Inlämningsuppgift nr 1 i matematik

Detta är den första av fyra inlämningsuppgifter i mattedelen av kursen. Varje inlämningsuppgift består av fyra problem som kan ge maximalt 5 poäng vardera, dvs varje inlämningsuppgift kan ge maximalt 20 poäng. Uppgifterna är en obligatorisk del av examinationen: man måste få totalt 40 poäng (av 80 möjliga) för att bli godkänd på kursen. Lämna in individuellt skrivna lösningar: det är okej att sammarbeta för att lösa problemen men alla måste lämna in egna lösningar.

Lämna in senast onsdag 24 januari klockan 23:59. Lösningarna lämnas in på gm.ibg.uu.se, under rubrikerna matematik följt av inlupp 1.

Lämna in lösningarna som en pdf. Det är okej med både scannade/fotade handsrkivna lösningar och datorskrivna.

Instruktioner:

- Lösningarna ska motiveras väl och formuleras tydligt. Man ska aldrig behöva gissa vad ni menar eller leta bland ostrukturerade uträkningar för att hitta svaret/lösningen eller delar därav. Skriv gärna hela meningar och tänk på era formuleringar.
- Se till att ni svarat på frågan.
- Börja med inlämningen i god tid så att ni hinner fråga om det är något som ni inte förstår.

Lycka till!

1. (a) Lös nedanstående ekvation för t:

$$y + 5 = \ln\left(\sqrt{t - 7}\right).$$

Skriv ut alla steg i lösningen.

- (b) För y = -4, hitta lösningen eller lösningarna till ekvationen.
- 2. Förenkla/beräkna följande uttryck:

(a)
$$\frac{x^4 + 10x^3 + 25x^2}{x^3 + 5x^2}$$

(b)
$$\sum_{j=-1}^{2} j^3 - \sum_{i=1}^{2} 2$$

(c)
$$\frac{8^2 \cdot 2}{2^{-1}} \cdot \frac{4^2}{2^{11}} \cdot 16^0$$

(d)
$$\frac{\log_3(900)}{2\log_3(10)} + \frac{2}{\log_3\left(\frac{1}{100}\right)}$$

3. Hos en utomjordisk art gäller det allometriska sambandet

$$H = \frac{\sqrt{M}}{4},$$

där M är utomjordingens totala massa i kg och H är hjärnans massa i kg.

- (a) Om hjärnan väger 1,5 kg, hur stor är då den totala massan enligt det allometriska sambandet?
- (b) Om en utomjording väger 10 ton, hur stor *procentandel* av dess vikt utgörs av hjärnan?

- (c) Om vi plottar det allometriska sambandet i ett diagram med båda axlarna logaritmerade får vi en rät linje Y = kX + m i de nya variablerna X = lg(M) och Y = lg(H). Bestäm linjens ekvation, dvs. hitta k och m.
- 4. (a) Lös differensekvationen

$$x_{n+2} = 10x_{n+1} - 25x_n,$$

- dvs. ge den allmäna lösningen, en formel för x_n som inte är rekursiv. (Hint: sats 5.2 i kursboken.)
- (b) Vad blir lösningen med begynnelsevärdena $x_0 = 1$ och $x_1 = 20$.