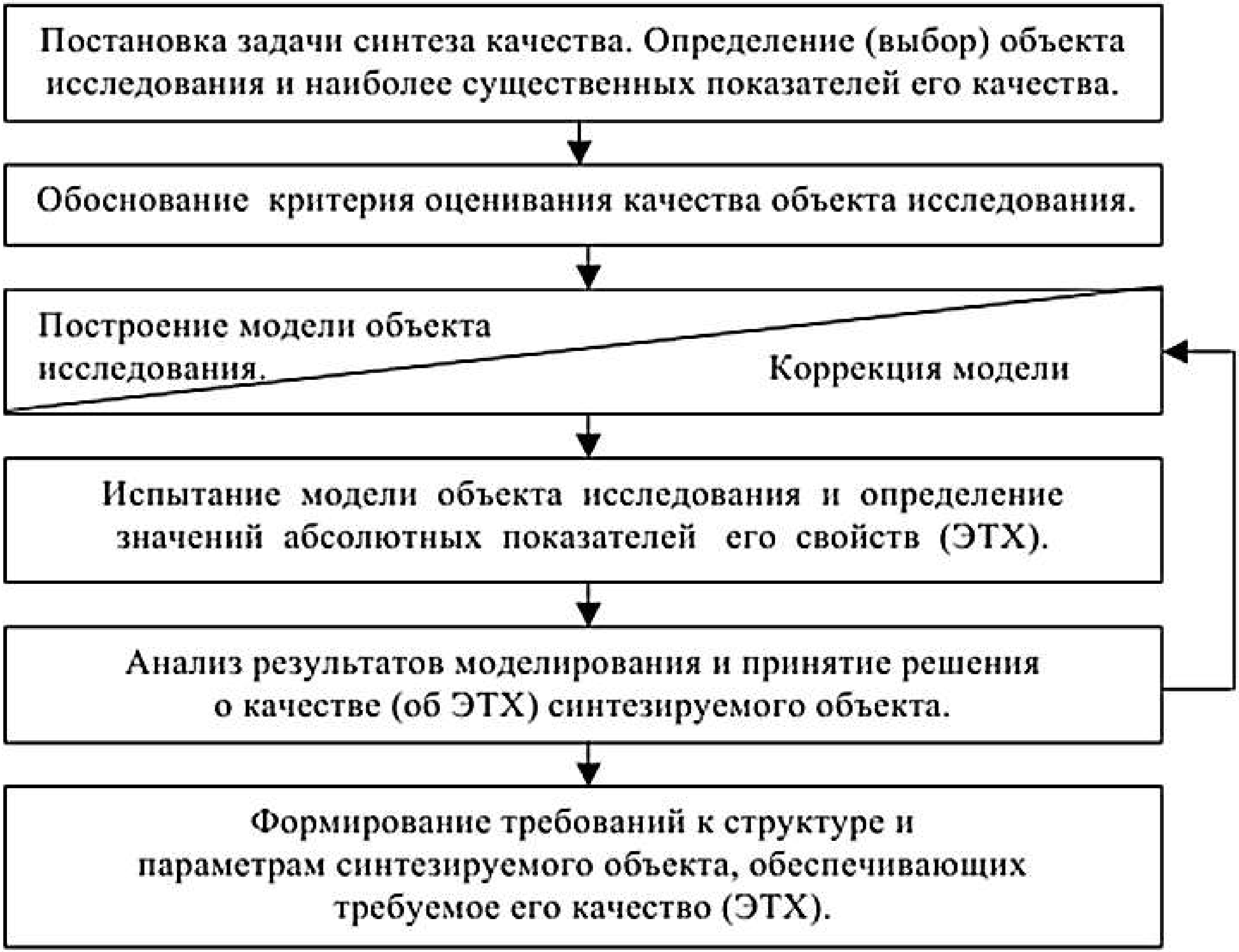
Постановка задачи синтеза качества. Определение (выбор) объекта исследования и наиболее существенных показателей его качества.
Обоснование критерия оценивания качества объекта исследования.
Построение модели объекта исследования.
Коррекция модели
Испытание модели объекта исследования и определение значений абсолютных показателей его свойств (ЭТХ).
Анализ результатов моделирования и принятие решения о качестве (об ЭТХ) синтезируемого объекта.
Формирование требований к структуре и параметрам синтезируемого объекта, обеспечивающих требуемое его качество (ЭТХ).

Рис. 2.2.6

Таким образом, *задача синтеза объектов,* обладающих требуемым или оптимальным качеством, является по отношению к задачам его оценивания и анализа обратной. Поэтом она также решается с помощью моделей объектов. Однако в отличие от задачи анализа, в рамках которой структура и характеристики модели предполагаются заданными, и исследуется их влияние на качество объекта (его модели), задача синтеза состоит именно в определении структуры и характеристик объекта (его модели), обеспечивающих требуемое его качество (заданное или оптимальное).

В классификационной схеме рис.2.3.4 задачи синтеза операций (обратные задачи) до некоторой степени условно подразделяются на инженерно-технические и организационные.

1. Постановка задачи анализа эффективности операции

Собственно задачами анализа эффективности операции являются:

1. Измерение эффективности ЦПФС:

- обоснование показателя качества результатов операции;

- вычисление показателей эффективности операции при заданных параметрах и ЭТХ ВТС и ЦПФС, а также при заданных условиях проведения операции.

2. Оценивание эффективности операции по соответствующему задаче исследования критерию.

3. Исследование чувствительности показателей эффективности операции к изменениям параметров $A_{<k>}$ ВТС и ЦПФС и условий $B_{<l>}$ проведения операции.

4. Исследование характера и степени влияния характеристик A', A'', B', B'' на эффективность операции и отбор значимых факторов, т.е. факторов, оказывающих наиболее существенное влияние на эффективность ЦПФС.

5. Выявление параметров $< A^{y}_{k^{y}}, B^{y}_{k^{y}} >= U_{<s>}$ наиболее пригодных для управления эффективностью операции.

6. Сравнительный анализ эффективности различных стратегий реализации операции.

Вычисление **показателей** $P_{\text{ДЦ}}$, $\omega^{\Gamma}_{\text{ДЦ}}(\gamma)$ **эффективности операции производится** по формулам (3.2.10), (3.2.10), (3.2.17), (3.2.20), (3.2.20[1]). Что касается **оценивания эффективности операции**, то, как известно, в его основе лежат **критерии пригодности и оптимальности**, которые в задачах ее анализа принимают вид:

$$\left.\begin{aligned} G_{\text{з}}&: P_{\text{Дц}} \geq P^{\text{тр}}_{\text{дц}} \\ G'_{\text{з}}&: \omega^{\text{г}}_{1}(\gamma) \geq \omega^{\text{г тр}}_{\text{дц}}(\gamma) \\ G''_{3}&: \omega^{\text{г}}_{2}(\gamma) \geq \omega^{\text{г тр}}_{\text{дц}}(\gamma) \end{aligned}\right\}$$

$$\left.\begin{aligned} O_{\text{з}}&: P_{\text{Дц}} = P^{\text{опт}}_{\text{дц}} \\ O'_{\text{з}}&: \omega^{\text{г}}_{1}(\gamma) = \omega^{\text{г опт}}_{\text{дц}}(\gamma) \\ O''_{3}&: \omega^{\text{г}}_{2}(\gamma) = \omega^{\text{го пт}}_{\text{дц}}(\gamma) \end{aligned}\right\}$$

Как было показано, значения показателей эффективности операции зависят от значений характеристик системы, ЦПФС и условий проведения операции, т.е.

$$\boldsymbol{P}_{\text{дц}} = \boldsymbol{P}_{\text{дц}}(\boldsymbol{A}_{<\text{к}>}, \boldsymbol{B}_{<\text{к}>}) = \boldsymbol{P}_{\text{дц}}(\boldsymbol{X}_{<m>})$$

$$\boldsymbol{\omega}(\boldsymbol{\gamma}) = \begin{cases} \boldsymbol{\omega}_1^{\text{г}}(\boldsymbol{\gamma}) = \boldsymbol{\omega}_1^{\text{г}}(\boldsymbol{\gamma}: \boldsymbol{A}_{<\text{к}>}, \boldsymbol{B}_{<l>}) = \boldsymbol{\omega}_1^{\text{г}}(\boldsymbol{\gamma}: \boldsymbol{X}_{<m>}) \\ \boldsymbol{\omega}_2^{\text{г}}(\boldsymbol{\gamma}) = \boldsymbol{\omega}_2^{\text{г}}(\boldsymbol{\gamma}: \boldsymbol{A}_{<\text{к}>}, \boldsymbol{B}_{<l>}) = \boldsymbol{\omega}_2^{\text{г}}(\boldsymbol{\gamma}: \boldsymbol{X}_{<m>}) \end{cases}$$

$$\boldsymbol{X}_{<m>} = \left\langle \boldsymbol{A}'_{<\text{к}'>}, \boldsymbol{A}''_{<\text{к}''>}, \boldsymbol{B}'_{<l'>}, \boldsymbol{B}''_{<l''>} \right\rangle$$

При этом компоненты вектора $X_{<m>}$ **не случайны, так как либо являются неслучайными компонентам векторов** $\widehat{\mathrm{A}}_{<k>}$ **,** $\widehat{\mathrm{B}}_{<l>}$ **, либо представляют собой вероятностные характеристики их случайных компонент.**

2. Характеристики чувствительности показателей эффективности операции

Для действенного управления ЦПФС необходимо знать наиболее значимые факторы (управляемые параметры $U_{<s>}$), а также характер и степень их влияния на эффективность операции. Эта задача решается методами теории чувствительности с использованием так называемых функций и коэффициентов чувствительности. Дадим их определения. Пусть решение задачи оценивания эффективности операции имеет вид

$$\omega_l = \omega_l(X_{<m>}; \gamma), [l = 0, 1, 2;\ m = 1(1) \dots],$$

где $\omega_l - l -$й показатель эффективности операции $[\omega_0(X) = P_{ДЦ}(X), \omega_1(X; \gamma) = \omega_1^{Г}(\gamma; X), \omega_2^{Г}(X; \gamma) = \omega_2^{Г}(\gamma; X)];$

$X_{<m>} = \langle A_{<k>}, B_{<l>} \rangle$ – вектор параметров задачи исследования эффективности операции;

γ – гарантийная вероятность, играющая в задачах анализа эффективности операции роль параметра.

Определение. Функцией чувствительности показателя ω_i эффективности ЦП к параметру x_j (к его изменению) называется частная производная функция $\omega_l(X_{\langle m\rangle};\gamma)$ по аргументу x_j, т.е.

$$h_{x_j}^{w_i}(X_m^{Б};\gamma) = \left.\frac{\partial\omega_i(X_{<m>};\gamma)}{\partial x_j}\right|_{X_{<m>}=X_{<m>}^{Б}}, [i = 0, 1, 2; j = 1(1)m], \quad (4.1.6)$$

где $X_m^{Б} = \langle x_1^{Б}, x_2^{Б}, \dots, x_3^{Б}\rangle$ – вектор базовых значений параметров x_j.

В матричной форме равенство (4.1.6) примет следующий вид:

$$H_{[3,m]}(X_{<m>}^{Б};\gamma) = \left.\frac{dW_{<3>}(X_{<m>};\gamma)}{dX_m}\right|_{X_{<m>}=X_{<m>}^{Б}}, \quad (4.1.7)$$

В других обозначения (с учетом управляемых параметров $U_{<s>}$) матрицу (4.1.7) можно представить в следующем виде.

$$H_{[3,s]} = \begin{bmatrix} h_{u_1}^{P_{ДЦ}}(U_{<s>}) & h_{u_2}^{P_{ДЦ}}(U_{<s>}) \dots & h_{u_s}^{P_{ДЦ}}(U_{<s>}) \\ h_{u_1}^{\omega_1^{Г}}(U_{<s>};\gamma) & h_{u_2}^{\omega_1^{Г}}(U_{<s>};\gamma) \dots & h_{u_s}^{\omega_1^{Г}}(U_{<s>};\gamma) \\ h_{u_1}^{\omega_2^{Г}}(U_{<s>};\gamma) & h_{u_2}^{\omega_2^{Г}}(U_{<s>};\gamma) \dots & h_{u_s}^{\omega_2^{Г}}(U_{<s>};\gamma) \end{bmatrix},$$

где – столбцы называются вектор-функцией чувствительности показателей $\langle P_{ДЦ}, \omega_1^{Г}(\gamma), \omega_2^{г}(\gamma)\rangle$ эффективности операции к параметру $x_j = u_s$;

– строки называются вектор-функцией чувствительности показателя ω_l эффективности операции к параметру $X_{<m>}$=$U_{<s>}$.

Если показатель ω_l от переменной γ не зависит (как, например $\omega_0 = P_{ДЦ}$) или исследуется при фиксированном ее значении γ_0 , то выражение (4.1.7) примет вид

$$H_{[3,m]}\left(X^{Б}_{<m>}\right) = \left.\frac{dW_{<3>}(X_{<m>})}{dX_m}\right|_{X_{<m>}=X^{Б}_{<m>}},$$

где $$h^{w_i}_{x_j}\left(X^{Б}_{<m>}\right) = \left.\frac{\partial\omega_l(X_{<m>})}{\partial x_j}\right|_{X_{<m>}=X^{Б}_{<m>}}.$$

Эти числа (числа $h^{w_i}_{x_j}\left(X^{Б}_{<m>}\right)$) называются коэффициентами чувствительности.

3. Характеристики влияния параметров моделей систем и операций на эффективность их проведения

Очевидно, что рассмотренные характеристики чувствительности представляют практический интерес, так как позволяют анализировать характер изменения эффективности операции при изменении значений параметров моделей системы и ЦПФС. Однако существенным недостатком этих характеристик является различие их размерностей, не позволяющее проводить их сравнительный анализ. Для осуществления такого анализа вводится в рассмотрение ряд характеристик, производных от характеристик чувствительности (либо безразмерных, либо имеющих одинаковые размерности):

- коэффициент (показатель) влияния параметра x_j на показатель эффективности ω_l $(l = 0, 1, 2)$

$$V_{x_j}^{\omega_l} = h_{x_j}^{\omega_l} x_j;$$

- коэффициент (показатель) нестабильности показателя ω_l по параметру x_j, $[j = 1(1)m]$

$$N_{x_j}^{\omega_l} = h_{x_j}^{\omega_l} \sigma_{\hat{x}_j}$$

- потенциал управления показателем ω_l по управляемому параметру u_k, $[k = 1(1)r]$ (r – число управляемых параметров)

$$U_{u_k}^{\omega_i} = \left| h_{u_k}^{\omega_l} \right| \left| \Delta u_k \right|,$$

где Δu_k – диапазон возможного изменения параметра u_k;

- потенциал оптимизации показателя ω_l по параметру u_k, $[k = 1(1)r]$

$$D_{u_k}^{\omega_i} = \left| h_{u_k}^{\omega_l} \right| \frac{\left| \Delta^+ u_k \right|}{\Delta^+ C_k}$$

$\Delta^+ u_k$ – диапазон возможного прогрессивного (способствующего повышению эффективности) изменения параметра u_k;

$\Delta^+ C_k$ – затраты, необходимые для изменения параметра u_k в диапазоне $\Delta^+ u_k$.

Такимобразом, показатели $V_{x_j}^{\omega_l}$, $N_{x_j}^{\omega_l}$, $U_{u_k}^{\omega_i}$, безразмерные, так как их размерности совпадают с размерностью ω_l (а это вероятности) и поэтому они пригодны для сравнительного анализа. Показатели $D_{u_k}^{\omega_i}$ имеют одинаковые размерности, обратные размерностям затрат C_k на управление параметрами u_k, $[k = 1(1)r]$. Поэтому для сравнимости этих характеристик для различных параметров затраты C_k, следует выражать в одних единицах.

С помощью приведенных характеристик могут решаться следующие задачи анализа:

- выделение параметров и ЭТХ системы и ЦПФС, а также условий проведения операции, к изменениям которых наиболее чувствительны показатели ее эффективности;
- определение точки или области, в которых показатели эффективности операции не чувствительны к изменению параметров $X_{<m>}$;
- сравнительный анализ влияния различных параметров и ЭТХ на эффективность операции и выбор из них наиболее пригодных для управления организацией ЦПФС и качеством ОТС;
- анализ критичности операции к требованиям, предъявляемым к результатам операции, и выделение из их операционных свойств (аспектов) наиболее важных;
- содержательное (не формальное) решение некоторых задач оптимального синтеза ОТС к ЦПФС.

Конец лекции !