

$$f_y(x) = \int_0^{\infty} x e^{-x(1+y)} dy$$

$$= x e^{-x} \int_0^{\infty} e^{-xy} dy$$

$$= x e^{-x} \left[-\frac{e^{-xy}}{x} \right]_0^{\infty}$$

$$= x e^{-x} \left[-\frac{0}{x} - -\frac{1}{x} \right]$$

$$= x e^{-x} \left[\frac{1}{x} \right]$$

$$\boxed{f_y(x) = e^{-x} \quad x > 0}$$

$$u = -xy$$

$$du = -x dy$$

$$\frac{du}{-x} = dy$$

Answer