高等数学（物理基地、物理学、光信科技）A2(试卷A)

1. **一.(每小题6分, 共60分)**

1. 设平面 π 过原点和 $P_0(6,-3,2)$, 且与 $4x-y+2z=8$ 垂直,求平面 π 的方程.

2. 设 $F(\frac{y}{x},\frac{z}{x})=0$, 求 xz_x+yz_y, 其中 F 可微且$F_2'\neq 0$.

3. 设 $z=f(xy,g(x)y)$, 求 z_{xy}. 其中 f 有连续的二阶偏导, g 可微.

4. 求曲面 $z=x^2(1-\sin y)+y^2(1-\sin x)$ 在 $(1,0,1)$ 处的切平面方程.

5. 求曲线 $x^2+4y^2=4$ 到直线 $2x+3y=6$ 的距离.

6. 交换积分顺序：$\int_{-1}^{0}dy\int_{1-y}^{2}f(x,y)dx$.

7.设 Ω 由 $x+y+z=1$ 和三个坐标面围成,求 $I=\int\int\int_{\Omega}zdxdydz$.

8.求 $\oint_L\sqrt{x^2+y^2}ds$. 其中 $L:x^2+y^2=4x$.

9.已知 $\frac{(x+ay)dx+ydy}{(x+y)^2}$ 是某个函数的全微分,求 a.

10.设 $a_n>a_{n+1}>0\ (n=1,2,\cdots)$, 且 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ 发散,证明 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}(\dfrac{1}{1+a_n})^n$ 收敛.

二.(每小题8分, 共40分)

11. 求 $I=\displaystyle\int\int_{\Sigma}(x+y+z+|x|+|y|+|z|)dS$. 其中 $\Sigma:|x|+|y|+|z|=1$.

12. 设 Ω 由 $l_1:\begin{cases} z=|x| \\ y=0\end{cases}$ 和 $l_2:\begin{cases} z=\sqrt{R^2-x^2} \\ y=0\end{cases}$ 绕 z 轴旋转得到的曲面围成,
$\Sigma=\partial\Omega$（边界）外侧.求 $I=\int\int_{\Sigma}xdydz+ydzdx+zdxdy$.

13. 设 L 是 $x^2+y^2=1$ 和 $y+z=0$ 的交线,逆时针.求 $I=\oint_L zdx+ydz$.

14. 求 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{(-1)^{n-1}}{2n-1}x^{2n}$ 的收敛域以及和函数.

15. 求 $x^2y''-xy'+y=x$ 的通解.