9 ליגרת - סיקחשמה תרות

הדוהי רפוע - 307960468

4 ינויב 2017

1.)א(

$$\begin{bmatrix} 2,4 & 1,3 \\ 4,2 & 0,2 \end{bmatrix}$$

סירקמל קלחנ:

- טסא' תורוהט-
  - $(1,1)$ - אל שיווי לקשמ יכ לשחקן 1 עידף לשנות ל-2.
  - $(1,2)$ - אל שיווי לקשמ יכ לשחקן 2 עידף לשנות ל-1.
  - $(2,1)$ - שיווי לקשמ.
  - $(2,2)$ - אל שיווי לקשמ יכ לשחקן 1 עידף לשנות ל-1.
- ןקחש 1 ברעמ ו-2 רוהט-
  - םא ןקחש 2 רחב באסט' 1 התשובה הבוטה ביותר של ןקחש 1 איה 2 ונחזור לאסט' תורוהט.
  - םא ןקחש 2 רחב באסט' 2 התשובה הבוטה ביותר של ןקחש 1 איה 1 ונחזור לאסט' תורוהט.
- ןקחש 1 רוהט ו-2 ברעמ-
  - םא ןקחש 1 רחב באסט' 1 התשובה הבוטה ביותר של ןקחש 2 איה 1 ונחזור לאסט' תורוהט.
  - םא ןקחש 1 רחב באסט' 2 זא לכ אסט' של ןקחש 2 מחזירה אותו תגמול. בשביל שחקן 1 אל יסטה מאסט' 1, לכן איה חייבת להיות יותר משתלמת מאסט'2

$$\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 4 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q \\ 1-q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} q+1 \\ 4q \end{pmatrix} \Rightarrow q+1 \geq 4q \iff q \leq \frac{1}{3}$$

אז $\left(\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}q\\1-q\end{pmatrix}\right)$ היא נק' שיווי משקל לכל $q \leq \frac{1}{3}$.

- שני השחקנים מעורבים-

  במקרה זה חייב להתקיים כי כל האסט' הטהורות של שחקן 2 יחזירו אותו ערך לבחירת אסט' של שחקן 1, משמע

$$\begin{pmatrix}p & 1-p\end{pmatrix}\begin{pmatrix}4 & 3\\2 & 2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2p+2 & p+2\end{pmatrix}\Rightarrow 2p+2=p+2 \iff p=0$$

  לכן שחקן 1 חייב לבחור באסט' 2, משמע לא לערב.

(ב)

$$\begin{bmatrix}2,2 & 0,3\\3,0 & 1,1\end{bmatrix}$$

אסט' 2 של שחקן 1 שולטת חזק על אסט' 1 ולכן אפשר למחוק אותה. נשאר עם

$$\begin{bmatrix}3,0 & 1,1\end{bmatrix}$$

כעת אסט' 2 של שחקן 2 שולטת חזק על אסט' 1 ולכן אפשר למחוק אותה. קיבלנו כי $(2,2)$ נק' שיווי משקל יחידה.

2. (א) נכון. נניח בשלילה כי אסט' i שולטת חזק על i' ו-

$$\begin{pmatrix}x_1\\x_2\\\vdots\\x_n\end{pmatrix}$$

חלק מנק' שויו משקל, רשאכ $x_{i'} > 0$. יזא

$$u\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ x_{i'} \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, y\right) = u\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, y\right) + u\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, y\right) + u\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ x_{i'} \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, y\right) <$$

$$< u\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, y\right) + u\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ x_i \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, y\right) + u\left(\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ x_{i'} \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{pmatrix}, y\right) =$$

$$= u\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_i + x_{i'} \\ \vdots \\ 0 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}, y\right)$$

בסתירה לכך שזו נק' שויו משקל.

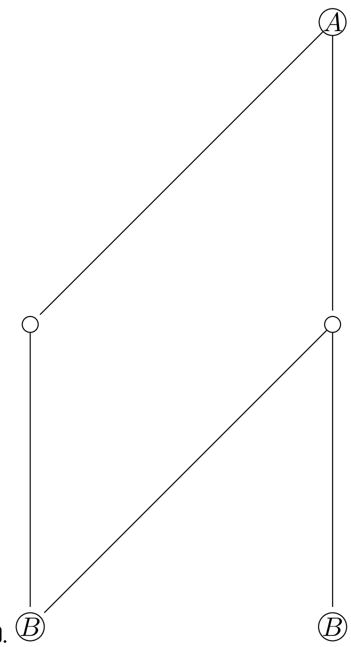
(ב) לא נכון. דוגמה נגדית:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

כל אסט' שולטות חלש אחת על השנייה, וכל נק' היא שיווי משקל. למשל

$$\left(\begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{pmatrix} \right)$$

ופה אף אסט' לא נבחרת בהסתברות 0.



3. לא נכון. במשחק הבא יש לשחקן 1 אסט מנצחת אבל אין זוג עצים עם צלע משותפת אחת.

4. הסיבה שהתעקשנו לבחור את הצלע המשותפת היא שבכך כפינו על השחקן החותך לבחור צלע שנמצאת רק באחד מהעצים, מה שגורר מהלמה ששוב קיים זוג עצים שיש להם רק צלע מחודשת אחת. חזרנו על התהליך שוב ושוב עד שלמעשה קיבלנו עץ פורש שכל צלעותיו מחוזקות, בפרט יש מסלול מ-A ל-B. דוגמה למשחק שבו

5.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(א) כיוון המטריצה אנטי סימטרית, ערך המשחק הוא 0.

(ב) נשים לב שזוג האסט'

$$\left(\begin{pmatrix} 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \end{pmatrix} \right)$$

הן שיווי משקל כי

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \\ -1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \\ 1/5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

ולכן שתיהן מבטיחות את ערך המשחק. בפרט הן אסט' ביטחון מקסימלי.

6.

$$\begin{pmatrix} 9,8,12 & 0,0,0 \\ 0,0,0 & 9,8,2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0,0,0 & 3,4,6 \\ 3,4,6 & 0,0,0 \end{pmatrix}$$

(א) i. $(1,1,1)$ - שיווי משקל

ii. $(1,1,2)$ - לא שיווי משקל כי לכולם משתלם לעבור

iii. $(1,2,1)$ - לא שיווי משקל כי לכולם משתלם לעבור

iv. $(1,2,2)$ - שיווי משקל

v. $(2,1,1)$ - לא שיווי משקל

vi. $(2,1,2)$ - לקשמ יוויש

vii. $(2,2,1)$ - לקשמ יוויש

viii. $(2,2,2)$ - לקשמ יוויש אל

)ב(חינג סלוכש סיברעמ תויורבתסהב (p,q,s) המאתהב .זא תושידאמ תוביח סייקתהל שולש תואוושמה תואבה:

i.

$$8q+8p-26pq-2=0$$

ii.

$$8p+12s-24ps-4=0$$

iii.

$$6q+12s-24qs-3=0$$

תעכ סא $p\neq\frac{1}{2}$ זא

$$s\left(12-24p\right)=4-8p \iff s=\frac{4-8p}{12-24p}=\frac{1}{3}$$

וכל $s=\frac{1}{3}$, עמשמ

$$6q+12\cdot\frac{1}{3}-24q\cdot\frac{1}{3}-3=0 \iff -2q+1=0 \iff q=\frac{1}{2}$$

וכל, $q=\frac{1}{2}$ ו-

$$8\cdot\frac{1}{2}+8p-26p\frac{1}{2}-2=0 \iff -5p=-2 \iff p=\frac{2}{5}$$

וכל רשאכ $(p,q,s)=\left(\frac{2}{5},\frac{1}{2},\frac{1}{3}\right)$ תלבקתמ 'קנ יוויש לקשמ. ןיפוליחל סא $p=\frac{1}{2}$ זא

$$8q+8\cdot\frac{1}{2}-26\frac{1}{2}q-2=0 \iff q=\frac{2}{5}$$

וכל

$$6\cdot\frac{2}{5}+12s-24\cdot\frac{2}{5}s-3=0 \iff s=\frac{1}{4}$$

עמשמ סג $\left(\frac{1}{2},\frac{2}{5},\frac{1}{4}\right)$ 'קנ יוויש לקשמ.