ВОЕННО-КОСМИЧЕСКАЯ АКАДЕМИЯ ИМЕНИ А.Ф. МОЖАЙСКОГО

Кафедра Математического обеспечения

Обсуждено и одобрено на заседании 25 кафедры

«___» ____ 2007 г. протокол № ____

Санкт-Петербург 2007

Содержание занятия и время

Введение					
Учебные вопросы (основная часть)					
1. Этапы нечеткого вывода10 мин					
2. Правила нечетких продукций20 мин					
3. Введение нечеткости					
4. Агрегирование подусловий					
5. Активизация подзаключений					
Заключение					
Литература:					
Основная:					
1. Борисов В.В., Круглов В.В., Федулов А.С. Нечеткие модели и сети					
М.: Горячая линия-Телеком, $2007 284$ с.					
2. Леоненков А. Нечеткое моделирование в среде Matlab и fuzzyTECH.					
– СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 736 с.					
3. Конспект лекции.					
Дополнительная:					
1					
(наименование издания, страницы)					
2					
(наименование издания, страницы)					
3					
(наименование издания, страницы)					
Материально-техническое обеспечение:					

- 1. Наглядные пособия (по данным учета кафедры): -
- 2. Технические средства обучения: проектор

3. Приложения (диафильмы, слайды): презентация «Работа с нечеткими знаниями»

Организационно-методические указания: Во введении сформулировать тему лекции, цель и название изучаемых вопросов. Задать вопросы обучаемым по материалам предыдущей лекции:

- 1. Что представляет собой терм-множество и расширенное терм-множество?
- 2. Перечислите примеры для модификатора СРАВНИТЕЛЬНО.

При изложении материала обратить внимание обучаемых на состав основных этапов нечеткого вывода. Охарактеризовать роль каждого из этапов в общем алгоритме нечеткого вывода.

Обратить внимание на вопрос полноты и правильности задания нечетких правил вывода. Привести примеры различных этапов нечеткого вывода в прикладных экспертных системах.

В заключительной части обобщить изложенный материал и сформулировать задание на самостоятельную подготовку.

<u>Цель лекции:</u> Изложить основные этапы нечеткого вывода, рассмотреть технику их реализации.

Введение

Учебные вопросы:

1. Этапы нечеткого вывода

Чаще всего системы нечеткого вывода используются для управления техническими устройствами и процессами. Разработка и применение систем нечеткого вывода включают в себя ряд этапов.

Информацией, которая поступает на вход системы нечеткого вывода, являются измеренные некоторым образом входные переменные. Они соответствуют переменным процесса управления. Информация на выходе системы нечеткого вывода соответствует выходным переменным, являющимся управляющими переменными процесса управления. Системы нечеткого вывода выполняют преобразование значений входных переменных процесса управления в выходные переменные на основе нечетких правил продукций. Для этого они должны содержать базу правил нечетких продукций и реализовывать нечеткий вывод заключений на основе посылок или условий, представленных в форме нечетких лингвистических высказываний.

В процессе нечеткого вывода основными являются следующие этапы
□ Формирование базы правил систем нечеткого вывода.
□ Введение нечеткости (фаззификация).
□ Агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций.
□ Активизация подзаключений в нечетких правилах продукций.
□ Аккумулирование заключений нечетких правил продукций.
□ Придание результатам четкости (дефаззификация).

2. Правила нечетких продукций

В системах нечеткого вывода условия и заключения отдельных нечетких правил формулируются в форме нечетких высказываний вида 1—3 относительно значений тех или иных лингвистических переменных.

Под правилом нечеткой продукции, или просто нечеткой продукцией, в общем случае понимается выражение вида:

где (i) — имя нечеткой продукции; Q — сфера применения нечеткой продукции; P — условие применимости ядра нечеткой продукции; $A\Rightarrow B$ — ядро нечеткой продукции, в котором A — условие ядра (антецедент); B — заключение ядра (консеквент); " \Rightarrow " — знак логической секвенции (или следования); S — метод или способ определения количественного значения степени истинности заключения ядра; F — коэффициент определенности или уверенности нечеткой продукции; N — постусловия продукции. В качестве имени (i) нечеткой продукции может выступать та или иная совокупность букв или символов, позволяющая однозначным образом идентифицировать нечеткую продукцию в системе нечеткого вывода или базе нечетких правил. В качестве имени нечеткой продукции может использоваться ее номер в системе.

Сфера применения нечеткой продукции Q, условие применимости ядра нечеткой продукции P и постусловие нечеткой продукции N определяются аналогично обычной четкой продукции.

Аналогично обычным правилам продукций ядро А⇒В также является центральным компонентом нечеткой продукции. Ядро продукции записывается в форме: "ЕСЛИ А, ТО В" или в распространенном виде: "IF A, THEN В", где А и В — некоторые выражения нечеткой логики, которые часто представляются в форме нечетких высказываний. При этом секвенция интерпретируется в обычном логическом смысле как знак логического следования заключения В из условия А. В качестве выражений А и В могут использоваться составные логические нечеткие высказывания, т. е. элементарные нечеткие высказывания, соединенные нечеткими логическими связками, такими как нечеткое отрицание, нечеткая конъюнкция и нечеткая дизъюнкция.

S — способ определения степени истинности заключения В на основе известного значения степени истинности условия А. Этот способ в общем случае определяет так схему или алгоритм нечеткого вывода в продукционных нечетких системах и называется также методом композиции или методом активации согласно Стандарту IEC 1131-7. В настоящее время для этой цели предложено несколько способов.

F — коэффициент определенности или уверенности выражает количественную оценку степени истинности или относительный вес нечеткой продукции. Коэффициент уверенности принимает свое значение из интервала [0, 1] и часто называется весовым коэффициентом нечеткого правила продукции.

Простейший вариант правила нечеткой продукции, который наиболее часто используется в системах нечеткого вывода, может быть записан в форме:

Здесь нечеткое высказывание " β_1 есть α " представляет собой условие данного правила нечеткой продукции, а нечеткое высказывание " β_2 есть α "" — нечеткое заключение данного правила. При этом считается, что $\beta_1 \neq \beta_2$.

Запись простейшего варианта правила нечеткой продукции в англоязычной транскрипции:

RULE <#>: IF " β_1 IS α' ", THEN " β_2 IS α'' ".

Система нечетких правил продукций, или продукционная нечеткая система, представляет собой согласованное множество отдельных нечетких продукций или правил нечетких продукций в форме "ЕСЛИ A, ТО В" (или в виде: "IF A \Box THEN В"), где A и В — нечеткие лингвистические высказывания вида 1, 2 или 3.

Рассмотрим вариант использования в качестве условия или заключения в некотором правиле нечеткой продукции нечеткого высказывания вида 2, т. е. вида: " β есть $\nabla \alpha$ ", где ∇ — модификатор, определяемый процедурами G и M лингвистической переменной β . Пусть терму α соответствует нечеткое множество

В этом случае исходное нечеткое Пусть терму α соответствует нечеткое поместь высказывание " β есть $\nabla \alpha$ " можно преобразовать к виду 1 в форме нечеткого высказывание " β есть α ", где терм α получается на основе применения определенной процедурами G и M операции к нечеткому множеству A. Полученное в результате подобной операции нечеткое множество $A' \square$ принимается за значение терм-множества α' . Если в качестве условия или заключения используются составные нечеткие высказывания, т. е. образованные из высказываний видов 1 и 2 и нечетких логических операций в форме связок: "И", "ИЛИ", "ЕСЛИ-ТО", "НЕ", то ситуация несколько усложняется. Поскольку вариант использования нечетких высказываний вида 2 сводится к нечетким высказываниям вида 1, то достаточно рассмотреть сложные высказывания, в которых нечеткими логическими операциями соединены только нечеткие высказывания вида 1. Эта ситуация может соответствовать простейшему случаю, когда нечеткими логическими операциями соединены нечеткие высказывания, относящиеся к одной и той же лингвистической переменной, т. е. в форме: " β есть α " ОП " β есть α ", где ОП некоторая из бинарных операций нечеткой конъюнкции "И" или нечеткой дизъюнкции "ИЛИ".

Примечание

Нечеткая импликация и нечеткая эквивалентность могут быть выражены через операции нечеткой конъюнкции и нечеткой дизъюнкции, а нечеткое отрицание в здесь является по сути модификатором.

В этом простейшем случае нечеткое высказывание " β есть α " И " β есть α "" эквивалентно нечеткому высказыванию " β есть α *", где терм-множеству α * соответствует нечеткое множество A*, равное пересечению нечетких множеств $A' \square u A''$, которые соответствуют термам α' и α'' . При этом операция пересечения определяется одним из ранее рассмотренных способов.

Соответственно, нечеткое высказывание " β есть α " ИЛИ " β есть α " эквивалентно нечеткому высказыванию " β есть α *", где терм-множеству α * соответствует нечеткое множество A*, равное объединению нечетких множеств A' \square и A'', которые соответствуют термам α' и α'' . При этом операция объединения определяется одним из ранее рассмотренных способов.

Пример. Рассмотрим составное нечеткое высказывание вида 3: "скорость автомобиля средняя и скорость автомобиля высокая". Ему соответствуют два нечетких высказывания первого вида, соединенные логической операцией нечеткой конъюнкции. Тогда исходное нечеткое высказывание эквивалентно нечеткому высказыванию первого вида: "скорость автомобиля средняя и высокая". Функция принадлежности терма "средняя и высокая" изображена на рис. 2.1 а) более темным фоном, при этом результат нечеткой конъюнкции определялся по формуле (1.3).

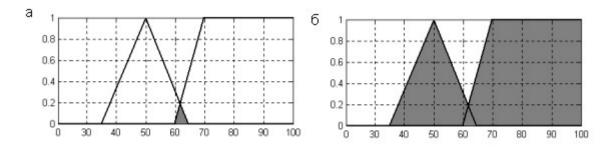


Рис. 2.1. Преобразование составных нечетких высказываний

Рассмотрим аналогичное составное нечеткое высказывание вида 3: "скорость автомобиля средняя или скорость автомобиля высокая". Ему также соответствуют два нечетких высказывания первого вида, соединенные логической операцией нечеткой дизьюнкции. Тогда исходное нечеткое высказывание эквивалентно нечеткому высказыванию первого вида: "скорость автомобиля средняя или высокая". Функция принадлежности терма "средняя или высокая" изображена на рис. 2.1 б) более темным фоном, при этом результат нечеткой дизьюнкции определялся по формуле (1.4).

Во-вторых, ситуация может соответствовать более сложному случаю, когда нечеткими логическими операциями соединены нечеткие высказывания, относящиеся к разным

лингвистическим переменным в условии правила нечеткой продукции, т. е. в форме: " β_1 есть α " ОП " β_2 есть α ", где ОП — некоторая из бинарных операций нечеткой конъюнкции "И" или нечеткой дизъюнкции "ИЛИ", а β_1 и β_2 — различные лингвистические переменные.

Этот вариант правил нечетких продукций может быть записан в следующей общей форме: или ПРАВИЛО <#>: ЕСЛИ " β_1 есть α' " И " β_2 есть α'' " ТО " β_3 есть α'' " (2.3)

ПРАВИЛО <#>: ЕСЛИ " β_1 есть α' " ИЛИ " β_2 есть α'' " ТО " β_3 есть ν ".

Здесь нечеткие высказывания: " β_1 есть α " И " β_2 есть α "", " β_1 есть α " ИЛИ " β_2 есть α "" представляют собой условия правил нечетких продукций, а нечеткое высказывание " β_3 есть α " — заключение правил. При этом считается, что α 0 α 1 вазываний " α 2 есть α 4 нечетких высказываний " α 4 есть α 6 нечетких продукций.

В случае правил нечетких продукций в форме (2.3) необходимо использовать один из методов агрегирования условий в левой части этих правил.

Наконец, нечеткими логическими операциями могут быть соединены нечеткие высказывания, относящиеся к разным лингвистическим переменным в заключении правила нечеткой продукции, т. е. в форме: " β_1 есть α " ОП " β_2 есть α ", где ОП — некоторая из бинарных операций нечеткой конъюнкции "И" или нечеткой дизъюнкции "ИЛИ", а β_1 и β_2 — различные лингвистические переменные.

Этот вариант правил нечетких продукций может быть записан в следующей общей форме: или ПРАВИЛО <#>: ЕСЛИ " β_1 есть α' " ТО " β_2 есть α'' " И " β_3 есть ν " (2.4)

ПРАВИЛО <#>: ЕСЛИ " β_1 есть α " ТО " β_2 есть α "" ИЛИ " β_3 есть ν ".

Здесь нечеткое высказывание " β_1 есть α' " представляет собой условие правил нечетких продукций, а нечеткие высказывания: " β_2 есть α'' " И " β_3 есть ν ", " β_2 есть α'' " ИЛИ " β_3 есть ν " — заключения данных правил. При этом считается, что $\beta_1 \neq \beta_2 \neq \beta_3$, а каждое из нечетких высказываний " β_2 есть α'' ", " β_3 есть ν " называют *подзаключениями* данного правила нечеткой продукции.

В случае правил нечетких продукций в форме (2.4) необходимо использовать один из методов аккумуляции заключений в правилах нечетких продукций.

3. Введение нечеткости

Введение нечемкости (или фаззификация) в продукционную систему нечеткого вывода представляет собой определение значений функции принадлежности нечетких множеств для всех значений входных переменных x_i , входящих в состав предпосылок (подусловий)

всех нечетких продукционных правил. При этом $x_j \in X_j$, где X_j есть универсум лингвистической переменной из j-го подусловия.

Перед началом этапа введения нечеткости некоторым внешним образом, например, с помощью датчиков, задаются значения входных переменных x_j . Причем, эти значения в общем случае могут задаваться как четкие или как нечеткие (с помощью функции принадлежности).

Если значения входных переменных x_j являются *четкими*, то каждого из них находится количественное значение функции принадлежности $\mu_{Aj}(x_j)$ для каждого из подусловий « β_j есть α_j » в составе базы правил системы нечеткого вывода (j=1,...k). Полученное таким образом значение $\mu_{Aj}(x_j)$ и является результатом введения нечеткости для подусловия « β_j есть α_j ». Фактически функция принадлежности $\mu_{Aj}(x)$ задает нам степень истинности подусловия « β_j есть α_j » для j-го правила.

Пример. Рассмотрим пример фаззификации двух нечетких высказываний «температура жидкости небольшая» и «температура жидкости средняя» для входной лингвистической переменной β . Им соответствуют нечеткие высказывания вида: « β есть α_1 » и « β есть α_2 ». Предположим, что температура жидкости составляет 45°, т. е. $x_j = 45^\circ$. В этом случае фаззификация первого высказывания путем подстановки $x_1 = 45^\circ$ в качестве аргумента функции принадлежности терма α_1 дает нам значение 0 (рис. 2.2 а). Это значение указывает на степень истинности первого высказывания, аналогично получаем, что степень истинности 2-го высказывания составляет примерно 0,72 (рис. 2.2 b).

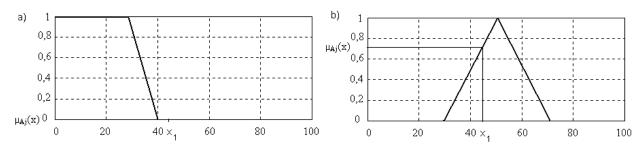


Рис. 2.2. Фаззификация нечетких высказываний по четкому значению

Если значения входных переменных χ_j являются *нечеткими* и задаются с помощью функции принадлежности, то для достижения цели фаззификации применяются операции нечеткой конъюнкции. Чаще всего при этом используются операции min-конъюнкции $\mu_{A'j}(x_j) = \min\{\mu_{\chi_j}(x_j), \, \mu_{Aj}(x_j)\}, \, \forall x_j \in X_j$ или алгебраическое произведение $\mu_{A'j}(x_j) = \mu_{\chi_j}$ $(x_j)\mu_{Aj}(x_j), \, \forall x_j \in X_j$.

Пример. Рассмотрим пример фаззификации нечеткого высказывания «температура жидкости небольшая» для входной лингвистической переменной β . Предположим, температура жидкости задается с помощью нечеткой входной переменной χ_j , задаваемой с

помощью нечеткого множества с функцией принадлежности $\mu_{\chi j}$ (x_j). В этом случае операция min-конъюнкции дает нам степень истинности высказывания $\mu_{A'j}(x_j)$ равную примерно 0,63 (рис. 2.3 а).

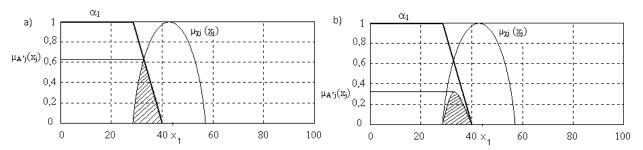


Рис. 2.3. Фаззификация нечеткого высказывания по нечеткому значению Операция алгебраического произведения дает нам степень истинности высказывания $\mu_{A'i}(x_i)$ равную примерно 0,34 (рис. 2.3 b).

4. Агрегирование подусловий в нечетких правилах

Агрегирование подусловий в нечетких правилах продукций представляет собой процедуру определения степени истинности условий по каждому из правил системы нечеткого вывола.

Формально процедура агрегирования выполняется следующим образом. Предварительно предполагаются известными значения истинности всех подусловий системы нечеткого вывода, т. е. множество значений $B=\{b_i{}'\}$. Далее рассматривается каждое из условий правил системы нечеткого вывода. Если условие правила представляет собой нечеткое высказывание вида 1 или 2, то степень его истинности равна соответствующему значению $b_i{}'$.

Если же условие состоит из нескольких подусловий вида (2.3), причем лингвистические переменные в подусловиях попарно не равны друг другу, то определяется степень истинности сложного высказывания на основе известных значений истинности подусловий. При этом для определения результата нечеткой конъюнкции или связки "И" может быть использована основная (1.11) или одна из альтернативных формул определения логической конъюнкции нечетких высказываний.

Для определения результата нечеткой дизьюнкции или связки "ИЛИ" может быть использована основная (1.15) или одна из альтернативных формул определения логической дизьюнкции нечетких высказываний. При этом значения b_{i} используются в качестве аргументов соответствующих логических операций. Тем самым находятся значения степени истинности всех условий правил системы нечеткого вывода.

Этап агрегирования считается законченным, когда будут найдены все значения b_k " для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода. Это множество значений обозначим через $B''=\{b_1",b_2",...,b_n"\}$.

Пример. Рассмотрим агрегирование двух нечетких высказываний: "скорость автомобиля средняя" И "температура жидкости высокая" и "скорость автомобиля средняя" ИЛИ " температура жидкости высокая" для входной лингвистической переменной β_1 — скорость движения автомобиля и β_2 — температура жидкости. Пусть текущая скорость автомобиля равна 55 км/ч, т. е. a_1 = 55 км/ч, а температура жидкости равна a_2 =70 °C.

Тогда агрегирование подусловий для первого нечеткого высказывания с использованием операции нечеткой конъюнкции (1.11) дает в результате число $b_1''=0.67$ (приближенное значение), которое означает его степень истинности и получается как минимальное из значений 0.67 и 0.8 (рис. 2.3, а). Агрегирование подусловий для второго нечеткого высказывания с использованием операции нечеткой дизъюнкции (1.15) дает в результате число $b_1''=0.8$, которое означает его степень истинности и получается как максимальное из значений 0.67 и 0.8 (рис. 2.3, б).

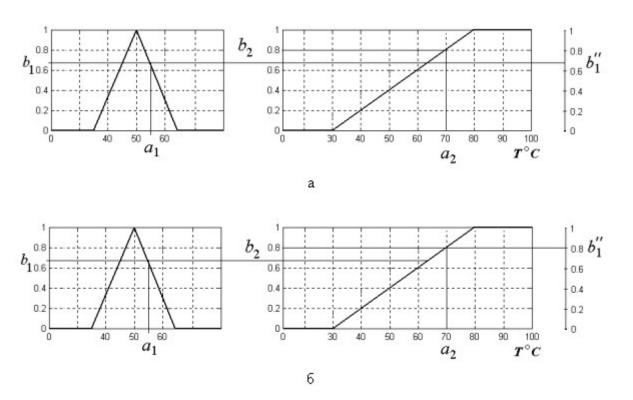


Рис. 2.3. Агрегирование подусловий с использованием нечеткой конъюнкции и нечеткой дизъюнкции

При использовании расчетных формул для определения результатов нечеткой конъюнкции и нечеткой дизъюнкции целесообразно применять попарно согласованные

методы расчета для всех правил системы нечетких продукций. Так, например, если в некоторой системе нечеткого вывода результат нечеткой конъюнкции определяется по формуле алгебраического произведения (1.12), то для определения результата нечеткой дизъюнкции предпочтительно использовать алгебраическую сумму (1.16).

5. Активизация подзаключений в нечетких правилах

Активизация в системах нечеткого вывода представляет собой нахождение степени истинности каждого из подзаключений правил нечетких продукций. Активизация в общем случае во многом аналогична композиции нечетких отношений, но не тождественна ей. Поскольку в системах нечеткого вывода используются лингвистические переменные, то формулы для нечеткой композиции теряют свое значение. В действительности при формировании базы правил системы нечеткого вывода задаются весовые коэффициенты F_i для каждого правила (по умолчанию предполагается, если весовой коэффициент не задан явно, то его значение равно 1).

Формально процедура активизации выполняется следующим образом. Предварительно предполагаются известными значения истинности всех условий системы нечеткого вывода, т. е. множество значений $B''=\{b_1'',b_2'',...,b_n''\}$ и значения весовых коэффициентов F_i для каждого правила. Далее рассматривается каждое из заключений правил системы нечеткого вывода. Если заключение правила представляет собой нечеткое высказывание вида 1 или 2, то степень его истинности равна алгебраическому произведению соответствующего значения b_i'' на весовой коэффициент F_i . Если заключение состоит из нескольких подзаключений вида (2.4), причем лингвистические переменные в подзаключениях попарно не равны друг другу, то степень истинности каждого из подзаключений равна алгебраическому произведению соответствующего значения b_i'' на весовой коэффициент F_i . Таким образом, находятся все значения c_k степеней истинности подзаключений для каждого из правил R_k , входящих в рассматриваемую базу правил P системы нечеткого вывода. Это множество значений обозначим через $C=\{c_1, c_2,..., c_q\}$, где q — общее количество подзаключений в базе правил.

Примечание

Весовой коэффициент F_i может быть задан индивидуально для отдельных подзаключений. При этом процедура активизации остается прежней.

После нахождения множества $C = \{c_1, c_2, ..., c_q\}$ определяются функции принадлежности каждого из подзаключений для рассматриваемых выходных лингвистических

переменных. Для этой цели можно использовать один из методов, получивших наибольшее распространение и являющихся модификацией того или иного метода нечеткой композиции:

□ min-активизация:

$$\mu'(y) = \min\{c_i, \mu(y)\};$$
 (2.5)

□ prod-активизация:

$$\mu'(y) = c_i \cdot \mu(y); \tag{2.6}$$

□ average-активизация:

$$\mu'(y) = 0.5 \cdot (c_i + \mu(y)),$$
 (2.7)

где $\mu(y)$ — функция принадлежности терма, который является значением некоторой выходной переменной ω_i , заданной на универсуме Y.

Для выполнения активизации могут быть использованы и другие способы, основанные на модификации различных операций нечеткой композиции.

Этап активизации завершается, когда для каждой из выходных лингвистических переменных, входящих в отдельные подзаключения правил нечетких продукций, будут определены функции принадлежности нечетких множеств их значений, т. е. совокупность нечетких множеств: $C_1, C_2, ..., C_q$, где q — общее количество подзаключений в базе правил системы нечеткого вывода.

Пример. Рассмотрим пример процесса активизации заключения в следующем правиле нечеткой продукции:

ЕСЛИ "скорость автомобиля средняя" TO "температура охлаждающей жидкости высокая"

Входной лингвистической переменной в этом правиле является β_1 — скорость автомобиля, а выходной переменной является β_2 — температура жидкости. Предположим, что текущая скорость автомобиля равна 55 км/ч, т. е. a_1 = 55 км/ч.

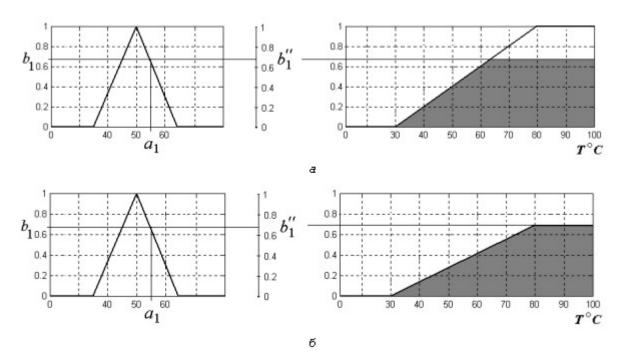


Рис. 2.5. Пример активизации заключения для правила нечеткой продукции

Поскольку агрегирование условия этого правила дает в результате $b_1''=0.67$, а весовой коэффициент равен 1 (по умолчанию), то значение 0.67 будет использоваться в качестве c_1 для получения результата активизации. Результат, полученный методом min-активизации (2.5), изображен на рис. 7.6, a) более темным цветом, а результат, полученный методом prod-активизации (2.6), изображен на рис. 7.6, a0 более темным цветом. В этом примере, в отличие от предыдущего, "*температура жидкости*" — выходная лингвистическая переменная.

Заключение:

Обратить внимание обучаемых на актуальность вопросов, связанных с организацией нечеткого вывода.

На самостоятельной подготовке прочитать материалы из рекомендуемой литературы. Выполнить пример реализации основных этапов нечеткого вывода, рассмотренные в лекции.

ДО	KTOP TE	ЕХНИЧЕСК	ИХ НАУК ПРС	ОФЕССОР
				_А. ХОМОНЕНКО
	«	»	200_	Γ.