

试题科目: 山西大学 2016-2017-2 《高等数学 A2》 试卷 B

题 号	一	二	三	四	五	六	总 分
得 分							

(本试卷共 6 个题, 满分为 100 分)

得分 一. (每小题 3 分, 共 15 分) 单项选择题

1. 设  $\vec{a} \neq \vec{0}$ , 则下列命题正确的是 ( ).
- A.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c} \implies \vec{b} = \vec{c}$

B.  $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{a} \cdot \vec{c}$  且  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c} \implies \vec{b} = \vec{c}$

C.  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{a} \times \vec{c} \implies \vec{b} = \vec{c}$

D. 对任意向量  $\vec{b}$  成立  $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{b} \times \vec{a}$
2. 直线  $L$  是两个平面  $x - y + z = 1$  和  $2x + y + z = 4$  的交线, 则  $L$  的参数方程为 ( ).
- A.  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

B.  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

C.  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$

D.  $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$
3. 考虑二元函数  $f(x, y)$  的下面四条性质: ①  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处连续; ②  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处的两个偏导数连续; ③  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处可微; ④  $f(x, y)$  在点  $(x_0, y_0)$  处的两个偏导数存在. 若用 “ $P \Rightarrow Q$ ” 表示可由性质  $P$  推出性质  $Q$ , 则有 ( ).
- A. ②  $\Rightarrow$  ③  $\Rightarrow$  ①

B. ③  $\Rightarrow$  ②  $\Rightarrow$  ①

C. ③  $\Rightarrow$  ④  $\Rightarrow$  ①

D. ③  $\Rightarrow$  ①  $\Rightarrow$  ④
4. 设空间闭区域  $\Omega = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, z \geq 0\}$ ,  $\Omega_1 = \{(x, y, z) | x^2 + y^2 + z^2 \leq R^2, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ , 则下列选项中正确的是 ( ).
- A.  $\iiint_{\Omega} x dV = 4 \iiint_{\Omega_1} x dV$

B.  $\iiint_{\Omega} y dV = 4 \iiint_{\Omega_1} y dV$

C.  $\iiint_{\Omega} z dV = 4 \iiint_{\Omega_1} z dV$

D.  $\iiint_{\Omega} (x + y + z) dV = 4 \iiint_{\Omega_1} (x + y + z) dV$
5. 若幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} a_n(x-1)^n$  在  $x = -1$  处收敛, 则此级数在  $x = 2$  处 ( ).
- A. 条件收敛

B. 绝对收敛

C. 发散

D. 收敛性不能确定

得分 二. (每小题 3 分, 共 15 分) 填空题

1.  $\triangle ABC$  的顶点分别是  $A(1, 2, 3)$ ,  $B(3, 4, 5)$  和  $C(2, 4, 7)$ , 则  $\triangle ABC$  的面积为 \_\_\_\_\_.
2. 函数  $f(x, y) = \arctan \frac{x}{y}$  在点  $(0, 1)$  处的梯度等于 \_\_\_\_\_.
3. 积分  $\int_0^2 dx \int_x^2 e^{-y^2} dy$  的值是 \_\_\_\_\_.
4. 级数  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{e \ln n}$  \_\_\_\_\_ (填绝对收敛, 条件收敛, 或发散).

5. 设  $f(x)$  是周期为  $2\pi$  的周期函数, 它在  $[-\pi, \pi)$  上的表达式为  $f(x) = \begin{cases} x & \text{当 } -\pi \leq x < 0 \\ 0 & \text{当 } 0 \leq x < \pi \end{cases}$ , 则  $f(x)$  的傅里叶级数在  $x = (2k+1)\pi (k \in \mathbb{Z})$  处收敛于 \_\_\_\_\_.

得分 三. (每小题 5 分, 共 35 分) 计算题

1. 求曲面  $x^2 + \cos(xy) + yz + x = 0$  在点  $(0, 1, -1)$  处的切平面方程;
2. 设  $z = f(x^2 - y^2, y^2 - x^2)$ ,  $f$  具有连续偏导数, 计算  $\frac{\partial z}{\partial x}$  和  $\frac{\partial z}{\partial y}$ ;
3. 设  $x^2 + y^2 + z^2 - 4z = 0$ , 求  $\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}$ ;

4. 计算  $\iint_D \sqrt{x^2 + y^2} \mathrm{d}\sigma$ , 其中  $D$  由圆周  $x^2 + y^2 = a^2$  ( $a > 0$ ) 与直线  $y = x, y = \sqrt{3}x$  在第一象限所围区域;

5. 计算  $\iiint_{\Omega} x \mathrm{d}x \mathrm{d}y \mathrm{d}z$ , 其中  $\Omega$  是由三个坐标面及平面  $x + 2y + z = 1$  所围成的有界闭区域;

6. 计算  $\oint_L x \mathrm{d}s$ , 其中  $L$  为抛物线  $y = x^2$  上从点  $(0, 0)$  到点  $(1, 1)$  的一段;

7. 利用格林公式计算曲线积分  $\int_L (2xy^3 - y^2 \cos x) \mathrm{d}x + (1 - 2y \sin x + 3x^2y^2) \mathrm{d}y$ , 其中  $L$  为在抛物线  $2x = \pi y^2$  上由点  $(\frac{\pi}{2}, 1)$  到  $(0, 0)$  的一段弧;

得分	
----	--

四. (10 分) 利用拉格朗日乘子法求直线

$$\begin{cases} x + y + z = 1, \\ x + 2y + 3z = 6 \end{cases}$$

上距离原点最近的点.

得分	
----	--

五. (15 分) 利用高斯公式计算第二类曲面积分

$$\iint_{\Sigma} x^3 dydz + 2xz^2 dzdx + 3y^2 z dx dy,$$

其中  $\Sigma$  为抛物面  $z = 4 - x^2 - y^2$  被平面  $z = 0$  所截下部分的上侧.

得分	
----	--

六. (10 分) 求幂级数  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{2n+1}$  的收敛域及和函数.