

ВОЕННО-КОСМИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ ИМЕНИ А.Ф. МОЖАЙСКОГО

Кафедра Математического обеспечения

несекретно

Экз. № 1

УТВЕРЖДАЮ

Начальник 25 кафедры
полковник _____ С.Петренко

« ____ » _____ 2007 г.

Автор: профессор 25 кафедры
доктор технических наук
профессор А. Хомоненко

Тема: Продукционные системы с нечеткими знаниями

по дисциплине: Системы искусственного интеллекта

Обсуждено и одобрено на заседании 25 кафедры

« ____ » _____ 2007 г.
протокол № ____

Санкт-Петербург
2007

Содержание занятия и время

| | |
|---|---------|
| Введение..... | 7 мин. |
| Учебные вопросы (основная часть) | |
| 1. Аккумуляирование заключений нечетких правил..... | 15 мин. |
| 2. Приведение результатов к четкости..... | 25 мин. |
| 3. Алгоритмы нечеткого вывода..... | 40 мин. |
| Заключение..... | 3 мин. |

Литература:

Основная:

1. Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С. Нечеткие модели и сети. - М.: Горячая линия-Телеком, 2007. – 284 с.
2. Леоненков А. Нечеткое моделирование в среде Matlab и fuzzyTECH. – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 736 с.
3. Конспект лекции.

Дополнительная:

1. _____
(наименование издания, страницы)
2. _____
(наименование издания, страницы)
3. _____
(наименование издания, страницы)

Материально-техническое обеспечение:

1. Наглядные пособия (по данным учета кафедры): -
2. Технические средства обучения: проектор
3. Приложения (диафильмы, слайды): презентация «Работа с нечеткими знаниями»

Организационно-методические указания: Во введении сформулировать тему лекции, цель и название изучаемых вопросов. Задать вопросы обучаемым по материалам предыдущей лекции:

1. Назовите основные этапы нечеткого вывода.
2. Укажите, каким образом реализуется этап введения нечеткости в ходе нечеткого вывода.

При изложении материалов лекции обратить внимание обучаемых на смысловую интерпретацию этапа приведения нечетких результатов к четкости.

При изложении алгоритмов нечеткого вывода дать качественную сравнительную оценку их по трудоемкости и точности.

В заключительной части обобщить изложенный материал и сформулировать задание на самостоятельную подготовку.

Цель лекции: Изложить завершающие этапы нечеткого вывода и рассмотреть основные алгоритмы нечеткого вывода.

Введение

Учебные вопросы:

1. Аккумуляирование заключений нечетких правил

Аккумуляирование заключений нечетких правил в системах нечеткого вывода представляет собой нахождение функции принадлежности для каждой из выходных лингвистических переменных множества $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s\}$.

Целью аккумуляирования является объединение всех степеней истинности заключений для получения функции принадлежности каждой из выходных переменных. Необходимость выполнения этого этапа обусловлена тем, что подзаключения, относящиеся к одной и той же выходной лингвистической переменной, принадлежат различным правилам системы нечеткого вывода.

Аккумуляирование выполняется следующим образом. Предполагаются известными значения истинности всех подзаключений для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода, в форме совокупности нечетких множеств: C_1, C_2, \dots, C_q , где q — общее количество подзаключений в базе правил. Далее последовательно рассматривается каждая из выходных лингвистических переменных $\omega_j \in W$ и относящиеся к ней нечеткие множества: $C_{j1}, C_{j2}, \dots, C_{jq}$. Результат аккумуляции для выходной лингвистической переменной ω_j определяется как объединение нечетких множеств $C_{j1}, C_{j2}, \dots, C_{jq}$ по одной из формул:

max-объединение двух нечетких множеств A и B (1.4):

$$\mu_D(x) = \max \{ \mu_A(x), \mu_B(x) \} \quad (\forall x \in X).$$

алгебраическая сумма:

$$\mu_D(x) = \mu_A(x) + \mu_B(x) - \mu_A(x)\mu_B(x), \quad (\forall x \in X). \quad (2.8)$$

границная сумма:

$$\mu_D(x) = \min \{ \mu_A(x) + \mu_B(x), 1 \} \quad (\forall x \in X). \quad (2.9)$$

драстическая сумма:

$$T(A \vee B) = \begin{cases} T(B), & \text{если } T(A) = 0; \\ T(A), & \text{если } T(B) = 0; \\ 1, & \text{в остальных случаях.} \end{cases} \quad (2.10)$$

λ -сумма:

$$\mu_D(x) = \lambda \mu_A(x) + (1-\lambda) \mu_B(x) \quad (\forall x \in X), \lambda \in [0, 1]. \quad (2.11)$$

Этап аккумуляции завершается, когда для каждой из выходных лингвистических переменных будут определены итоговые функции принадлежности нечетких множеств их значений, т. е. совокупность нечетких множеств: C_1', C_2', \dots, C_s' , где s — общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода.

Пример. Рассмотрим аккумуляцию заключений для двух нечетких множеств C_{11} и C_{12} , полученных в результате выполнения активизации для выходной лингвистической переменной "скорость автомобиля". Пусть функции принадлежности этих нечетких множеств имеют вид как показано на рис. 2.6, а, б соответственно.

Аккумуляция этих функций принадлежности методом max-объединения нечетких множеств C_{11} и C_{12} по формуле (1.4) позволяет получить в результате функцию принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость автомобиля", которая представлена на рис. 2.6, в. Эта функция принадлежности соответствует нечеткому множеству C_1' , если принять, что рассматриваемая выходная лингвистическая переменная есть ω_1 .

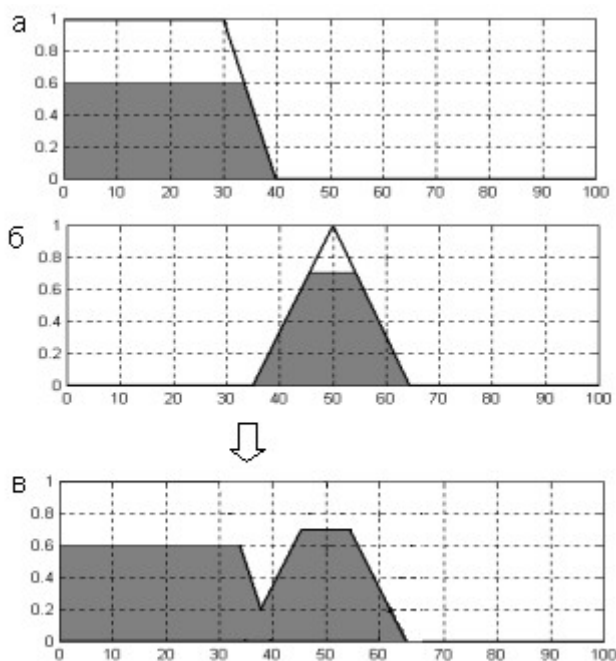


Рис. 2.6. Аккумуляция заключения с использованием max-объединения

Кроме указанных методов для аккумуляции могут использоваться и другие способы, основанные на модификации различных операций объединения нечетких множеств.

2. Приведение результатов к четкости

Приведение результатов к четкости, или *дефаззификация*, представляет собой процесс получения обычного (не нечеткого) значения для каждой из выходных лингвистических переменных множества $W = \{\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_s\}$.

При этом, используя результаты аккумуляции всех выходных лингвистических переменных, получают количественное значение каждой из выходных переменных, которое может быть использовано устройствами, внешними по отношению к системе нечеткого вывода.

Этап выполняется следующим образом. Предполагаются известными функции принадлежности всех выходных лингвистических переменных в форме нечетких множеств: X_1', X_2', \dots, X_s' , где s — общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода. Далее последовательно рассматривается каждая из выходных лингвистических переменных $\omega_j \in W$ и относящееся к ней нечеткое множество X_j' . Результат приведения к четкости для выходной лингвистической переменной ω_j определяется в виде количественного значения $y_j \in V$, получаемого по одной из рассматриваемых ниже формул.

Этап завершается, когда для каждой из выходных лингвистических переменных будут определены итоговые количественные значения в форме некоторого действительного числа, т. е. в виде y_1, y_2, \dots, y_s , где s — общее количество выходных лингвистических переменных в базе правил системы нечеткого вывода.

Для приведения конечных результатов к четкости чаще всего используют следующие *методы*.

Метод центра тяжести (CoG, Centre of Gravity), или центроид площади, реализуется с помощью формулы:

$$y = \frac{\int_{Min}^{Max} x \cdot \mu(x) dx}{\int_{Min}^{Max} \mu(x) dx}, \quad (2.11)$$

Здесь: y — четкое выходное значение; x — переменная, соответствующая выходной лингвистической переменной ω ; $\mu(x)$ — функция принадлежности нечеткого множества, соответствующего выходной переменной ω после этапа аккумуляции; Min и Max — левая и правая точки интервала носителя нечеткого множества рассматриваемой выходной переменной ω .

При использовании этого метода обычное (четкое) значение выходной переменной равно абсциссе центра тяжести площади, ограниченной графиком кривой функции принадлежности соответствующей выходной переменной.

Пример дефаззификации методом центра тяжести функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" приведен на рис. 2.7. В этом случае имеем $y_1=40$ км/ч (приближенное значение).

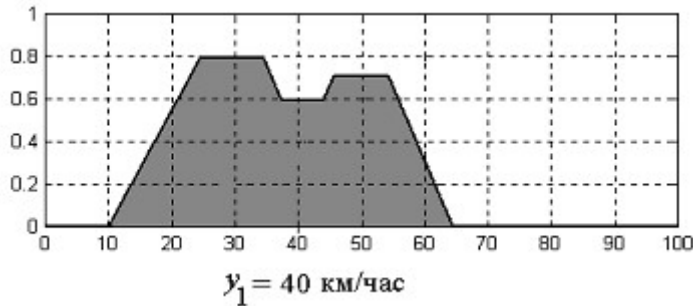


Рис. 2.7. Пример дефаззификации методом центра тяжести

В случае дискретных функций принадлежности выходной лингвистической переменной центр тяжести рассчитывается по формуле:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n x_i \cdot \mu(x_i)}{\sum_{i=1}^n \mu(x_i)}, \quad (2.12)$$

где n — число одноточечных (одноэлементных) нечетких множеств, каждое из которых характеризует единственное значение рассматриваемой выходной лингвистической переменной.

Метод центра площади (CoA, Centre of Area) предполагает, что четкое результирующее значение y определяется из уравнения:

$$\int_{Min}^y \mu(x) dx = \int_y^{Max} \mu(x) dx, \quad (2.13)$$

Центр площади равен абсциссе, которая делит площадь, ограниченную графиком кривой функции принадлежности соответствующей выходной переменной, на две равные части.

Метод не может быть использован в случае дискретных функций принадлежности.

Пример приведения к четкости методом центра площади функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" приведен на рис. 2.8. В этом случае $y_1=35$ км/ч (приближенное значение).

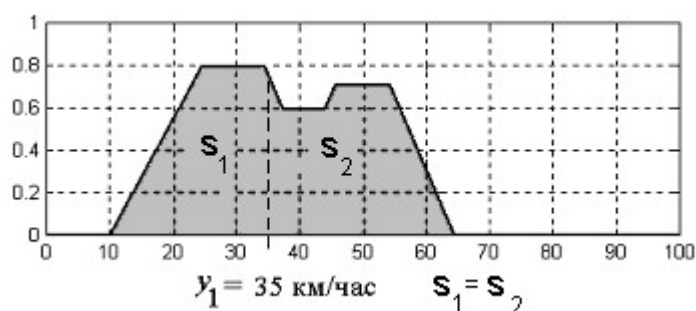


Рис. 2.8. Пример дефаззификации методом центра площади

Метод левого модального значения (LM, Left Most Maximum), или самого левого максимума, предполагает, что расчет проводится по формуле:

$$y = \min \{x_m\}, \quad (2.14)$$

Здесь x_m — модальное значение (мода) нечеткого множества, соответствующего выходной переменной ω после аккумуляции, рассчитываемое по формуле:

$$x_m = \arg \max \{ \mu(x) \}, x \in [a, b]. \quad (2.15)$$

Значение выходной переменной определяется как мода нечеткого множества для соответствующей выходной переменной или наименьшая из мод (самая левая), если нечеткое множество имеет несколько модальных значений.

Пример дефаззификации методом левого модального значения функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость движения автомобиля" изображен на рис. 7.11. В этом случае $y_1 = 24$ км/ч (приближенное значение).

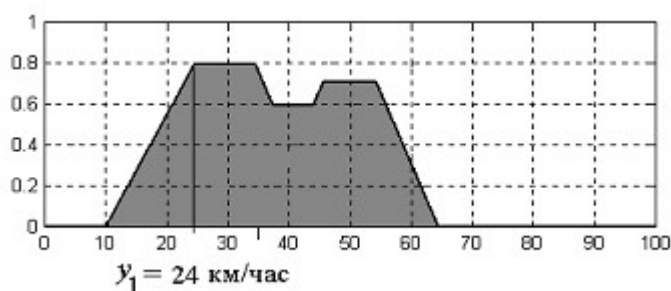


Рис. 2.9. Пример дефаззификации методом левого модального значения

Метод правого модального значения (RM, Right Most Maximum) или самого правого максимума, предполагает, что расчет проводится по формуле:

$$y = \max \{x_m\}, \quad (2.16)$$

где x_m — модальное значение (мода) нечеткого множества для выходной переменной ω после аккумуляции, рассчитываемое по формуле (2.15).

В этом случае значение выходной переменной также определяется как мода нечеткого множества для соответствующей выходной переменной или наибольшая из мод (самая правая), если нечеткое множество имеет несколько модальных значений.

Для строго унимодального нечеткого множества левое и правое модальные значения совпадают.

Пример дефаззификации функции принадлежности выходной лингвистической переменной "скорость автомобиля" методом правого модального значения приведен на рис. 2.10. В этом случае $y_1=54$ км/ч (приближенное значение).

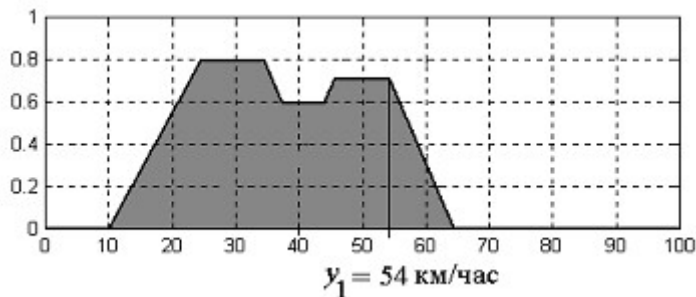


Рис. 2.10. Пример дефаззификации методом правого модального значения

Кроме приведенных методов для приведения результатов к четкости могут быть предложены и другие расчетные формулы. Здесь приводятся лишь те из них, которые нашли наибольшее практическое применение для систем нечеткого вывода.

3. Алгоритмы нечеткого вывода

Рассмотренные этапы нечеткого вывода могут быть реализованы по-разному – с использованием различных подходов на каждом из этапов. Выбор конкретных вариантов параметров каждого из этапов определяет алгоритм нечеткого вывода в системе правил нечетких продукций. В настоящее время наибольшее распространение получили следующие алгоритмы нечеткого вывода: Мамдани, Ларсена, Цукамото, Такаги-Сугено.

Алгоритм Мамдани

Алгоритм Мамдани предложен одним из первых для управления паровым двигателем и описывается следующим образом.

- Формирование базы правил систем нечеткого вывода и введение нечеткости для входных переменных. Предположим, что база состоит из двух правил (см. рис. 2.11) с двумя входами и одним выходом:

Правило 1: ЕСЛИ x_1 есть A_{11} И x_2 есть A_{12} ТО y есть B_1 ,

Правило 2: ЕСЛИ x_1 есть A_{21} И x_2 есть A_{22} ТО y есть B_2 .

- Агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций. Для нахождения степени истинности условий каждого из правил нечетких продукций используются парные нечеткие логические операции. Правила, степень истинности условий которых отлична от нуля, считаются *активными*.

- Активизация подзаключений в нечетких правилах продукций выполняется с помощью min-активизации по формуле (2.5):

$$\mu'(y) = \min\{c_i, \mu(y)\};$$

причем, для сокращения времени вывода учитываются только активные правила.

- Аккумуляция заключений нечетких правил продукций выполняется с помощью max-объединения по формуле (1.4) для объединения нечетких множеств, соответствующих термам подзаключений, относящихся к одним и тем же выходным лингвистическим переменным.
- Дефаззификация выходных переменных выполняется с использованием метода центра тяжести (2.11)—(2.12) или метод центра площади (2.13).

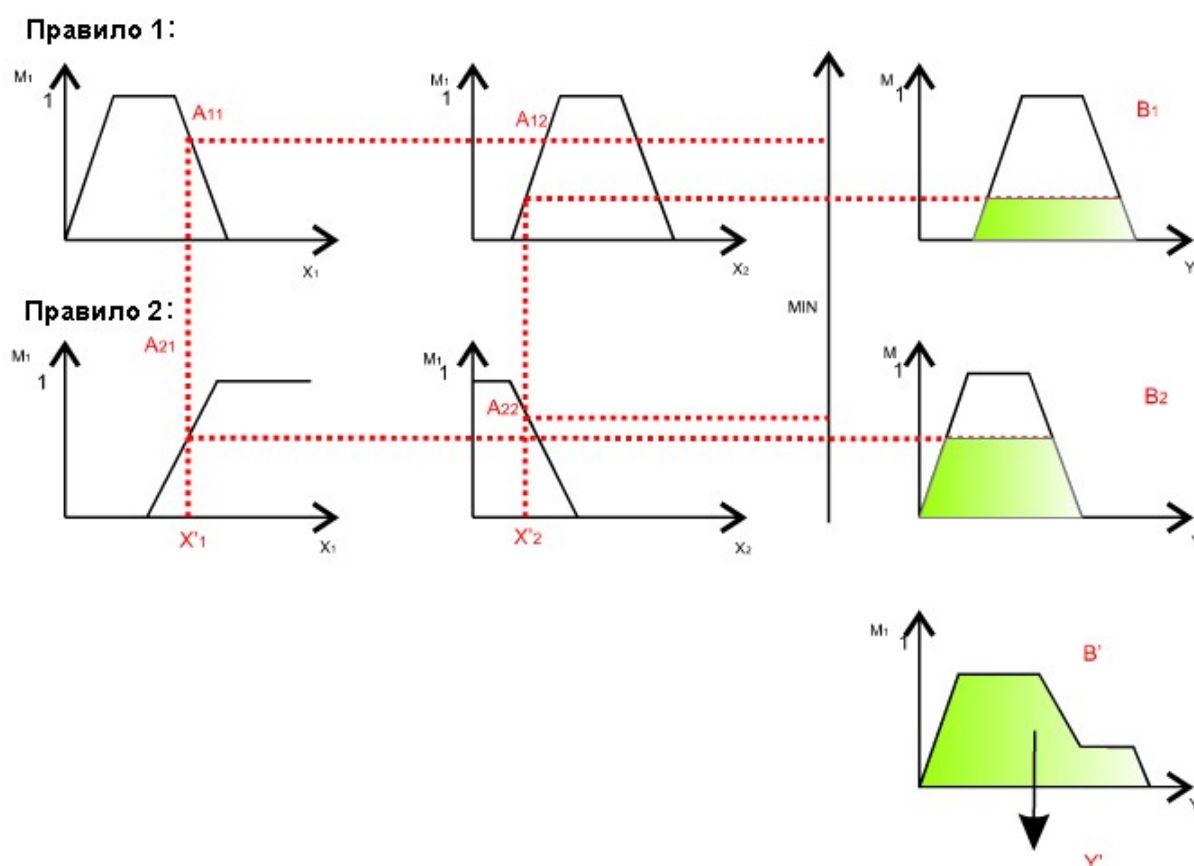


Рис. 2.11. Представление алгоритма Мамдани

Алгоритм Ларсена

Алгоритм Ларсена описывается следующим образом.

- Формирование базы правил систем нечеткого вывода и задание нечеткости для входных переменных выполняется аналогично алгоритму Мамдани.

- Агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций. Используются парные нечеткие логические операции для нахождения степени истинности условий всех правил нечетких продукций (как правило, \max -дизъюнкция и \min -конъюнкция). Те правила, степень истинности условий которых отлична от нуля, считаются *активными* и используются для дальнейших расчетов.
- Активизация подзаключений в нечетких правилах продукций, в отличие от алгоритма Мамдани, осуществляется с использованием prod —активизации по формуле (2.6):

$$\mu'(y) = c_i \cdot \mu(y);$$

- Аккумулирование заключений нечетких правил продукций, как и в алгоритме Мамдани, выполняется с помощью \max -объединения для объединения нечетких множеств, соответствующих термам подзаключений, относящихся к одним и тем же выходным лингвистическим переменным.
- Дефаззификация выходных переменных. Может использоваться любой из рассмотренных выше методов дефаззификации.

Алгоритм Цукамото

Алгоритм Цукамото описывается следующим образом (рис. 2.12).

- Формирование базы правил систем нечеткого вывода. Предполагается, что функции $\mu(w_j)$ ($\forall i \in \{1, 2, \dots, q\}$) являются монотонными.
- Введение нечеткости для входных переменных.
- Агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций. Правила, степень истинности условий которых отлична от нуля, считаются *активными* и используются для дальнейших расчетов.
- Активизация подзаключений в нечетких правилах продукций, как и в алгоритме Мамдани, выполняется с помощью \min -активизации по формуле (2.5), находятся уровни отсечений c_i . Затем находятся обычные (не нечеткие) значения выходных лингвистических переменных в каждом из подзаключений активных правил нечетких продукций. Значение выходной лингвистической переменной w_j в каждом из подзаключений находится как решение уравнения:

$$c_i = \mu(w_j) \quad (\forall i \in \{1, 2, \dots, q\}), \quad (2.17)$$

где q — общее количество подзаключений в базе правил.

- Аккумуляция заключений нечетких правил продукций не требуется, поскольку расчеты осуществляются с обычными действительными числами w_j .
- Дефаззификация выходных переменных выполняется с помощью модифицированного варианта метода центра тяжести для одноточечных множеств:

$$y = \frac{\sum_{i=1}^n c_i \cdot w_i}{\sum_{i=1}^n c_i}, \quad (2.18)$$

где n — общее количество активных правил нечетких продукций, в подзаключениях которых присутствует выходная лингвистическая переменная y .

Правило 1:

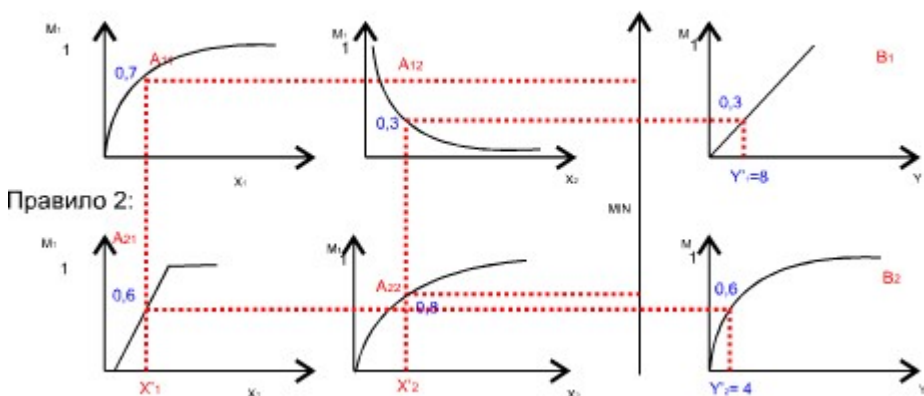


Рис. 2.12. Представление алгоритма Цукамото

Алгоритм Такаги-Сугено

Алгоритм Такаги-Сугено, предложенный Сугено и Такаги, описывается следующим образом.

- Формирование базы правил систем нечеткого вывода и фаззификация входных переменных. В базе правил используются только правила нечетких продукций (предположим, что база состоит из двух правил с двумя входами и одним выходом) в форме:

Правило 1: ЕСЛИ x_1 есть A_{11} И x_2 есть A_{12} ТО $y = c_{11} x_1 + c_{12} x_2 + c_{10}$,

Правило 2: ЕСЛИ x_1 есть A_{21} И x_2 есть A_{22} ТО $y = c_{21} x_1 + c_{22} x_2 + c_{20}$.

Здесь c_{ij} — весовые коэффициенты компонентов вектора, c_{i0} — смещение. При этом значение выходной переменной y в заключении определяется как действительное число.

- Агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций. Для нахождения степени истинности условий всех правил нечетких продукций, как правило, используется логическая операция min-конъюнкции:

$$\alpha_1 = \min \{ \mu_{A11}(x_1'), \mu_{A12}(x_2') \},$$

$$\alpha_2 = \min \{ \mu_{A21}(x_1'), \mu_{A22}(x_2') \}.$$

Для выполнения агрегирования могут использоваться и другие логические операции. Правила, степень истинности условий которых отлична от нуля, считаются *активными* и используются для дальнейших расчетов.

- Активизация подзаключений в нечетких правилах продукций. Во-первых, с использованием min-активизации (2.5), как и в алгоритме Мамдани, находятся значения степеней истинности всех заключений правил нечетких продукций. Во-вторых, осуществляется расчет обычных (не нечетких) значений выходных переменных каждого правила. Это выполняется с использованием формул для заключения:

$$y_1' = c_{11} x_1' + c_{12} x_2' + c_{10},$$

$$y_2' = c_{21} x_1' + c_{22} x_2' + c_{20}.$$

Здесь вместо x_1 и x_2 подставляются значения входных переменных до этапа фаззификации.

- Аккумуляция заключений нечетких правил продукций. Фактически отсутствует, поскольку расчеты осуществляются с обычными действительными числами y_j .
- Дефаззификация выходных переменных. Используется модифицированный вариант в форме метода центра тяжести для одноточечных множеств:

$$y' = (\alpha_1 y_1' + \alpha_2 y_2') / (\alpha_1 + \alpha_2).$$

При этом не требуется проведения предварительного аккумулярования активизированных заключений отдельных правил.

Заключение:

Обратить внимание обучаемых на актуальность вопросов, связанных с выбором алгоритма нечеткого вывода.

На самостоятельной подготовке прочитать материалы из рекомендуемой литературы.

Самостоятельно подготовить графическую интерпретацию алгоритма нечеткого вывода Такаги-Сугено.

ДОКТОР ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК ПРОФЕССОР

_____ А. ХОМОНЕНКО

«_____» _____ 200_ г.