Compte Rendu du TP1 en traitement numérique du signal et applications

Filière : RT4, INSAT

Responsable Cours/TD/TP : R. Amara Boujemâa

Ne pas hésiter à utiliser le help de matlab pour maitriser l'utilisation d'une fonction.
Tous les codes doivent être décrits dans le compte rendu (si nécessaire) et les résultats doivent être interprétés.
Prière de fournir un travail personnel.

1. **Moyenne statistique du signal** $d(n) = sin(nw_0 + \phi)$
Dans la première partie du TP, vous avez dû programmer la moyenne statistique du s.a $d(n) = sin(nw_0 + \phi)$ avec $\phi \sim U([0, 2\pi])$, à chaque instant d'échantillonnage n_0 par

$$\hat{m}_d(n_0) = \frac{1}{N_{rea}} \sum_{i=1}^{N_{rea}} d(n_0, w_i)$$

La même approche a été adoptée pour estimer la puissance moyenne instantannée

$$\hat{P}_d(n_0) = \frac{1}{N_{rea}} \sum_{i=1}^{N_{rea}} d^2(n_0, w_i)$$

Afficher sur le même graphe (avec différentes couleurs) $\hat{m}_d(n)$ et ses différents histogrammes pour$N_{rea} = 10, 100, 1000$. Comparer aux valeurs théoriques et interpréter
1'. **question au choix** Pour accéder à ces moyennes pour $N_{rea} = 10000$ et plus, proposer une optimisation du calcul de ces statistiques (on comparera les temps d'exécution).
Indication : on pourra penser à écrire une moyenne empirique d'une série de valeurs $x(i)$ donnée par

$$\hat{m}_k = \frac{1}{k} \sum_{i=1}^{k} x(i)$$

de façon récursive, auquel cas il faut penser à écrire $\hat{m}_{k+1}$ en fonction $\hat{m}_k$.
2. Modifier les tirages de la v.a selon $phi \sim U([0, \pi/4])$. Afficher la moyenne statistique et la puissance moyenne instantannée pour $N_{rea} = 1000$. Que remarquez-vous ? confronter le résultat aux valeurs théoriques.

3. **Moyenne statistique du bruit**
Une réalisation d'un bruit gaussien $v(n)$ étant généré sur $N = 10^4$ échantillons et

déclaré comme un vecteur d'échantillons de moyenne m_v et variance σ_v^2 par la ligne de commande $v = \sigma_v * randn(1, N) + m_v$. Pour $m_v = 0$ et $\sigma_v^2 = 0.1$ estimer de même la moyenne statistique et la puissance du bruit sur plusieurs réalisations et confronter le résultat aux valeurs théoriques.
Refaire la même chose pour $m_v = 1/3$ et $\sigma_v^2 = 0.01$.

4. **Autocorrélation de** $d(n)$
Durant la séance de TP, vous avez dû programmer les coefficients de la fonction d'autocorrélation $\hat{r}_d(k)$ $k = 0, \ldots, P-1$ pour $phi \sim U([0, 2\pi])$ par moyenne empirique mais en utilisant aussi la fonction *xcorr* de matlab. Confronter les valeurs de $\hat{r}_d(k)$ $k = 0, \ldots, P-1$ pour $P = 5$ et $P = 10$ calculées par les 2 procédures. Confronter les résultats aux valeurs théoriques qu'on doit obtenir. Interpréter.
5. Pour $v(n)$un bruit gaussien $\mathcal{N}(0, 0.01)$ et pour $P = 100$, afficher l'autocorrélation symétrique calculée à l'aide de *xcorr*. s'agit-il d'un bruit blanc ?confronter le résultat aux propriétés théoriques d'un bruit blanc.

6. **Ergodicité**
En se basant sur une seule réalisation du signal $d(n) = sin(nw_0 + \phi)$ avec $\phi \sim U([0, 2\pi])$, implémenter la moyenne d'échantillons

$$m_{ech}(n) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} d(i)$$

Afficher la moyenne d'échantillons pour $n = 1, \ldots, N$, Quel type de convergence observez-vous ? Décrire la courbe obtenue.
6'. L'erreur quadratique moyenne (EQM ou *MSE : Mean Square Error*) sur cette moyenne d'échantillons n'est que $E\{(m_{ech}(n) - 0)^2\}$. Visualiser une approximation de l'EQM par une moyenne d'échantillons notée $eqm(n)$ calculée aussi sur une seule réalisation du signal. Interpréter quant à la convergence de cette EQM.

7. **Pour un signal audio**
Onvrir un fichier audio (.wav ou MP3) et stocker les échantillons du signal dans un vecteur x, on récupèrera la fréquence d'échantillonnage du signal dans une variable Fs.
On décide de segmenter le signal en des trames de longueur $L_t = 1024$ et récupérer $N_t = 1000$ trames consécutives (choisir la trame n°1 dés le début du signal). Stocker le signal de longueur $N_t * L_t$ dans un vecteur *vec_sig* puis segmenter le signal correspondant en trames comme il a été spécifié. On pourra utiliser la commande *reshape*

et stocker les trames du signal dans les colonnes d'une matrice désigné par $Xmat$.
8. Sous l'hypothèse d'**ergodicité**, on se propose d'approximer la moyenne et puissance du signal sur chaque trame par moyennage temporel.
Afficher la moyenne et puissance des diffèrentes trames. Interpréter.
9. On veut comparer une segmentation du signal en des trames pour les 2 longueur de trames 1024 et 256. Prendre le même signal *vec_sig* (de même longueur), le segmenter cette fois-ci sur $L'_t = 256$ et engager de la même façon le calcul de la moyenne et puissance d'échantillons par trame.
Afficher la moyenne et la puissance des trames pour $L_t = 1024$ (en bleu) et $L'_t = 256$ (en rouge) sur 2 figures (on peut utiliser *subplot*).
Faire attention au fait que vous aurez 4 fois plus de trames pour $L'_t = 256$, ainsi, pour adéquation d'affichage, vous devez répéter le résultat de moyenne ou puissance, pour $L_t = 1024$, 4 fois pour une même trame (indication : utiliser la fonction *kron* pour le produit de kronecker, exemple
$>> kron([2 \quad 3], [1 \quad 1 \quad 1])$
$ans =$
2 2 2 3 3 3)
Interpréter vos résultats.
10. Afficher les histogrammes de la moyenne et la puissance pour les 2 valeurs de longueur des trames avec la commande *histogram* (faites le help de la fonction *histogram* et penser à normaliser les histogrammes pour avoir une interprétation adéquate). Que peut-on conclure ?
10. pour $L_t = 256$, engager le calcul de la TFD de chaque trame avec une FFT à 256 points et stocker les spectres obtenues dans les colonnes d'une matrice désignée par *spec_mat*. On rappelle que la TFD engagée sur une trame devra vous donner un spectre sous forme d'un vecteur de 256 coefficients fréquentiels. Quelles sont les composantes significatives de ce spectre qui indiquent les fréquences réellement contenues dans la signal ?Expliquer.
11. On décide ainsi de garder les 128 premières composantes de chaque vecteur de TFD, à quel vecteur de fréquences réelles correspond-il ? on le note $Freq$.
12. Faites un affichage du spectre d'amplitude en dB en prenant $20log_{10}$ du module des éléments de la matrice *spec_mat* en fonction du vecteur *temps* et $Freq$ (indiquer comment générer le vecteur *temps*). On pourra utiliser les fonctions *mesh* ou $surf$ pour affichage des valeurs dans la matrice *spec_mat* en 3D et la fonction *imagesc* pour affichage de la matrice en niveaux de couleur telle une image.
Identifiez comment s'appelle la grandeur que vous venez d'afficher. Décrire le spectre obtenu.