

姓名:

学号:

专业:

科目:

试题编号:

山西大学 2014—2015 年度第 3 学期

高等数学 A2 (试卷 A)

题号	一	二	三	四	五	总分
得分						

说明: 本试卷共四个大题, 包含 17 个小题, 满分 100 分.

得分	
----	--

一、单项选择题 (每小题 4 分, 共计 20 分).

1. 在空间直角坐标系中, 与点 $(1, 2, 3)$ 关于 x 轴对称的点是().

- (A) $(1, -2, -3)$ (B) $(-1, 2, 3)$ (C) $(1, 2, 3)$ (D) $(-1, -2, -3)$

2. 二元函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2 + y^2}, & (x, y) \neq (0, 0), \\ 0, & (x, y) = (0, 0), \end{cases}$ 则().

(A) $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 点连续

(B) $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$ 存在

(C) 沿着 $y = x^2$, $f(x, y)$ 在 $(0, 0)$ 点的极限不存在

(D) $\lim_{(x, y) \rightarrow (0, 0)} f(x, y)$ 不存在.

3. 函数 $z = x^2 + \arctan \frac{x-y}{x+y}$ 在 $(2, 2)$ 点处沿 $(1, 1)$ 的方向导数为().

- (A) 1 (B) $2\sqrt{2}$ (C) $\sqrt{2}$ (D) 4

4. 螺旋线 $x = \cos t, y = \sin t, z = t$ 对应于 t 从 0 到 2π 的长度为().

- (A) π (B) $\sqrt{2}\pi$ (C) $2\sqrt{2}\pi$ (D) 4π

5. 若正项级数 $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ 收敛, $\sum_{n=1}^{\infty} v_n$ 发散, 则下列四项正确的是().

(A) $\sum_{n=1}^{\infty} \max(u_n, v_n)$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} \min(u_n, v_n)$ 都收敛

(B) $\sum_{n=1}^{\infty} \max(u_n, v_n)$ 收敛, $\sum_{n=1}^{\infty} \min(u_n, v_n)$ 发散

(C) $\sum_{n=1}^{\infty} \max(u_n, v_n)$ 发散, $\sum_{n=1}^{\infty} \min(u_n, v_n)$ 收敛

(D) $\sum_{n=1}^{\infty} \max(u_n, v_n)$ 和 $\sum_{n=1}^{\infty} \min(u_n, v_n)$ 都不收敛

得分

二、填空题 (每小题 4 分, 共计 20 分).

6. 设向量 $a = (2, 1, 3)$, $b = (0, 4, 3)$, 则 $a \cdot b =$ _____.

7. 过 x 轴和点 $(1, 2, 3)$ 的平面方程为 _____.

8. 设 $z = x^4 + y^4 + 4x^2y^2$, 则 $dz|_{(1,1)} =$ _____.

9. 函数 $z = 3xy - x^3 - y^3$ 的极大值点是 _____.

10. 交换积分顺序 $\int_0^1 dy \int_y^{\sqrt{y}} f(x, y) dx =$ _____.

得分

三、计算题(每小题 8 分, 共计 40 分).

11. 计算积分

$$\iiint_{\Omega} z dx dy dz,$$

其中区域 Ω 由三个坐标平面与平面 $x + y + 2z = 1$ 围成的有界闭区域.

12. 计算积分

$$\int_L (x^2 - 2xy)dx + (y^2 - 2xy)dy,$$

其中 L 为抛物线 $y = x^2$ 上从 $(0, 0)$ 到 $(1, 1)$ 的一段定向弧.

13. 计算积分

$$\iint_{\Sigma} x^3 dydz + y^3 dzdx + z^3 dxdy,$$

其中 Σ 为球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 的内侧.

试题编号: _____ 科目: _____ 专业: _____ 学号: _____ 姓名: _____

14. 计算积分

$$\iint_{\Sigma} (x^2 + y^2) dS,$$

其中 Σ 是锥面 $z = \sqrt{x^2 + y^2}$ 及平面 $z = 1$ 所围成的区域的整个边界曲面.

15. 求级数 $\sum_{n=1}^{\infty} nx^{n-1}$ 的和函数.

试题编号: _____ 科目: _____ 专业: _____ 学号: _____ 姓名: _____
 线 封 密

得分	
----	--

四、证明题(每小题 10 分, 共计 20 分).

16. 设 $F(u, v)$ 具有连续的一阶偏导数, 证明方程 $F(x + \frac{z}{y}, y + \frac{z}{x}) = 0$ 所确定的隐函数

$z = z(x, y)$ 满足方程

$$x \frac{\partial z}{\partial x} + y \frac{\partial z}{\partial y} = z - xy.$$

17. 证明级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n - \ln n}$ 条件收敛.