<u>ВОЕННО-КОСМИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ ИМЕНИ А.Ф. МОЖАЙСКОГО</u>
Кафедра информационно-вычислительных систем и сетей

УТВЕРЖДАЮ
ВрИО Начальника 24 кафедры
полковник
А. Васильев
«____» _____ 2023 года

Практическое занятие по дисциплине

«**Надежность автоматизированных систем**»

Тема занятия: Расчет надежности невосстанавливаемых систем

Тема2. Аналитические методы расчёта показателей надёжности АС

Автор: преподаватель 24 кафедры,
кандидат технических наук, доцент С.Баглюк

Обсуждено и одобрено на заседании 24 кафедры
« 27 » _февраля_ 2023__ года протокол № 6

Санкт - Петербург
2023

Цель занятия: привитие обучаемым навыков расчета надежности невосстанавливаемых технических систем по известным показателям надежности их элементов.

СОДЕРЖАНИЕ ЗАНЯТИЯ И ВРЕМЯ

Введение 5 мин.

1. Решение задач по расчету надежности нерезервированной системы 30 мин.
2. Решение задач по расчету надежности резервированной системы 100 мин.
3. Проверочная работа

Заключение 5 мин.

1. Расчет надежности невосстанавливаемых систем

1.1. Метод перебора гипотез

Пусть невосстанавливаемая система состоит из n элементов и имеет произвольную функциональную структуру при этом каждый элемент системы может находиться только в одном из двух состояний: состоянии работоспособности и состоянии отказа. Пусть также p_i – вероятность работоспособного, а q_i – вероятность отказового состояния i-го элемента, + q_i = 1. Тогда система может находиться в 2^n состояниях:

– $\mathrm{H}_{\mathbf{0}}$ - все n элементов работоспособны;
– $\mathrm{H}_{\boldsymbol{i}}$ - отказал i-й элемент, а остальные работоспособны;
– $\mathrm{H}_{\boldsymbol{i,j}}$ - отказали i-й и j-й элементы, а остальные работоспособны;

.....

– $\mathrm{H}_{\mathbf{1,2\ldots n}}$ - отказали все элементы.

Если предположить, что отказы элементов события независимые, то по правилу умножения вероятностей можно найти вероятности всех состояний:

$$P(H_0) = p_1 p_2 \ldots p_n,$$

$$P(H_i) = p_1 p_2 \ldots q_i \ldots p_n,$$

$$P(H_{i,j}) = p_1 p_2 \ldots q_i \ldots q_j \ldots p_n,$$

$$\ldots$$

$$P(H_{1,2,\ldots,n}) = q_1 q_2 \ldots q_n.$$

Правило умножения вероятностей

Вероятность произведения зависимых событий A и B равна произведению вероятности одного события на условную вероятность другого при условии, что первое произошло, т.е. P(AB) = P(A)·P(B/A) = P(B)·P(A/B). Если события независимы друг от друга, то
P(AB) = P(A)·P(B).

Так как события $\mathrm{H}_0,\ldots,\mathrm{H}_{1,2\ldots n}$ составляют полную группу независимых событий, то сумма их вероятностей равна 1.

Вероятность безотказной работы системы по правилу сложения вероятностей будет равна сумме вероятностей тех событий, которые соответствуют работоспособному состоянию системы, т.е.

$$P = \sum_{i \in I+} P(H_i).$$

Выражение означает, что суммирование осуществляется по всем гипотезам, которые соответствуют работоспособному состоянию системы.

Правило сложения вероятностей
Вероятность суммы двух несовместных событий равна сумме вероятностей этих событий, т.е. P(A+B) = P(A)+P(B).

Постановка задачи расчета надежности невосстанавливаемых систем может быть сформулирована в виде:

Дано:

$P_i(t)$ – вероятность безотказной работы i-го элемента,

$f_i(t)$ – плотность распределения времени до отказа i-го элемента.

Определить:

$P_c(t)$ – вероятность безотказной работы системы,

$f_c(t)$ – плотность распределения времени до отказа системы,

T_c – среднее время безотказной работы системы,

$\lambda_c(t)$ – интенсивность отказа.

1.2. Расчет надежности нерезервированной системы

С позиции надежности структурная схема нерезервированной системы представляется в виде последовательного соединения ее элементов (рис.1). Данная надежностная структура отражает тот факт, что отказ любого элемента в последовательном соединении приводит к разрыву (отказу) соединения, так и в нерезервированной системе отказ любого ее элемента приводит к отказу всей системы.

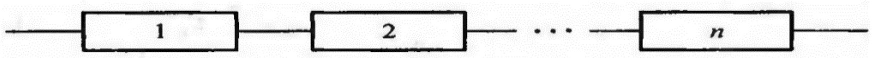


Рис.1. Надежности структурная схема нерезервированной системы

Пусть:
x_i – время до отказа i-го элемента,
X_c – время до отказа системы.

Тогда:

$$P_c(t) = P(X_c > t) = P(x_1 > t \,\&\, x_2 > t \,\&\, \dots \,\&\, x_n > t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t); \quad (1)$$

$$f_c(t) = - P_c(t) = \sum_{i=1}^{n} P_1(t) \dots f_i(t) \dots P_n(t); \quad (2)$$

$$T_c = \int_0^{\infty} t f_c(t) dt = \int_0^{\infty} P_c(t) dt; \quad (3)$$

$$\lambda_c(t) = f_c(t) / P_c(t) = \sum_{i=1}^{n} f_i(t) / P_i(t). \quad (4)$$

Для этапа нормальной эксплуатации системы, когда $\lambda_i(t) = \lambda_i$ и $P_i(t) = e^{-\lambda_i t}$,

$$P_c(t) = \prod_{i=1}^{n} P_i(t) = \prod_{i=1}^{n} e^{-\lambda_i t} = e^{-\lambda_c t}, \quad (5)$$

где $\lambda_c = \sum_{i=1}^{n} \lambda_i$.

$$T_c = \int_0^{\infty} P_c(t) dt = \int_0^{\infty} e^{-\lambda_c t} dt = \frac{1}{\lambda_c}. \quad (6)$$

Примеры задач для расчета нерезервированных систем

Задача 1

Аппаратура состоит из 2000 одинаковых элементов, средняя интенсивность отказа каждого элемента $\lambda = 0{,}33 \cdot 10^{-5}$ 1/час.

Необходимо определить вероятность безотказной работы аппаратуры в течении t = 200 час и среднее время безотказной работы аппаратуры.

Ответ

Так как интенсивность отказа каждого элемента λ – постоянна (не зависит от времени функционирования элемента), значит распределение вероятности времени безотказной работы элемента подчинено экспоненциальному закону.

$$P_c(t) = e^{-2000 \cdot \lambda \cdot t} = e^{-2000 \cdot 0{,}33 \cdot 10 - 5 \cdot 200}.$$

$$T_c = \frac{1}{2000 \cdot \lambda} = \frac{1}{2000 \cdot 0{,}33 \cdot 10 - 5}.$$

Задача 2

Прибор состоит из 4-х узлов. Надежность каждого из узлов характеризуется вероятностью безотказной работы в течение времени t: $P_1(t)$ = 0,99; $P_2(t)$ = 0,97; $P_3(t)$ = 0,993; $P_4(t)$ = 0,985.

Необходимо определить вероятность отказа прибора.

Ответ

Так как прибор является нерезервированной системой, то вероятность безотказной работы $P_c(t)$ равна

$$P_c(t) = P_1(t) \cdot P_2(t) \cdot P_3(t) \cdot P_4(t).$$

Вероятность отказа прибора $F_c(t)$ равна

$$F_c(t) = 1 - P_c(t) = 1 - 0{,}99 \cdot 0{,}97 \cdot 0{,}993 \cdot 0{,}985.$$

Задача 3

Прибор состоит из трех блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени t = 50 час равна: $P_1(50)$ = 0,98; $P_2(50)$ = 0,99; $P_3(50)$ = 0,97. Справедлив экспоненциальный закон надежности.

Требуется найти среднее время безотказной работы прибора.

Ответ

Так как справедлив экспоненциальный закон надежности, то среднее время безотказной работы прибора будет равно

$$T_п = \frac{1}{\lambda_п},$$

где $\lambda_п$ – интенсивность отказа прибора.

$$P_п(t) = e^{-\lambda_п \cdot t} \qquad \lambda_п = -\frac{lnP_п(t)}{t},$$

где $P_п(t)$ – вероятность безотказной работы прибора.

$$P_п(50) = P_1(50) \cdot P_2(50) \cdot P_3(50) = 0{,}98 \cdot 0{,}99 \cdot 0{,}97 = 0{,}941.$$

$$\lambda_п = -\frac{ln0{,}941}{50} = 0{,}001.$$

$$T_п = \frac{1}{\lambda_п} = \frac{1}{0{,}001} = 1000.$$

Задача 4

Система состоит из двух приборов, среднее время безотказной работы первого прибора T_1 = 300 часов; Среднее время безотказной работы системы T_c = 180 часов. Для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ

Так как справедлив экспоненциальный закон надежности, то среднее время безотказной работы системы будет равно

$$T_{\text{с}} = \frac{1}{\lambda_{\text{с}}} = \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2},$$

тогда

$$(\lambda_1 + \lambda_2)\, T_{\text{с}} = 1 \longrightarrow \lambda_2 = \frac{1-T_{\text{с}}\lambda_1}{T_{\text{с}}}.$$

Так как $T_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ и $T_2 = \frac{1}{\lambda_2}$, то

$$T_2 = \frac{T_{\text{с}}}{1-\frac{T_{\text{с}}}{T_1}} = \frac{180}{1-\frac{180}{300}} = 450.$$

Требуется найти среднее время безотказной работы второго прибора T_2.

1.3. Расчет надежности резервированной системы

С позиции надежности структурная схема резервирования объекта представляется в виде параллельного соединения (рис.2):

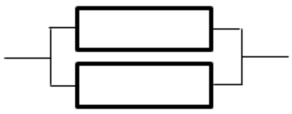


Рис. 2. Надежная схема резервного соединения

Рассмотрим расчет надежности невосстанавливаемой системы для различных способов резервирования.

Общее резервирование с постоянно включенным резервом

Надежностная структурная схема системы с общим резервированием и постоянно включенным резервом показана на рис.3.

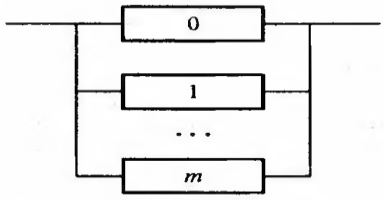


Рис.3. Надежностная структурная схема системы с общим резервированием и постоянно включенным резервом

Общее число элементов в системе $n = m + 1$, где m – кратность резервирования

$$F_c(t) = P(X_c \le t) = \prod_{i=0}^{m} F_i(t) .$$

Так как

$$F_i(t) = 1 - P_i(t) ,$$

то

$$P_c(t) = 1 - F_c(t) = 1 - \prod_{i=0}^{m}(1 - P_i(t)) , \tag{7}$$

$$f_c(t) = F_c{}'(t) = \sum_{i=0}^{m}(1 - P_0(t)) \dots f_i(t) \dots (1 - P_m(t)) , \tag{8}$$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \frac{\sum_{i=0}^{m}(1 - P_0(t))\dots f_i(t)\dots(1 - P_m(t))}{1 - \prod_{i=0}^{m}(1 - P_i(t))} . \tag{9}$$

Для однородных систем и постоянной интенсивности отказов, когда $\lambda_0 = \lambda_1 = \dots = \lambda_m = \lambda$

$$P_c(t) = 1 - (1 - P(t))^{m+1} = 1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}, \tag{10}$$

$$\lambda_c(t) = -\frac{P_c{}'(t)}{P_c(t)} = \frac{(m+1)\lambda e^{-\lambda t}(1 - e^{-\lambda t})^m}{1 - (1 - e^{-\lambda t})^{m+1}} . \tag{11}$$

$$\rightarrow \lambda_c(0) = 0 \text{ и } \lim_{t\to\infty} \lambda_c(t) = \lambda .$$

$$T_c = \int_0^{\infty} P_c(t)dt = T_0 \sum_{k=1}^{m+1} \frac{1}{k} , \tag{12}$$

где $T_0 = \frac{1}{\lambda}$.

Резервирование с дробной кратностью при нагруженном резерве

Надежностная структурная схема системы с дробной кратностью резервирования при нагруженном резерве показано на рис.4.

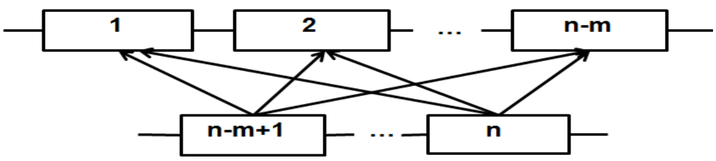


Рис.4. Резервирование с дробной кратностью резервирования при нагруженном резерве: m – количество резервных элементов, n – общее количество элементов

Система работоспособна при отказе не более чем m элементов из n (все элементы с позиции надежности однородны и $n > m$).

Пусть:

a_i – событие, когда отказывают i элементов ($0 \le i \le m$) из n,

A – событие, когда система работоспособна.

Тогда

$$A = \sum_{i=0}^{m} a_i, \quad P(A) = \sum_{i=0}^{m} P(a_i),$$

$$P(a_i) = C_n^i F^i(t) P^{n-i}(t),$$

где

$C_n^i = \frac{n!}{\{(n-i)!i!\}}$ – число сочетаний из n по i,

$F(t) = 1 - P(t)$ – вероятность отказа элемента за время t,

$P(t)$ – вероятность безотказной работы элемента за время t.

$$P_c(t) = P(A) = \sum_{i=0}^{m} C_n^i F^i(t) P^{n-i}(t), \tag{13}$$

$$f_c(t) = -P_c{}'(t) = (n-m)\, C_n^m F^m(t) P^{n-m-1}(t) f(t), \tag{14}$$

$$\lambda_c(t) = \frac{f_c(t)}{P_c(t)} = \lambda(t) \frac{C_n^m F^m(t) P^{n-m}(t)(n-m)}{\sum_{i=0}^{m} C_n^i F^i(t) P^{n-i}(t)\}}. \tag{15}$$

Общее резервирование замещением

Надежностная структурная схема системы с общим резервированием замещением показана на рис.5.

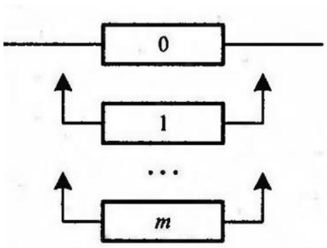


Рис.5. Система с общим резервированием замещением

Поскольку отказ системы наступает при отказе всех $m + 1$ элементов, то

$$X_c = \sum_{i=0}^{m} x_i,$$

где

x_i – время до отказа i-го элемента;

X_c – время до отказа системы.

Плотность суммы независимых случайных величин равна свертке плотностей слагаемых

$$f_c(t) = f_0 * f_1 * \ldots * f_m(t),$$

где

$$f*f(t) = \int_0^t f(x) f(t-x)\, dx,$$

$$f*f*f(t) = \int_0^t f(x) \int_0^{t-x} f(y) f(t-x-y)\, dy\, dx.$$

Рассмотрим случай, когда $m = 1$.

Система проработает безотказно в течение времени t при наступлении одного из двух несовместных событий:

A – элемент с номером 0 проработает безотказно в течение времени t;

$Б$ – элемент с номером 0 откажет в момент времени x ($x < t$), а элемент с номером 1 проработает безотказно в течение оставшегося времени $t - x$.

$$P(A) = P_0(t),$$

$$P(Б) = \int_0^t f_0(x) P_1(t-x) dx = f_0 * P_1(t).$$

По теореме сложения вероятностей

$$P_c(t) = P_0(t) + f_0 * P_1(t).$$

Для общего случая

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{m} f_0 * f_1 * \ldots * f_{i-1} * P_i(t). \quad (16)$$

Для однородных систем (основной и резервные элементы равно надежны) и постоянной интенсивности отказов, когда $\lambda_0 = \lambda_1 = \ldots = \lambda_m = \lambda$

$$P_c(t) = e^{-\lambda t} \sum_{i=0}^{m} \frac{(\lambda t)^i}{i!}, \quad (17)$$

$$T_c = \int_0^\infty P_c(t) dt = (m+1)\frac{1}{\lambda} = (m+1) T_0. \quad (18)$$

Скользящее резервирование с ненагруженным резервом

Надежностная структурная схема системы со скользящим резервированием и ненагруженным резервом показана на рис.6.

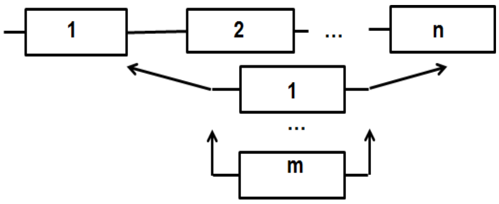


Рис.6. Система со скользящим резервированием и ненагруженным резервом

Сначала работают n основных элементов, резервные элементы не работают. При отказе любого элемента из числа основных он заменяется на резервный, который становится основным. При следующим отказе основного элемента он также заменяется на один из оставшихся резервных и т.д. Отказ системы наступает при отказе (m+1)-го элемента ($m < n$).

Пусть все элементы системы равно надежны и имеют плотность $f(t)$ и вероятность безотказной работы $P(t)$.

Тогда для m = 2

$$P_c(t) = P^n(t) + n\,P^{n-1}(t)\int_0^t f(x)P(t-x)dx +$$
$$+\, C_n^2\; P^{n-2}(t)\int_0^t f(x)\int_0^{t-x} f(y)P(t-x-y)dy\,dx,$$

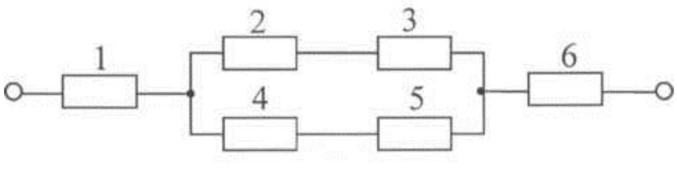
для общего случая

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{m} C_n^i\, P^{(n-i)}(t)\, f^{(i)} * P(t),$$

где $f^{(i)} * P(t) =$
$$=\int_0^t f(x_1)\int_0^{t-x_1} f(x_2)\ldots\int_0^{t-x_1-\cdots-x_i} f(x_i)P(t-x_1-\cdots-x_i)\,dx_i \ldots dx_1.$$

Примеры задач для расчета резервированных системы

Задача 5



Найти вероятность безотказной работы системы, если известны вероятности безотказной работы ее элементов $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$.

<u>Ответ</u>

$$P_c = P_1 * P_{2345} * P_6\,,$$

где

$$P_{2345} = 1 - (1 - P_2\,P_3)(1 - P_4\,P_5) = P_2P_3 + P_4P_5 - P_2P_3P_4P_5.$$

Тогда

$$P_c = P_1 * (P_2P_3 + P_4P_5 - P_2P_3P_4P_5) * P_6.$$

Задача 6

Система представляет собой резервированное соединение с постоянно включенным резервом: один элемент основной и один резервный. Все элементы равно надежны.

Найти вероятность безотказной работы одного элемента, если вероятность безотказной работы системы P_c= 0,937.

Ответ

Здесь n = 2 и m = 1.

$$P_c = 1 - (1 - P)^2 = 2P - P^2.$$

$$P^2 - 2P + 0{,}937 = 0.$$

Для $ax^2 + bx + c = 0$ $\quad x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$,

тогда

$$P_{1,2} = \frac{2 \pm \sqrt{4-4\cdot 0{,}937}}{2},$$

$$P_1 = 0{,}75 .$$

P_2 = 1,25 – отбрасываем.

Задача 7

Система состоит из двух приборов (включенных последовательно), среднее время безотказной работы которых T_1 и T_2. Система продублирована такой же постоянно включенной системой. Для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Требуется найти среднее время безотказной работы всего резервированного соединения.

Ответ

Здесь n = 2 и m = 1.

$$P_c(t) = 1 - [1 - P_1(t)P_2(t)]^2 = 2P_1(t)P_2(t) - [P_1(t)P_2(t)]^2.$$

Для экспоненциального закона

$$P_c(t) = 2\, e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} - e^{-2(\lambda_1+\lambda_2)t} = 2\, e^{-(\frac{T_1+T_2}{T_1T_2})t} - e^{-2(\frac{T_1+T_2}{T_1T_2})t}.$$

$$T_c = \int_0^\infty P_c(t)dt = \int_0^\infty 2e^{-(\frac{T_1+T_2}{T_1T_2})t}\, dt - \int_0^\infty e^{-2(\frac{T_1+T_2}{T_1T_2})t}\, dt =$$

$$= \frac{2T_1T_2}{T_1+T_2} - \frac{T_1T_2}{2(T_1+T_2)} = \frac{3T_1T_2}{2(T_1+T_2)}.$$

Задача 8

Вероятность безотказной работы прибора в течении 1000 часов равна 0,95. Для повышения надежности используется ненагруженный резервный прибор, который включается при отказе первого.

Определить вероятность и среднее время безотказной работы всей системы, если для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Ответ

Здесь m = 1.

$$P_c(t) = e^{-\lambda_п t} \sum_{i=0}^{1} \frac{(\lambda_п t)^i}{i!}\ ,\ T_c = (1+1)\ T_п = 2\ T_п.$$

$$\lambda_п = -\ \frac{lnP_п(t)}{t}\ = -\ \frac{ln0{,}95}{1000} = 0{,}5 \cdot 10^{-4}\ .$$

$$T_п = \frac{1}{\lambda_п} = 20\ 000.$$

$$P_c(t) = 0{,}95\ (1 +\ 0{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 1000) = 0{,}9975.$$

$$T_c = 2T_п = 40\ 000.$$

Задача 9

Прибор с вероятностью безотказной работы $P_0(t)$ и плотностью $f_0(t)$ зарезервирован ненагруженным аналогичным прибором с вероятностью безотказной работы $P_1(t)$.

Записать выражение для безотказной работы всей системы.

Ответ

Здесь m = 1.

$$P_c(t) = \sum_{i=0}^{1} f_0 * f_1 * \ldots *\ f_{i-1} * P_i(t) = P_0(t) + f_0 * P_1\ (t) =$$

$$= P_0(t) + \int_0^t f_0(x) P_1(t-x) dx.$$

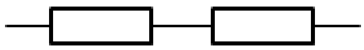
2. Проверочная работа

Вариант 1

Задача 1

Нерезервированная система состоит из двух блоков. Вероятность безотказной работы каждого блока в течение времени t = 100 час равна: $P_1(100)$ = 0,97; $P_2(100)$ = 0,99;. Справедлив экспоненциальный закон надежности.

Требуется найти среднее время безотказной работы системы.
<u>Ответ</u>



Так как справедлив экспоненциальный закон надежности, то среднее время безотказной работы системы будет равно

$$T_{\text{с}} = \frac{1}{\lambda_{\text{п}}},$$

где $\lambda_{\text{с}}$ – интенсивность отказа прибора.

$$P_{\text{с}}(t) = e^{-\lambda_{\text{с}} \cdot t},$$

где $P_{\text{с}}(t)$ – вероятность безотказной работы прибора;

$$\lambda_{\text{с}} = -\frac{lnP_{\text{с}}(t)}{t}.$$

$$P_{\text{с}}(100) = P_1(100) \cdot P_2(100) = 0{,}97 \cdot 0{,}99 = 0{,}96.$$

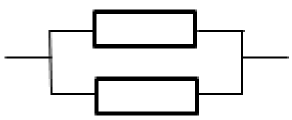
$$\lambda_{\text{п}} = -\frac{ln0{,}96}{100} = 0{,}0004.$$

$$T_{\text{п}} = \frac{1}{\lambda_{\text{п}}} = \frac{1}{0{,}0004} = 2\,500 \text{ час.}$$

Задача 2

Система представляет собой резервированное соединение с постоянно включенным резервом: один элемент основной и один резервный. Все элементы равнонадежны.

Найти вероятность безотказной работы элемента, если вероятность безотказной работы системы P_c = 0,98.
<u>Ответ</u>



$$P_c = 1 - (1 - P)^2.$$

$$1 - (1 - P)^2 = 0{,}98;\ 1 - P = \sqrt{1 - 0{,}98};\ P = 1 \pm 0{,}14.$$

$$P_1 = 0{,}86.$$

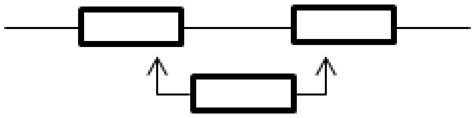
$$P_2 = 1{,}14 \text{ – отбрасываем.}$$

Задача 3

Система состоит из двух равнонадежных приборов (включенных последовательно), вероятность безотказной работы и плотность каждого из них равна $P(t)$ и $f(t)$. Система зарезервирована ненагруженным аналогичным прибором, способным заменить любой из основных приборов.

Записать выражение для вероятности безотказной работы всей системы.

Ответ



Система проработает безотказно в течение времени t при наступлении одного из двух несовместных событий:

A – оба основных прибора проработают безотказно в течение времени t;

B – один из основных приборов проработает безотказно в течение времени t, а другой откажет в момент времени x ($x< t$), а резервный прибор проработает безотказно в течение оставшегося времени $t-x$.

$$P(A) = P^2(t),$$

$$P(B) = 2P(t)\int_0^t f(x)P(t-x)dx.$$

По теореме сложения вероятностей

$$P_c(t) = P^2(t) + 2P(t)\int_0^t f(x)P(t-x)dx.$$

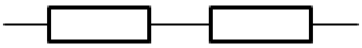
Вариант 2

Задача 1

Система состоит из двух приборов, среднее время безотказной работы второго прибора T_2 = 400 часов; Среднее время безотказной работы системы Tc = 200 часов. Для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Требуется найти среднее время безотказной работы первого прибора T_1.

Ответ



Так как справедлив экспоненциальный закон надежности, то среднее время безотказной работы системы будет равно

$$T_{\text{c}} = \frac{1}{\lambda_{\text{c}}} = \frac{1}{\lambda_1+\lambda_2},$$

тогда $(\lambda_1 + \lambda_2)\, T_{\text{c}} = 1$ и $\lambda_2 = \frac{1-T_{\text{c}}\lambda_1}{T_{\text{c}}}$.

Так как $T_1 = \frac{1}{\lambda_1}$ и $T_2 = \frac{1}{\lambda_2}$, то

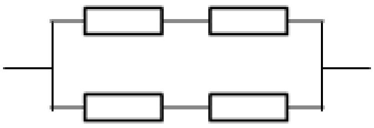
$$T_1 = \frac{T_{\text{c}}}{1-\frac{T_{\text{c}}}{T_2}} = \frac{200}{1-\frac{200}{400}} = 400.$$

Задача 2

Система состоит из двух приборов (включенных последовательно), интенсивность отказа которых λ_1 и λ_2. Система продублирована такой же постоянно включенной резервной системой. Для приборов справедлив экспоненциальный закон надежности.

Требуется найти среднее время безотказной работы всего резервированного соединения.

Ответ



$$P_c(t) = 1 - [1 - P_1(t)P_2(t)]^2 = 2P_1(t)P_2(t) - [P_1(t)P_2(t)]^2.$$

Для экспоненциального закона

$$P_c(t) = 2\,e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t} - e^{-2(\lambda_1+\lambda_2)t}.$$

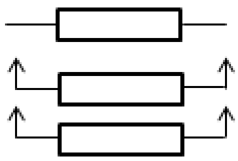
$$T_c = \int_0^\infty P_c(t)dt = \int_0^\infty 2e^{-(\lambda_1+\lambda_2)t}dt - \int_0^\infty e^{-2(\lambda_1+\lambda_2)t}dt = \frac{3}{2(\lambda_1+\lambda_2)}.$$

Задача 3

С целью повышения надежности функционирования система зарезервирована двумя ненагруженными аналогичными системами. Вероятность безотказной работы и плотность каждой из них равна $P(t)$ и $f(t)$.

Записать выражение для вероятности безотказной работы всей зарезервированной системы.

Ответ



Сначала работает основная система, резервные системы не работают. При отказе основной системы она заменяется на резервную, которая становится основной. При следующим отказе основной системы она также заменяется на оставшуюся резервную. Отказ системы наступает при отказе всех трех систем.

$$P_c(t) = P(t) + \int_0^t f(x)P(t-x)dx +$$

$$+ \int_0^t f(x)\int_0^{t-x} f(y)P(t-x-y)dy\,dx$$

3. Контрольные вопросы

1.Что понимается под надежностью аппаратуры?
2.Перечислите основные показатели надежности невосстанавливаемой аппаратуры.
3.Дайте определение следующим показателям надежности невосстанавливаемой аппаратуры:
– вероятности безотказной работы p(t);
– среднему времени безотказной работы T;
– плотности распределения времени до отказа f(t);
– интенсивности отказов $\lambda(t)$.
4. Назовите виды структурного резервирования?
5. Назовите способы подключения резервных элементов?

4. Критерии выставления оценок обучающимся:

Оценка за выполнения практического занятия складывается из оценок за выполнение каждого задания.

Выполнение задания оценивается на «отлично», если оно выполнено в срок в полном объеме.

Выполнение задания оценивается на «хорошо», если оно выполнено с превышением установленного срока или не в полном объеме.

Выполнение задания оценивается на «удовлетворительно», если оно выполнено с превышением установленного срока и не в полном объеме.

Выполнение задания оценивается на «неудовлетворительно», если не выполнены вышеперечисленные критерии оценивания.

Общая оценка за занятие определяется по среднему арифметическому оценок за выполнение каждого задания по критерию. При этом, если выполнение хотя бы одного задания оценено на «неудовлетворительно», то все занятие также оценивается на «неудовлетворительно».

Среднее арифметическое оценок за выполнение каждого задания	Общая оценка за занятие
4,75	«отлично»
4,25	«хорошо»
3,00	«удовлетворительно»
<3,00	«неудовлетворительно»

_______________С. Баглюк________
(воинское звание, подпись, инициал имени, фамилия автора)

«27» февраля 2023_ г.