

## Inlämningsuppgift nr 1 i matematik

Detta är den första av fyra inlämningsuppgifter i mattedelen av kursen. Varje inlämningsuppgift består av fyra problem som kan ge maximalt 5 poäng vardera, dvs varje inlämningsuppgift kan ge maximalt 20 poäng. Uppgifterna är en obligatorisk del av examinationen: man måste få totalt 40 poäng (av 80 möjliga) för att bli godkänd på kursen. Lämna in individuellt skrivna lösningar: det är okej att samarbeta för att lösa problemen men alla måste lämna in egna lösningar.

Lämna in senast onsdag 25 januari klockan 20:00. Lösningarna lämnas in på [gm.ibg.uu.se](http://gm.ibg.uu.se), under rubrikerna matematik följt av inlupp 1.

Lämna in lösningarna som en pdf. Det är okej med både skannade/fotade handskrivna lösningar och datorskrivna.

### **Instruktioner:**

- Lösningarna ska motiveras väl och formuleras tydligt. Man ska aldrig behöva gissa vad ni menar eller leta bland ostrukturerade uträkningar för att hitta svaret/lösningen eller delar därav. Skriv gärna hela meningar och tänk på era formuleringar.
- Se till att ni svarat på frågan.
- Börja med inlämningen i god tid så att ni hinner fråga om det är något som ni inte förstår.

**Lycka till!**

1. (a) Lös nedanstående ekvation för  $t$ :

$$y = e^{-\sqrt{t}} + \frac{5}{2}$$

Skriv ut alla steg i lösningen.

- (b) För vilka  $y$  finns det en lösning  $t$  på ekvationen (ett reellt  $t$  så att likheten är sann). (Hint:  $t$  kan anta alla värden  $0 \leq t < \infty$ , och då antar  $e^{-\sqrt{t}}$  värdena  $0 < e^{-\sqrt{t}} \leq 1$ . Hinten behöver inte bevisas.)

2. Förenkla/beräkna följande uttryck:

(a)

$$\frac{x^4 - 4x^3 + 4x^2}{x^2 - 2x}$$

(b)

$$\sum_{i=2}^5 i^2 - \sum_{j=-1}^3 (2j+1)$$

(c)

$$\frac{8^2 \cdot 4}{2^{-3}} \cdot \frac{2^2}{2^{15}} \cdot 16^0$$

(d)

$$\frac{\log_5(2500)}{2\log_5(10)} + \frac{2}{\log_5\left(\frac{1}{100}\right)}$$

3. Hos en ointelligent utomjordisk art gäller det allometriska sambandet

$$H = \frac{\sqrt{M}}{200},$$

där  $M$  är utomjordingens totala massa i kg och  $H$  är hjärnans massa i kg.

- (a) Om hjärnan väger 0,5 kg, hur stor är då den totala massan enligt det allometriska sambandet?
- (b) Om en utomjording väger 2,5 ton, hur stor *procentandel* av dess vikt utgörs av hjärnan?
- (c) Om vi plottar det allometriska sambandet i ett diagram med båda axlarna logaritmerade får vi en rät linje  $Y = kX + m$  i de nya variablerna  $X = \lg(M)$  och  $Y = \lg(H)$ . Bestäm linjens ekvation, dvs. hitta  $k$  och  $m$ .

4. (a) Lös differensekvationen

$$x_{n+2} = 4x_{n+1} - 4x_n,$$

dvs. ge den allmänna lösningen, en formel för  $x_n$  som inte är rekursiv. (Hint: sats 5.2 i kursboken.)

- (b) Vad blir lösningen med begynnelsevärdena  $x_0 = 1$  och  $x_1 = 4$ .