<u>ВОЕННО-КОСМИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ ИМЕНИ А.Ф. МОЖАЙСКОГО</u>
Кафедра информационно-вычислительных систем и сетей

УТВЕРЖДАЮ

Начальник 24 кафедры

полковник

А. Басыров

«____» _____ 20 года

Автор: старший преподаватель 24 кафедры,
кандидат технических наук, доцент В.Тимофеев

Тема1. Основные понятия, показатели и методы обеспечения надежности АС

Лекция № 3

Показатели надежности

по дисциплине

Надежность автоматизированных систем

Обсуждено и одобрено на заседании 24 кафедры
« ___» ____________ 20____ года протокол № ___

Санкт - Петербург

20

Цель занятия: ознакомить слушателей с показателями надежности для невосстанавливаемых и восстанавливаемых объектов.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ И ВРЕМЯ

Введение	5 мин.
1. Показатели надежности для невосстанавливаемых объектов	40 мин.
2. Показатели надежности для восстанавливаемых объектов	40 мин.
Заключение	5 мин.

Введение

<u>*Показатель*</u> – это количественная характеристика одного или нескольких свойств объекта.

1. Показатели надежности невосстанавливаемых объектов

Для невосстанавливаемых систем ограничиваются показателями безотказности.

Для оценки надежности невосстанавливаемых систем используют вероятностные характеристики случайной величины T– наработки объекта от начала его эксплуатации до первого отказа.

Под **наработкой** понимают **продолжительность** или **объем работы**, измеряемые в часах, циклах или в других единицах.

Когда наработку до отказа выражают в единицах времени, часто используют термин «**время безотказной работы**», или «**время до появления отказа**».

Полной характеристикой любой случайной величины является ее **закон распределения**, т.е. *соотношение между возможными значениями случайной величины и соответствующими этим значениям вероятностями.*

Распределение наработки до отказа может быть описано с помощью различных показателей надежности невосстанавливаемых объектов.

К числу таких показателей относятся:

— $P(t)$ – вероятность безотказной работы в течение времени $\boldsymbol{t}$ (*функция надежности*);

— $F(t)$ – функция распределения времени до отказа (*функция ненадежности*);

— $f(t)$ – плотность распределения времени до отказа (частота отказов);

— $\lambda\ (t)$ – интенсивность отказов;

— T – среднее время безотказной работы (средняя наработка на отказ).

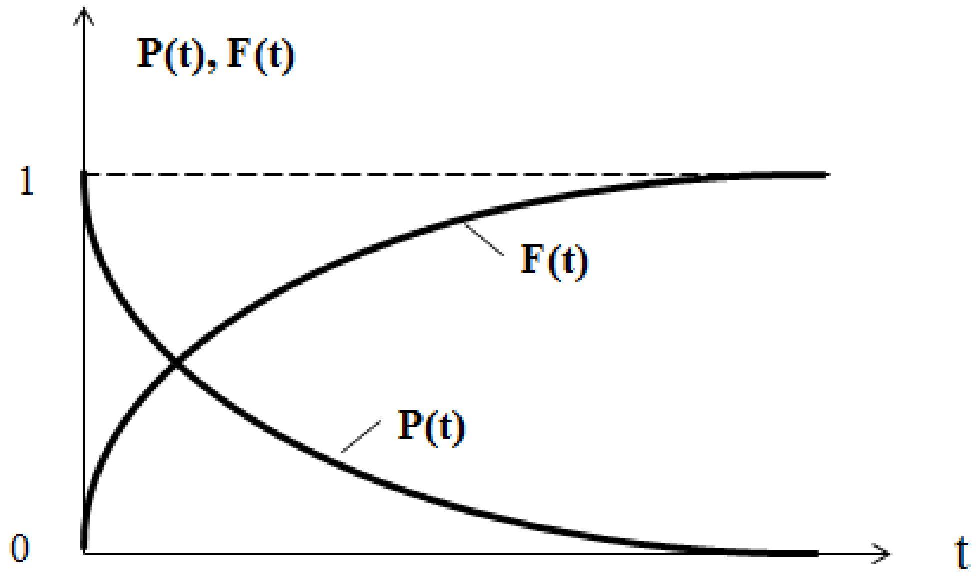
Вероятность безотказной работы *P(t)*

Вероятность безотказной работы – вероятность того, что случайная величина *T* (время безотказной работы) будет не менее заданного значения t, отсчитываемого от начала эксплуатации:

$$P(t) = P(T \geq t).$$

Вероятность отказа (функция распределения случайной величины *T*):

$$F(t) = P(T < t) = 1 - P(t).$$



Свойства P(t) и F(t)

$P(0) = 1$ и $F(0)=0$, т.е. можно рассматривать безотказную работу лишь тех систем, которые были работоспособны в момент начала работы.

$P(t)$ и $F(t)$ является монотонно убывающей (возрастающей) функцией заданного времени t.

$P(\infty) = 0$ и $F(\infty) = 1$, т.е. любая система со временем откажет.

Статистическое определение *P(t)* и *F(t)*

$$P^*(t) = \frac{No - n(t)}{No},$$

$$F^*(t) = \frac{n(t)}{No},$$

где $n(t)$ – число отказавших образцов к моменту времени t;

No – общее число образцов, поставленных на испытание.

В некоторых задачах надежности приходится определять условную вероятность безотказной работы $P(t,\tau)$ в течение времени τ при условии, что к моменту времени t система была работоспособной.

Рассмотрим два интервала $(0,t)$ и (t,τ). Событие, состоящее в безотказной работе в течение интервала $(0,\tau)$, является совмещением двух зависимых событий:

1) система безотказно проработала на интервале $(0,t)$;
2) работоспособная к моменту t система безотказно проработала на интервале (t,τ).

Поэтому согласно правилу умножения вероятностей:

$$P(t+\tau) = P(t)P(t,\tau),$$

следовательно

$$P(t,\tau) = \frac{P(t+\tau)}{P(t)}.$$

Таким образом, условная вероятность безотказной работы на интервале (t,τ) равна отношению значений вероятности безотказной работы в начале и конце интервала.

Плотность распределения времени до отказа (частота отказов)

$$f(t) = \frac{dF(t)}{dt} = -\frac{dP(t)}{dt}$$

$f(t)$ является дифференциальной формой закона распределения времени (наработки) до отказа.

$f(t)$ – неотрицательная функция, причем

$$\int_0^\infty f(t)dt = 1.$$

График $f(t)$ называют кривой распределения времени (наработки) до отказа.

Статистическое определение $f(t)$

$$f^*(t) = \frac{n(t, t+\Delta t)}{No\Delta t},$$

где $n(t, t+\Delta t)$ – число отказавших образцов в промежутке времени $(t, t+\Delta t)$;

No – общее число образцов, поставленных на испытание.

Интенсивность отказов $\lambda(t)$

Интенсивность отказов λ(t) – условная плотность вероятности возникновения отказа невосстанавливаемой системы, определяемая для рассматриваемого времени (наработки) при условии, что до этого времени (наработки) отказ не возник.

Интенсивность отказов можно рассматривать как относительную скорость уменьшения значений вероятности безотказной работы с увеличением интервала $(0, t)$.

Рассмотрим условную вероятность отказа системы $F(t,\Delta t)$ на интервале $(t,t+\Delta t)$

$$F(t,\Delta t) = 1 - P(t, \Delta t) = 1 - \frac{P(t+\Delta t)}{P(t)} =$$

$$= -\frac{P(t+\Delta t)-P(t)}{P(t)}.$$

Разделим $F(t,\Delta t)$ на Δt

$$\frac{F(t,\Delta t)}{\Delta t} = -\frac{P(t+\Delta t)-P(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{P(t)}.$$

Тогда

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{F(t,\Delta t)}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \to 0} \left[- \frac{P(t+\Delta t)-P(t)}{\Delta t} \cdot \frac{1}{P(t)}\right] =$$

$$= \frac{dF(t)}{dt} \cdot \frac{1}{P(t)} = \frac{f(t)}{P(t)}.$$

Выразим $P(t)$ через $\lambda(t)$

$$\int_0^t \lambda(t)dt = -\int_0^t \frac{dP(t)}{P(t)} = -\ln P(t).$$

Отсюда

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(t)dt}.$$

Функции $f(t)$ и $p(t)$ безразмерны. Функция $\lambda(t)$ измеряется в единицах обратных наработке (1/ч).

Статистическое определение $\lambda(t)$

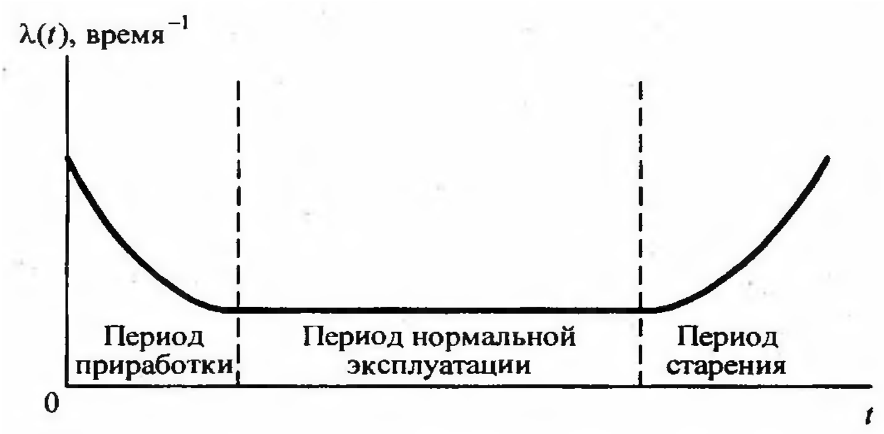
Для статистического определения интенсивности отказов в выражение

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)}$$

вместо $f(t)$ подставим $f^*(t)$, а вместо $P(t)$ подставим $P^*(t)$, тогда

$$\lambda^*(t) = \frac{n(t, t+\Delta t)}{[No - n(t)]\,\Delta t},$$

где $No - n(t)$ – число работоспособных образцов к моменту времени t.



Свойства интенсивности отказов

На первом участке выявляются скрытые дефекты изготовления отдельных элементов системы, недостатки монтажа, наладки, нарушения, произошедшие в результате транспортировки.

На периоде нормальной эксплуатации интенсивность отказов относительно неизменна. Именно этот участок соответствует основному времени эксплуатации систем.

Возрастание кривой $\lambda(t)$ относится к периоду старения системы из-за износа отдельных ее элементов и изменения их характеристик.

Среднее время безотказной работы *T*

$$T = M(T) = \int_0^\infty t f(t)dt = \int_0^\infty P(t)dt,$$

где $M(T)$ – математическое ожидание случайной величины T (времени безотказной работы).

Статистическое определение T

$$T^* = \frac{\sum_{i=1}^{r} t_i + (N_0 - r)t_u}{N_0},$$

где t_u - время испытаний;

t_i - время до отказа i-го объекта, поставленного на испытание;

r – общее число отказавших объектов за время испытаний t_u;

N_0 - общее число объектов, поставленных на испытание.

ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ПОКАЗАТЕЛЯМИ НАДЕЖНОСТИ

$$P(t) = 1 - F(t);$$

$$P(t) = e^{-\int_0^t \lambda(x)dx} = e^{-\Lambda(t)};$$

$$f(t) = F'(t) = -P'(t);$$

$$P(t) = \int_t^{\infty} f(x)dx = \int_0^{\infty} f(x + t)dx;$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{P(t)} = -\frac{P'(t)}{P(t)};$$

$$T = \int_0^{\infty} t\, f(t)d\,t = \int_0^{\infty} P(t)d\,t;$$

$$\Lambda(t) = \int_0^t \lambda(x)dx = -\ln P(t);$$

$$P(t_\gamma) = \frac{\gamma}{100}.$$

t_γ – γ- процентный ресурс (наработка, в течение которой объект не достигает отказа с вероятностью $P(t_\gamma)$).

2. Показатели надежности восстанавливаемых объектов

T – среднее время между отказами**;**

$T_в$ – среднее время восстановления;

$\omega(t)$ – параметр потока отказов;

$K_Г(t)$ – функция готовности – вероятность того, что объект исправен в момент времени t;

$K_П(t)$ – функция простоя – вероятность того, что объект в момент времени t неисправен и восстанавливается;

$K_Г$ – коэффициент готовности - вероятность того, что объект будет исправен при длительной эксплуатации;

Кп – коэффициент простоя - вероятность того, что объект будет неисправен при длительной эксплуатации.

Для восстанавливаемых систем основным понятием является **поток отказов** – последовательность отказов, происходящих один за другим в случайные моменты времени.

Наиболее часто встречаются модели, которые заключаются в том, что поток отказов является **простейшим**, а **наработка на отказ распределена экспоненциально**.

Поток является **простейшим** (однородным, Пуассоновским) при условии его *стационарности, ординарности* и *отсутствия последствия*.

Стационарность потока означает, что количество отказов, возникающих в некотором интервале времени, не зависит от положения этого интервала на временной оси ($\omega(t) = \omega = const$). Т.е. поток не должен иметь тенденции к возрастанию или убыванию.

Ординарность потока означает, что вероятность одновременного наступления двух или более независимых отказов пренебрежимо мала по сравнению с вероятностью наступления одного отказа.

Поток отказов **не имеет последствия**, если количество отказов системы в будущем не зависит от предыстории.

Простейший поток можно ожидать при формировании его из суммы большого числа независимых потоков отказов узлов, времена до отказа которых могут быть распределены по любому закону

Условия применения простейшего потока следуют из предельной теоремы А.Я. Хинчина.

Согласно этой теореме сумма m независимых стационарных и ординарных потоков при весьма общих условиях и при $m \to \infty$ стремится к простейшему потоку.

Показатели безотказности

Параметр потока отказов ω(t)

При задании потока отказов как дискретного случайного процесса $\eta(t)$ – числа отказов на интервале (0,t) – показателем безотказности является ***параметр потока отказов ω(t)***, определяемый следующим соотношением:

$$\omega(t) = \frac{dW(t)}{dt},$$

где $W(t)=M[\eta(t)]$ – ведущая функция потока, определяемая как математическое ожидание числа отказов за время t.

Статистическое определение $\omega(t)$

$$\omega^*(t) = \frac{n(t, t + \Delta t)}{N \Delta t},$$

где $n(t,t+\Delta t)$ – число отказавших образцов за промежуток времени $(t,t+\Delta t)$ при условии, что отказавшие образцы мгновенно восстанавливаются или заменяются на новые;

N – число образцов, постоянно находящихся на испытании.

СВОЙСТВА ПАРАМЕТРА ПОТОКА ОТКАЗОВ $\omega(t)$

1. $\omega(t) = \lambda$ при экспоненциальном законе $(F(t) = 1 - e^{-\lambda t})$ времени до отказа объекта и мгновенном его восстановлении;

2. $\omega(t) = f(t) + \int_0^t \omega(x) f(t - x) dx$,

где $f(t)$ – плотность распределения времени безотказной работы невосстанавливаемого объекта (***ДАННОЕ УРАВНЕНИЕ УСТАНАВЛИВАЕТ ЗАВИСИМОСТЬ МЕЖДУ ПОКАЗАТЕЛЯМИ НАДЕЖНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ И НЕВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ ОБЪЕКТОВ);***

3. В простейшем потоке средняя наработка на отказ (среднее время между отказами) T и параметр потока связаны соотношением:

$$T = \frac{1}{\omega}.$$

Средняя наработка на отказ (среднее время между отказами) T

Статистическое определение T

$$T^* = \sum_{i=1}^{N} \frac{t_i}{N}$$

где t_i - среднее время между отказами i-го образца, полученное при условии, что отказавшие образцы мгновенно восстанавливаются или заменяются на новые.

Показатели ремонтопригодности

Среднее время восстановления $T_в$

Ранее предполагалось, что продолжительностью восстановления можно пренебречь по сравнению со временем между отказами.

На практике продолжительность восстановления почти всегда существенно меньше времени между отказами, однако нельзя не учитывать продолжительность восстановления для решения многих задач надежности (например, расчета потерь из-за отказов, количества необходимого ремонтного персонала).

Пусть $T_в$ – случайное время восстановления работоспособного состояния системы после отказа;

G(t) – вероятность восстановления работоспособного состояния системы за заданное время *t*, тогда

$$G(t) = P(T_в < t).$$

А среднее время восстановления Тв будет равно

$$T_в = M[T_в] = \int_0^\infty t g(t) dt,$$

где $g(t) = \frac{dG(t)}{dt}$.

Статистическое определение $T_в$

$$T_в^* = \sum_{i=1}^{N} \frac{\tau_i}{N},$$

где τ_i - среднее время восстановления *i*-го образца, полученное при условии, что отказавшие образцы восстанавливаются или заменяются на новые.

Комплексные показатели надежности

Коэффициентом готовности $K_г$ называют вероятность того, что система окажется работоспособной в произвольно выбранный момент времени в установившемся процессе эксплуатации.

Коэффициентом **простоя** $K_п$ называют вероятность того, что система окажется неработоспособной в произвольно выбранный момент времени в установившемся процессе эксплуатации.

Статистическое определение

$$K_г(t) = \frac{t_\Sigma(t)}{t_\Sigma(t) + \tau_\Sigma(t)}, \qquad K_п(t) = \frac{\tau_\Sigma(t)}{t_\Sigma(t) + \tau_\Sigma(t)},$$

где $t_\Sigma(t)$ – суммарное время исправной работы к моменту времени *t*,

$\tau_\Sigma(t)$ – суммарное время простоя к моменту времени *t*.

Предельные значения комплексных показателей

$$\lim_{t\to\infty} K_г(t) = \frac{T}{T+T_В} = K_г,$$

$$\lim_{t\to\infty} K_п(t) = \frac{T_В}{T+T_В} = K_п .$$

$$K_Г(t) + K_П(t) = 1, \quad K_Г + K_П = 1.$$

Заключение

Таким образом, сегодня были рассмотрены показатели надежности для невосстанавливаемых и восстанавливаемых объектов.

Задание на самостоятельную работу:

1) Отработать учебный материал по конспекту лекций.
2) Изучить материал рекомендуемой литературы.

_______________В.Тимофеев_______

(воинское звание, подпись, инициал имени, фамилия автора)

«____» ___________ 20___ г.