北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY

自然语言处理

人工智能研究院

主讲教师 沙磊

北京航空航天大學
BEIHANG UNIVERSITY

第九课

统计句法分析

基于统计的句法分析

- 句法分析，理论上可由两个阶段完成生成句子的所有句法树

  句法排歧，找出正确的句法树

- 如何评价所有的句法树

- 引入概率，建立基于统计的句法分析

- 统计句法分析在一段时间内引起了较多的关注，并取得了较好的研究成果。

统计句法分析的基本思路

- 对给定的句子S，该句子的统计句法分析结果为：

$$\hat{T} = \arg\max_{T} P(T|S)$$

- 根据贝叶斯公式，有：

$$\hat{T} = \arg\max_{T} P(T,S)$$

- 如何计算句法树的概率？
  - 概率上下文无关文法 (PCFG)
  - 改进的 PCFG

CKY算法

- 属于基于CFG的句法分析算法(与GLR、Earley类似)
- 由Cocke、Kasami及Younger，上世纪60年代提出，故命名为：Cocke-Kasami-Younger算法，简称CKY算法。
- 属于自底而上的分析算法。
- 可以处理一般的文法，但更适于处理乔姆斯基范式。
- 什么是乔姆斯基范式？文法中只能有下面两种形式的重写规则：
  - $A \rightarrow BC$
  - $A \rightarrow w$

CKY算法

- 可以证明，对任何一个CFG，都存在与之等价的乔姆斯基范式。
  - $S \rightarrow aAB|BA \;\; A \rightarrow BBB|a$
  - $B \rightarrow AS|b$
- 假定文法符合乔姆斯基范式不会损失CKY算法的一般性。 CKY算法的主要数据结构是一个二维表T[n,n]，其中每个表元素定义如下：

$$t_{i,j} = \{A \mid A \overset{+}{\Rightarrow} w_i w_{i+1} \ldots w_j\}$$

- 即可以推导出词串$w_i w_{i+1} \ldots w_j$的非终结符号所组成的集合。

CKY算法

- CKY算法自底而上填写表格，首先

$$t_{i,i}=\{A \mid A \rightarrow w_i \in P\}$$

- 若有$A \rightarrow BC \in P$，$B \in t_{i,k}$及$C \in t_{k+1,j}$，则有$A \in t_{i,j}$。为什么？
- 分析过程举例，给定文法

$S \rightarrow AA|AS|b$

$A \rightarrow SA|AS|a$

试分析句子abaab。

	1	2	3	4	5
1	A	S,A	S,A	S,A	S,A
2		S	A	S	S,A
3			A	S	S,A
4				A	S,A
5					S

CKY算法

```
FUNCTION CKYRecognizer() begin
    boolean chart[1..n][1..|N|][1..n]←FALSE;
    for k ← 1 to n do
        for each rule A→w_k ∈ P do
            chart[k,A,k]←TRUE;
    for l←2 to n do
        for p←1 to n-l+1 do
            for t←1 to l-1 do
                q←p+l-1; d←p+t-1;
                for each rule A→BC ∈ P do
                    chart[p,A,q] ←chart[p,A,q] ∨
                        (chart[p,B,d] ∧ chart[d+1,C,q]);
    return chart[1,S,n];
end.
```

什么是概率上下文无关文法？

- PCFG是CFG的一种扩展。 一个PCFG
- G 是一个四元组 $G = (N, \Sigma, S, P)$

其中：

N 有限个非终结符号组成的集合

Σ 有限个终结符号组成的集合

S 文法的开始符号

P 是一组带有概率信息的重写规则组成的集合，每条规则形式如下：

$A \to \alpha \quad [P(A \to \alpha)]$

$\alpha \in (V_N \cup V_T)^*, P(A \to \alpha)$ 是重写规则的概率。且：$\sum_j P(A \to \alpha_j) = 1$

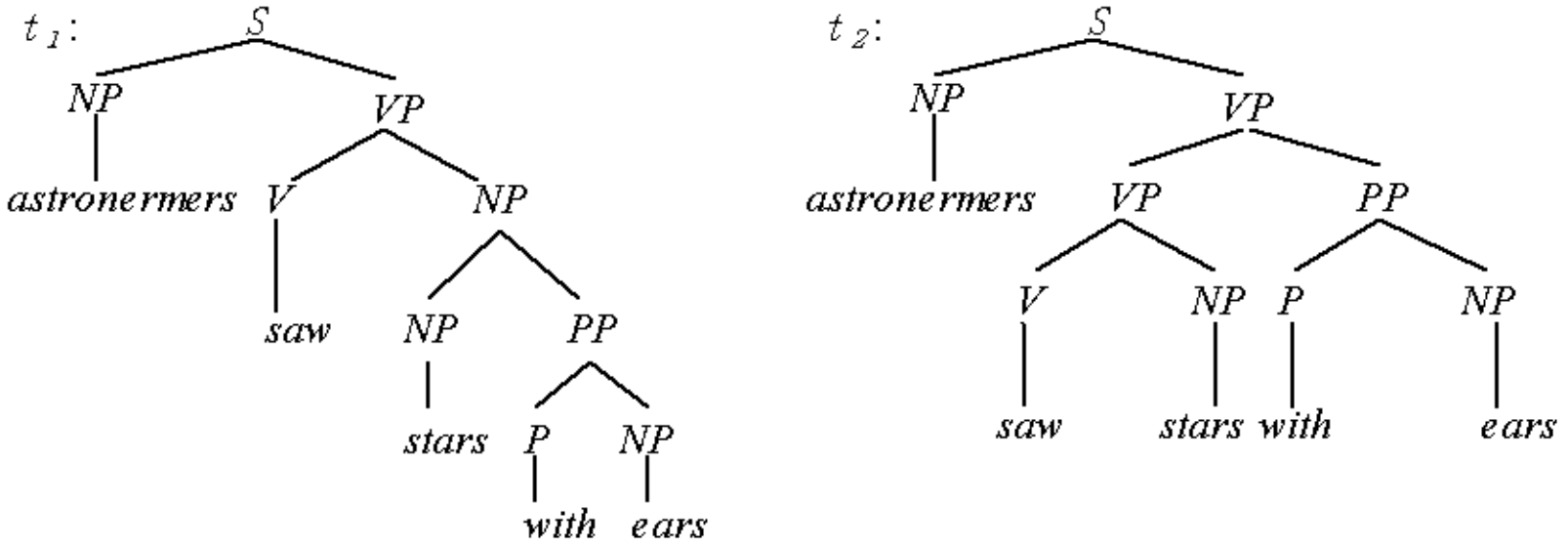
概率上下文无关文法举例

$S \rightarrow NP\ VP$	1.0	$NP \rightarrow NP\ PP$	0.4
$PP \rightarrow P\ NP$	1.0	$NP \rightarrow astronomers$	0.1
$VP \rightarrow V\ NP$	0.7	$NP \rightarrow ears$	0.18
$VP \rightarrow VP\ PP$	0.3	$NP \rightarrow saw$	0.04
$P \rightarrow with$	1.0	$NP \rightarrow stars$	0.18
$V \rightarrow saw$	1.0	$NP \rightarrow telescopes$	0.1

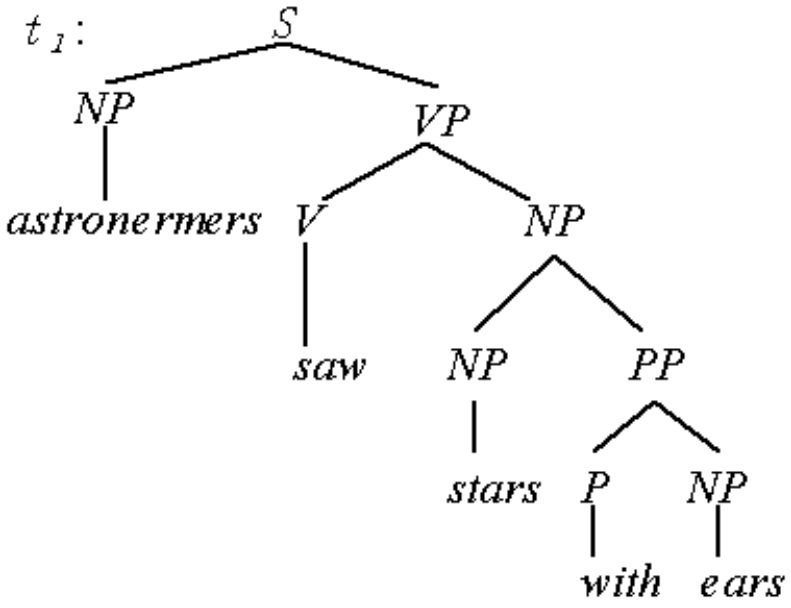
利用PCFG计算分析树的概率

$$P(t,S)=\prod_{i=1..n}P(r_i)$$

- 句子“astronomers saw stars with ears”的分析树



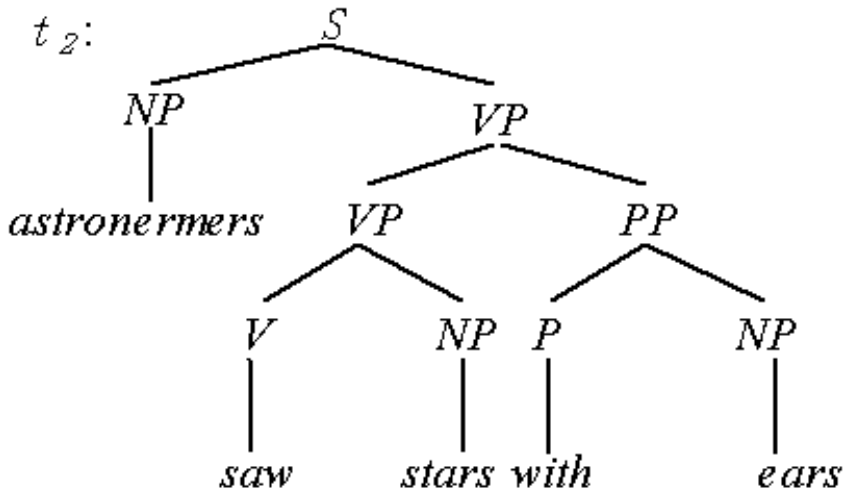
利用PCFG计算分析树的概率



$S \rightarrow NP\ VP$	1.0	
$PP \rightarrow P\ NP$	1.0	
$VP \rightarrow V\ NP$	0.7	
$VP \rightarrow VP\ PP$	0.3	
$P \rightarrow with$	1.0	
$V \rightarrow saw$	1.0	
$NP \rightarrow NP\ PP$		0.4
$NP \rightarrow astronomers$		0.1
$NP \rightarrow ears$		0.18
$NP \rightarrow saw$		0.04
$NP \rightarrow stars$		0.18
$NP \rightarrow telescopes$		0.1

$$P(t_1) = 1.0 \times 0.1 \times 0.7 \times 1.0 \times 0.4 \times 0.18 \times 1.0 \times 1.0 \times 0.18$$
$$= 0.0009072$$

利用PCFG计算分析树的概率



$S \rightarrow NP\ VP$	1.0	
$PP \rightarrow P\ NP$	1.0	
$VP \rightarrow V\ NP$	0.7	
$VP \rightarrow VP\ PP$	0.3	
$P \rightarrow with$	1.0	
$V \rightarrow saw$	1.0	
$NP \rightarrow NP\ PP$		0.4
$NP \rightarrow astronomers$		0.1
$NP \rightarrow ears$		0.18
$NP \rightarrow saw$		0.04
$NP \rightarrow stars$		0.18
$NP \rightarrow telescopes$		0.1

$$P(t_2) = 1.0 \times 0.1 \times 0.3 \times 0.7 \times 1.0 \times 0.18 \times 1.0 \times 1.0 \times 0.18$$
$$= 0.0006804$$

PCFG 用于句法分析

- 基于PCFG可以计算分析树的概率值。
- 若一个句子有多个分析树，可以依据概率值对所有的分析树进行排序。
- PCFG可以用来进行句法排歧。面对多个分析结果，选择概率最大者为最终分析结果。

PCFG 用作语言模型

- 基于概率上下文无关文法，一个句子w_{1m}的概率为：

$$P(S) = \sum_{t} P(S, t)$$

- 句子“astronomers saw stars with ears”的概率
  - $P(S) = P(t1) + P(t2) = 0.0009072 + 0.0006804 = 0.0015876$
- PCFG提供了一种统计语言模型，同 *n-gram* 模型相比， 基于PCFG的语言模型考虑了句子的结构信息，而*n- gram*模型则认为句子是线性结构。

PCFG的基本问题

- ①给定一部概率上下文无关文法G，如何计算句子S的概率？即计算$P(S|G)$的问题。（语言模型）
- ②给定一部概率上下文无关文法G以及句子S，最为可能的分析树是什么，即计算$\arg\max_t P(t|S,G)$的问题。（句法分析）
- ③如何为文法规则选择概率，使得训练句子的概率最大？即计算$\arg\max_G P(S,G)$的问题。（模型训练）

- 可以通过计算每个分析树的概率，然后以求和或求最大值的方式解决上述第①、②个问题，缺点是效率不高.

向内变量和向外变量

- 为了有效解答PCFG的三个问题，定义向外变量(outside variable)和向内变量(inside variable)。
  - 向外变量

$$\alpha_A(p, q) = P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_{p-1} A w_{q+1} \ldots w_n) = P(w_1 w_2 \ldots w_{p-1} A w_{q+1} \ldots w_n | S)$$

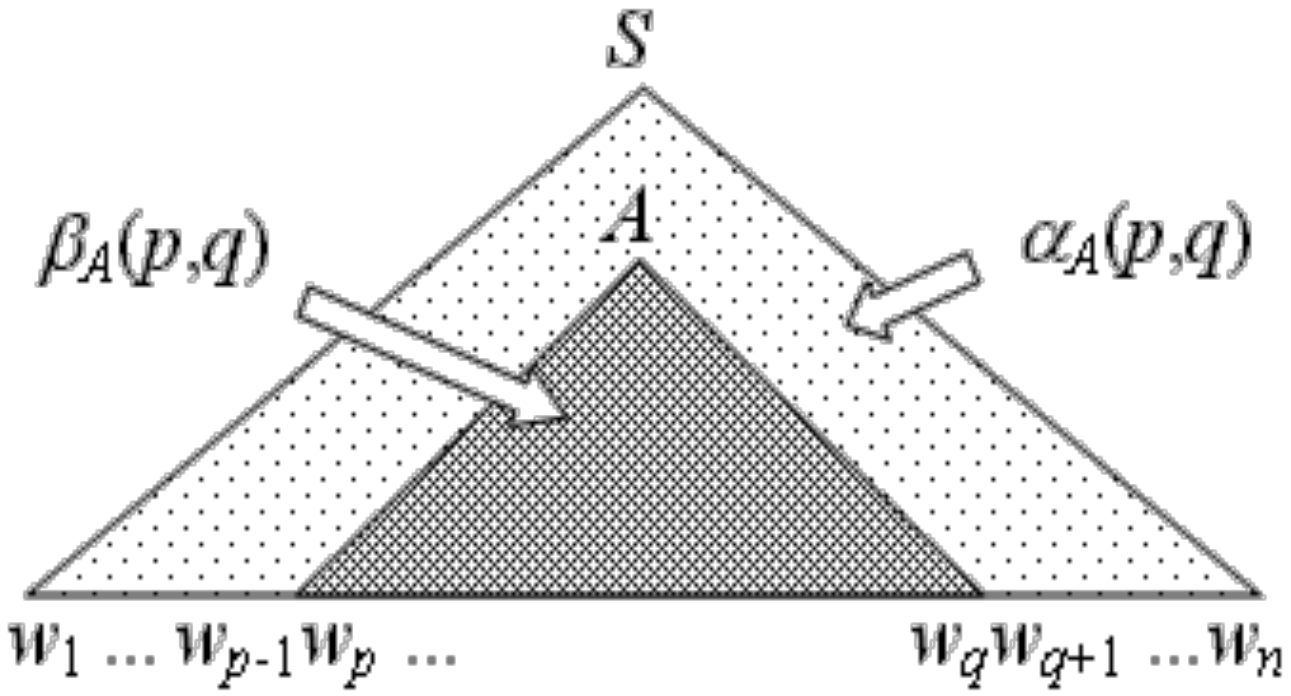
文法开始符号S推导出句型$w_1 w_2 \ldots w_{p-1} A w_{q+1} \ldots w_n$的概率。

  - 向内变量

$$\beta_A(p, q) = P(A \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_q) = P(w_p w_{p+1} \ldots w_q | A)$$

非终结符号A推导出句子中子串$w_p w_{p+1} \ldots w_q$的概率，或者说以A为根、叶子为$w_p w_{p+1} \ldots w_q$的所有子树的概率。

向内变量和向外变量



计算句子w_{1m}的概率

- 向内变量和句子概率的关系

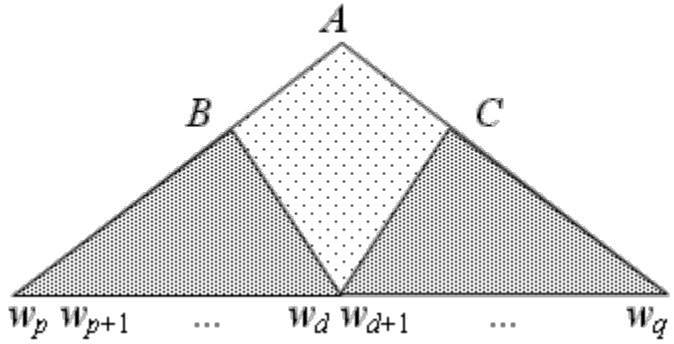
$$\beta_S(1,n) = P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)$$

- 另有

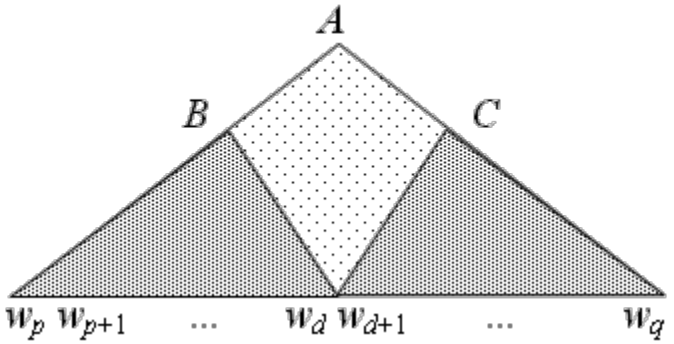
$$\beta_A(k,k) = P(A \overset{*}{\Rightarrow} w_k)$$

向内算法(Inside Algorithm)

- 如何计算 $\beta_A(p,q)$，其中$p<q$
- 因为限制文法为*Chomsky*范式，因此第一条使用的重写规则必为
  - $A \rightarrow BC$
- 子串w_{pq}一定在某个位置d被分成两个部分，使得B支配子串 w_{pd}，而C支配子串$w_{(d+1)q}$，



向内算法



$$P(A \Rightarrow BC \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_d w_{d+1} \ldots w_q) = P(A \Rightarrow BC) P(B \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_d) P(C \overset{*}{\Rightarrow} w_{d+1} w_{d+2} \ldots w_q)$$

$$= P(A \rightarrow BC) \beta_B(p, d) \beta_C(d+1, q)$$

而计算$\beta_A(p, q)$应考虑所有可能的以 A 为左部的重写规则，而选定重写规则后，也应考虑将 $w_p w_{p+1} \ldots w_q$ 分割成两个子串的不同情况，即要考虑为 d 做所有可能的选择。故有：

$$\beta_A(p, q) = \sum_{B,C} \sum_{d} P\,(A \Rightarrow BC \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_d w_{d+1} \ldots w_q)$$

$$\beta_A(p,q) = \sum_{B,C} \sum_{d=p}^{q-1} P(A \rightarrow BC) \beta_B(p,d) \beta_C(d+1,q)$$

向内算法

① 初始化

$$\beta_A(k,k) = P(A \rightarrow w_k)$$

② 归纳计算 $\beta_A(p,q)$ ，其中$p < q$

$$\beta_A(p,q) = \sum_{B,C}\sum_{d=p}^{q-1} P(A \rightarrow BC)\beta_B(p,d)\beta_C(d+1,q)$$

③ 归纳终止

$$P(w_1 w_2 \ldots w_n) = \beta_S(1,n)$$

向内算法自底而上的递归计算句子概率。

向内算法计算实例

	1	2	3	4	5
1	$\beta_{NP} = 0.1$		$\beta_S = 0.0126$		$\beta_S = 0.0015876$
2		$\beta_{NP} = 0.04$ $\beta_V = 1.0$	$\beta_{VP} = 0.126$		$\beta_{VP} = 0.015876$
3			$\beta_{NP} = 0.18$		$\beta_{NP} = 0.01296$
4				$\beta_P = 1.0$	$\beta_{PP} = 0.18$
5					$\beta_{NP} = 0.18$
	Astronomers	*saw*	*stars*	*with*	*ears*

$S \rightarrow NP\ VP$	1.0	$NP \rightarrow NP\ PP$	0.4
$PP \rightarrow P\ NP$	1.0	$NP \rightarrow astronomers$	0.1
$VP \rightarrow V\ NP$	0.7	$NP \rightarrow ears$	0.18
$VP \rightarrow VP\ PP$	0.3	$NP \rightarrow saw$	0.04
$P \rightarrow with$	1.0	$NP \rightarrow stars$	0.18
$V \rightarrow saw$	1.0	$NP \rightarrow telescopes$	0.1

单元格(p, q)内为向内概率$\beta_i(p,q)$

基于CKY算法的向内概率计算

FUNCTION *InsideProbability*()
begin
  float $inside[1..n][1..|N|][1..n] \leftarrow 0$;
  for $k \leftarrow 1$ **to** n **do**
    for each rule $A \rightarrow w_k \in P$ **do**
      $inside(k, A, k) \leftarrow P(A \rightarrow w_k)$;
  for $l \leftarrow 2$ **to** n **do**
    for $p \leftarrow 1$ **to** $n\text{-}l\text{+}1$ **do**
      for $t \leftarrow 1$ **to** $l\text{-}1$ **do**
        $q \leftarrow p+l-1$; $d \leftarrow p+t-1$;
        for each rule $A \rightarrow BC \in P$ **do**
          $inside(p, A, q) \leftarrow inside(p, A, q) +$
            $inside(p, B, d) \times inside(d+1, C, q) \times P(A \rightarrow BC)$
  return $inside(1, S, n)$;
end.

向外算法(outside algorithm)

- 如何计算$\alpha_A(p,q)$?

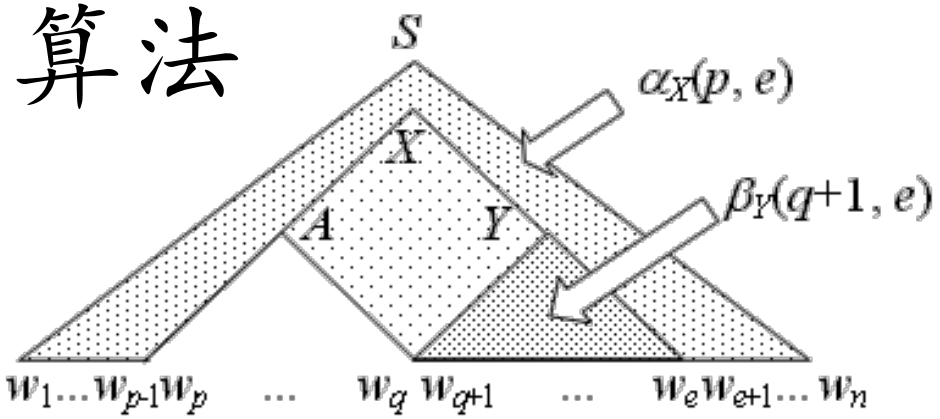
向外变量$\alpha_A(p,q)$指的是S推导出句型$w_1w_2\ldots w_{p-1}Aw_{q+1}\ldots w_n$的概率。因为限制文法是乔姆斯基范式，因此必然存在重写规则$X\rightarrow AY$或重写规则$X\rightarrow YA$，使得：

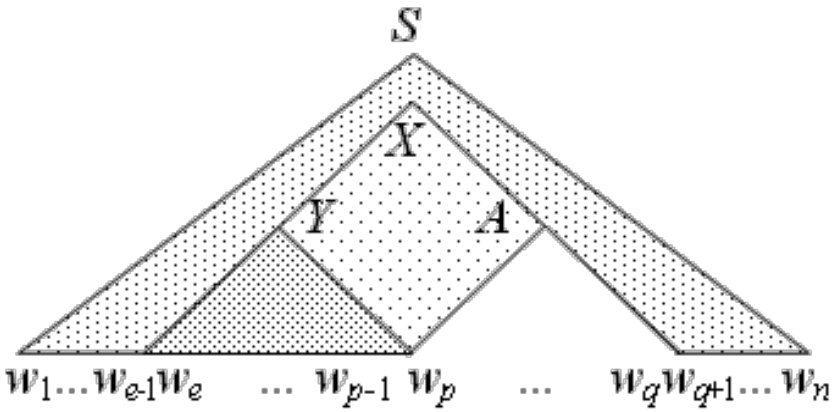
$$S\overset{*}{\Rightarrow} w_1w_2\ldots w_{p-1}Xw_{e+1}\ldots w_n \Rightarrow w_1w_2\ldots w_{p-1}AYw_{e+1}\ldots w_n \text{ 且 } Y\overset{*}{\Rightarrow} w_{q+1}\,w_{q+2}\ldots w_e$$

或者，

$$S\overset{*}{\Rightarrow} w_1w_2\ldots w_{e-1}Xw_{q+1}\ldots w_n \Rightarrow w_1w_2\ldots w_{e-1}YAw_{q+1}\ldots w_n \text{ 且 } Y\overset{*}{\Rightarrow} w_ew_{e+1}\ldots w_{p-1}$$

向外算法





若结点 A 作为父结点 X 的左子女，即：

$$P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 \ldots w_{p-1} X w_{e+1} \ldots w_n \Rightarrow w_1 \ldots w_{p-1} A Y w_{e+1} \ldots w_n,\ Y \overset{*}{\Rightarrow} w_{q+1} \ldots w_e)$$
$$= \alpha_X(p, e) P(X \to AY) \beta_Y(q+1, e)$$

同理，若结点 A 作为父结点 X 的右子女，则有：

$$P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 \ldots w_{e-1} X w_{q+1} \ldots w_n \Rightarrow w_1 \ldots w_{e-1} Y A w_{q+1} \ldots w_n,\ Y \overset{*}{\Rightarrow} w_e \ldots w_{p-1})$$
$$= \alpha_X(e, q) P(X \to YA) \beta_Y(e, p\text{-}1)$$

所以，如何求$\alpha_A(p, q)$？(5min)

向外算法

计算$\alpha_A(p,q)$时，对于这两种情况，都需要考虑各种可能的重写规则及选择所有可能的 e 值，故：

$$\alpha_A(p,q)=\sum_{X,Y}\sum_{e=q+1}^{n}\alpha_X(p,e)P(X\to AY)\beta_Y(q+1,e)$$

$$+\sum_{X,Y}\sum_{e=1}^{p-1}\alpha_X(e,q)P(X\to YA)\beta_Y(e,p-1)$$

因为句法树的根结点总是文法的开始符号，而不会是其它非终结符号，所以有 $P(S\overset{*}{\Rightarrow}S)=1$ 及 $P(S\overset{*}{\Rightarrow}X)=0$，即：

$$\alpha_S(1,n)=1,\quad \alpha_X(1,n)=0\ (X\neq S)$$

此外，根据向内变量及向外变量的定义，有：

$$P(S\overset{*}{\Rightarrow}w_1w_2\ldots w_{p-1}Aw_{q+1}\ldots w_n\overset{*}{\Rightarrow}w_1w_2\ldots w_{p-1}w_p\ldots w_qw_{q+1}\ldots w_n)$$

$$=P(S\overset{*}{\Rightarrow}w_1w_2\ldots w_{p-1}Aw_{q+1}\ldots w_n)\,P(A\overset{*}{\Rightarrow}w_pw_{p+1}\ldots w_q)$$

$$=\alpha_A(p,q)\,\beta_A(p,q)$$

向外算法

向外算法自顶向下
递归计算句子的概率

(1) 初始化，令

$$\alpha_A(1,n)=\begin{cases}1, & if\ A=S\\ 0, & if\ A\neq S\end{cases}$$

(2) 归纳计算，对所有的 p、q，且 $p<q$，令

$$\alpha_A(p,q)=\sum_{X,Y}\sum_{e=q+1}^{n}\alpha_X(p,e)P(X\rightarrow AY)\beta_Y(q+1,e)$$

$$+\sum_{X,Y}\sum_{e=1}^{p-1}\alpha_X(e,q)P(X\rightarrow YA)\beta_Y(e,p-1)$$

(3) 归纳终止，对任意非终结符号

$$P(w_1w_2\ldots w_n)=\sum_{A}\alpha_A(p,q)\,\beta_A(p,q)$$

基于CKY算法的向外概率计算

FUNCTION *OutsideProbability*()

begin

float $outside[1..n][1..|N|][1..n]:=0;$

$outside[1, S, n+1] \leftarrow 1;$

for $l \leftarrow n$ **down to** 2 **do**

for $s \leftarrow 1$ **to** $n-l+1$ **do**

for $t \leftarrow 1$ to $l-1$ **do**

$p_1 \leftarrow s;\ e_1 \leftarrow s+l-1;\ q_1 \leftarrow s+t-1;$

$p_2 \leftarrow s+t;\ e_2 \leftarrow s;\ q_2 \leftarrow s+l-1;$

for each rule $A \rightarrow BC \in P$ **do**

$$outside(p_1, B, q_1) = outside(p_1, B, q_1) + outside(p_1, A, e_1) \times inside(q_1+1, C, e_1) \times P(A \rightarrow BC)$$

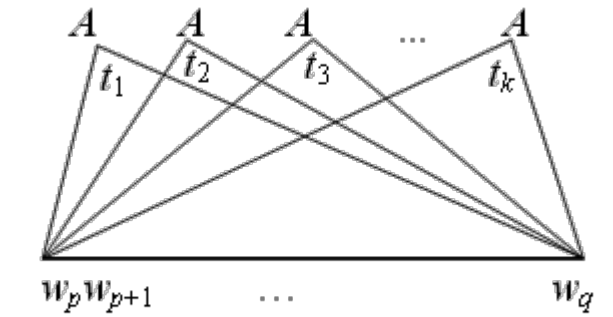
$$outside(p_2, C, q_2) = outside(p_2, C, q_2) + outside(e_2, A, q_2) \times inside(e_2, B, p_2-1) \times P(A \rightarrow BC)$$

end.

寻找最佳的分析树

- PCFG的第二个基本问题是在给定文法G和句子w_{1m}的前 提下，如何有效找出最为可能的分析树，这可以通过韦特比算法求得。
- 韦特比变量 $\delta_A(p,q)$

- 以A为根并且叶结点是$w_p w_{p+1} \ldots w_q$的所有子树中概率最大的子树的概率。



$$\delta_A(p, q) = max\ (P(t_1), P(t_2), \ldots P(t_k))$$

韦特比算法(Viterbi Algorithm)

(1) 初始化，对所有的 k ($1 \leqslant k \leqslant n$)，令

$$\delta_A(k,k) = P(A \to w_k)$$

(2) 归纳计算，对所有的 p、q，且 $p < q$，令

$$\delta_A(p,q) = \max_{\substack{p \le d < q \\ B,C \in N}} P(A \to BC)\delta_B(p,d)\delta_C(d+1,q)$$

$$\psi_A(p,q) = \arg\max_{(B,C,d)} P(A \to BC)\delta_B(p,d)\delta_C(d+1,q)$$

(3) 归纳终止

$$P(\hat{t}) = \delta_S(1,n)$$

(4) 根据数组 $\psi_A(p, q)$ 中记录的信息构造概率最大的分析树 $\hat{t}$。

a) $\hat{t}$ 的根结点为 S。

b) 若 A 是 $\hat{t}$ 的内部结点(非叶子结点)，并且若 $\psi_A(p, q)=(B, C, d)$，则 A 的左子女是 B，右子女是 C。且 B 支配子串 $w_p w_{p+1} \ldots w_d$，C 支配子串 $w_{d+1} w_{d+2} \ldots w_q$。

模型训练

- 如何为文法规则选择概率，使得训练句子的概率最大？也就是如何得到文法规则的概率的问题。

- 有指导训练
- 无指导训练，向内向外算法

模型训练

- 有指导的训练
- 树库(Treebank)，是标记了句法树结构的语料库。

$$\hat{P}(A \rightarrow BC) = \frac{C(A \rightarrow BC)}{\sum_{\gamma} C(A \rightarrow \gamma)} \qquad \hat{P}(A \rightarrow w) = \frac{C(A \rightarrow w)}{\sum_{\gamma} C(A \rightarrow \gamma)}$$

- 树库的构建的工作量巨大，耗时耗力，但在没有可靠的无指导训练技术的前提下，树库的构造必须进行
- 美国宾夕法尼亚大学一直致力于树库的构建工作，其构建的树库被称作*Penn Treebank*。其中英文树库规模 较大、汉语树库的规模较小
- *Penn treebank*尽管规模很小，但为统计句法分析研究 提供了一个很好的基础。

向内向外算法(inside-outside算法)

- 无指导训练算法是IO算法
- 同Baum-Welch 算法类似，IO算法也是一个反复迭代、逐步求精的算法。
- 通常要首先给定一组不准确的参数，以反复迭代计算的方式调整模型参数，最终使参数稳定 在一个可以接受的精度。
- IO算法不能保证求得最优模型，一般能得到一 个局部最优模型。

向内向外算法的基本原理

- 没有树结构，无法准确统计：
- $C(A \rightarrow BC)$、$C(A \rightarrow w)$
- 通过CKY算法，可得到给定句子的所有树结构。 基于所有树结构，计算规则的期望频次。

$$C'(A)=\sum P(t|S)C(A)$$
$$C'(A \rightarrow BC)=\sum P(t|S)C(A \rightarrow BC)$$
$$C'(A \rightarrow w)=\sum P(t|S)C(A \rightarrow w)$$

- 基于上述期望频次，进行参数估计

$$P'(A \rightarrow BC) = C'(A \rightarrow BC) \div C'(A)$$
$$P'(A \rightarrow w) = C'(A \rightarrow BC) \div C'(A)$$

向内向外算法的基本原理

- 如何计算$P(t|S)$?
- 前提是参数已知。"蛋生鸡、鸡生蛋"的问题。
- 循环迭代、逐步求精
- 首先给定一组初始参数；
  循环，直到得到一组合理的参数 基于当前参数，
  计算$P(t|S)$
  计算$C'(A)$、$C'(A\rightarrow BC)$以及$C'(A\rightarrow w)$
  计算新参数
- 计算实例
- 效率问题：逐棵计算树的概率

向内向外算法的基本原理

首先，非终结符号 A 在句法树中支配子串 $w_p w_{p+1} \ldots w_q$ 的期望次数，可由下面的公式给出：

$$P(A \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_q | S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)$$

$$= \frac{P(A \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_q, S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)}{P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)}$$

$$= \frac{P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_{p-1} A w_{q+1} \ldots w_n \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_{p-1} w_p \ldots w_q w_{q+1} \ldots w_n)}{P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)}$$

$$= \frac{\alpha_A(p,q)\beta_A(p,q)}{P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)} \qquad (\#1\#)$$

令，$\pi = P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)$，则：

$$P(A \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_q | S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n) = \frac{\alpha_A(p,q)\beta_A(p,q)}{\pi}$$

考虑到所有可能的 $p < q$，则非终结符号 A 在句法树中出现的期望次数为：

$$P(A\text{在句法树中出现}) = \sum_{p=1}^{n} \sum_{q=p}^{n} \frac{\alpha_A(p,q)\beta_A(p,q)}{\pi}$$

向内向外算法的基本原理 (#2#)

同理，考虑重写规则 $A \to BC$ 在句法树中出现的期望次数：

$$P(A \Rightarrow BC \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_q | S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)$$

$$= \frac{P(A \Rightarrow BC \overset{*}{\Rightarrow} w_p w_{p+1} \ldots w_q,\ B \overset{*}{\Rightarrow} w_p \ldots w_d,\ C \overset{*}{\Rightarrow} w_{d+1} \ldots w_q,\ S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)}{P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)}$$

$$= \frac{\sum_{d=p}^{q-1} \alpha_A(p,q) P(A \to BC) \beta_B(p,d) \beta_C(d+1,q)}{\pi}$$

考虑到所有可能的 $p < q$，重写规则 $A \to BC$ 在句法树中出现的期望次数为

$$P(A \to BC\text{在句法树中出现}) = \frac{\sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=p+1}^{n} \sum_{d=p}^{q-1} \alpha_A(p,q) P(A \to BC) \beta_B(p,d) \beta_C(d+1,q)}{\pi}$$

因此有：

$$\hat{P}(A \to BC) = \frac{P(A \to BC\text{在句法树中出现})}{P(A\text{在句法树中出现})}$$

$$= \frac{\sum_{p=1}^{n-1} \sum_{q=p+1}^{n} \sum_{d=p}^{q-1} \alpha_A(p,q) P(A \to BC) \beta_B(p,d) \beta_C(d+1,q)}{\sum_{p=1}^{m} \sum_{q=p}^{m} \alpha_A(p,q) \beta_A(p,q)}$$

(#4#)

向内向外算法的基本原理

对 $A \rightarrow w$，也可做类似的推导，若 $w_k = w$，有：

$$P(A \rightarrow w_k | S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n) \quad (\#3\#)$$

$$= \frac{P(A \rightarrow w_k, S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_{k-1} A w_{k+1} \ldots w_n)}{P(S \overset{*}{\Rightarrow} w_1 w_2 \ldots w_n)}$$

$$= \frac{\alpha_A(k,k)\beta_A(k,k)}{\pi}$$

考虑到所有可能的位置 k，根据 w_k 是否为 w，则：

$$P(A \rightarrow w \text{在句法树中出现}) = \frac{\sum_{k=1}^{n} \alpha_A(k,k)\beta_A(k,k)\delta(w_k, w)}{\pi}$$

$$\hat{P}(A \rightarrow w) = \frac{P(A \rightarrow w \text{在句法树中出现})}{P(A \text{在句法树中出现})} \quad (\#5\#)$$

$$= \frac{\sum_{k=1}^{n} \alpha_A(k,k)\beta_A(k,k)\delta(w_k, w)}{\sum_{p=1}^{m}\sum_{q=p}^{m} \alpha_A(p,q)\beta_A(p,q)}$$

IO算法描述

- EM算法特例
- 不保证收敛到全局最优点
- 对初始参数较敏感

(1) 任意设定一组概率文法参数 $\hat{P}_0(A\to BC)$及 $\hat{P}_0(A\to w)$

(2) 令 $i \leftarrow 1$

(3) 循环执行下面的步骤，直到文法参数收敛

1) E-Step: 基于 $\hat{P}_{i-1}(A\to BC)$及 $\hat{P}_{i-1}(A\to w)$计算公式(#1#)、(#2#)、(#3#)的值

2) M-Step: 将 E-Step 的计算结果代入公式(#4#)和(#5#)，得到一组更新的参数 $\hat{P}_i(A\to BC)$及 $\hat{P}_i(A\to w)$

3) 令 $i \leftarrow i+1$

(4) 算法结束，输出概率文法参数

基于PCFG的句法分析

- PCFG把概率引入上下文无关文法，将统计方法和规则方法进行了有效的融合，具有十分重要的意义，但是PCFG缺陷也是十分明显的。
- 作为一种统计句法分析方法，基于PCFG的句法分析效果有限。
  - PCFG没有考虑结构之间的依存关系。
  - PCFG没有考虑词汇对句法结构的影响。
- 需要针对PCFG的句法分析表现出来的缺陷进行改进。

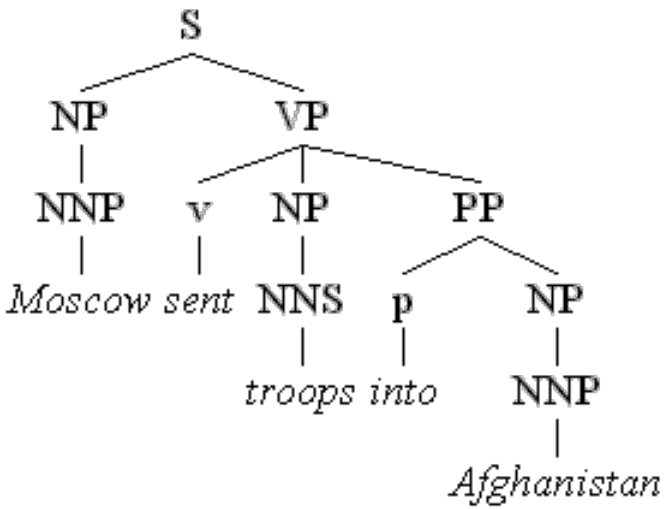
结构依存关系

- 代词作为主语的可能性高于作为宾语的可能性
  - 主题与述题
  - 主题通常是已知信息，在句子中做主语
  - 代词用来指代已经陈述过的已知信息
  - 述题引入新信息
  - 统计数据，来自Switchboard corpus:
    - 陈述句中91%的主语是代词
    - 陈述句中66% 的直接宾语不是代词

NP→ Pron　　*NP → Det Noun* 的概率应和其在句中所处的位置有关，处在*VP*前后概率应该不同。

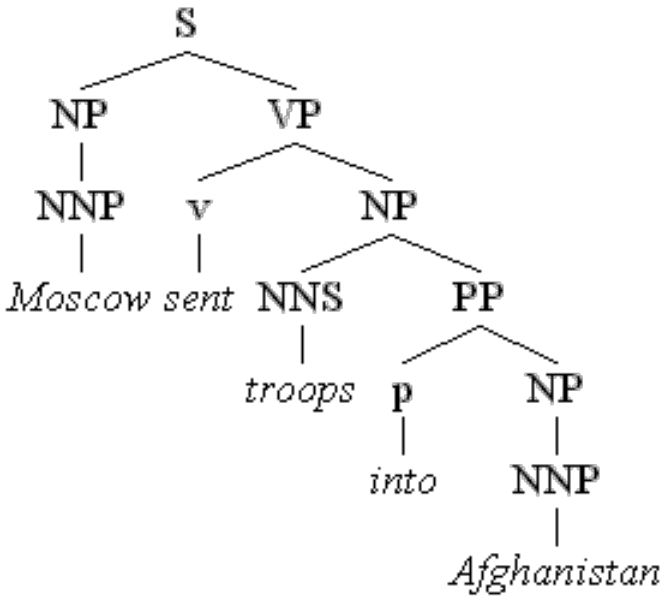
词汇依存关系

Moscow sent troops into Afghanistan



正确的句法树

PP 可以修饰 *VP*，*PP*也可以修饰 *NP*, 但不同的动词，*PP*修饰*NP*和*VP*的可能性并不相同。



错误的句法树

基于PCFG的统计语言模型

- 作为一种统计语言模型，其效果甚至还不如n-gram模型以及HMM模型(原因同上)

- the green banana the green time

句法分析的评价

- 标记准确率

$$\text{Labeled Precision} = \frac{number\ of\ correct\ constituents\ in\ proposed\ parse}{number\ of\ constituents\ in\ proposed\ parse}$$

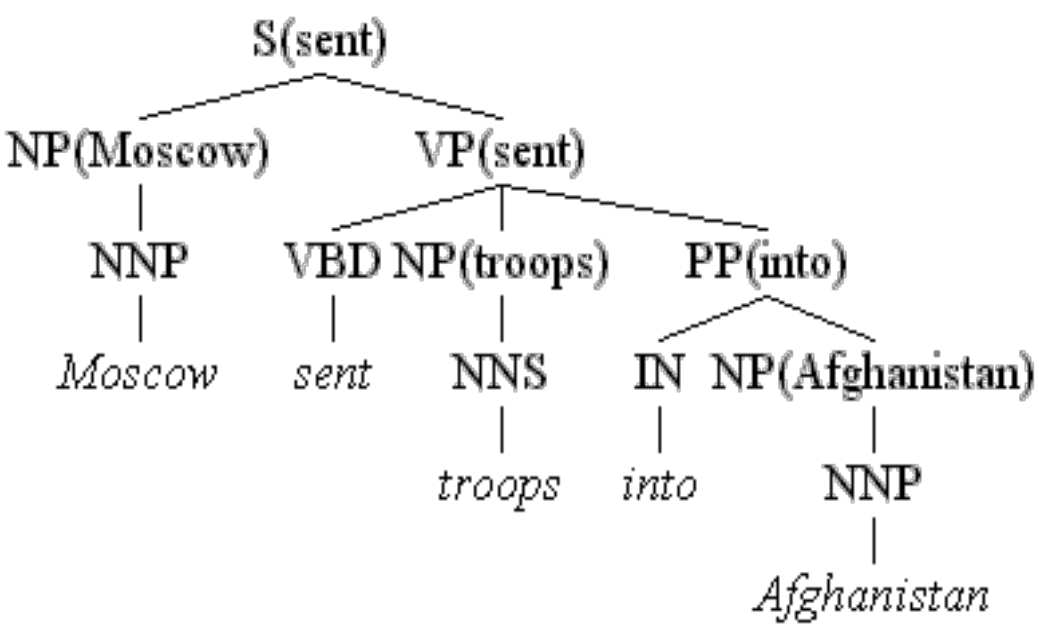
- 标记召回率

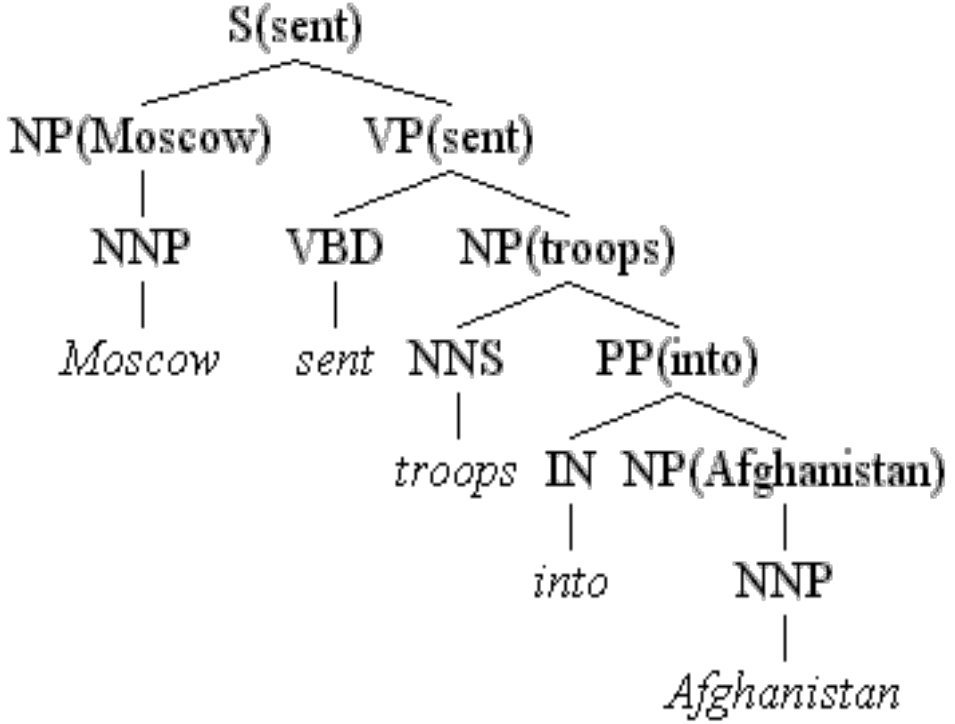
$$\text{Labeled Recall} = \frac{number\ of\ correct\ constituents\ in\ proposed\ parse}{number\ of\ constituents\ in\ treebank\ parse}$$

- 括号交叉数

$$\text{Crossing Brackets} = number\ of\ constituents\ which\ violate\ constituent\ boundaries\ with\ a\ constituent\ in\ the\ treebank\ parse$$

词汇化的句法分析简介


S(sent)
NP(Moscow)
VP(sent)
NNP
VBD
NP(troops)
PP(into)
Moscow
sent
NNS
IN
NP(Afghanistan)
troops
into
NNP
Afghanistan


S(sent)
NP(Moscow)
VP(sent)
NNP
VBD
NP(troops)
Moscow
sent
NNS
PP(into)
troops
IN
NP(Afghanistan)
into
NNP
Afghanistan

词汇化PCFG

$S(\text{sent}) \rightarrow NP(\text{Moscow})\ VP(\text{sent})$
$NP(\text{Moscow}) \rightarrow NNP(\text{Moscow})$
$VP(\text{sent}) \rightarrow VBD(\text{sent})\ NP(\text{troops})\ PP(\text{into})$
$NP(\text{troops}) \rightarrow NNS(\text{troops})PP(\text{into})$
$PP(\text{into}) \rightarrow IN(\text{into})\ NP(\text{Afghansitan})$
$NP(\text{Afghanistan}) \rightarrow NNP(\text{Afghanistan})$
$NNP(\text{Moscow}) \rightarrow \text{Moscow}$
$NNP(\text{Afghanistan}) \rightarrow \text{Afghanistan}$
$IN(\text{into}) \rightarrow \text{into}$
$VBD(\text{sent}) \rightarrow \text{sent}$
$NNS(\text{troops}) \rightarrow \text{troops}$

非终结符号的数量激烈膨胀。
参数估计时，数据稀疏问题十分严重！

词汇化PCFG

- 为避免数据稀疏问题，概率计算需要分解
- 在词汇化PCFG中

$$P(h) \rightarrow L_n(l_n)...L_1(l_1)H(h)R_1(r_1)...R_m(r_m)$$

其中，H是短语的中心成分

h是成分的中心词

L_i和R_i分别是中心成分左右的修饰性成分

l_i和r_i分别是左右修饰成分的中心词

- 在左右两端增加$STOP$
- 令 $L_{n+1} = STOP \quad R_{n+1} = STOP$

词汇化PCFG

$$P(L_{n+1}(l_{n+1})\dots L_1(l_1)H(h)R_1(r_1)\dots R_{m+1}(r_{m+1})|P(h)) =$$
$$P_h(H|P(h))\times$$
$$\prod_{i=1\dots n+1} P_l(L_i(l_i)|L_1(l_1)\dots L_{i-1}(l_{i-1}),P(h),H)\times$$
$$\prod_{j=1\dots n+1} P_r(R_j(r_j)|L_1(l_1)\dots L_{n+1}(l_{n+1}),R_1(r_1)\dots R_{j-1}(r_{j-1}),P(h),H)$$

- 作如下的独立性假设

$$P_l(L_i(l_i)|L_1(l_1)\dots L_{i-1}(l_{i-1}),P(h),H) = P_l(L_i(l_i)|P(h),H)$$
$$P_r(R_j(r_j)|L_1(l_1)\dots L_{n+1}(l_{n+1}),R_1(r_1)\dots R_{j-1}(r_{j-1}),P(h),H) = P_r(R_j(r_j)|P(h),H)$$

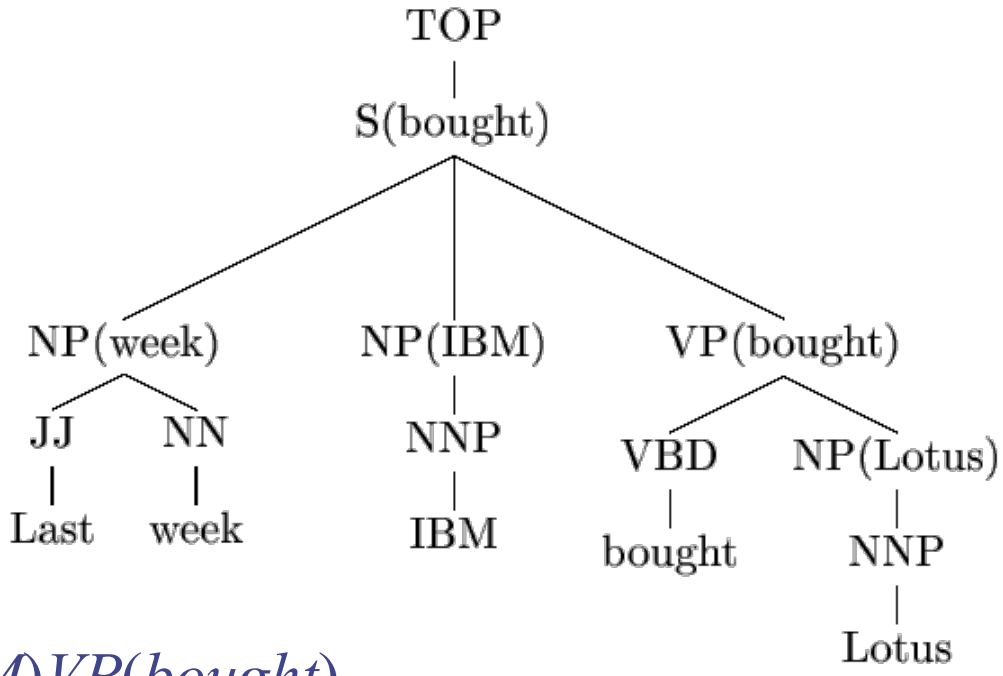
词汇化PCFG

$$P(L_{n+1}(l_{n+1})\dots L_1(l_1)H(h)R_1(r_1)\dots R_{m+1}(r_{m+1})|P(h)) = P(H|P(h))\times$$
$$\prod_{i=1\dots n+1} P_l(L_i(l_i)|P(h),H) \times \prod_{j=1\dots m+1} P_r(R_j(r_j)|P(h),H)$$

- 句法树可以视为自顶向下按照三个步骤产生：

1. 以概率 $P_H(H|P,h)$ 生成短语的中心成分标签；
2. 以概率 $\prod_{i=1..n+1} P_L(L_i(l_i)|P,h,H)$ 生成中心词左面的修饰性成分，其中 $L_{n+1}(l_{n+1}) = STOP$。*STOP* 可视作一个特殊的非终结符号，模型在生成 *STOP* 标记时结束生成。
3. 以概率 $\prod_{i=1..m+1} P_R(R_i(r_i)|P,h,H)$ 生成中心词左面的修饰性成分，其中 $R_{m+1}(r_{m+1}) = STOP$。

词汇化PCFG



- 例子

$$S(bought) \rightarrow NP(week)NP(IBM)VP(bought)$$

$$P_h(VP \mid S, bought) \times P_l(NP(IBM) \mid S, VP, bought) \times$$
$$P_l(NP(week) \mid S, VP, bought) \times P_l(STOP \mid S, VP, bought) \times$$
$$P_r(STOP \mid S, VP, bought)$$

Thank you!