Numeriska svar till mattefrågorna på övningstentorna

Dessa svar är till för att ni ska kunna kolla om ni räknat rätt. För full poäng ska man redovisa sina uträkningar o.s.v.

Övningstenta 1 (2016-08-24)

Fråga 1
(a): ca 62 HP
(b): ca 355 CP
(c): $y = 0,65x + \lg(1,1) \approx 0,65x + 0,04$

Fråga 2
(a): $\lambda_1 = 2$, $v_1 = \begin{pmatrix} t \\ 0 \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}, t \neq 0$, t.ex. $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\lambda_2 = -1$, $v_2 = \begin{pmatrix} -2s \\ s \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}, s \neq 0$, t.ex. $v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$
(b): Om vi använder $v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ och $v_2 = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \end{pmatrix}$ så får vi $C = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$,
$C^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$.
(c): $A^7 = \begin{pmatrix} 128 & 258 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$,

Fråga 3
(a): Största värdet: $f(5) = 10$
(b): $x = 2$ (minimum)
(c): $y = 2x - 4$

Fråga 4
(a): $y = -\frac{1}{2x^2} + \frac{2}{3}x^3 + 7x + C$
(b): $y = \sqrt{\frac{1}{2}x^2 + \frac{7}{2}}$
(c): $e^8 - 1 \approx 2980$

Fråga 5
$y = 0$ (instabil)
$y = 10$ (stabil)

Övningstenta 2 (2017-03-17)

Fråga 1
(a(i)): ca 51 cm
(a(ii)): ca 6,2 kg
(b): $a \approx 35,67$, $b \approx 0,398$

Fråga 2
(b): Största värdet: $f(-2) = \sqrt{27} \approx 5,2$
Minsta värdet: $f(-3) = \sqrt{14} \approx 3,74$
(c): $y = -\frac{3}{\sqrt{22}}x + \frac{19}{\sqrt{22}}$, $(y \approx -0,64x + 4,05)$

Fråga 3
(a/b): $\lambda_1 = 4$, $v_1 = \begin{pmatrix} 6t \\ t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}, t \neq 0$, t.ex. $v_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\lambda_2 = -3$, $v_2 = \begin{pmatrix} -s \\ s \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}, s \neq 0$, t.ex. $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$

(c): Om vi använder $v_1 = \begin{pmatrix} 6 \\ 1 \end{pmatrix}$ och $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \end{pmatrix}$ så får vi $C = \begin{pmatrix} 6 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & -3 \end{pmatrix}$,
$C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{7} & \frac{1}{7} \\ -\frac{1}{7} & \frac{6}{7} \end{pmatrix}$.

(d): $A^7 = \begin{pmatrix} 13731 & 15918 \\ 2653 & 466 \end{pmatrix}$

Fråga 4
(a) $f(x) = \frac{rx}{1+Mx}$
(b/c) $x_1^* = 0$ (instabil), $x_2^* = \frac{r-1}{M}$ (stabil)

Fråga 5
(a): $y = \frac{1}{3x^3} + \frac{1}{2}x^4 + 3x + C$
(b): $y = \sqrt{\frac{x^4}{8} + 7}$
(c): $\sqrt{8} - 1 \approx 1,83$

Övningstenta 3 (2018-03-15)

Fråga 1
(a(i)): ca 9,56 m/s
(a(ii)): ca 200 gånger tyngre (206,83)
(b): $Y = 0,13X + \lg(15,9)$

Fråga 2
(b): Största värdet: $f(3) = \frac{1}{8}$
Minsta värdet: $f(0) = -1$
(c): $y = \frac{1}{27}x + \frac{1}{27}$

Fråga 3
(a/b): $\lambda_1 = 8$, $v_1 = \begin{pmatrix} 3t \\ t \end{pmatrix}$, $t \in \mathbb{R}, t \neq 0$, t.ex. $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$

$\lambda_2 = -2$, $v_2 = \begin{pmatrix} -s/3 \\ s \end{pmatrix}$, $s \in \mathbb{R}, s \neq 0$, t.ex. $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$

(c): Om vi använder $v_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$ och $v_2 = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ så får vi $C = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$, $D = \begin{pmatrix} 8 & 0 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$,
$C^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{3}{10} & \frac{1}{10} \\ -\frac{1}{10} & \frac{3}{10} \end{pmatrix}$.

(d): $A^8 = \begin{pmatrix} 15099520 & 5033088 \\ 5033088 & 1677952 \end{pmatrix}$

Fråga 4
(a) $f(x) = \frac{rx}{1+x^2}$
(b/c) $x_1^* = 0$ (instabil), $x_2^* = \sqrt{r-1}$ (stabil)

Fråga 5
(a): $y = \frac{1}{2x^2} + \frac{2}{3}x^{3/2} - 5x + C$
(b): $y = \sqrt{\frac{x^4}{8} + \frac{x}{2} + 13}$
(c): $2\ln 3 \approx 2,197$