

Tillåtna hjälpmedel: Anteckningar, böcker, miniräknare, Python, R, och all möjlig skrivutrustning.

OBS! Lösningarna skall vara väl motiverade och försedda med förklarande text. Alla steg i dina uträkningar o.s.v. ska redovisas för full poäng. Om du inte kan få till en fullständig lösning, försök då att ange i ord hur du tänkt och hur långt du kommit. Totalpoängen på denna skrivtenta är 40 poäng och för godkänt behövs 21 poäng, med minst 7 poäng på statistikdelen och minst 10 poäng på matematikdelen.

Om inlämningsuppgifterna, alla datalabbar, samt skrivtentan är godkända bestäms betyget på kursen 'Matematik och statistik för biologer' av poängen på skrivtentan. Betyg 3: 21p-27p, Betyg 4: 28p-35p, Betyg 5: 36p-40p.

Lärare:

Johan Rydholm: johan.rydholm@math.uu.se

Reza Belaghi: reza.belaghi@math.uu.se

Matematikproblem

Lösningarna till dessa problem måste göras för hand, och lösningarna skrivs med papper och penna. Inga hänvisningar till kod i python eller R, eller till grafer gjorda med hjälp av dator eller miniräknare kommer godkännas som lösning/motivation. Dessa verktyg får däremot användas som hjälpmedel, för att t.ex. kontrollera svaren.

1. (5p) Betrakta differensekvationen

$$x_{n+2} = 4x_n,$$

med begynnelsevillkor $x_0 = 5$, $x_1 = 6$.

- (a) Hitta en explicit formel för x_n .
- (b) Beräkna x_7 .

2. (5p) Betrakta följande funktion,

$$f(x) = x^2 e^{1-x^2}.$$

- (a) Visa att funktionens derivata är

$$f'(x) = 2x(1 - x^2)e^{1-x^2}.$$

- (b) Bestäm de kritiska punkterna. Avgör om de är maximipunkter, sadelpunkter eller minimipunkter.
(c) Vad är funktionens största respektive minsta värde på intervallet $[-2, 2]$?
(d) Bestäm ekvationen för tangenten till $y = f(x)$ i punkten $x = 2$.

3. (5p) Betrakta matrisen

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

- (a) Bestäm egenvärdena till A .
(b) Hitta egenvektorer till A .
(c) Diagonalisera A , d.v.s. hitta en diagonalmatris D och en inverterbar matris C , så att $A = CDC^{-1}$.
(d) Beräkna A^8 med hjälp av svaret i (c).

4. (5p) Betrakta följande diskreta dynamiska system,

$$x_{n+1} = \frac{5x_n^2}{x_n^2 + 6}.$$

- (a) Bestäm systemets övergångsfunktion.
(b) Systemet har tre jämviktspunkter, bestäm dessa.
(c) Avgör vilka av jämviktspunkterna som är stabila och vilka som är instabila.

5. (5p) Låt $y = y(x)$ vara en funktion av x , och låt y' beteckna derivatan av y med avseende på x .

- (a) Lös differentialekvationen

$$y' = 4x^4 - \frac{1}{x-2} + 1.$$

- (b) Lös begynnelsevärdesproblemet

$$y' + 3x^2 y = \frac{1}{e^{x^3}}, \quad y(0) = 1.$$

- (c) Beräkna integralen

$$\int_0^{\sqrt{8}} x \sqrt{1+x^2} dx.$$

Statistics problems

The solutions to these problems are handed in on GM. Your answers must consist partly of text where you answer the questions and explain how you solved the problems, and partly of the associated R code. You can solve the problem in R and then add some of the related parts to answer the questions. Please state clearly which methods you use, which hypotheses are tested (if any) and what the results are.

Question 1 (5p)

We would like to know if there is a significant difference between the male and female penguins in terms of the body mass (weight). Please look at the penguins data.

- a. Use an appropriate statistical test to compare the body mass of the male and female penguins (2.5p).
- b. Provide an appropriate confidence interval (95%) to the mean difference and then interpret that (2.5p).

Question 2 (5p)

The relationship between cricket chirping and temperature has been noted for a long time. In Western science, it is called Dolbear's law after the most widely referenced early publication on the phenomenon published in 1897 by Amos Dolbear. So We are interested to model the number of cricket chirps and the temperature (in F). Please look at the cricket data and then

- a. Provide a linear regression model to formulate the relation between the temperature and the number of cricket chirps (2p).
- b. Interpret the regression model (look at the coefficients, p-value, and R^2) (2p)
- c. Analyze if the underlying assumptions for a linear regression model are met. If not make a solution (1p).

Question 3 (5p)

In a study we would like to know the effect of 4 types of block (land) and 3 types of fertilizer on the amount of the production (yield).

- a. Run a two-way ANOVA model (on `crop.data`) to examine if the fertilizer, block (land), and their interaction has a significant effect on the yield (2.5p).
- b. If one of the explanatory effects is not significant, then provide an ANOVA model with only the significant explanatory variable and interpret the results (2.5p).