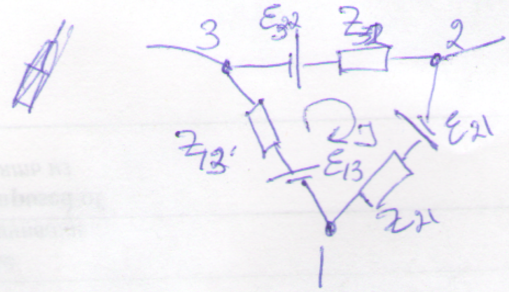
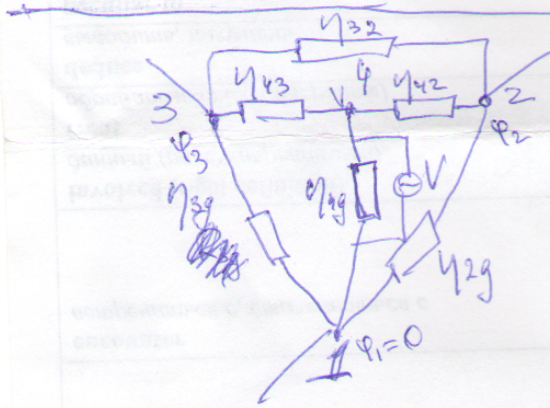


$$I = \frac{\sum E}{\sum Z}$$

$$I_{2\to1} = \frac{\cancel{E_{32}} + E_{13} + E_{32}}{Z_{13} + Z_{32}} + \frac{-E_{21}}{Z_{21}} \qquad V_{12} = E_{21} - I Z_{21}$$

$$I_{1\to3} = \frac{E_{32} + E_{21}}{Z_{32} + Z_{21}} - \frac{E_{13}}{Z_{13}} \qquad V_{31} = E_{13} - I Z_{13}$$

$$I_{3\to2} = \frac{E_{21} + E_{13}}{Z_{21} + Z_{13}} - \frac{E_{32}}{Z_{32}} \qquad V_{23} = E_{32} - I Z_{32}$$

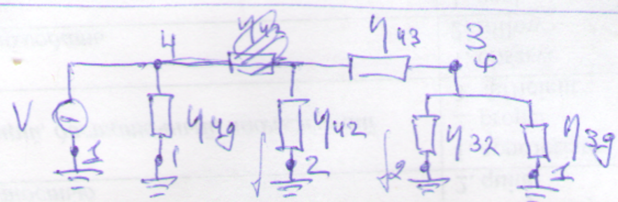


$$y_{3g} = C_{35} + C_{31}$$

$$y_{4g} = C_{45} + C_{41}$$

$$y_{2g} = C_{21} + C_{25}$$

$I_{2\to1}$



$$I_{2\to1} = I_{out} = \frac{V}{y_{42}} + \frac{y_{32} \| y_{3g}}{y_{32} \| y_{3g} + y_{43}} \frac{V}{y_{32}}$$

Выходное состояние устройства будет суперпозицией состояний с различными числами фотонов. Коэффициенты распределения пропорциональны перманентам миноров U, являющейся матрицей gate-а в базисе входных состояний.

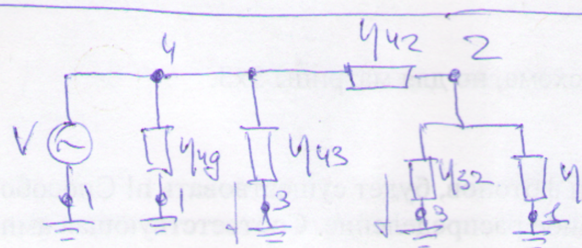
SLIDE 11

По правилам вычисления вероятности квантового процесса следует перемножить амплитуды, аналог? по формуле Кайли, затем следует просуммировать по всем принципиально неразличимым реализациям конечного состояния (для бозонов). В конечном ответ входит перманент некоторого минора матрицы рассе...

$J_{1\to 3}$:

SLIDE 12

Здесь показана та же схема, но для матрицы nxn.



SLIDE12

В общем случае, для n фотонов, будет суперпозиция n! Способов сформировать из них определённое выходное заполнение. Следовательно, амплитуда будет определяться перманентом некоторой матрицы размера nxn.

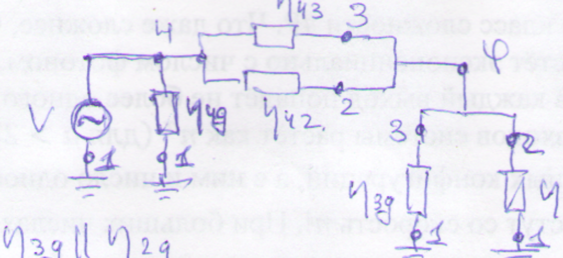
$$J_{1\to 3} = -J_{out_3} = -\left(\frac{V}{\eta_{43}} + \frac{\eta_{32} \| \eta_{29}}{\eta_{32} \| \eta_{29} + \eta_{42}} \frac{V}{\eta_{32}}\right)$$

Напомню, что вычисление перманента матрицы nxn имеет сложность $O(2^n n)$ (Рузер 1963).

SLIDE 13

Эта задача попадает в класс сложности #P. Что даже сложнее, чем NP.

$J_{3\to 2}$:



Поскольку число входов растет экспоненциально с числом фотонов, для больших систем гарантировано, что в каждый выход попадет не более одного фотона. Благодаря тому, что число входов системы растет как n^2 (для $m > n^2$), число $N_n = \binom{m+n-1}{n}$ возможных выходных конфигураций, а с ними число однофотонных конфигураций $N_1 = \binom{m}{n}$, растут экспоненциально. При больших числах входов и выходов появится проблема, когда мы провели сотни измерений, и ни разу не попали на конфигурацию фотонов на выходе, связанную с вычисляемым перманентом!! Число измерений должно быть порядка N_n, чтобы можно было посчитать перманент хотя бы по порядку величины.

$$\varphi = V \frac{\eta_{39} \| \eta_{29}}{\eta_{39} \| \eta_{29} + \eta_{43} \| \eta_{42}}$$

Как именно взаимодействует излучение со статическим интерферометром?

Представим какую модель влияния ошибок при приготовлении входного состояния:

$$J_{3\to 2} = J_{out_3} = \frac{V-\varphi}{\eta_{43}} - \frac{\varphi}{\eta_{39}} = \frac{V}{\eta_{43}} - V \frac{1}{\eta_{43} \| \eta_{39}} \frac{\eta_{39} \| \eta_{29}}{\eta_{39} \| \eta_{29} + \eta_{43} \| \eta_{42}}$$

$$\hat{\rho}_{in} = \left(\bigotimes_{i=1}^{n} \left[p|1\rangle\langle 1| + (1-p)\hat{\rho}^{(i)}_{error}\right]\right) \otimes |0\rangle\langle 0|^{\otimes m-n}$$

p – есть fidelity процесса приготовления.

$\hat{\rho}^{(i)}_{error}$ – независимые отклонения к каналу.

В своей работе, АА предложили ограничить путь чтобы показать надежность своего результата к присутствии ошибок. Если вероятность получить не запутанное выходное состояние убывает с ростом числа фотонов не быстрее, чем обратно!

$$\begin{cases} \dfrac{V-\varphi_2}{\eta_{42}} + \dfrac{\varphi_3-\varphi_2}{\eta_{32}} = \dfrac{\varphi_2}{\eta_{29}} & \sum\limits_i I_{i\to 3} = 0 \\[2ex] \dfrac{V-\varphi_3}{\eta_{43}} + \dfrac{\varphi_2-\varphi_3}{\eta_{32}} = \dfrac{\varphi_3}{\eta_{39}} & \sum\limits_i I_{i\to 2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} (1)\quad \dfrac{V}{\eta_{42}} = \dfrac{\varphi_2}{\eta_{42}\|\eta_{32}\|\eta_{29}} - \dfrac{\varphi_3}{\eta_{32}} \rightarrow \varphi_2 = \eta_{42}\|\eta_{32}\|\eta_{29}\left(\dfrac{V}{\eta_{42}} + \dfrac{\varphi_3}{\eta_{32}}\right) \ (\#) \\[2ex] (2)\quad \dfrac{V}{\eta_{43}} = \dfrac{\varphi_3}{\eta_{43}\|\eta_{32}\|\eta_{39}} - \dfrac{\varphi_2}{\eta_{32}} \end{cases}$$

$(\#) \rightarrow (2)$:

$$\frac{V}{\eta_{43}} + \frac{\eta_{42}\|\eta_{32}\|\eta_{29}}{\eta_{32}\eta_{42}} V = \varphi_3\left(\frac{1}{\eta_{43}\|\eta_{32}\|\eta_{39}} - \frac{\eta_{42}\|\eta_{32}\|\eta_{29}}{\eta_{32}^2}\right)$$

$$\varphi_3 = V \frac{\eta_{43}\|\eta_{32}\|\eta_{39} \times \eta_{32}^2}{\eta_{32}^2 - \eta_{43}\|\eta_{32}\|\eta_{39} \times \eta_{42}\|\eta_{32}\|\eta_{29}} \left(\frac{1}{\eta_{43}} + \frac{\eta_{42}\|\eta_{32}\|\eta_{29}}{\eta_{32}\eta_{42}}\right)$$

(Wolfram mathematica)

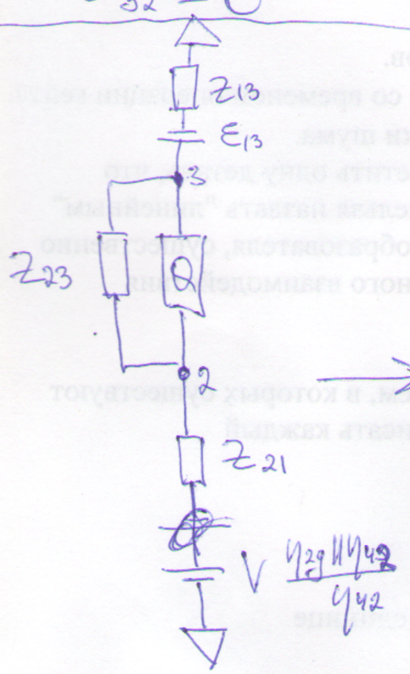
$$\varphi_2 = V \frac{\eta_{29}(\eta_{32}\eta_{39} + \eta_{32}\eta_{43} + \eta_{39}\eta_{42} + \eta_{39}\eta_{43})}{\eta_{29}\eta_{39}(\eta_{32}+\eta_{42}) + \eta_{39}\eta_{42}\eta_{43} + \eta_{29}(\eta_{32}+\eta_{39}+\eta_{42})\eta_{43} + \eta_{32}\eta_{42}(\eta_{39}+\eta_{43})}$$

$$\varphi_3 = V \frac{\eta_{39}(\eta_{32}\eta_{42} + \eta_{29}(\eta_{32}+\eta_{42}+\eta_{43}))}{\eta_{29}\eta_{39}(\eta_{32}+\eta_{42}) + \eta_{39}\eta_{42}\eta_{43} + \eta_{29}(\eta_{32}+\eta_{39}+\eta_{42})\eta_{43} + \eta_{32}\eta_{42}(\eta_{39}+\eta_{43})}$$

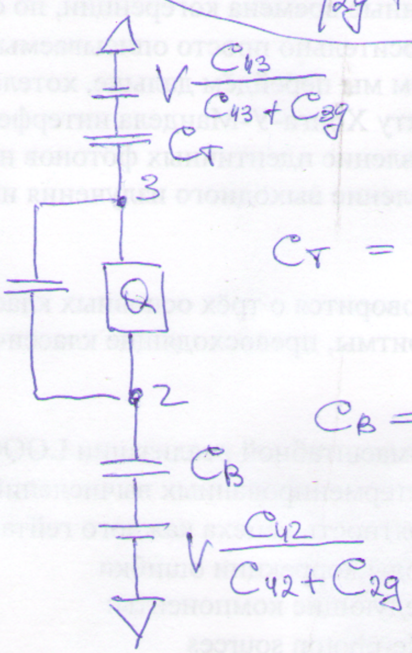
$$\mathcal{E}_{13} = V \frac{Y_{39} \parallel Y_{43}}{Y_{43}} \qquad Z_{13} = Y_{39} \parallel Y_{43}$$

$$\mathcal{E}_{21} = -V \frac{Y_{29} \parallel Y_{42}}{Y_{42}} \qquad Z_{32} = Y_{32}$$

$$\mathcal{E}_{32} = 0 \qquad Z_{21} = \frac{Y_{29} Y_{42}}{Y_{29} + Y_{42}}$$

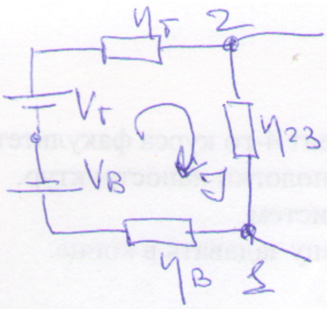


$\longrightarrow C_{23}$



$$C_T = C_{39} + C_{43}$$

$$C_B = C_{29} + C_{42}$$



$$I_{21} = \frac{V_T - V_B}{\eta_T + \eta_B} \qquad V_T = V\frac{C_{43}}{C_{43}+C_{39}} = V\frac{C_{43}}{C_T}$$

$$J = \frac{V_T - V_B}{\eta_T + \eta_B + \eta_{23}} \qquad V_B = V\frac{C_{42}}{C_{42}+C_{29}} = V\frac{C_{42}}{C_B}$$

$$V_{21} = J\eta_{23} = (V_T - V_B)\frac{\eta_{23} \parallel (\eta_T + \eta_B)}{(\eta_T + \eta_B)}$$

$$Z_{21} = \frac{V_{21}}{I_{21}} = \eta_{23} \parallel (\eta_T + \eta_B)$$

$$\Rightarrow C_{21} = C_{23} + \frac{C_T C_B}{C_T + C_B}$$

$$V_{21} = V\left(\frac{C_{43}}{C_{43}+C_{39}} - \frac{C_{42}}{C_{42}+C_{29}}\right)\frac{\frac{1}{C_{23}}}{\frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{C_T} + \frac{1}{C_B}}$$

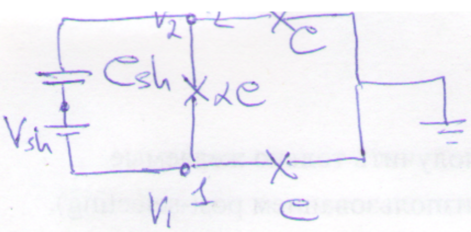
$$C_T = C_{39} + C_{43}$$

$$C_B = C_{29} + C_{42}$$

$$V_{21} = V\,\frac{C_{29}C_{43} - C_{42}C_{39}}{\underbrace{(C_{43}+C_{39})}_{C_T}\underbrace{(C_{42}+C_{29})}_{C_B}} \cdot \frac{1/C_{23}}{\frac{1}{C_{23}} + \frac{1}{\underbrace{C_{39}+C_{43}}_{C_T}} + \frac{1}{\underbrace{C_{29}+C_{42}}_{C_B}}} =$$

$$= V\,\frac{C_{29}C_{43} - C_{42}C_{39}}{C_T C_B + C_{23}C_B + C_T C_{23}}$$

$$= V\,\frac{C_{29}C_{43} - C_{42}C_{39}}{C_T C_B}\,\frac{C_T \parallel C_B \parallel C_{23}}{C_{23}}$$



$$H = \frac{C_{sh}}{2}\left(V_2-(V_1+V_{sh})\right)^2 + \frac{\alpha C}{2}(V_2-V_1)^2 + \frac{C}{2}(V_1^2+V_2^2)$$

$$-\alpha E_J\cos(\varphi_2-\varphi_1) - E_J(\cos\varphi_1+\cos\varphi_2)$$

$$E_{cap} = \frac{1}{2}\begin{pmatrix}V_1 & V_2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}C_{11} & C_{12}\\ C_{21} & C_{22}\end{pmatrix}\begin{pmatrix}V_1\\ V_2\end{pmatrix} \quad \Big| \text{ пусть } V_{sh}=0 \ (V=0)$$

$$E_{cap} = \frac{1}{2}(C_{sh}+\alpha C+C)(V_1^2+V_2^2) + \frac{2V_1V_2}{2}(-C_{sh}-\alpha C)$$

$$C_{11}=C_{22}=C_{sh}+\alpha C+C \qquad C \overset{def}{=} \begin{pmatrix}C_{11} & C_{12}\\ C_{21} & C_{22}\end{pmatrix}$$

$$C_{21}=C_{12}=-C_{sh}-\alpha C$$

$$H_{int} = \underbrace{\left\{\frac{C_{sh}}{2}\left((V_2-V_1)-V_{sh}\right)^2\right\}}_{\text{отсюда}} = \frac{C_{sh}}{2}(-2)(V_2-V_1)V_{sh} = C_{sh}(V_1-V_2)V_{sh}$$

$$V_i = \frac{\hbar}{2e}\frac{\partial\varphi_i}{\partial t}$$

$$H_{int} = \frac{\hbar C_{sh}}{2e}(\dot\varphi_1-\dot\varphi_2)V_{sh},$$ согласно $\vec{\dot\varphi}$ про φ от $\hat n$
(можно найти в jupyter notebook-е)

$$\vec{\dot\varphi} = \frac{4e^2}{\hbar}C_M^{-1}\vec{n} \qquad C_M^{-1} = \frac{1}{2C_{sh}+2\alpha+1}\,\frac{1}{C}\begin{pmatrix}1+\alpha+C_{sh} & \alpha+C_{sh}\\ \alpha+C_{sh} & \alpha+1+C_{sh}\end{pmatrix}$$

$$\dot\varphi_1 = 2e\left((C_M^{-1})_{11}\hat n_1 + (C_M^{-1})_{12}\hat n_2\right)$$

$$\dot\varphi_2 = 2e\left((C_M^{-1})_{21}\hat n_1 + (C_M^{-1})_{22}\hat n_2\right) \qquad (C_M^{-1})_{11} = (C_M^{-1})_{22} \text{ и } (C_M^{-1})_{12} = (C_M^{-1})_{21}$$

$$\dot\varphi_1-\dot\varphi_2 = 2e\left((C_M^{-1})_{11} + (C_M^{-1})_{21}\right)(\hat n_1-\hat n_2)$$

$$\cancel{\hat{H}_{int} = \hbar \frac{C_{sh}}{C} \frac{1}{2\left(\frac{C_{sh}}{C}+\alpha\right)+1}\left(1+2\left(\alpha+\frac{C_{sh}}{C}\right)\right)(\hat{n}_1-\hat{n}_2)\hat{V}_{sh}}$$

$$\cancel{\hat{H}_{int} = \frac{4e^2}{\hbar}\hat{n}}$$

$$\hat{\varphi}_1 = \frac{4e^2}{\hbar}\left((C_M^{-1})_{11}\hat{n}_1 + (C_M^{-1})_{12}\hat{n}_2\right)$$

$$\hat{\varphi}_2 = \frac{4e^2}{\hbar}\left((C_M^{-1})_{21}\hat{n}_1 + (C_M^{-1})_{22}\hat{n}_2\right)$$

$$\hat{\varphi}_1 - \hat{\varphi}_2 = \frac{4e^2}{\hbar}\left((C_M^{-1})_{11}(\hat{n}_1-\hat{n}_2) - (C_M^{-1})_{21}(\hat{n}_1-\hat{n}_2)\right) =$$

т.к. $(C_M^{-1})_{11} = (C_M^{-1})_{22}$ и $(C_M^{-1})_{12} = (C_M^{-1})_{21}$

$$= \frac{4e^2}{\hbar}\left((C_M^{-1})_{11} - (C_M^{-1})_{21}\right)(\hat{n}_1-\hat{n}_2)$$

$$(C_M^{-1})_{11} - (C_M^{-1})_{21} = \frac{1}{C}\cdot\frac{1}{2\left(\alpha+\frac{C_{sh}}{C}\right)+1}$$

$$\hat{H}_{int} = 2e\frac{C_{sh}}{C}\frac{1}{2\left(\alpha+\frac{C_{sh}}{C}\right)+1}(\hat{n}_1-\hat{n}_2)\otimes\hat{V}_{sh}$$

$$\hat{V}_{sh} = V_{r0}\cdot a_{cap}, \quad V_{r0} = \omega_r\sqrt{2h}\,Z_r$$

← без черты

$$\hat{H}_{int} = 2eV_{r0}\beta_c(\hat{n}_1-\hat{n}_2)\otimes\hat{V}_{sh}$$

как в статье

$$\boxed{\beta_c = \frac{C_{sh}}{C_{Jf} + 2C_{J,\alpha} + 2C_{sh}}\cdot\frac{C_{2g}C_{43} - C_{42}C_{3g}\ \ \cancel{C_T \| C_B \| C_{23}}}{C_T C_B + C_T C_{23} + C_B C_{23}}}$$