

# 统计因果推断及应用—2023 年秋季期末作业

以下作业截止日期：2023 年 11 月 30 日晚 22: 00

## 1 个人作业 (完成 10 题)

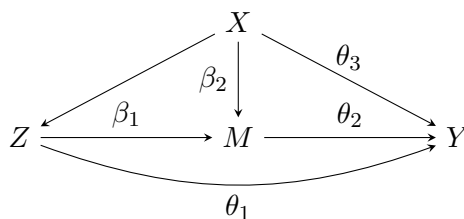
1. 叙述因果推断的三个层级。列举你的生活和研究中分别对应三个层级的例子。
2. 叙述 Simpson's paradox 的内容。列举你的生活和研究中可能存在以上悖论的例子。
3. 叙述可识别性的定义。
4. 叙述潜在结果模型中潜在结果的定义，个体因果作用和平均因果作用的定义。
5. 叙述可忽略性的定义和含义。
6. 证明在可忽略性假设下，控制组因果作用可识别。
7. 叙述倾向得分的定义和性质。
8. 叙述估计量的双稳健性质的含义。
9. 验证双稳健估计量的有效性。
10. 叙述平行趋势假设。
11. 叙述不依从问题。
12. 叙述死亡删失问题。
13. 假设  $X$  为随机化, 及  $Y_{Z=1, X=x} = Y_{Z=0, X=x} = Y_{X=x}$ , 试通过表 1 计算中  $ACE_{Z \rightarrow X}$ ,  $ACE_{X \rightarrow Y}$ , 及  $ACE_{Z \rightarrow Y}$ 。并叙述替代指标悖论。

主分层	人数	$X_{Z=0}$	$X_{Z=1}$	$Y_{X=0}$	$Y_{X=1}$	$Y_{Z=0}$	$Y_{Z=1}$
1	20	0	0	3	5	3	3
2	40	0	1	6	7	6	7
3	20	1	0	5	8	8	5
4	20	1	1	9	10	10	10

表 1: 100 位心律失常患者的总体

14. 叙述二值处理下的主分层框架。
15. 叙述倾向得分匹配的原理和估计思想。

16. 叙述  $\text{pr}(Y_0 = 0 \mid Z = 1, Y = 1)$  和  $\text{pr}(Y_1 = 1 \mid Z = 0, Y = 0)$  的因果含义。
17. 利用单调性假设，即  $Y_1 \geq Y_0$ ，说明  $\text{pr}(Y_0 = 0, Y_1 = 1)$  和  $\text{pr}(Y_1 = 1 \mid Z = 0, Y = 0)$  的识别性。
18. 叙述工具变量在单调性假设下的非参识别性。
19. 叙述工具变量线性模型下两阶段最小二乘估计。
20. 叙述工具变量线性模型下基于 control function 的估计方法。
21. 叙述工具变量两阶段最小二乘的有效性。
22. 叙述工具变量两阶段基于 control function 的有效性。
23. 叙述无效工具变量下的一些识别方法。
24. 叙述二值情形下基于阴性对照变量的非参数识别方法。
25. 叙述双重差分和合成控制法的异同。
26. 叙述平均自然直接作用和平均自然间接作用的定义。
27. 在下述线性模型下，按定义计算平均自然直接作用和平均自然间接作用。



$$E(M \mid Z, X) = \beta_0 + \beta_1 Z + \beta_2^T X + \beta_3^T ZX$$

$$E(Y \mid Z, M, X) = \theta_0 + \theta_1 Z + \theta_2 M + \theta_3^T X + \theta_4^T ZM$$

28. 证明题：对于二值中介变量  $M$ ，在  $X$  随机化，序贯可忽略性成立，及 cross-world independence 成立时，会有  $\text{NIE} = \tau_{X \rightarrow M} \tau_{M \rightarrow Y}(1)$ ，其中

$$\tau_{X \rightarrow M} = \text{pr}(M = 1 \mid X = 1) - \text{pr}(M = 1 \mid X = 0).$$

$$\tau_{M \rightarrow Y}(x) = \mathbb{E}(Y \mid X = x, M = 1) - \mathbb{E}(Y \mid X = x, M = 0).$$

29. 利用定义计算下表中个体 3 的总作用、自然直接作用和自然间接作用。

$i$	$Z$	$M$	$Y$	$M_0$	$M_1$	$Y(0,0)$	$Y(0,1)$	$Y(1,0)$	$Y(1,1)$
1	1	1	25	0	1	18	18	20	25
2	1	0	40	1	0	45	43	40	48
3	0	1	40	1	0	34	40	41	38
4	0	0	30	0	0	30	20	23	25
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

30. 给定 STUVA，一致性和可忽略性，利用倾向得分估计、回归估计、双稳健估计、和一些机

器学习的方法完成平均因果作用的估计，包括数据生成和估计。

31. 我们关心某个二值处理变量  $X$  对结果变量  $Y$  的因果作用。给定 STUVA，一致性和可忽略性，及完全观察的协变量  $V$ ，一个参数倾向得分

$$\pi(V; \alpha) = \text{pr}(X = 1 \mid V; \alpha)$$

和一个参数化结果回归

$$m(V; \beta) = \mathbb{E}(Y \mid X = 1, V; \beta)$$

这里  $\hat{E}$  表示经验均值算子。我们可以用以下三种方法估计潜在结果均值  $\mu = \mathbb{E}(Y_1)$ ：

- IPW:

$$\begin{aligned} \hat{E} \left[ \left\{ \frac{X}{\pi(V; \hat{\alpha})} - 1 \right\} \cdot g(V) \right] &= 0 \\ \hat{E} \left\{ \frac{XY}{\pi(V; \hat{\alpha})} - \hat{\mu}_{\text{ipw}} \right\} &= 0, \end{aligned}$$

- REG:

$$\begin{aligned} \hat{E} \left[ X \{Y - m(V; \hat{\beta})\} \cdot h(V) \right] &= 0 \\ \hat{E} \left\{ m(V; \hat{\beta}) - \hat{\mu}_{\text{reg}} \right\} &= 0, \end{aligned}$$

- DR:

$$\begin{aligned} \hat{E} \left[ \left\{ \frac{X}{\pi(V; \hat{\alpha})} - 1 \right\} \cdot g(V) \right] &= 0 \\ \hat{E} [X \{Y - m(V; \hat{\beta})\} \cdot h(V)] &= 0 \\ \hat{E} \left[ \frac{XY}{\pi(V; \hat{\alpha})} + \left\{ 1 - \frac{X}{\pi(V; \hat{\alpha})} \right\} m(V; \hat{\beta}) - \hat{\mu}_{\text{dr}} \right] &= 0. \end{aligned}$$

作业如下：

- 设计一个模拟试验完成上面三种估计方法，包括数据生成和估计。（参考广义矩估计思想）
- 给定工作模型正确，一些正则性条件，证明所得到的估计量具有相合性和渐进正态性。（参考广义矩估计思想）
- 计算它们的渐进方差，并解释它们如何受到  $g$  和  $h$  的选择影响。

作业提交助教邮箱：smengchen@163.com；抄送：shan3\_luo@163.com