Matematik och statistik för biologer
VT-2023

Inlämningsuppgift nr 2 i matematik

Detta är den andra av fyra inlämningsuppgifter i mattedelen av kursen. Varje inlämningsuppgift består av fyra problem som kan ge maximalt 5 poäng vardera, dvs varje inlämningsuppgift kan ge maximalt 20 poäng. Uppgifterna är en obligatorisk del av examinationen: man måste få totalt 40 poäng (av 80 möjliga) för att bli godkänd på kursen. Lämna in individuellt skrivna lösningar: det är okej att sammarbeta för att lösa problemen men alla måste lämna in egna lösningar.

Lämna in senast onsdag 15 februari klockan 20:00. Lösningarna lämnas in på gm.ibg.uu.se, under rubrikerna matematik följt av inlupp 2.

Lämna in lösningarna som en pdf. Det är okej med både scannade/fotade handsrkivna lösningar och datorskrivna.

Instruktioner:

- Lösningarna ska motiveras väl och formuleras tydligt. Man ska aldrig behöva gissa vad ni menar eller leta bland ostrukturerade uträkningar för att hitta svaret/lösningen eller delar därav. Skriv gärna hela meningar och tänk på era formuleringar.
- Se till att ni svarat på frågan.
- Börja med inlämningen i god tid så att ni hinner fråga om det är något som ni inte förstår.

Lycka till!

1. (a) Derivera följande funktioner:

$$f(x) = 4x^5 e^{3x},$$
$$g(x) = \ln\left(\sqrt{x^2+1}\right),$$
$$h(x) = e^{e^x + x^2} + \frac{x}{1+x+x^2}.$$

   (b) Beräkna tangenten till $f(x) = 1+x+x^2+x^3$ när $x = 2$. (Dvs. hitta ekvationen till den räta linje som tangerar funktionens graf i punkten $(2, f(2))$.)

2. Använd likheten $x^4-8x^3+21x^2-22x+8 = (x-1)^2(x-2)(x-4)$ för att bestämma följande egenskaper hos funktionen

$$f(x) = x^5 - 10x^4 + 35x^3 - 55x^2 + 40x + 10,$$

   definierad på intervallet $[0, 5]$:

   (a) De kritiska punkterna.

   (b) Extrempunkterna, och deras typ.

   (c) Funktionens största och minsta värde.

3. Avgör om

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^4+1}}$$

   antar ett största respektive minsta värde på intervallet $[0, \infty)$. I sådana fall, bestäm dessa värden.

4. Bestäm jämviktspunkterna till nedanstående dynamiska system, och avgör om de är stabila eller instabila:

$$x_{n+1} = \frac{1}{8} + x_n\left(1 - \frac{x_n}{2}\right).$$