

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (ලසස් පෙළ) විභාගය - 2020 (නව නිර්මැකය)

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination – 2020 (New Syllabus)

සංයෝග ගණිතය I / පැය තුනයි - අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 දි

Combined Mathematics I / Three hours - Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම කාලය ප්‍රශන පත්‍රය කියවා ප්‍රශන මෙයුරා ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිඛිමේදී ප්‍රමුඛක්ෂය දෙන ප්‍රශන සංඝිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

ପ୍ରଦେଶ :

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්වීත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 01 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
 - A කොටස:
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා මධ්‍යින් පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩවි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩ්දාසි හාවිත කළ හැකි ය.
 - B කොටස:
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. මධ්‍යින් පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩ්දාසිවල ලියන්න.
 - තියෙන්ත කාලය අවසන් තුළ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග යාලාධිපතිව භාර දෙන්න.
 - ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග යාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

A ගොටස

01. ගණික අභ්‍යන්තර තුළදරුමය සාධිතයෙන, සියලු n $\in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n (4r + 1) = n(2n + 3)$ බව සාධනය කරන්න.

02. එක ම රුප සටහනක $y = 3|x - 1|$ හා $y = |x| + 3$ හි ප්‍රස්ථාරවල දෙ සටහන් අදිත්තා.

ලේ තහින් හෝ අන් අපුරකින් හෝ, $3|2x - 1| > 2|x| + 3$ අසමානතාව සපුරාලන යි. සියලු ම තාත්ත්වික අගයන් සොයන්න.

03. එක ම ආගන්ධි සටහනක,

(i) $\operatorname{Arg}(z + 1 - 3i) = -\frac{\pi}{4}$ හා

(ii) $|z - 2| = \sqrt{2}$

සපුරාලන ය z සංකීරණ සංඛ්‍යා නිරූපණය කරන ලක්ෂ්‍යවල පරියන්හි දළ සටහන් අදින්න.

ඊ නයින්, මෙම පරියන්හි ගේ ලක්ෂ්‍ය මයින් නිරූපණය කරනු ලබන සංකීරණ සංඛ්‍යා ලියා දක්වන්න.

04. $n \in \mathbb{Z}^+$ යැයි ගනිමු. x හි ආරෝහණ බලවලින් $(1+x)^n$ හි ද්‍රිපද ප්‍රසාරණය ලියා දක්වන්න.

ඉහත ප්‍රසාරණයේ අනුයාත පද දෙකක සංගුණක සමාන නම්, n මත්සේ වන බව පෙන්වන්න.

05. $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{(\sqrt{3x} - \sqrt{\pi})} = \frac{2\sqrt{\pi}}{3}$ බව පෙන්වන්න.

06. $y = \frac{e^x}{1 + e^x}$, $x = 0$, $x = \ln 3$ හා $y = 0$ වනු මගින් ආවාක වන පෙදෙස x - අක්ෂය වටා රේඛියන 2π වලින් භුමණය කරනු ලැබේ.
මෙලෙස රනනය වන සහ වශ්‍යාච්‍රී පරිමාව $\frac{\pi}{4}(4\ln 2 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

07. $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ ඉලිප්සයට එය මත $P \equiv (5 \cos \theta, 3 \sin \theta)$ ලක්ෂණයේ දී වූ අහිලම්බ රේඛාවෙහි සමිකරණය $5 \sin \theta x - 3 \cos \theta y = 16 \sin \theta \cos \theta$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත ඉලිප්සයට එය මත $\left(\frac{5}{2}, \frac{3\sqrt{3}}{2}\right)$ ලක්ෂණයේ දී ඇද අහිලම්බ රේඛාවේ y - අන්තාබැණ්ඩය සොයන්න.

08. $m \in \mathbb{R}$ හා l යනු $A \equiv (1,2)$ ලක්ෂණය හරහා යන අනුකූලණය m වූ සරල රේඛාව යැයි ගනීමු.

l හි සම්කරණය m ඇපුරෙන් ලියා දක්වන්න.

$B \equiv (2,3)$ ලක්ෂණයේ සිට l රේඛාවට ඇති ලම්බ දුර ඒකක $\frac{1}{\sqrt{5}}$ බව දී ඇත.
 m හි අයයන් සොයන්න.

09. කේත්දය $(-2,0)$ ලක්ෂණයෙහි තිබෙන හා $(-1, \sqrt{3})$ ලක්ෂණය හරහා යන S වෘත්තයේ සම්කරණය සොයන්න. $A \equiv (1, -1)$ ලක්ෂණයේ සිට S වෘත්තයට ඇදි ස්ථාපිත ස්ථානයේ සම්කරණය ලියා දක්වන්න.
ඊ නෙහින්, A සිට S ට ඇදි ස්ථාපිත ස්ථානයේහි ස්ථානය ලක්ෂණවල x - බණ්ඩාංක $5x^2 + 8x + 2 = 0$ සම්කරණය තෑප්ත කරන බව පෙන්වන්න.

10. $n \in \mathbb{Z}$ සඳහා $\theta \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$ යැයි ගනිමු.

$\cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1$ සර්වසාමාය හාටිකයෙන්, $\sec^2 \theta = 1 + \tan^2 \theta$ බව පෙන්වන්න.

$\sec \theta + \tan \theta = \frac{4}{3}$ බව දී ඇත. $\sec \theta - \tan \theta = \frac{3}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

කේ තහින්, $\cos \theta = \frac{24}{25}$ බව පෙන්වන්න.



B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $f(x) = x^2 + px + c$ හා $g(x) = 2x^2 + qx + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $p, q \in \mathbb{R}$ හා $c > 0$ වේ. $f(x) = 0$ හා $g(x) = 0$ සඳහා α පොදු මූලයක් ඇති බව දී ඇත. $\alpha = p - q$ බව පෙන්වන්න.

p හා q ඇපුරෙන් c සොයා,

(i) $p > 0$ නම් $p < q < 2p$ බව,

(ii) $f(x) = 0$ හි විවේචනය $(3p - 2q)^2$ බව

අප්පහය කරන්න.

β හා γ යනු පිළිවෙළින් $f(x) = 0$ හි හා $g(x) = 0$ හි අනික් මූල යැයි ගනිමු. $\beta = 2\gamma$ බව පෙන්වන්න.

තවද β හා γ මූල වන වර්ගජ සමිකරණය $2x^2 + 3(2p - q)x + (2p - q)^2 = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

- (b) $h(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a, b, c \in \mathbb{R}$ වේ. $x^2 - 1$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් බව දී ඇත. $b = -1$ බව පෙන්වන්න.

$h(x)$ යන්න $x^2 - 2x$ මගින් බෙදු විට සෙෂය $5x + k$ බව දී ඇත; මෙහි $k \in \mathbb{R}$ වේ. k හි අයය සොයා $h(x)$ යන්න $(x - \lambda)^2(x - \mu)$ ආකාරයෙන් එවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ වේ.

12. (a) පියානේ වාදකයින් පස්දෙනකු, හිටාර් වාදකයින් පස්දෙනකු, ගායිකාවන් තුන්දෙනකු හා ගායකයින් හත්දෙනකු අතුරෙන් තරියටම පියානේ වාදකයින් දෙදෙනකු ද අඩු කරමින් හිටාර් වාදකයින් හතරදෙනකු ද ඇතුළත් වන පරිදි සාමාජිකයන් එකොලොජිදෙනකුගෙන් සමන්විත සංඝිත කණ්ඩායුමක් තෝරා ගැනීමට අවශ්‍යව ඇත. තෝරා ගත හැකි එවැනි වෙනස් සංඝිත කණ්ඩායුම් ගණන සොයන්න.

මෙවා අතුරෙන් තරියටම ගායිකාවන් දෙදෙනකු සිටින සංඝිත කණ්ඩායුම් ගණන ද සොයන්න.

$$(b) r \in \mathbb{Z}^+ සඳහා U_r = \frac{3r-2}{r(r+1)(r+2)} හා V_r = \frac{A}{r+1} - \frac{B}{r} යැයි ගනිමු; මෙහි A, B \in \mathbb{R} වේ.$$

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $U_r = V_r - V_{r+1}$ වන පරිදි A හා B හි අයයන් සොයන්න.

$$\text{ඒ තයින්, } n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } \sum_{r=1}^n U_r = \frac{n^2}{(n+1)(n+2)} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} U_r, \text{ අපරිමිත ජ්‍යෙෂ්ඨ අභිසාරී බව පෙන්වා එහි එක්කය සොයන්න.}$$

$$\text{දැන්, } r \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } W_r = U_{r+1} - 2U_r \text{ යැයි ගනිමු. } \sum_{r=1}^{\infty} W_r = U_{n+1} - U_1 - \sum_{r=1}^n U_r \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} W_r, \text{ අපරිමිත ජ්‍යෙෂ්ඨ අභිසාරී බව අප්පහය කර එහි එක්කය සොයන්න.}$$

13. (a) $A = \begin{pmatrix} a+1 & 0 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ හා $C = \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$A^T B - I = C$ බව පෙන්වන්න; මෙහි I යනු ගණය 2 වන එකක න්‍යාසය වේ.

C^{-1} පවතින්නේ $a \neq 0$ ම නම් පමණක් බව ද පෙන්වන්න.

දැන්, $a = 1$ යැයි ගනිමු. C^{-1} එවා දක්වන්න.

$CPC = 2I + C$ වන පරිදි P න්‍යාසය සොයන්න.

(b) $z, w \in \mathbb{C}$ යැයි ගනීමු. $|z|^2 = z\bar{z}$ බව පෙන්වා, එය $z - w$ ට යෙදීමෙන්

$$|z - w|^2 = |z|^2 - 2\operatorname{Re} z\bar{w} + |w|^2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$|1 - z\bar{w}|^2 \text{ සඳහා } \text{ ද } \text{ එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලියා දක්වා, } |z - w|^2 - |1 - z\bar{w}|^2 = -(1 - |z|^2)(1 - |w|^2) \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$|w| = 1 \text{ හා } z \neq w \text{ නම් } \left| \frac{z - w}{1 - z\bar{w}} \right| = 1 \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

(c) $1 + \sqrt{3}i$ යන්න $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r > 0$ හා $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ චේ.

$$(1 + \sqrt{3}i)^m (1 - \sqrt{3}i)^n = 2^8 \text{ බව } \text{ දී } \text{ ඇත; } \text{ මෙහි } m \text{ හා } n \text{ ධන නිඩිල වේ.}$$

ද මුවාවර් ප්‍රමේයය යෙදීමෙන්, m හා n හි අගයන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලබා ගන්න.

14. (a) $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \frac{x(2x-3)}{(x-3)^2}$ යැයි ගනීමු.

$$f(x) \text{ හි } \text{ව්‍යුත්පන්නය, } f'(x) \text{ යන්න } x \neq 3 \text{ සඳහා } f'(x) = \frac{9(1-x)}{(x-3)^3} \text{ මෙහි } \text{ දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ තයින්, $f(x)$ වැඩි වන ප්‍රාන්තරය හා $f(x)$ අසු වන ප්‍රාන්තර සොයන්න.

$f(x)$ හි හැරුම් ලක්ෂණයේ බණ්ඩාංක ද සොයන්න.

$$x \neq 3 \text{ සඳහා } f''(x) = \frac{18x}{(x-3)^4} \text{ බව } \text{ දී } \text{ ඇත.}$$

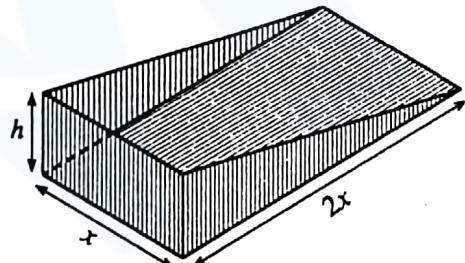
$y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නාතිවර්තන ලක්ෂණයේ බණ්ඩාංක සොයන්න.

ස්ථරයෙන්මුව, හැරුම් ලක්ෂණය හා නාතිවර්තන ලක්ෂණය දක්වමින් $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අදින්න.

(b) යාබද රුපයෙන් දුව්ලි එකතු කරනයක මිට රහිත කොටස දක්වේ.

සෙන්ටිමිටරවලින් එහි මාන රුපයේ දක්වේ. එහි පරිමාව $x^2 h \text{ cm}^3$ යන්න 4500 cm^3 බව දී ඇත.

එහි පෘෂ්ඨ වර්ගාකය $S \text{ cm}^2$ යන්න $S = 2x^2 + 3xh$ මෙහි දෙනු ලැබේ. S අවම වන්නේ $x = 15$ වන විට බව පෙන්වන්න.



15. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $x^3 + 13x - 16 = A(x^2 + 9)(x + 1) + B(x^2 + 9) + 2(x + 1)^2$

වන පරිදි A හා B නියත පවතින බව දී ඇත.

A හා B හි අගයන් සොයන්න.

$$\text{ඒ තයින්, } \frac{x^3 + 13x - 16}{(x+1)^2(x^2+9)} \text{ යන්න සින්න භාගවලින් ලියා දක්වා,}$$

$$\int \frac{x^3 + 13x - 16}{(x+1)^2(x^2+9)} dx \text{ සොයන්න.}$$

$$(b) \text{ කොටස වශයෙන් අනුකූලනය හාවිතයෙන්, } \int_0^1 e^x \sin^2 \pi x dx \text{ අගයන්න.}$$

$$(c) a \text{ නියතයක් වන } \int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx \text{ සූත්‍රය හාවිතයෙන්.$$

$$\int_0^{\pi} x \cos^6 x \sin^3 x dx = \frac{\pi}{2} \int_0^{\pi} \cos^6 x \sin^3 x dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\text{ඒ තයින්, } \int_0^{\pi} x \cos^6 x \sin^3 x dx = \frac{2\pi}{63} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

16. $A \equiv (1, 2)$ හා $B \equiv (3, 3)$ යැයි ගනිමු.

A හා B ලක්ෂා හරහා යන l සරල රේඛාවේ සමීකරණය සොයන්න.

එක එකක් l සමග $\frac{\pi}{4}$ ක සූල් කෝණයක් සාදුමින් A හරහා යන l_1 හා l_2 සරල රේඛාවල සමීකරණ සොයන්න.

l මත ඕනෑම ලක්ෂායක බණ්ඩාංක $(1 + 2t, 2 + t)$ ආකාරයෙන් ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $t \in \mathbb{R}$ වේ.

l_1 හා l_2 යන දෙකම ස්පර්ශ කරන හා කේත්දුය l මත වූ මුළුමතින්ම පළමුවන වෘත්ත පාදකයේ පිහිටන අරය $\frac{\sqrt{10}}{2}$ වන, C_1 වෘත්තයේ සමීකරණය $x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{31}{2} = 0$ බව ද පෙන්වන්න.

විෂකම්හයක අන්ත A හා B වූ C_2 වෘත්තයේ සමීකරණය ලියා දක්වන්න.

C_1 හා C_2 වෘත්ත ප්‍රාලිඥව ජේදනය වේ දැයි නිර්ණය කරන්න.

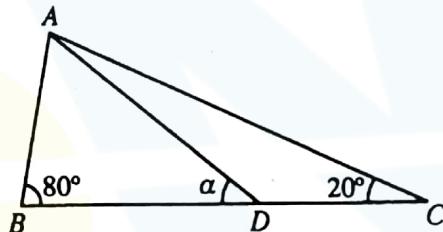
17. (a) $\sin A, \cos A, \sin B$ හා $\cos B$ ඇසුරෙන් $\sin(A - B)$ ලියා දක්වන්න.

$$(i) \sin(90^\circ - \theta) = \cos \theta, \text{ හා}$$

$$(ii) 2 \sin 10^\circ = \cos 20^\circ - \sqrt{3} \sin 20^\circ$$

බව අපෝහනය කරන්න.

- (b) සුපුරුදු අංකනයෙන්, ABC ත්‍රිකෝණයක් සඳහා සයින් නීතිය ප්‍රකාශ කරන්න.



රුපයේ දක්වා ඇති ABC ත්‍රිකෝණයේ $\hat{A}BC = 80^\circ$ හා $\hat{ACB} = 20^\circ$ වේ. D ලක්ෂාය BC මත පිහිටා ඇත්තේ $AB = DC$ වන පරිදි ය. $\hat{ADB} = \alpha$ යැයි ගනිමු.

සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය හාවිතයෙන්, $\sin 80^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = \sin 20^\circ \sin \alpha$ බව පෙන්වන්න.

$\sin 80^\circ = \cos 10^\circ$ වන්නේ ඇයිදිය පැහැදිලි කර, ඒ නයින්, $\tan \alpha = \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - 2 \sin 10^\circ}$ බව පෙන්වන්න.

ඉහත (a)(ii) හි ප්‍රතිඵලය හාවිතයෙන් $\alpha = 30^\circ$ බව අපෝහනය කරන්න.

$$(c) \tan^{-1}(\cos^2 x) + \tan^{-1}(\sin x) = \frac{\pi}{4} \text{ සමීකරණය විසඳුන්න.}$$

අධ්‍යයන පොදු සහතික පත්‍ර (උසස් පෙළ) විභාගය - 2020 (නව නිර්දේශය)

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination – 2020 (New Syllabus)

සංයුත්ත ගණිතය II - පැය තුනයි - අමතර කියවීම් කාලය - මිනිත්තු 10 පි

Combined Mathematics II - Three hours - Additional Reading Time - 10 minutes

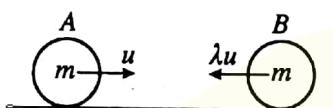
අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය නියවා ප්‍රශ්න කොට්ඨ ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවිමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගත්තා.

චෝද්‍ය :

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 01 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- A කොටස:
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩිහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩායි හාවිත කළ හැකි ය.
- B කොටස:
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩායිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උචින් සිටින පරිදි කොටස දෙක අමුණා විභාග ගාලාධිපතිවරු දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ගාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ඉ මගින් ගුරුත්වන ත්වරණය දැක්වෙයි.

A කොටස

01. එක එකෙහි සකන්දරය m වූ A හා B අංශ දෙකක් සුම්මත තිරස් ගෙවීමක් මත එකම සරල රේඛාවේ එහෙත් ප්‍රතිවිරැදි දිගාවලට වෙළුනය වෙමින් සරල ලෙස ගැටෙ. ගැටුමට මොහොතුකට පෙර A හා B හි ප්‍රවේග පිළිවෙළින් ඉ හා එය වේ. A හා B අතර



ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහකය $\frac{1}{2}$ වේ. ගැටුමට මොහොතුකට පසු A හි ප්‍රවේගය සොයා $\lambda > \frac{1}{3}$ නම්, A හි වලින දිගාව ප්‍රතිවිරැදි වන බව පෙන්වන්න.

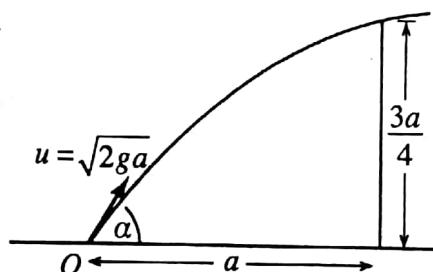
02. අංශවක් තිරස් ගෙවීමක් මත වූ O ලක්ෂණයක සිට $u = \sqrt{2ga}$ ආරම්භක

ප්‍රවේගයකින් හා තිරසට α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) කොළයකින් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ.

අංශව, O සිට a තිරස් දුරකින් පිහිටි උස $\frac{3a}{4}$ වූ සිරස් බිත්තියකට යාන්තම් ඉහළින් යයි.

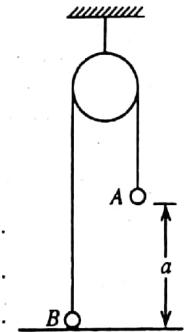
$\sec^2 \alpha - 4 \tan \alpha + 3 = 0$ බව පෙන්වන්න.

ඒ නයින්, $\alpha = \tan^{-1}(2)$ බව පෙන්වන්න.



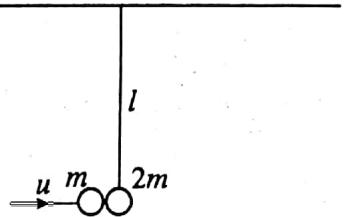
03. එක එකෙහි ස්කන්ධය m වූ A හා B අංශ දෙකක්, අවල සුමත කප්පියක් මතින් යන පැහැල්පු අවිතනා තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇදා, රුපයේ දක්වෙන පරිදි A අංශව තිරස් ගෙවීමක සිට a උසකින් ඇතිවද B අංශව ගෙවීම ස්ථරය කරමින් ද සමතුලිතකාවයේ පිහිටා ඇත. දන්, A අංශවට සිරස්ව පහළට $m u$ ආවේගයක් දෙනු ලැබේ. ආවේගයෙන් මොහොතකට පසු A අංශවේ ප්‍රවේශය සොයන්න.

A ව ගෙවීම වෙත ලාඟ වීමට ගතවන කාලය එයා දක්වන්න.



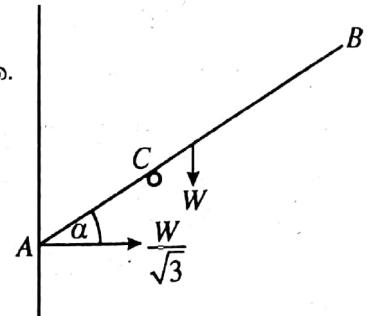
04. ස්කන්ධය 1500 kg වූ කාරයක්, විශාලත්වය 500 N වූ තියත ප්‍රතිරෝධයකට එරෙහිව සුජ් තිරස් මාර්ගයක ධාවනය වේ. කාරයේ එන්ඩ්ම 50 kW ජවයකින් ක්‍රියාකරමින් කාරය 25 m s^{-1} වේගයෙන් ධාවනය වන රිට එහි ක්වරණය සොයන්න. මෙම මොහොතේ දී කාරයේ එන්ඩ්ම ක්‍රියා විරහිත කරනු ලැබේ. එන්ඩ්ම ක්‍රියා විරහිත කළ මොහොතේ සිට තත්පර 50 කට පසු කාරයේ වේගය සොයන්න.

05. දිග l වන සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවක් මගින් තිරස් සිවේලීමක තිදහසේ එල්ලා ඇති ස්කන්ධය $2m$ වූ P අංශුවක් සම්බුද්ධතාවයේ පවතී. n ප්‍රවේශයෙන් තිරස් දිගාවකින් වලනය වන ස්කන්ධය m වූ තවත් අංශුවක්, P අංශුව සමග ගැටී එයට හා වේ. ගැලුමට පසුව ද තන්තුව තදව පවතින අතර සංයුත්ත අංශුව සිවේලීමට යාන්ත්‍රින් ලැයා වේ. $n = \sqrt{18gl}$ බව පෙන්වන්න.



06. $\alpha > 0$ හා සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අවල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂණ දෙකක පිහිටුම් දෙයින පිළිවෙළින් $i + \alpha j$ හා $\alpha i - 2j$ යැයි ගනිමු. C යනු $AC : CB = 1 : 2$ වන පරිදි AB මත වූ ලක්ෂණය යැයි ද ගනිමු. AB ට OC ලමින යැයි ද ඇත. α හි අගය සොයන්න.

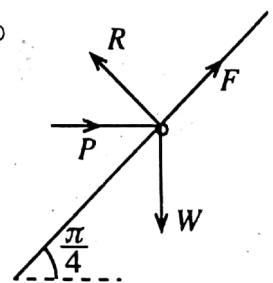
07. දිග $2a$ හා බර W වූ ACB ඒකාකාර ද්‍රේවයේ දක්වා ඇති පරිදි A කෙළවර සුමට සිරස බිත්තියකට එරහි ව C හි තබා ඇති සුමට තාදුනක් මගින් සමතුලිතකාවේ තබා ඇත. A හි දී බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතිශ්‍රියාව $\frac{W}{\sqrt{3}}$ බව දී ඇත. ද්‍රේව තිරස සමග සාදනා α කෝණය $\frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.
- $$AC = \frac{3}{4}a$$
- $AC = \frac{3}{4}a$ බව දී පෙන්වන්න.



08. බර W වූ තුවා පබඳවක් තිරසට $\frac{\pi}{4}$ කෝණයකින් ආනන අවල, රු, සැපු කමිතියකට අමුණා ඇත. රුපයේ දක්වෙන පරිදි විශාලත්වය P වූ තිරස බලයක් මගින් පබඳව සමතුලිතව තබා ඇත. පබඳව හා කමිතිය අතර සර්ථක සංගුණකය $\frac{1}{2}$ වේ.

පබඳව මත සර්ථක බලය F හා අහිලම්බ ප්‍රතිශ්‍රියාව R තිරණය කිරීම සඳහා ප්‍රමාණවත් සම්කරණ P හා W ඇසුරෙන් ලබා ගන්න.

$$\frac{F}{R} = \frac{W - P}{W + P} \quad \text{බව දී ඇත.} \quad \frac{W}{3} \leq P \leq 3W \quad \text{බව පෙන්වන්න.}$$



-
.....
.....
.....
.....
09. A හා B යනු ගැනීමේ අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගතිමූ. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(B | A) = \frac{1}{4}$ හා $P(A \cup B) = \frac{4}{5}$ බව ඇත. $P(B)$ සෞයන්න.

A හා B සිද්ධි ස්වායන්ක නොවන බව පෙන්වන්න.

.....
.....
.....
.....
.....

10. එක එකක් 10 ට අඩු හෝ සමාන දෙන නිවිලමය නිරික්ෂණ 5 ක කුලකයක මධ්‍යන්යය, මධ්‍යස්ථිරය හා මාත්‍ය යන එක එකක් 6 ට සමාන වේ. නිරික්ෂණවල පරාසය 9 වේ. මෙම නිරික්ෂණ පහ සෞයන්න.
-
.....
.....
.....
.....

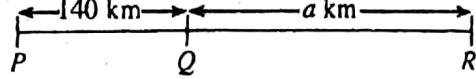


B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිබඳ සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි ගුරුත්වා ත්වරණය දක්වයි.)

11. (a) රුපයෙහි පෙන්වා ඇති පරිදි P , Q හා R දුම්රිය ස්ථාන තුනක් $PQ = 140 \text{ km}$

හා $QR = a \text{ km}$ වන පරිදි සරල රේඛාවක පිහිටා ඇත. කාලය $t = 0$ දී A 

දුම්රියක් P හි දී නිශ්චිතකාවයෙන් ආරම්භ කර Q දෙසට $f \text{ km h}^{-1}$ නියත ත්වරණයෙන් පැය හාගයක් ගමන් කර කාලය $t = \frac{1}{2} \text{ h}$ හි දී එයට තිබූ ප්‍රවේශය පැය තුනක කාලයක් පවත්වාගෙන යයි. ඉන්පසු එය $f \text{ km h}^{-1}$ නියත මත්දනයෙන් ගමන් කර Q හි දී නිශ්චිතකාවට පැමිණෙයි. කාලය $t = 1 \text{ h}$ හි දී තවත් B දුම්රියක් R හි දී නිශ්චිතකාවයෙන් ආරම්භ කර Q දෙසට පැය T කාලයක් $2f \text{ km h}^{-1}$ නියත ත්වරණයෙන් ද ඉන්පසු $f \text{ km h}^{-1}$ නියත මත්දනයෙන් ද ගමන් කර Q හි දී නිශ්චිතකාවයට පැමිණෙයි. දුම්රිය දෙක ම එක ම මොහොතේ දී නිශ්චිතකාවට පැමිණේ. එක ම රුපසටහනක A හා B හි විශිෂ්ට සඳහා ප්‍රවේශ-කාල ප්‍රස්ථාරවල දළ සටහන් අදින්න.

ඊ තයින් හෝ අන් අපුරුතින් හෝ, $f = 80$ බව පෙන්වා, T හි හා a හි අගයන් සොයන්න.

- (b) නැවක් පොලොවට සාපේක්ෂව පොලොවට පොලොවට සාපේක්ෂව $\frac{\pi}{2}$ ක ඒකාකාර වේගයෙන් බෙවිටුවක් පොලොවට සාපේක්ෂව $\frac{\pi}{2}$ ක ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛා පෙනක යාත්‍රා කරයි. එක්තරා මොහොතාක දී, බෙවිටුවෙන් d දුරකින් උතුරෙන් නැගෙනහිරට $\frac{\pi}{3}$ ක කෝණයකින් නැව පිහිටයි.

(i) බෙවිටුව පොලොවට සාපේක්ෂව $\frac{\pi}{2}$ ක ඒක්ණයක් සාදන දිගාවට යාත්‍රා කරයි නම් බෙවිටුවට

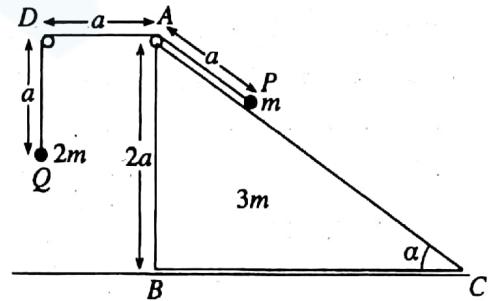
නැව අල්ලාගත නැති බව පෙන්වා, එයට නැව අල්ලා ගැනීමට ගතවන කාලය $\frac{2d}{\sqrt{3}u}$ බව පෙන්වන්න.

(ii) බෙවිටුව පොලොවට සාපේක්ෂව $\frac{\pi}{2}$ ක ඒක්ණයක් සාදන දිගාවට යාත්‍රා කරයි නම්

නැවට සාපේක්ෂව බෙවිටුවේ වේගය $\frac{\sqrt{7}u}{2}$ බව පෙන්වා, නැව සහ බෙවිටුව අතර කෙටිම දුර $\frac{d}{2\sqrt{7}}$ බව පෙන්වන්න.

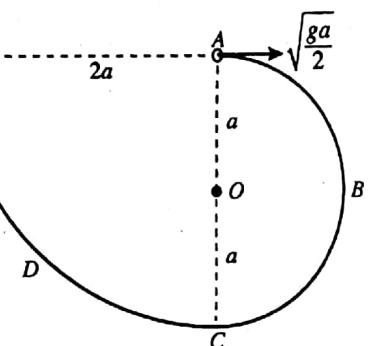
12. (a) රුපයෙහි ABC ත්‍රිකෝණය, $\hat{A}C\hat{B} = \alpha$, $\hat{A}\hat{B}C = \frac{\pi}{2}$ හා $AB = 2a$ මූ

BC අඩංගු මුහුණක සුමට තිරස් ගෙවීමක් මත තබන ලද ස්කන්ධය 3m වන සුමට ඒකාකාර කුණ්කුයක ගුරුත්ව කෙන්දුය තුළින් වූ සිරස් හරස්කඩ වේ. AC රේඛාව, එය අඩංගු මුහුණතෙහි උපරිම බැවුම් රේඛාවක වේ. D ලක්ෂාය, AD තිරස් වන පරිදි ABC තළයෙහි වූ අවල ලක්ෂායකි. A හා D හි සවිකර ඇති සුමට කුඩා කජපි දෙකක් මතින් යන දිග $3a$ මූ සහැල්පු අවිතනා තන්තුවක දෙකෙකුවරට පිළිවෙළින් ස්කන්ධය m හා $2m$ මූ P හා Q අංශ දෙක ඇදා ඇත.



රුපයේ දක්වෙන පරිදි $ABCDE$ සුමට තුනී කම්බියක් සිරස් තළයක සම් කර ඇත. E නැවට පොලොවට පොලොවට සාපේක්ෂව a මූ අරය a මූ අරඹ වෘත්තයක් වන අතර CDE කොටස කෙන්දුය A හා අරය $2a$ මූ වෘත්තයකින් හතුරෙන් කොටසකි. A හා C ලක්ෂාය O හරහා යන සිරස් රේඛාවේ පිහිටා අතර, AE රේඛාව තිරස් වේ. ස්කන්ධය m මූ කුඩා සුමට P පැඕවක් A හි තබා තිරස්ව $\frac{\sqrt{ga}}{2}$ ප්‍රවේශයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ විළිනය ආරම්භ කරයි.

- (b) රුපයේ දක්වෙන පරිදි $ABCDE$ සුමට තුනී කම්බියක් සිරස් තළයක සම් කර ඇත. E නැවට ABC කොටස O කෙන්දුය හා අරය a මූ අරඹ වෘත්තයක් වන අතර CDE කොටස කෙන්දුය A හා අරය $2a$ මූ වෘත්තයකින් හතුරෙන් කොටසකි. A හා C ලක්ෂාය O හරහා යන සිරස් රේඛාවේ පිහිටා අතර, AE රේඛාව තිරස් වේ. ස්කන්ධය m මූ කුඩා සුමට P පැඕවක් A හි තබා තිරස්ව $\frac{\sqrt{ga}}{2}$ ප්‍රවේශයක් දෙනු ලබන අතර එය කම්බිය දිගේ විළිනය ආරම්භ කරයි.



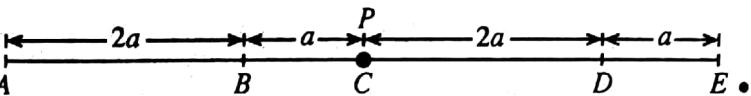
\vec{OA} සහ θ ($0 \leq \theta \leq \pi$) නෙකුත් යෝගී පිටුව \vec{OP} හා එය විට P පබාවේ ම වේගය, $v^2 = \frac{ga}{2} (5 - 4 \cos \theta)$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ඉහත පිහිටිමේ දී කම්බිය මගින් P පබාව මත ඇති කරන ප්‍රතික්ෂියාව සොයා, P පබාව $\theta = \cos^{-1}\left(\frac{5}{6}\right)$ වූ ලක්ෂණය පසු කරන විට එය එහි දිගාව වෙනස් කරන බව පෙන්වන්න.

P පබාව E හි දී කම්බියෙන් ඉවත් විමට මොහොතුකකට පෙර එහි ප්‍රවේගය ලියා දක්වා එම මොහොත් දී කම්බිය මගින් P පබාව මත ඇති කරන ප්‍රතික්ෂියාව සොයන්න.

13. රුපයේ දක්වෙන උරදී $AB = 2a$, $BC = a$, $CD = 2a$ හා

$DE = a$ වන පරිදි සුමට තිරස මේසයක් මත A, B, C, D, E .



D හා E ලක්ෂණ මත පිළිවෙළින් සරල රේඛාවක් මත පිහිටා ඇත. ස්වභාවික දිග 2a හා ප්‍රත්‍යාස්ථාපිත මාපාංකය $k mg$ වන සැහැල්පු ප්‍රත්‍යාස්ථාපිත තත්ත්වක එක් කෙළවරක් A ලක්ෂණයට ඇදා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධිය m වන P අංශුවකට ඇදා ඇති. ස්වභාවික දිග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථාපිත මාපාංකය mg වන තවත් සැහැල්පු ප්‍රත්‍යාස්ථාපිත තත්ත්වක එක් කෙළවරක් E ලක්ෂණයට ඇදා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර P අංශුවට ඇදා ඇති.

P අංශුව C හි අංශුව තබා මුදා හැල විට, එය සම්බුද්ධතාවේ පවතී. k හි අගය සොයන්න.

දැන්, P අංශුව D ලක්ෂණයට ලැබා වන තෙක් AP තත්ත්වා ඇදා නිශ්චිතතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ.

D සිට B දක්වා P හි විළින් සම්කරණය $\ddot{x} + \frac{3g}{a}x = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $CP = x$ වේ.

$\dot{x}^2 = \frac{3g}{a}(c^2 - x^2)$ සුළුය හාවිතයෙන් P අංශුව B ට ලැබා වන විට එහි ප්‍රවේගය $3\sqrt{\frac{g}{a}}$ බව පෙන්වන්න; මෙහි c යනු විස්තරය වේ.

P අංශුව B වෙත ලැබා වන විට එයට ආවේගයක් දෙනු ලබන්නේ මොහොතුකට පසු P හි ප්‍රවේගය \overrightarrow{BA} දිගාවට \sqrt{ag} වන පරිදි ය.

B පසු කිරීමෙන් පසු ක්ෂේත්‍රීක නිස්සාකාවට පත්වන තෙක් P හි විළින් සම්කරණය $y' + \frac{g}{a}y = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $DP = y$ වේ.

D විළින් පතන් ගෝ P අංශුව දෙවන වතාවට B වෙත පැමිණීමට ගන්නා මුළු කාලය $2\sqrt{\frac{a}{g}}\left(\frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)\right)$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) a හා b යනු රේකක දෙදියික දෙකක් යැයි ගනිමු.

O මූලයක් අනුබද්ධයෙන් A, B හා C ලක්ෂණ ඇතක පිහිටුම් දෙදියික පිළිවෙළින් $12a, 18b$ හා $10a + 3b$ වේ.

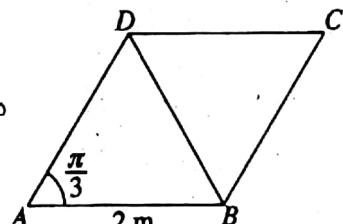
a හා b ඇපුරෙන් \overrightarrow{AC} හා \overrightarrow{CB} ප්‍රකාශ කරන්න.

A, B හා C ඒක රේඛාව බව අපෝහනය කර, $AC : CB$ සොයන්න.

$$OC = \sqrt{139} \text{ බව } \text{දී ඇති } A\hat{O}B = \frac{\pi}{3} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

- (b) $ABCD$ යනු $AB = 2$ m හා $B\hat{A}D = \frac{\pi}{3}$ වූ රෝම්බසයකි. විශාලත්වය $10 \text{ N}, 2 \text{ N}, 6 \text{ N}, P \text{ N}$

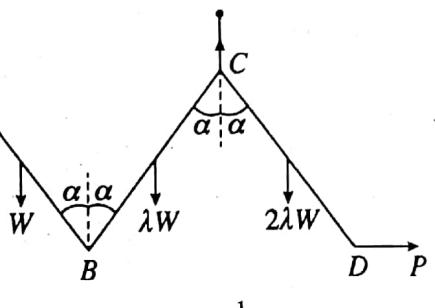
හා $Q \text{ N}$ වූ බල පිළිවෙළින් AD, BA, BD, DC හා CB දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දක්වෙන දිගාවලට ස්ථියා කරයි. සම්පූර්ණක බලයේ විශාලත්වය 10 N ද එහි දිගාව BC ව සමාන්තර B සිට C අතට ට දිගාව බව ද දී ඇති. P හා Q හි අගයන් සොයන්න.



සම්පූර්ණක බලයෙහි ස්ථියා රේඛාව, දික් කරන ලද BA හැවුවන ලක්ෂණයට A සිට ඇති දුර ද සොයන්න.

දැන්, සම්පූර්ණක බලය A හා C ලක්ෂණ හරහා යන පරිදී වාමාවර්ත අතට ස්ථියා කරන සුදුරූපය $M \text{ Nm}$ වූ පූග්මයක් ද CB හා DC දිගේ අක්ෂර අනුපිළිවෙළින් දක්වෙන දිගාවලට ස්ථියා කරන එක එකකි විශාලත්වය $F \text{ N}$ වූ බල දෙකක් ද පදනම්ව එකඟ කරනු ලැබේ. F හා M හි අගයන් සොයන්න.

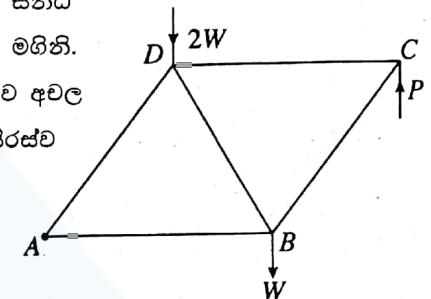
15. (a) එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB, BC හා CD ඒකාකාර දැඩු තුනක් B හා C අත්තවල දී පූමට ලෙස සන්ධි කර ඇත. AB, BC හා CD දැඩුවල බර පිළිවෙළින් $W, \lambda W$ හා $2\lambda W$ වේ. A කෙළවර අවල ලක්ෂණයකට පූමට ලෙස අසවි කර ඇත. රුපයේ දක්වෙන පරිදි දැඩු සිරස් තලයක සමතුලිතව තබා ඇත්තේ A හා C එකම තිරස් මට්ටමේ ද දැඩු එක එකක් සිරස සමග උ කෝණයක් සාදන පරිදි ද C සන්ධියට හා C ට සිරස්ව ඉහළින් වූ අවල ලක්ෂණයකට ඇදු සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවක් මගින් හා D අත්තයට යොදු තිරස් P බලයක් මගිනි. $\lambda = \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.



B හි දී CB මගින් AB මත ඇති කරන බලයේ තිරස් හා සිරස් සංරචන පිළිවෙළින් $\frac{W}{3} \tan \alpha$ හා $\frac{W}{6}$ බව ද පෙන්වන්න.

- (b) යාබද රුපයේ දක්වෙන රාමු සැකිල්ල සාදා ඇත්තේ A, B, C හා D හි දී නිධනස් සන්ධි කරන ලද එක එකෙහි දිග $2a$ වන AB, BC, CD, DA හා BD සැහැල්පු දැඩු මගින්. B හා D හි දී පිළිවෙළින් W හා $2W$ වන ගාර ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී පූමට අවල ලක්ෂණයකට අසවි කර AB තිරස්ව ඇතිව සමතුලිතතාවේ තබා ඇත්තේ C හි දී සිරස්ව ඉහළට යොදන ලද P බලයක් මගිනි. W ඇපුරෙන් P හි අයය සොයන්න.

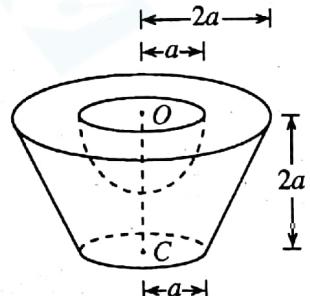
බේ අංකනය හාවිතයෙන්, ප්‍රත්‍යාලු සටහනක් ඇද ඒ තහින්, දැඩුවල ප්‍රත්‍යාලු ආත්ති ද තෙරපුම් ද යන්න සඳහන් කරමින් ඒවා සොයන්න.



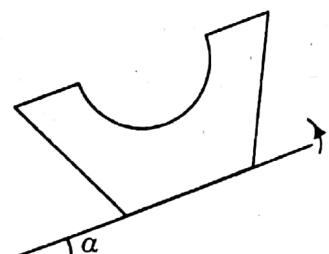
16. (i) පතුලේ අරය r හා උස h වූ ඒකාකාර සන සැපු වෘත්තාකාර කේතුවක ස්කන්ධ කේත්දය පතුලේ කේත්දයේ සිට $\frac{h}{4}$ දුරකින් ද
(ii) අරය r වන ඒකාකාර සන අරඛයෝගයක ස්කන්ධ කේත්දය, කේත්දයේ සිට $\frac{3r}{8}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

පතුලේ අරය $2a$ හා උස $4a$ වූ ඒකාකාර සන සැපු වෘත්තාකාර කේතුවක ජ්‍යෙන්තයකින් සන අරඛ ගෝලයක් ඉවත් කර සාදා ඇති S විංගේධියක් යාබද රුපයේ දක්වේ. ජ්‍යෙන්තයයේ ඉහළ වෘත්තාකාර මුහුණාන්තේ අරය හා කේත්දය පිළිවෙළින් $2a$ හා O වන අතර පහළ වෘත්තාකාර මුහුණාන්ත සඳහා ඒවා පිළිවෙළින් a හා C වේ. ජ්‍යෙන්තයයේ උස $2a$ වේ. ඉවත් කළ සන අරඛ ගෝලයෝගි අරය හා කේත්දය පිළිවෙළින් a හා O වේ.

S විංගේධිය ස්කන්ධ කේත්දය O සිට $\frac{41}{48}a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.



S විංගේධිය, එහි පහළ වෘත්තාකාර මුහුණාන්ත, තලය ස්පර්ශ කරමින් රඟ තිරස් තලයක් මත තබා ඇත. දන්, තලය සොමෙන් උපු අනට ඇල කරනු ලැබේ. විංගේධිය හා තලය අතර සර්ථක සංගුණකය 0.9 වේ. $\alpha < \tan^{-1}(0.9)$ නම්, විංගේධිය සමතුලිතතාවේ පවතින බව පෙන්වන්න; මෙහි α යනු තලයේ තිරසට ආනතිය වේ.



17. (a) එකතු කිරීමාන්තකාලුවක අයිතමවෙළින් 50% ක් A යන්තුය තිබාවන අතර ඉහිරිය B හා C යන්තු මගින් නිපදවනු ලැබේ. A, B හා C යන්තු මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවෙළින් පිළිවෙළින් $1\%, 3\%$ හා 2% ක් දේශ සහිත බව දැනිමු. සසම්භාවීව කෝරාගත් අයිතමයක් දේශ සහිත වීමේ සම්භාවීතාව 0.018 බව දී ඇත. B හා C යන්තු මගින් නිපදවනු ලබන අයිතමවෙළියක සොයන්න.

සසම්භාවීව ලෙස කෝරාගත් අයිතමයක් දේශ සහිත බව දී ඇති විට, එය A යන්තුය මගින් තිබාවන ලද එකක් වීමේ සම්භාවීතාව සොයන්න.

- (b) එක්තරා කරමාන්තයාලාවක සේවකයින් 100 දෙනකු තම නිවසේ සිට සේවා ස්ථානයට ගමන් කිරීමට ගනු ලබන කාලය (මිනින්දුවලින්) පහත විදුලී දී ඇත:

ගනු ලබන කාලය	සේවකයින් ගණන
0 – 20	10
20 – 40	30
40 – 60	40
60 – 80	10
80 – 100	10

ඉහත දී ඇති ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

පසුව, 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සිලි සියලු ම සේවකයින් කරමාන්තයාලාව ආසන්නයේ පදිංචියට ගොස් ඇත. එයින්, 80 – 100 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 0 දක්වා ද 0 – 20 පන්ති ප්‍රාන්තරයේ සංඛ්‍යාතය 10 සිට 20 දක්වා ද වෙනස් විය.

නව ව්‍යාප්තියේ මධ්‍යනාය, සම්මත අපගමනය හා මාතය නිමානය කරන්න.

*** ***

A - ගොටුවක

01. $n = 1$ සඳහා L.H.S = $4 \times 1 + 1 = 5$

$$\text{R.H.S} = 1(2 \times 1 + 3) = 5 \text{ වේ.}$$

$\therefore n = 1$ සඳහා ප්‍රතිචලනය සත්‍ය වේ. (C: 05)

මිනුම $k \in \mathbb{Z}^+$ ගෙන $n = k$ සඳහා ප්‍රතිචලනය සත්‍ය බව උග්‍රක්‍රීපනය කරමු.

$$\text{එවිට } \sum_{r=1}^k (4r+1) = k(2k+3) \text{ වේ. (C: 05)}$$

$n = k+1$ සඳහා ප්‍රතිචලනය සත්‍ය බව පෙන්වමු.

$$\begin{aligned} \sum_{r=1}^{k+1} (4r+1) &= \sum_{r=1}^k (4r+1) + (k+1) \text{ වන පදය} \\ &\downarrow \qquad \qquad \qquad \downarrow \\ &= k(2k+3) + \{4(k+1)+1\} \\ &= k(2k+3) + (4k+5) \quad (\text{C: 05}) \\ &= 2k^2 + 3k + 4k + 5 \\ &= 2k^2 + 7k + 5 \\ &= (k+1)(2k+5) \quad (\text{C: 05}) \\ &= (k+1)\{2(k+1)+3\} \end{aligned}$$

ඒ නයින්, $n = k$ සඳහා ප්‍රතිචලනය සත්‍ය නම් $n = k+1$ සඳහා ද ප්‍රතිචලනය සත්‍ය වේ. $n = 1$ සඳහා ද ප්‍රතිචලනය සත්‍ය බව පෙන්වා ඇති. ඒ නයින්, ගණිත අභිජනන මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිචලනය සත්‍ය වේ.

(C: 05)

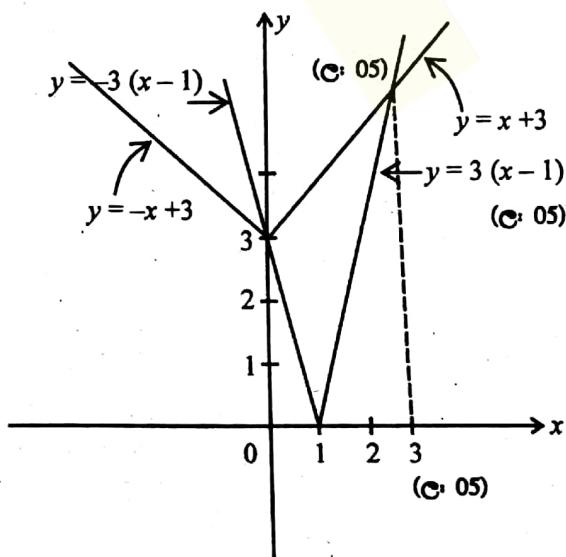
25

02. $y = 3|x - 1|$

$$y = \begin{cases} 3(x-1) & x > 1 \text{ විට} \\ -3(x-1) & x < 1 \text{ විට} \end{cases}$$

$$y = |x| + 3$$

$$y = \begin{cases} x + 3 & x > 0 \\ -x + 3 & x < 0 \end{cases}$$



(C: 05)

ඒක ජේදන ලක්ෂණයක x බණ්ඩාංකය $x=0$ වේ. අනෙක් ජේදන ලක්ෂණයේ x බණ්ඩාංකය $x > 1$ සඳහා $3(x-1) = x+3$ මගින් දෙනු ලැබේ.

$$3x - 3 = x + 3$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

මෙය $x = 3$ ලබා දෙයි.

$$\text{දන් } 3|2x-1| > 2|x| + 3$$

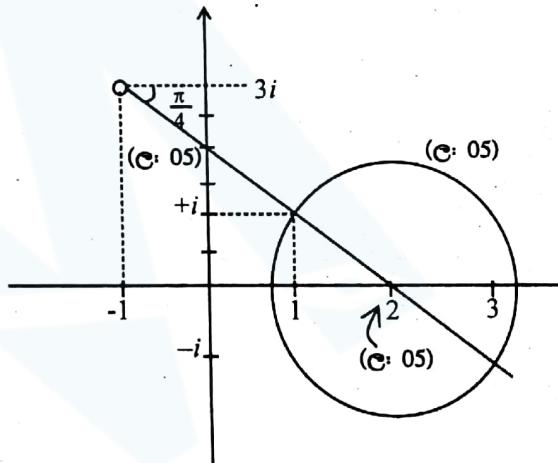
$$\Leftrightarrow 3|u-1| > |u| + 3 ; \text{ මෙහි } u = 2x \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow u < 0 \text{ හෝ } u > 3 \text{ (ප්‍රස්ථාරය අනුව)}$$

$$\Leftrightarrow x < 0 \text{ හෝ } x > \frac{3}{2} \quad (\text{C: 05})$$

25

03.



ජේදන ලක්ෂණ මගින් නිරුපණය වන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා වන්නේ $1+i$ (C: 05) හා $3-i$ (C: 05) වේ.

25

$$04. (1+x)^n = \sum_{r=0}^n {}^n C_r x^r \quad \text{මෙහි } {}^n C_r = \frac{n!}{r!(n-r)!} \quad (\text{C: 05})$$

(C: 05)

$r = 1, 2, 3, \dots, n$ සඳහා

අනුයාත පද දෙකක්

" C_r හා " C_{r+1} ලෙස ගෙන ඇති.

$${}^n C_r = {}^n C_{r+1}; \text{ මෙහි } r \in \{0, 1, \dots, n-1\}$$

(C: 05)

$$\Leftrightarrow \frac{n!}{r!(n-r)!} = \frac{n!}{(r+1)!(n-r-1)!} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{(n-r)} = \frac{1}{(r+1)}$$

$$\Leftrightarrow (n-r) = (r+1)$$

$$\Leftrightarrow n = 2r+1 \quad (\text{C: 05})$$

∴ න මගින් වේ.

25

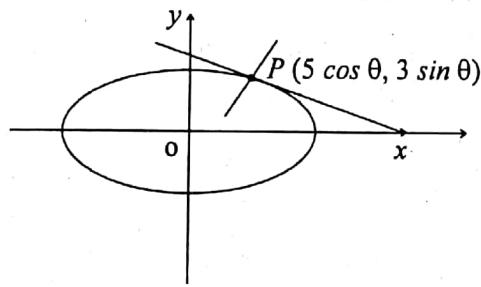
05. $x \xrightarrow{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{(\sqrt{3x} - \sqrt{\pi})}$
 $= x \xrightarrow{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{(\sqrt{3x} - \sqrt{\pi})} \times \frac{(\sqrt{3x} + \sqrt{\pi})}{(\sqrt{3x} + \sqrt{\pi})} \quad (\text{C: 05})$
 $= x \xrightarrow{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sqrt{3x} + \sqrt{\pi}) \cdot \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{3x - \pi} \quad (\text{C: 05})$
 $= x \xrightarrow{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sqrt{3x} + \sqrt{\pi}) \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{\sin(x - \frac{\pi}{3})}{(x - \frac{\pi}{3})}.$
 $= x \xrightarrow{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} (\sqrt{3x} + \sqrt{\pi}) \cdot \frac{1}{3} u \xrightarrow{u \rightarrow 0} 0 \frac{\sin u}{u} \quad (\text{C: 05})$
 മെച്ച $u = (x - \frac{\pi}{3}) \quad (\text{C: 05})$
 $= (\sqrt{\pi} + \sqrt{\pi}) \cdot \frac{1}{3} \cdot 1$
 $= \frac{2\sqrt{\pi}}{3} \quad (\text{C: 05})$

25

06. അവകാശ പരിമാണം $= \pi \int_0^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} dx \quad (\text{C: 05})$
 $u = 1 + e^x \text{ ലേജ് ഫെറിമു. തിരികെ } \frac{du}{dx} = e^x$
 $du = e^x dx$
 $= \pi \int_0^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{(1+e^x)^2} dx$
 $= \pi \int_2^4 \frac{(u-1) du}{u^2}$
 $= \pi \int_2^4 \left(\frac{1}{u} - \frac{1}{u^2} \right) du \quad (\text{C: 05})$
 $= \pi \left\{ \ln |u| + \frac{1}{u} \right\} \Big|_2^4 \quad (\text{C: 05})$
 $= \pi \left\{ \left(\ln 4 + \frac{1}{4} \right) - \left(\ln 2 + \frac{1}{2} \right) \right\}$
 $= \pi \left\{ \ln \left(\frac{4}{2} \right) - \frac{1}{4} \right\}$
 $= \underline{\underline{\frac{\pi}{4} \left\{ 4 \ln 2 - 1 \right\}}}$ (C: 05)

25

07.



$$x = 5 \cos \theta \quad y = 3 \sin \theta$$

$$\frac{dx}{d\theta} = -5 \sin \theta \quad \frac{dy}{d\theta} = 3 \cos \theta \quad (\text{C: 05})$$

$$\sin \theta \neq 0 \text{ ആണും } \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{d\theta} \cdot \frac{d\theta}{dx}$$

ജപർശകദേശ അനുസരണം $\Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{3 \cos \theta}{-5 \sin \theta} \quad (\text{C: 05})$

$$\cos \theta \neq 0 \text{ ആണും } P \text{ കീഴിലെത്തിടി } = \frac{5 \sin \theta}{3 \cos \theta} \quad (\text{C: 05})$$

$\therefore \cos \theta \neq 0 \text{ ആണും }$

$$y - 3 \sin \theta = \frac{5 \sin \theta}{3 \cos \theta} (x - 5 \cos \theta) \quad (\text{C: 05})$$

$$3 \cos \theta y - 9 \sin \theta \cos \theta = 5 \sin \theta x - 25 \sin \theta \cos \theta$$

$$5 \sin \theta x - 3 \cos \theta y = 16 \sin \theta \cos \theta \text{ ലേബി.}$$

$$p, y \text{ അക്ഷങ്ങൾ കൂടി പിരിഞ്ഞാൽ } \cos \theta = 0 \text{ ലേബി.}$$

$$\text{അതിനാൽ } y = 0 \text{ ആണും}$$

$$y = \frac{-16}{3} \sin \theta$$

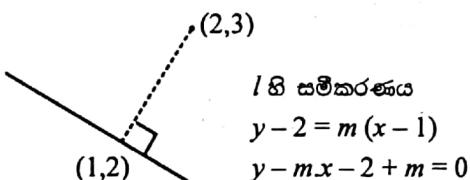
$$\text{കമുക്കിയാൽ } 3 \sin \theta = \frac{3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin \theta = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\therefore y = \frac{-16}{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= \frac{-8}{\sqrt{3}} \quad (\text{C: 05})$$

25

08.



(2,3) നിലയിൽ ലഭിച്ച ദ്രോഗ

$$\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{|3 - 2m - 2 + m|}{\sqrt{1+m^2}} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow 1 + m^2 = 5(1-m)^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow 1 + m^2 = 5(1-2m+m^2) \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 - 10m + 4 = 0$$

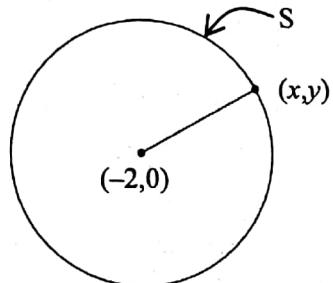
$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow 2m^2 - 5m + 2 = 0 \\ & \Leftrightarrow (2m - 1)(m - 2) = 0 \\ m = \frac{1}{2} \text{ හෝ } m = 2 \text{ වේ.} \end{aligned}$$

(C: 05)

(C: 05)

25

09.



S ව්‍යුතකය මත මිනුම ලක්ෂණයක් (x, y) ලෙස ගැනීම්. අරය r නම්,

$$\begin{aligned} \sqrt{(x+2)^2 + y^2} &= r \\ (x+2)^2 + y^2 &= r^2 \end{aligned}$$

(C: 05)

මෙය $(-1, \sqrt{3})$ හරහා යයි නම්,

$$\begin{aligned} 1^2 + 3 &= r^2 \\ r^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{S හි සමිකරණය } (x+2)^2 + y^2 = 4 \quad (\text{C: 05})$$

$$x^2 + 4x + 4 + y^2 = 4$$

$$x^2 + y^2 + 4x = 0 \text{ වේ.} \longrightarrow ①$$

$A = (1, -1)$ සිට S විසින් ස්ථාපිත ස්ථානය

$$xx_0 + yy_0 + 2(x + x_0) = 0 \quad \text{මෙහි } x_0 = 1 \text{ දී} \\ y_0 = -1 \text{ දී වේ.}$$

$$\therefore \text{ස්ථාපිත ජ්‍යාය } x - y + 2(x + 1) = 0 \text{ වේ. (C: 05)}$$

$$\text{එනම් } 3x - y + 2 = 0 \text{ වේ.}$$

$$y = 3x + 2$$

$$\text{ස්ථාපිත ලක්ෂණ සඳහා } y = 3x + 2, \text{ ① ට ආගේයෙන්,} \\ x^2 + (3x + 2)^2 + 4x = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$x^2 + 9x^2 + 12x + 4 + 4x = 0$$

$$10x^2 + 16x + 4 = 0$$

$$5x^2 + 8x + 2 = 0$$

(C: 05)

25

$$10. \cos^2 \theta + \sin^2 \theta = 1 \longrightarrow ①$$

$\theta \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$ ගන්නා $\cos^2 \theta \neq 0$ ලබා දෙයි.

ඒ තියෙන් ① ඒ

$$1 + \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \frac{1}{\cos^2 \theta} \quad \text{Cැඳවී.}$$

(C: 05)

$$\therefore 1 + \tan^2 \theta = \sec^2 \theta$$

(C: 05)

$$\sec^2 \theta - \tan^2 \theta = 1 \text{ මගින්}$$

$$(\sec \theta - \tan \theta)(\sec \theta + \tan \theta) = 1 \text{ ලබා දෙයි.} \quad (\text{C: 05})$$

$$\sec \theta + \tan \theta = \frac{4}{3}, \sec \theta - \tan \theta = \frac{3}{4}$$

(C: 05)

25

$$2 \sec \theta = \frac{4}{3} + \frac{3}{4}$$

$$2 \sec \theta = \frac{16+9}{12} = \frac{25}{12}$$

$$\sec \theta = \frac{25}{24}$$

$$\therefore \cos \theta = \frac{24}{25}$$

(C: 05)

25

ස්ථානය ස්ථානය

B - තොටු

$$11. \text{ (a) } \alpha \text{ යනු } f(x) = 0 \text{ හා } g(x) = 0 \text{ හි පොදු මූලයක් බැවින් \\ \alpha^2 + p\alpha + c = 0 \longrightarrow ① \text{ හා } (\text{C: 05}) \\ 2\alpha^2 + q\alpha + c = 0 \longrightarrow ② \text{ වේ. } (\text{C: 05})$$

$$② - ①$$

$$\alpha^2 + (q-p)\alpha = 0 \text{ වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

$$\alpha[\alpha + q - p] = 0 \text{ වේ.}$$

$$\alpha = 0 \text{ හෝ } \alpha = p - q \text{ වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

20

$$c > 0 \text{ හා } \Rightarrow \alpha \neq 0 \text{ බැවින්$$

$$\underline{\alpha = p - q \text{ වේ.}} \quad (\because c > 0 \Rightarrow \alpha \neq 0)$$

$$① \longrightarrow c = -\alpha(\alpha + p) \quad (\text{C: 05})$$

$$\alpha = p - q \text{ බැවින්$$

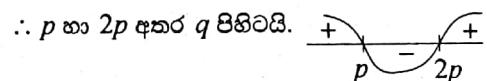
$$= -(p-q)(p-q+p)$$

$$c = -(p-q)(2p-q) \quad (\text{C: 05})$$

10

$$(i) \quad c > 0 \Rightarrow -(q-p)(q-2p) > 0$$

$$(q-p)(q-2p) < 0 \quad (\text{C: 05})$$



$$\therefore p > 0 \text{ නම් } p < 2p \text{ වන බැවින්$$

$$p < q < 2p \text{ වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

10

$$(ii) \quad \Delta = p^2 - 4c$$

$$= p^2 + 4(q-p)(q-2p) \quad (\text{C: 05})$$

$$= p^2 + 4[q^2 - 3pq + 2p^2] \quad (\text{C: 05})$$

$$= p^2 + 4q^2 - 12pq + 8p^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$= 9p^2 - 12pq + 4q^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$= (3p - 2q)^2 \quad (\text{C: 05})$$

15

$$\alpha + \beta = -p$$

$$\alpha + \gamma = \frac{-q}{2}$$

(C: 05)

$$\therefore \beta - 2\gamma = -p - \alpha - 2\left(\frac{-q}{2} - \alpha\right)$$

$$= -p - \alpha + q + 2\alpha$$

$$= q - p + \alpha \quad (\alpha = p - q \text{ බැවින්})$$

= 0 වේ.

$\therefore \beta = 2\gamma$ වේ.

β හා γ මූල වන වර්ගජ සම්කරණය

$$x^2 - (\gamma + \beta)x + \gamma\beta = 0 \text{ වේ.}$$

(C: 05)

15

$$\beta + \gamma = -p - \frac{q}{2} - 2\alpha \text{ වේ.}$$

$$= -p - \frac{q}{2} - 2(p - q)$$

$$= -3p - \frac{q}{2} + 2q = \frac{3}{2}(q - 2p) \quad (\text{C: 05})$$

$$\alpha \beta = c$$

$$\alpha \gamma = \frac{c}{2} \text{ බැවින්}$$

$$\alpha^2 \beta \gamma = \frac{c^2}{2}$$

$$\therefore \beta \gamma = \frac{c^2}{2 \alpha^2} = \frac{c^2}{2(p-q)^2}$$

$$= \frac{(p-q)^2 (q-2p)^2}{2(p-q)^2}$$

$$= \frac{1}{2} (q-2p)^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore x^2 - \frac{3}{2}(q-2p)x + \frac{1}{2}(q-2p)^2 = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$2x^2 - 3(q-2p)x + (q-2p)^2 = 0 \text{ වේ.} \quad 25$$

(b) $(x^2 - 1)$ යන්න $h(x)$ හි සාධකයක් වන බැවින් $(x-1)$ හා $(x+1)$ යන දෙකම $h(x)$ හි සාධකයකි.

සාධක ප්‍රමෝදයට අනුව

$$\therefore h(1) = 0 \text{ හා } h(-1) = 0 \text{ වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

$$h(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$$

$$\therefore h(1) = 1 + a + b + c = 0 \text{ හා} \quad (\text{C: 05})$$

$$h(-1) = -1 + a - b + c = 0 \text{ වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

$$a + b + c = -1 \longrightarrow ①$$

$$a - b + c = 1 \longrightarrow ②$$

$$(1) - (2) \text{ හා}$$

$$2b = -2$$

$$\therefore b = -1 \text{ වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

20

යෙශ ප්‍රමෝදයට අනුව

$$h(x) = p(x)(x^2 - 2x) + 5x + k \quad (\text{C: 05})$$

මෙහි $p(x)$ ඒකජ බෙෂ පදයකි.

$$\therefore h(x) = p(x)x(x-2) + 5x + k \text{ වේ.}$$

$$x = 0 \text{ එද, } h(0) = k \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore c = k \text{ වේ.}$$

$$x = 2 \text{ එද, } h(2) = 8 + 4a + 2b + c = 10 + k \quad (\text{C: 05})$$

$$8 + 4a + 2(-1) + k = 10 + k$$

$$4a + 6 = 10$$

$$4a = 4$$

$$a = 1 \quad (\text{C: 05})$$

① + ② මගින්,

$$2a + 2c = 0 \text{ වේ.}$$

$$a = -c$$

$$\therefore c = -1$$

ඒ තයින් $k = -1 \quad (\text{C: 05})$

$$\therefore h(x) = x^3 + x^2 - x - 1$$

$$= x^2(x+1) - 1(x+1)$$

$$= (x+1)(x-1)(x+1)$$

$$= (x+1)^2(x-1) \quad (\text{C: 05})$$

∴ $h(x) = (x-\lambda)^2(x-\mu)$ ලෙස ලිඛිය හැක.

එවිට $\lambda = -1$ හා $\mu = 1$ වේ.

25

10

12. (a)

P = පියානේ වාදකයින් (5)

G = හිටාර වාදකයින් (5), ගායකයින් (10)

FS = ගායකාවන් (3)

MS = ගායකයන් (7)

P	G	S	ආකාර ගණන
2	4	5	${}^5C_2 {}^5C_4 {}^{10}C_5 = 12600 \quad (\text{C: 05})$
2	5	4	${}^5C_2 {}^5C_5 {}^{10}C_4 = 2100 \quad (\text{C: 05})$

අවශ්‍ය ආකාර ගණන = 12600 + 2100

$$= 14700 \quad (\text{C: 05})$$

35

P	G	FS	MS	ආකාර ගණන
2	4	2	3	${}^5C_2 {}^5C_4 {}^3C_2 {}^7C_3 = 5250 \quad (\text{C: 05})$
2	5	2	2	${}^5C_2 {}^5C_5 {}^3C_2 {}^7C_2 = 630 \quad (\text{C: 05})$

අවශ්‍ය ආකාර ගණන = 5250 + 630

$$= 5880 \quad (\text{C: 05})$$

7

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා

$$U_r = \frac{3r-2}{r(r+1)(r+2)} \text{ හෝ } V_r = \frac{A}{r+1} - \frac{B}{r}$$

එබැවින්, $U_r = V_r - V_{r+1}$ මගින්

$$\frac{3r-2}{r(r+1)(r+2)} = \frac{A}{r+1} - \frac{B}{r} - \frac{A}{r+2} + \frac{B}{r+1} \quad (\text{C: 05})$$

ලැබේ.

$$\begin{aligned}
 \frac{3r-2}{r(r+1)(r+2)} &= \frac{A}{r+1} - \frac{A}{r+2} - \frac{B}{r} + \frac{B}{r+1} \\
 &= \frac{A(r+2) - A(r-1)}{(r+1)(r+2)} - \left(\frac{B(r+1) - Br}{r(r+1)} \right) \\
 &= \left(\frac{Ar+2A - Ar+A}{(r+1)(r+2)} \right) - \left(\frac{Br+B - Br}{r(r+1)} \right) \\
 &= \frac{A}{(r+1)(r+2)} - \frac{B}{r(r+1)}
 \end{aligned}$$

$$\frac{3r-2}{r(r+1)(r+2)} = \frac{A(r) - B(r+2)}{r(r+1)(r+2)}$$

$$\frac{3r-2}{r(r+1)(r+2)} = \frac{(A-B)r - 2B}{r(r+1)(r+2)}$$

$$3r-2 = (A-B)r - 2B \quad (\text{C: 05})$$

$$r^1 \text{ கூ: } 3 = A - B$$

$$r^0 \text{ கூ: } -2 = -2B \implies B = 1 \quad (\text{C: 05})$$

$$A - 1 = 3 \implies A = 4 \quad (\text{C: 05})$$

$$V_r = \frac{4}{r+1} - \frac{1}{r} \text{ வீ.} \quad [20]$$

$$U_r = V_r - V_{r+1} \text{ எடுத்த}$$

$$\begin{array}{ll}
 r=1 \text{ பிடி} & U_1 = V_1 - V_2 \\
 r=2 \text{ பிடி} & U_2 = V_2 - V_3 \\
 r=3 \text{ பிடி} & U_3 = V_3 - V_4 \\
 r=n-1 \text{ பிடி} & U_{n-1} = V_{n-1} - V_n \\
 r=n \text{ பிடி} & U_n = V_n - V_{n+1}
 \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} (\text{C: 05}) \quad \left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right\} (\text{C: 05})$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = V_1 - V_{n+1} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \left[\frac{4}{2} - 1 \right] - \left[\frac{4}{n+2} - \frac{1}{n+1} \right] \quad (\text{C: 05})$$

$$= 1 - \left[\frac{4(n+1) - (n+2)}{(n+1)(n+2)} \right]$$

$$= \frac{n^2 + 2n + 2 - n - 2 + n + 2}{(n+1)(n+2)}$$

$$\sum_{r=1}^n U_r = \frac{n^2}{(n+1)(n+2)} \quad (\text{C: 05}) \quad [25]$$

$$\begin{aligned}
 n \xrightarrow{\lim} \alpha & \quad \sum_{r=1}^n U_r = n \xrightarrow{\lim} \alpha \left\{ \frac{n^2}{(n+1)(n+2)} \right\} \quad (\text{C: 05}) \\
 &= n \xrightarrow{\lim} \alpha \left\{ \frac{n^2}{n^2 \left(1 + \frac{1}{n}\right) \left(1 + \frac{2}{n}\right)} \right\} \\
 &\sum_{r=1}^n U_r = 1 \text{ வீ.} \quad (\text{C: 05})
 \end{aligned}$$

ஈடு நிலை $\sum_{r=1}^n U_r$ அபரிமிக ஒழுங்கை அடிக்காரி வின் அதர் ஏற்கூடய 1 வீ. (C: 05)

$$W_r = U_{r+1} - 2U_r \text{ கடி}$$

$$\sum_{r=1}^n W_r = \sum_{r=1}^n (U_{r+1} - 2U_r)$$

$$\sum_{r=1}^n U_{r+1} = U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_n + U_{n+1} \text{ வீ.}$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{r=1}^n W_r &= \underbrace{\left(\sum_{r=1}^n U_r - U_1 + U_{n+1} \right)}_{\sum_{r=1}^n U_{r+1}} - 2 \sum_{r=1}^n U_r \quad (\text{C: 05}) \\
 &= U_{n+1} - U_1 - \sum_{r=1}^n U_r \text{ வீ.} \quad (\text{C: 05})
 \end{aligned}$$

$$n \xrightarrow{\lim} \alpha \sum_{r=1}^n W_r = n \xrightarrow{\lim} \alpha [U_{n+1} - U_1]$$

$$n \xrightarrow{\lim} \alpha \sum_{r=1}^n U_r$$

$$= n \xrightarrow{\lim} \alpha \frac{3(n+1)-2}{(n+1)(n+2)(n+3)} - \frac{1}{1.2.3} - 1$$

$$= 0 - \frac{1}{6} - 1 \quad (\text{C: 05})$$

$$= -\frac{7}{6}$$

$$\therefore \sum_{r=1}^n W_r = -\frac{7}{6} \text{ வீ.}$$

$$\therefore \sum_{r=1}^n W_r \text{ அடிக்காரி வின் அதர் ஏற்கூடய } -\frac{7}{6} \text{ வீ.} \quad (\text{C: 05})$$

[10]

$$\begin{aligned}
 13. \quad A^T B &= \begin{pmatrix} a+1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}_{2 \times 3} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix}_{3 \times 2} \\
 &= \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ a & 3 \end{pmatrix}_{2 \times 2} \quad (\text{C: 05})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore A^T B - I &= \begin{pmatrix} a+1 & 1 \\ a & 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05}) \\
 &= \begin{pmatrix} a & 1 \\ a & 2 \end{pmatrix} = C \quad (\text{C: 05})
 \end{aligned}$$

$$C^{-1} \text{ பகுதி} \iff |C| \neq 0 \text{ வீ.} \quad (\text{C: 05})$$

$$\iff 2a - a \neq 0$$

$$\iff a \neq 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$a = 1 \text{ பிடி, } C = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05})$$

[20]

[10]

[15]

$$\therefore C^{-1} = \frac{1}{2-1} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05})$$

10

$$CPC = 2I + C \iff PC = 2C^{-1} + C^{-1}C \quad (\text{C: 05})$$

$$\iff PC = 2C^{-1} + I \quad (\text{C: 05})$$

$$\iff P = 2C^{-1}C^{-1} + C^{-1} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore P = 2 \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= 2 \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ -3 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \begin{pmatrix} 10 & -6 \\ -6 & 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 12 & -7 \\ -7 & 5 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05})$$

20

$$(b) z = x + iy \text{ ഒരു ഫലിമാറ്റം. } x, y \in \mathbb{R}$$

$$z\bar{z} = (x + iy)(x - iy) \quad (\text{C: 05})$$

$$= (x^2 - i^2y^2)$$

$$= x^2 + y^2$$

$$= |z|^2$$

$$\therefore |z|^2 = z\bar{z} \quad (\text{C: 05})$$

10

$$|z - w|^2 = (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) \quad (\text{C: 05})$$

$$= (z - w)(\bar{z} - \bar{w}) \quad (\text{C: 05})$$

$$= z\bar{z} - z\bar{w} - w\bar{z} + w\bar{w}$$

$$= |z|^2 - (z\bar{w} - \bar{z}\bar{w}) + |w|^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$|z - w|^2 = |z|^2 - 2\operatorname{Re}(z\bar{w}) + |w|^2 \longrightarrow ①$$

15

$$|1 - z\bar{w}|^2 = 1 - 2\operatorname{Re}(z\bar{w}) + |z\bar{w}|^2 \longrightarrow ②$$

① - ② മാറ്റി

$$|z - w|^2 - |1 - z\bar{w}|^2 = |z|^2 + |w|^2 - 1 - |z\bar{w}|^2 \text{ ലഭിച്ചു.}$$

$$= -(1 - |w|^2 - |z|^2 - |z|^2 |w|^2) \quad (\text{C: 05})$$

$$= -(1 - |z|^2)(1 - |w|^2) \longrightarrow ③ \quad (\text{C: 05})$$

20

$|w| = 1$, ഒരും ③ ജ

$$|z - w|^2 - |1 - z\bar{w}|^2 = 0 \text{ ലഭിച്ചു.} \quad (\text{C: 05})$$

$\therefore |z - w| = |1 - z\bar{w}|$;

അതിന്

$$\frac{|z - w|}{|1 - z\bar{w}|} = 1 \quad [\because z \neq w \Rightarrow z\bar{w} \neq 1]$$

$$\therefore \frac{|z - w|}{|1 - z\bar{w}|} = 1 \quad (\text{C: 05})$$

10

$$(c) 1 + \sqrt{3}i = 2 \left(\frac{1}{2} + i \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \quad (\text{C: 05})$$

$$= 2 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right) \quad (\text{C: 05})$$

$$(1 + \sqrt{3}i)^m (1 - \sqrt{3}i)^n = 2^m \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right)^m$$

$$\times 2^n \left[\cos \left(\frac{-\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{-\pi}{3} \right) \right]^n \quad (\text{C: 05})$$

$$= 2^{m+n} \left[\cos \frac{m\pi}{3} + i \sin \frac{m\pi}{3} \right]$$

$$\left[\cos \left(\frac{-n\pi}{3} \right) + i \sin \left(\frac{-n\pi}{3} \right) \right] \quad (\text{C: 05})$$

$$= 2^{m+n} \left[\cos \frac{m\pi}{3} \cos \frac{-n\pi}{3} + i \cos \frac{m\pi}{3} \sin \frac{-n\pi}{3} \right]$$

$$+ i \cos \left(\frac{-n\pi}{3} \right) \sin \frac{m\pi}{3} + i^2 \sin \frac{m\pi}{3} \sin \frac{-n\pi}{3} \right]$$

$$= 2^{m+n} \left[\cos \frac{m\pi}{3} \cos \frac{-n\pi}{3} - \sin \frac{m\pi}{3} \sin \frac{-n\pi}{3} \right]$$

$$i \left[\sin \frac{m\pi}{3} \cos \frac{-n\pi}{3} + \cos \frac{m\pi}{3} \sin \frac{-n\pi}{3} \right]$$

$$= 2^{m+n} \left[\cos(m-n)\frac{\pi}{3} + i \sin(m-n)\frac{\pi}{3} \right]$$

$$(1 + \sqrt{3}i)^m (1 - \sqrt{3}i)^n = 2^8 \text{ ഫബ്രിക്ക്} \quad (\text{C: 05})$$

$$2^{m+n} \left[\cos(m-n)\frac{\pi}{3} + i \sin(m-n)\frac{\pi}{3} \right] = 2^8$$

$$\Rightarrow m + n = 8 \text{ ഹാം } (m-n)\frac{\pi}{3} = 2k\pi ; k \in \mathbb{Z} \quad (\text{C: 05})$$

25

$$14. (a) x \neq 3 \text{ എങ്കാണ } f(x) = \frac{x(2x-3)}{(x-3)^2} = \frac{2x^2 - 3x}{(x-3)^2}$$

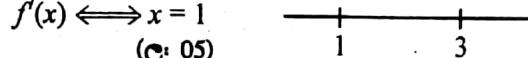
$$f'(x) = \frac{(x-3)^2(4x-3) - (2x^2 - 3x)^2(x-3)}{(x-3)^4} \quad (\text{C: 20})$$

$$= \frac{4x^2 - 15x + 9 - 4x^2 + 6x}{(x-3)^3}$$

$$= \frac{-9x + 9}{(x-3)^3} = \frac{9(1-x)}{(x-3)^3} \quad (\text{C: 05})$$

$$f'(x) \iff x = 1$$

(C: 05)



	$-\infty < x < 1$	$1 < x < 3$	$3 < x < \infty$
$f'(x)$ ഓരോ	(-)	(+)	(-)
$f'(x)$	അപ്പി വേ.	വീതി വേ.	അപ്പി വേ.

(C: 05)

(C: 05)

(C: 05)

20

$\therefore f(x)$ යන්න [1, 3] මත වැඩිවන අකර (-a, 1) හා (3 + a) මත අසු වේ.

හැරුම් ලක්ෂණය

$$x = 1 \text{ විට, } f(x) = \frac{1(2-3)}{(1-3)^2} = \frac{-1}{4}$$

$$(1, \frac{-1}{4}) \text{ අවමයකි. (C: 05)}$$

05

$$x \neq 3 \text{ සඳහා } f''(x) = \frac{(x-3)^3(-9) - 9(1-x)3(x-3)^2}{(x-3)^6}$$

$$\begin{aligned} &= (x-3)^2 \left[\frac{-9(x-3) - 27(1-x)}{(x-3)^6} \right] \\ &= \frac{-9x + 27 - 27 + 27x}{(x-3)^4} \\ &= \frac{18x}{(x-3)^4} \end{aligned}$$

$$f''(x) = 0 \iff x = 0 \quad (\text{C: 05})$$

	$-\infty < x < 0$	$0 < x < 3$
$f''(x)$ හි ලක්ෂණ	(-)	(+)
අවතලයාවය	පහළට අවතල වේ. (C: 05)	ඉහළට අවතල වේ. (C: 05)

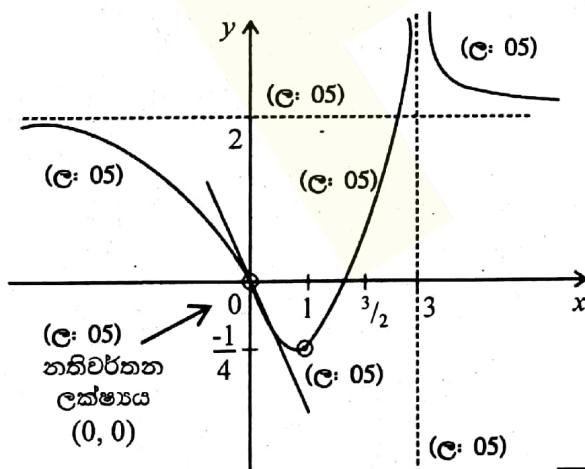
$$\text{නති වර්තන ලක්ෂණය } = (0, 0) \quad (\text{C: 05})$$

20

$$\text{නිරස ස්ථානයෙන්මුඩය; } x \xrightarrow{\lim} \pm \infty \quad f(x) \approx 2$$

$$\therefore y = 2 \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{නිරස ස්ථානයෙන්මුඩය; } x = 3 \quad (\text{C: 05})$$



45

$$(b) x^2 h = 4500$$

ලේ නයින්

$$S = 2x^2 + 3xh$$

$$= 2x^2 + 3x \cdot \left(\frac{4500}{x^2} \right); x > 0 \text{ සඳහා}$$

$$S = 2x^2 + 3 \times 4500 (x^{-1})$$

$$\frac{ds}{dx} = 4x - 1 \times 3 \times 4500 x^{-2} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{4x^3 - 3 \times 4500}{x^2}$$

$$= \frac{4(x^3 - 15^3)}{x^2}$$

$$\frac{ds}{dx} = 0 \iff x = 15 \quad (\text{C: 10})$$

$$0 < x < 15 \text{ සඳහා } \frac{ds}{dx} < 0 \text{ හා } x > 15 \text{ සඳහා}$$

$$\frac{ds}{dx} > 0 \text{ වේ. (C: 05)}$$

$$\therefore x = 15 \text{ වන්න } S \text{ අවම වේ. (C: 05)}$$

35

15. (a) සියලු $x \in \mathbb{R}$

$$x^3 + 13x - 16 = A(x^2 + 9)(x+1) + B(x^2 + 9) + 2(x+1)^2$$

x හි බල වල සංගුණක සැලකු විට,

$$x^3 \text{ සං: } 1 = A \quad (\text{C: 05})$$

$$x^0 \text{ සං: } -16 = 9A + 9B + 2 \quad (\text{C: 05})$$

$$9B = -16 - 11$$

$$9B = -27$$

$$B = -3 \quad (\text{C: 05})$$

15

$$\therefore \frac{x^3 + 13x - 16}{(x+1)^2(x^2+9)} = \frac{A}{(x+1)} + \frac{B}{(x+1)^2} + \frac{ex + D}{(x^2+9)}$$

$$= \frac{1}{(x+1)} - \frac{3}{(x+1)^2} + \frac{2}{x^2+9} \quad (\text{C: 10})$$

$$\int \frac{x^2 + 13x - 16}{(x+1)^2(x^2+9)} dx = \int \frac{1}{(x+1)} dx - 3 \int \frac{1}{(x+1)^2} dx + 2 \int \frac{1}{(x^2+9)} dx$$

$$= \ln|x+1| + \frac{3}{(x+1)} + \frac{2}{3} \tan^{-1}\left(\frac{x}{3}\right) + C \quad (\text{C: 05})$$

(C: 05) (C: 05) (C: 05)

c - අනිමත නියන්

30

$$(b) \int_0^1 e^x \sin^2 \pi x dx = \frac{1}{2} \int_0^1 e^x (1 - \cos 2\pi x) dx \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^1 e^x dx - \frac{1}{2} \int_0^1 e^x \cos 2\pi x dx$$

$$= \frac{e^x}{2} \Big|_0^1 - \frac{1}{2} I$$

$$= \frac{1}{2} [e - 1] - \frac{1}{2} I \longrightarrow ①$$

2

$$\text{എক্স} I = \int_0^1 e^x \cos 2\pi x dx$$

$$I = \int_0^1 e^x \frac{d}{dx} \left[\frac{\sin 2\pi x}{2\pi} \right] dx$$

$$= e^x \underbrace{\frac{\sin 2\pi x}{2\pi}}_0^1 - \int_0^1 \frac{\sin 2\pi x}{2\pi} \cdot e^x dx \quad (\text{C: 05})$$

$$= 0 - \frac{1}{2\pi} \int_0^1 e^x \cdot \sin 2\pi x dx$$

$$= - \frac{1}{2\pi} \int_0^1 e^x \cdot \frac{d}{dx} \left[\frac{\cos 2\pi x}{2\pi} \right] dx$$

$$= - \frac{1}{2\pi} \left[-e^x \frac{\cos 2\pi x}{2\pi} \Big|_0^1 + \frac{1}{2\pi} \int_0^1 \cos 2\pi x \cdot e^{xdx} \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi} e^x \frac{\cos 2\pi x}{2\pi} \Big|_0^1 - \frac{1}{4\pi^2} \int_0^1 e^x \underbrace{\cos 2\pi x dx}_I \quad (\text{C: 05})$$

$$I = \frac{1}{4\pi^2} [e - 1] - \frac{1}{4\pi^2} \quad (\text{C: 05}) \quad (\text{C: 05})$$

$$I \left[1 + \frac{1}{4\pi^2} \right] = \frac{(e - 1)}{4\pi^2}$$

$$= \frac{(e - 1)}{(1 + 4\pi^2)} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \textcircled{1} \text{ ഫോറ്റ് } \int_0^1 e^x \sin^2 \pi x dx = \frac{1}{2} (e - 1) - \frac{1}{2} \frac{(e - 1)}{(1 + 4\pi^2)} \quad (\text{C: 05}) +$$

$$= \frac{(e - 1)}{2} \left[\frac{4\pi^2 + 1 - 1}{1 + 4\pi^2} \right]$$

$$= \frac{(e - 1) 4\pi^2}{2 (1 + 4\pi^2)}$$

$$= \underline{\underline{\frac{2\pi^2 (e - 1)}{1 + 4\pi^2}}} \quad \boxed{60}$$

$$(c) \quad I = \int_0^\pi x \cos^6 x \cdot \sin^3 x dx$$

$$= \int_0^\pi (\pi - x) \underbrace{\cos^6(\pi - x)}_{\cos^6 x} \underbrace{\sin^3(\pi - x)}_{\sin^3 x} dx \quad (\text{C: 05})$$

$$= \int_0^\pi (\pi - x) \cos^6 x \cdot \sin^3 x dx \quad (\text{C: 05})$$

$$I = \int_0^\pi \pi \cos^6 x \sin^3 x dx - \underbrace{\int_0^\pi x \cos^6 x \sin^3 x dx}_{I \quad (\text{C: 05})}$$

$$\therefore 2I = \pi \int_0^\pi \cos^6 x \sin^3 x dx$$

$$I = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi \cos^6 x \sin^3 x dx \quad (\text{C: 05}) \quad \boxed{20}$$

$$I = \frac{\pi}{2} \int_0^\pi \cos^6 x \cdot \sin^3 x dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_0^\pi \cos^6 x \cdot \sin^2 x \cdot \sin x dx$$

$$= \frac{\pi}{2} \int_0^\pi \cos^6 x (1 - \cos^2 x) \sin x dx \quad (\text{C: 05})$$

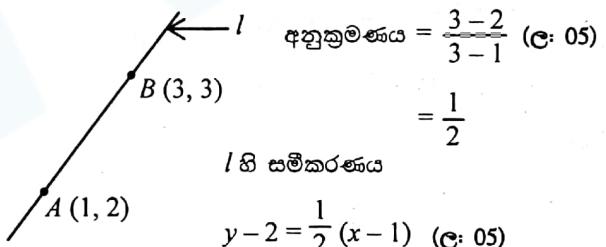
$$= \frac{\pi}{2} \left[\int_0^\pi \cos^6 x \sin x dx - \int_0^\pi \cos^8 x \sin x dx \right] \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{-\cos^7 x}{7} \Big|_0^\pi + \frac{\cos^9 x}{9} \Big|_0^\pi \right] \quad (\text{C: 05}) \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{\pi}{2} \left[\frac{1}{7} + \frac{1}{7} + \left[\frac{-1}{9} - \frac{1}{9} \right] \right]$$

$$= \frac{\pi}{2} \left(\frac{2}{7} - \frac{2}{9} \right) = \underline{\underline{\frac{2\pi}{63}}} \quad \boxed{25}$$

16.



$$y - 2 = \frac{1}{2} (x - 1) \quad (\text{C: 05})$$

$$2y - 4 = x - 1$$

$$x - 2y + 3 = 0 \quad \boxed{10}$$

$$\tan \frac{\pi}{4} = \left| \frac{m - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2}m} \right| \quad (\text{C: 10})$$

$$1 = \left| \frac{2m - 1}{2 + m} \right| \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow 2 + m = \pm (2m - 1) \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow 2 + m = 2m - 1 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } 2 + m = -2m + 1 \text{ വരെ.}$$

$$\Leftrightarrow m = 3 \text{ അല്ലെങ്കിൽ } m = \frac{-1}{3} \quad (\text{C: 05}) \quad (\text{C: 05})$$

$$l_1 : y - 2 = 3(x - 1) \text{ ഹാ } l_2 : y - 2 = \frac{-1}{3}(x - 1)$$

$$l_1 : 3x - y - 1 = 0 \text{ ഹാ } l_2 : x + 3y - 7 = 0$$

$$l : \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = t \text{ അലെ ഫോമിൽ. (C: 05)}$$

$$\frac{x-1}{2} = t, y-2 = t$$

$$x = 2t + 1, y = t + 2 \text{ മേഖി } t \in \mathbb{R} \text{ (C: 05)}$$

C_1 സ്ഥാനം

$P \equiv (1 + 2t, 2 + t)$ കിംബാം l_1 ദ ലൈൻ ഫോർ C_1 കി അരയാഡം ചൊണ്ട വേ.

തന്നെ,

$$\frac{|3(1+2t) - (2+t) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-1)^2}} = \frac{\sqrt{10}}{2} \text{ (C: 10)}$$

$$\text{തന്നെ } |3 + 6t - 2 - t - 1| = \frac{10}{2} = 5 \text{ (C: 05)}$$

$$|5t| = 5$$

$$\therefore t = \pm 1 \text{ (C: 05)}$$

$$P \equiv (3, 3) = B \text{ എലീൻ } P \equiv (-1, 1) \text{ ഫോർമുല നോവേ. (C: 05)}$$

$$\therefore C_1 : (x-3)^2 + (y-3)^2 = \frac{25}{4} \text{ (C: 05)}$$

$$x^2 - 6x + 9 + y^2 - 6y + 9 = \frac{25}{4}$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{18}{1} - \frac{5}{2} = 0$$

തന്നെ,

$$x^2 + y^2 - 6x - 6y + \frac{31}{2} = 0 \text{ (C: 05)}$$

C_2 കി സ്ഥാനം

AB വിശ്വകരിക്കാൻ വേ കാം,

$$(x-1)(x-3) + (y-2)(y-3) = 0 \text{ വേ. (C: 15)}$$

$$x^2 - 4x + 3 + y^2 - 5y + 6 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 4x - 5y + 9 = 0 \quad [15]$$

$$C_1 \text{ കി } f_1 = -3$$

$$g_1 = -3$$

$$C'_1 = \frac{31}{2}$$

$$C_2 \text{ കി } f_2 = -\frac{5}{2}$$

$$g_2 = -2$$

$$C'_2 = 9$$

$$2g_1g_2 + 2f_1f_2 = 2 \times (-3)(-2) + \cancel{(-3)} \left(\frac{-5}{2} \right) \\ (\text{C: 05}) \\ = 12 + 15 = 27 \text{ (C: 05)}$$

$$C'_1 + C'_2 = \frac{31}{2} + 9 = \frac{31 + 18}{2} = \frac{49}{2} \text{ (C: 05)}$$

$$\therefore 2g_1g_2 + 2f_1f_2 \neq C'_1 + C'_2 \text{ (C: 05)}$$

C_1 ഹാ C_2 വായ്ക്ക് പ്രലഭിക്കാൻ തേദിനാധ നോവേ. (C: 05)

$$17. (a) \sin(A - B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \quad (\text{C: 10})$$

[10]

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad \sin(90^\circ - \theta) &= \sin 90^\circ \cos \theta - \cos 90^\circ \sin \theta \\ &= \cos \theta \quad (\because \cos 90^\circ = 0 \text{ ഹാ} \\ &\quad \text{(C: 05)} \quad \sin 90^\circ = 1) \end{aligned}$$

[10]

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad 2 \sin 10^\circ &= 2 \sin(30^\circ - 20^\circ) \quad (\text{C: 05}) \\ &= 2(\sin 30^\circ \cos 20^\circ - \cos 30^\circ \sin 20^\circ) \quad (\text{C: 05}) \end{aligned}$$

$$= 2 \frac{1}{2} \cos 20^\circ - 2 \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 20^\circ \quad (\text{C: 05})$$

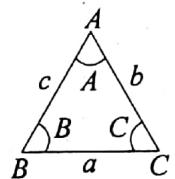
$$= \cos 20^\circ - \sqrt{3} \sin 20^\circ \quad (\text{C: 05})$$

$$\left(\because \sin 30 = \frac{1}{2} \text{ ഹാ } \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2} \right)$$

[15]

$$(b) \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$(\text{C: 05}) + (\text{C: 05})$$



[10]

$$\text{മേഖി } BC = a, CA = b \text{ ഹാ } AB = c$$

പാടിന് തീരീയ ചാലിക്കയേൻ

$$ABD \text{ കൃക്കോൺ സ്ഥാനം; } \frac{AB}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin 80^\circ} \quad (\text{C: 10})$$

$$ADC \text{ കൃക്കോൺ സ്ഥാനം; } \frac{DC}{\sin(\alpha - 20^\circ)} = \frac{AD}{\sin 20^\circ} \quad (\text{C: 10})$$

$$AB = DC \text{ എലീൻ}$$

$$\frac{\sin(\alpha - 20^\circ)}{\sin \alpha} = \frac{\sin 20^\circ}{\sin 80^\circ}$$

$$\sin 80^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = \sin 20^\circ \sin \alpha \quad (\text{C: 05})$$

[25]

$$\sin 80 = \sin(90^\circ - 10^\circ) = \cos 10^\circ \quad (\text{C: 05}) \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{ജു } \sin 80 \sin(\alpha - 20^\circ) = \sin 20^\circ \sin \alpha \text{ മറിന്ത്}$$

$$\cos 10^\circ \sin(\alpha - 20^\circ) = 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ \sin \alpha \quad (\text{C: 05}) \quad (\text{C: 05})$$

$$\sin \alpha \cos 20^\circ - \cos \alpha \sin 20^\circ = 2 \sin 10^\circ \sin \alpha \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{\sin \alpha (\cos 20^\circ) - \cos \alpha 2 \sin 10^\circ \cos 10^\circ}{\cos \alpha} = \frac{2 \sin 10^\circ \sin \alpha}{\cos \alpha}$$

$$\tan \alpha \cos 20^\circ - 2 \tan \alpha \sin 10^\circ = \sin 20^\circ$$

$$\therefore \tan \alpha (\cos 20^\circ - 2 \sin 10^\circ) = \sin 20^\circ \quad (\text{C: 05})$$

[30]

$$\tan \alpha = \frac{\sin 20^\circ}{\cos 20^\circ - 2 \sin 10^\circ} \quad (\text{C: 05})$$

35

(a) (ii) മുൻ്ന്,

$$\tan \alpha = \frac{\sin 20^\circ}{\sqrt{3} \sin 20^\circ} = \frac{1}{\sqrt{3}} \text{ ഒരേബേം. } (\text{C: 05})$$

$$\alpha = 30^\circ (20^\circ < \alpha < 90^\circ)$$

(C: 05)

10

$$(c) \tan^{-1}(\cos^2 x) + \tan^{-1}(\sin x) = \frac{\pi}{4}$$

$\alpha = \tan^{-1}(\cos^2 x)$ ഹാം $\beta = \tan^{-1}(\sin x)$ യെറി തന്നീം.

$\tan \alpha = \cos^2 x$ ഹാം $\tan \beta = \sin x$ വെ.

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{4}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{4} - \beta$$

$$\tan \alpha = \tan\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{\tan \frac{\pi}{4} - \tan \beta}{1 + \tan \frac{\pi}{4} \tan \beta} \quad (\text{C: 05})$$

$$\tan \alpha = \frac{1 - \tan \beta}{1 + \tan \beta}$$

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{1 - \sin x}{1 + \sin x} \quad (\text{C: 05})$$

$$\cos^2 x (1 + \sin x) = 1 - \sin x$$

$$(1 - \sin^2 x)(1 + \sin x) = (1 - \sin x) \quad (\text{C: 05})$$

$$(1 - \sin x)(1 + \sin x)^2 = (1 - \sin x)$$

$$(1 - \sin x)[(1 + \sin x)]^2 - 1] = 0 \text{ വെ.}$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 \text{ ഹാം } 1 + \sin x = \pm 1 \text{ വെ.}$$

$$\Rightarrow \sin x = 1 \text{ ഹാം } \sin x = 0 (\because \sin x \neq -2)$$

(C: 05)

$n \in \mathbb{Z}$ അല്ലാം

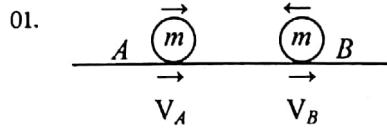
$$x = m\pi + (-1)^n \frac{\pi}{2} \text{ ഹാം } \underline{m \in \mathbb{Z}} \quad \underline{x = m\pi} \text{ വെ. } (\text{C: 05})$$

(C: 05)

35



A - කොටස



A හා B සඳහා $I = \Delta(mV)$ → යෙදීමෙන්;

$$(mV_A + mV_B) - (mu - m\lambda u) = 0$$

$$\therefore V_A + V_B = (1 - \lambda)u \rightarrow ① \text{ (C: 10)}$$

නිව්වන්ගේ පරික්ෂණයක් මක නියමයෙන්;

$$V_B - V_A = \frac{1}{2}(u + \lambda u) \rightarrow ② \text{ (C: 05)}$$

$$\begin{aligned} ① - ② \quad 2V_A &= u - \lambda u - \frac{1}{2}u - \frac{1}{2}\lambda u \\ &= \frac{1}{2}u - \frac{3}{2}\lambda u \end{aligned}$$

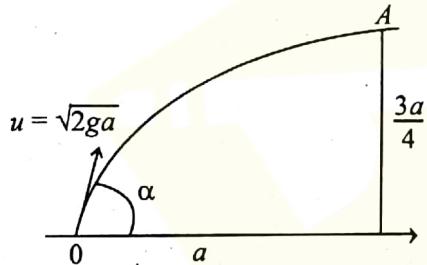
$$2V_A = \frac{1}{2}(1 - 3\lambda)u$$

$$V_A = \frac{1}{4}(1 - 3\lambda)u \quad (\text{C: 05})$$

$$\lambda > \frac{1}{3}, \text{ නම් එවිට } V_A < 0 \quad (\text{C: 05})$$

∴ A හි වලින දියාව ප්‍රතිච්චිත වේ.

02.



0 සිට A දක්වා ගත වූ කාලය t යැයි ගනිමු.

$$S = ut + \frac{1}{2}at^2$$

→

$$a = u \cos \alpha t \rightarrow ① \quad (\text{C: 05})$$

$$\uparrow \frac{3a}{4} = u \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \rightarrow ② \quad (\text{C: 05})$$

$$① \Rightarrow t = \frac{a}{u \cos \alpha}$$

$$\text{දන් } ② \Rightarrow \frac{3a}{4} = u \sin \alpha \frac{a}{u \cos \alpha} - \frac{1}{2}g \left(\frac{a^2}{u^2 \cos^2 \alpha} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{3a}{4} = a \tan \alpha - \frac{1}{2}g \frac{a^2}{2u^2 \cos^2 \alpha} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \frac{3}{4} = \tan \alpha - \frac{1}{4} \sec^2 \alpha$$

$$\Rightarrow \sec^2 \alpha - 4 \tan \alpha + 3 = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow (1 + \tan^2 \alpha) - 4 \tan \alpha + 3 = 0$$

$$\Rightarrow \tan^2 \alpha - 4 \tan \alpha + 4 = 0$$

$$\Rightarrow (\tan \alpha - 2)^2 = 0$$

$$\therefore \tan \alpha = 2 \quad (\text{C: 05})$$

$$\alpha = \tan^{-1}(2)$$

25

$$03. \quad I = \Delta(mv) \text{ යෙදීමෙන්}$$

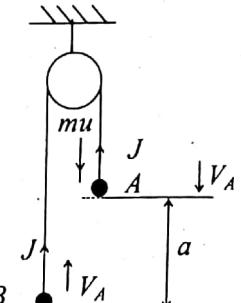
$$\textcircled{A} \downarrow mu - J = mV_A \quad (\text{C: 05})$$

$$\textcircled{B} \uparrow J = mV_A \quad (\text{C: 05})$$

$$mu - mV_A = mV_A$$

$$2V_A = u$$

$$V_A = \frac{u}{2} \quad (\text{C: 05})$$



(C: 05)

ගත වූ කාලය T නම්,

$$T = \frac{a}{V_A} = \frac{a}{u/2} = \frac{2a}{u} \quad (\text{C: 05})$$

04.

$$\begin{array}{c} \longrightarrow a \text{ ms}^{-2} \\ \longrightarrow 25 \text{ ms}^{-1} \end{array}$$



ජවය = 50 kW නිසා

H = FV යෙදීමෙන්

$$50 \times 10^3 = F \times 25 \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore F = \frac{50000}{25} = 2000$$

$$F = ma \rightarrow$$

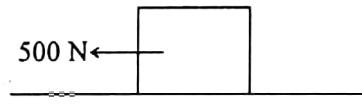
$$F - 500 = 1500 a \quad (\text{C: 05})$$

$$2000 - 500 = 1500 a$$

$$a = 1 \text{ ms}^{-2} \quad (\text{C: 05})$$

කාරයේ එන්තම නැවතුණු විට,

$$\longrightarrow F \text{ ms}^{-2}$$



$$F = ma \rightarrow$$

$$-500 = 1500 f \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore f = -\frac{1}{3}$$

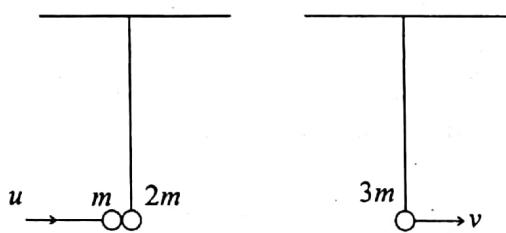
v = u + at යෙදීමෙන්, →

$$v = 25 - \frac{1}{3} \times 50$$

$$= \frac{75 - 50}{3} = \underline{\underline{\frac{25}{3} \text{ ms}^{-1}}} \quad (\text{C: 05})$$

25

05.



$I = \Delta (mv)$ යෙදීමෙන්; m හා $2m \rightarrow$
 $0 = 3mv - mu$ (C: 05)
 $3v = u$
 $v = \frac{u}{3}$ (C: 05)
 සංයුත්ක අංශව සඳහා ගක්ති සංස්ථීති මූලධර්මය
 යෙදීමෙන්,

$$\frac{1}{2} (3m) v^2 - 3mg l = 0 \quad (\text{C: 10})$$

$$\therefore v^2 = 2gl$$

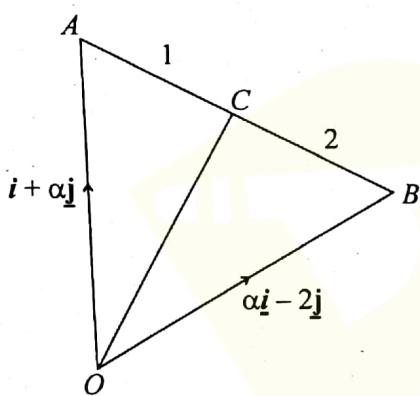
$$\therefore \frac{u^2}{9} = 2gl$$

$$u^2 = 18gl$$

$$\text{ඒ නයින් } u = \sqrt{18gl} \quad (\text{C: 05})$$

25

06.



$$\begin{aligned}\vec{AB} &= \vec{AO} + \vec{OB} \\ &= -(i + \alpha j) + \alpha i - 2j \quad (\text{C: 05}) \\ &= (\alpha - 1)i - (\alpha + 2)j\end{aligned}$$

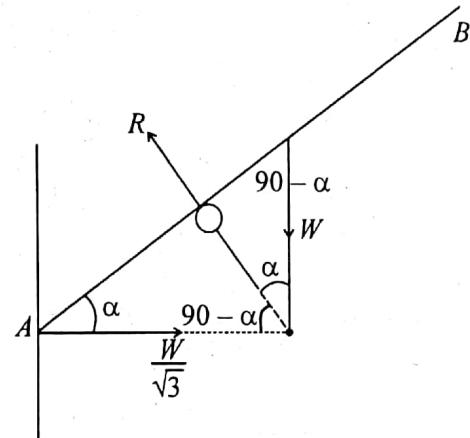
$$\begin{aligned}\vec{OC} &= \vec{OA} + \vec{AC} = \vec{OA} + \frac{1}{3} \vec{AB} \quad (\text{C: 05}) \\ &= i + \alpha j + \frac{1}{3} [(\alpha - 1)i - (\alpha + 2)j] \quad (\text{C: 05}) \\ &= \frac{1}{3} [(\alpha + 2)i + 2(\alpha - 1)j]\end{aligned}$$

$$\vec{OC} \perp \vec{AB} \Leftrightarrow \vec{OC} \cdot \vec{AB} = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$\begin{aligned}&\Leftrightarrow \frac{1}{3} [(\alpha + 2)i + 2(\alpha - 1)j] \cdot [(\alpha - 1)i - (\alpha + 2)j] = 0 \\ &\Leftrightarrow (\alpha + 2)(\alpha - 1) - 2(\alpha - 1)(\alpha + 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow (\alpha - 1)(\alpha + 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \alpha = 1 \quad (\text{C: 05}) \quad (\because \alpha > 0)\end{aligned}$$

25

07.



දැන්වේ සම්බුද්ධතාව සඳහා

$$\rightarrow R \sin \alpha = \frac{W}{\sqrt{3}} \rightarrow ① \quad (\text{C: 05})$$

$$\uparrow R \cos \alpha = W \rightarrow ② \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{①}{②} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6} \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{යෝ } ① \Rightarrow R \sin \frac{\pi}{6} = \frac{W}{\sqrt{3}}$$

$$R = \frac{2W}{\sqrt{3}}$$

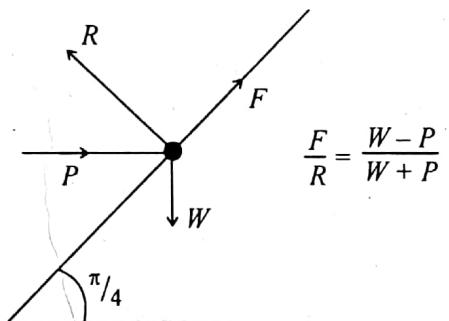
$$A \nearrow R \times AC = W a \cos \alpha \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{2W}{\sqrt{3}} AC = W a \cos \frac{\pi}{6}$$

$$\begin{aligned}AC &= W a \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2W} \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{4} a}} \quad (\text{C: 05})\end{aligned}$$

25

08.



පෙන්වේ සම්බුද්ධතාව සඳහා

$$\nearrow F - W \cos \frac{\pi}{4} + P \cos \frac{\pi}{4} = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$F = \frac{W}{\sqrt{2}} - \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$\Delta R - W \cos \frac{\pi}{4} - P \cos \frac{\pi}{4} = 0 \quad (\text{Q: 05})$$

$$R = \frac{W}{\sqrt{2}} + \frac{P}{\sqrt{2}}$$

$$\mu \geq \frac{|F|}{R}$$

$$\frac{1}{2} \geq \frac{|W-P|}{W+P} \quad (\text{Q: 10})$$

$$\therefore |W-P| \leq \frac{1}{2} (W+P)$$

$$-\frac{1}{2} (W+P) \leq W-P \leq \frac{1}{2} (W+P)$$

$$\text{ඒ නයින් } \frac{W}{3} \leq P \leq 3W \quad (\text{Q: 05})$$

25

$$\text{මධ්‍යන්ය} = \frac{a+23}{5} = 6 \text{ ලබා දෙයි. } (\text{Q: 05})$$

$$\therefore a = 7 \quad (\text{Q: 05})$$

\therefore සංඛ්‍යා 1, 6, 6, 7, 10 වේ.

25

$$09. P(B/A) = \frac{P(B \cap A)}{P(A)}$$

$$\Rightarrow P(B \cap A) = P(A) \cdot P(B/A)$$

$$P(A \cap B) = \frac{3}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{3}{20} \quad (\text{Q: 05})$$

$$\text{දැන් } P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \text{ මගින්} \\ P(B) = P(A \cup B) - P(A) + P(A \cap B) \quad (\text{Q: 05})$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{3}{5} + \frac{3}{20}$$

$$= \frac{4}{20} + \frac{3}{20}$$

$$= \frac{7}{20} \quad (\text{Q: 05})$$

$$\text{එවිට } P(A) \cdot P(B) = \frac{3}{5} \times \frac{7}{20}$$

$$= \frac{21}{100} \quad (\text{Q: 05})$$

$$\therefore P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B) \quad (\text{Q: 05})$$

$\therefore A$ හා B ස්වායත්ත තොරූ.

25

$$10. \text{ මාත්‍ය } = 6 \Rightarrow 6, 6 \text{ සංඛ්‍යා වලින් අවම වගයෙන් දෙකක් වේ.} \\ (\text{Q: 05})$$

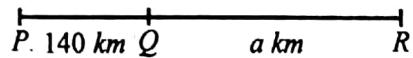
පරුස්‍ය = 9 හා සංඛ්‍යා ධන නීතිල ≤ 10 වේ. මේ නීතා

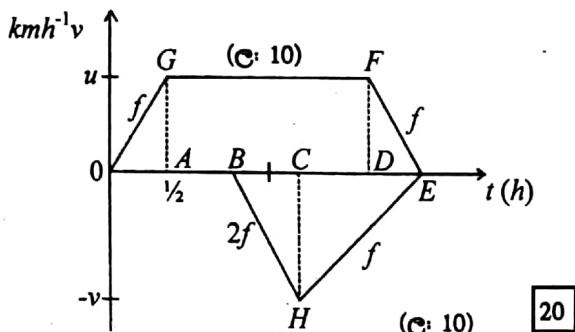
කුඩාම සංඛ්‍යාව 1 හා විශාලම සංඛ්‍යාව 10 වේ. \\ (\text{Q: 05})

මධ්‍යස්ථාන 6 වන නීතා; සංඛ්‍යා

$1, a, 6, 6, 10$ හෝ $1, 6, 6, a, 10$ විය යුතුය. } (\text{Q: 05})

B - ഒക്കാവക

11. (a) 



20

$$\Delta OAG \quad f = \frac{u}{\frac{1}{2}} \quad f = 2u \quad (\text{C: 05})$$

$$\Delta OAG \equiv \Delta DEF$$

$$\therefore DE = \frac{1}{2} \quad (\text{C: 05})$$

$OEGF$ ഭൂപരിയിൽ വർത്തനല്യ = 140 $\quad (\text{C: 05})$

$$\frac{1}{2}(4+3)u = 140 \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{7u}{2} = 140$$

$$\therefore u = \frac{280}{7} = 40$$

$$\therefore f = 2 \times 40 = 80 \quad (\text{C: 05})$$

25

ΔBHC

$$2f = \frac{v}{T} \Rightarrow 160 = \frac{v}{T} \Rightarrow v = 160T \quad (\text{C: 05})$$

ΔECH

$$f = \frac{v}{CE} \Rightarrow 80 = \frac{v}{CE} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore CE = \frac{v}{80}$$

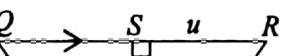
$$= \frac{160T}{80} = 2T \quad (\text{C: 05})$$

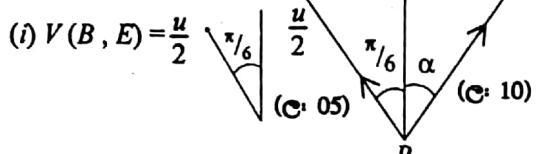
$$\therefore 3T = 3 \text{ ഹു } T = 1, \text{ കഥാ } v = 160 \quad (\text{C: 05})$$

$a = BHE$ ഭൂപരിയിൽ വർത്തനല്യ

$$= \frac{1}{2} \times 3 \times 160 \\ = 240 \quad (\text{C: 05})$$

25

(b) $V(S, E) = \frac{u}{2} \quad (\text{C: 05})$ 



$$(i) V(B, E) = \frac{u}{2} \sqrt{\frac{\pi}{6}} \quad (\text{C: 05})$$

$$V(B, S) = V(B, E) + V(E, S) \quad (\text{C: 05})$$

$$= \vec{PQ} + \vec{QR} \\ = \vec{PR}$$

$$QS = \frac{u}{2} \sin \frac{\pi}{6} = \frac{u}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{u}{4}$$

$$\therefore SR = u - QS$$

$$= u - \frac{u}{4} = \frac{3u}{4}$$

$$SP = \frac{u}{2} \cos \frac{\pi}{6} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{u}{2} = \frac{\sqrt{3}u}{4}$$

$$\tan \alpha = \frac{SR}{SP} = \frac{3u}{4} / \frac{\sqrt{3}u}{4} = \sqrt{3} \quad (\text{C: 05}) + (\text{C: 05})$$

$$\tan \alpha = \sqrt{3}$$

$$\alpha = \frac{\pi}{3} \quad (\text{C: 05})$$

∴ കേവലും അല്ലോ രൈറിമെറ്റ് ഹൈക്കിയ.

40

$$\hat{QPR} = \frac{\pi}{2}$$

$$PR^2 + QP^2 = QR^2$$

$$PR^2 = QR^2 - QP^2$$

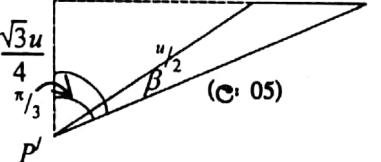
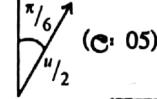
$$= u^2 - \frac{u^2}{4}$$

$$PR = \sqrt{\frac{3u^2}{4}} = \frac{\sqrt{3}u}{2} \quad (\text{C: 05})$$

$$t = \frac{d}{PR} = \frac{2d}{\sqrt{3}u} \quad (\text{C: 05})$$

10

$$(ii) \quad V(B, E) =$$



$$V(B, S) = V(B, E) + V(E, S)$$

$$= \vec{P'Q} + \vec{QR}$$

$$= \vec{P'R} \quad P'R = \sqrt{\left(u + \frac{u}{4}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}u}{4}\right)^2} \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{പരേഖ ഭൂപരിയിൽ } \sin \beta = \frac{\sqrt{\left(\frac{5u}{4}\right)^2 + \left(\frac{3u^2}{16}\right)}}{\sqrt{7}u} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \sqrt{\left(\frac{5u}{4}\right)^2 + \left(\frac{3u^2}{16}\right)} \quad (\text{C: 05})$$

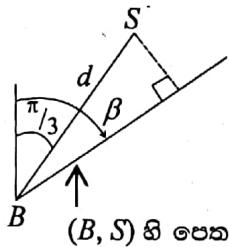
$$= \sqrt{\frac{(25+3)u^2}{16}} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{5}{2\sqrt{7}}u \quad (\text{C: 05})$$

හා

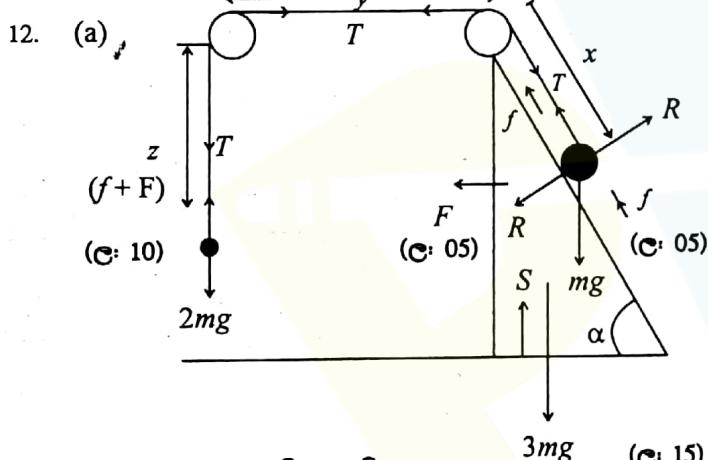
$$\cos \beta = \frac{\sqrt{3} u / 4}{\frac{\sqrt{7} u}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \sqrt{7}} \text{ වේ.}$$

කෙටිම දර = $d \sin (\beta - \frac{\pi}{3})$
(C: 05)



$$\begin{aligned} &= d(\sin \beta \cos \frac{\pi}{3} - \cos \beta \sin \frac{\pi}{3}) \\ &= d\left(\frac{5}{2\sqrt{7}} \cdot \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ &= d\left(\frac{5}{4\sqrt{7}} - \frac{3}{4\sqrt{7}}\right) = \frac{2d}{4\sqrt{7}} = \frac{d}{2\sqrt{7}} \end{aligned} \quad (\text{C: 05})$$

30



$x + y + z =$ නියතයකි.

$$\ddot{z} = \ddot{x} - \ddot{y}$$

$$= f + F$$

$\underline{F} = m\underline{a}$ යොමෝන්,

(2m) \downarrow සඳහා $2mg - T = 2m(f + F)$ (C: 10)

(m) \nwarrow සඳහා $T - mg \sin \alpha = m(f + F \cos \alpha)$
(C: 10)

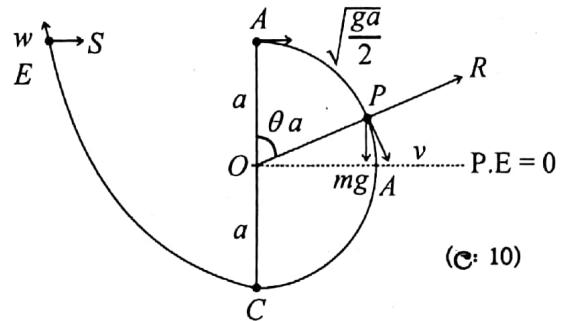
(m) හා (3m) \leftarrow සඳහා

$$T = 3mF + m(F + f \cos \alpha) \quad (\text{C: 15})$$

(2m) \downarrow $S = ut + \frac{1}{2}at^2$
 $a = \frac{1}{2}(f + F)t^2$, මෙහි t යනු ගන්නා
කාලය වේ. (C: 10)

80

(b)



ගක්ති සංස්ථීති මූලධර්මය යොමෝන්,

P.E + K.E + සම්කරණය

(C: 05) (C: 05) (C: 05)

$$\frac{1}{2}mv^2 + mga \cos \theta = \frac{1}{2}m\left(\frac{ga}{2}\right) + mga$$

$$\frac{1}{2}v^2 + ga \cos \theta = \frac{ga}{4} + ga$$

$$2v^2 + 4ga \cos \theta = 5ag$$

$$v^2 = \frac{ga}{2}(5 - 4 \cos \theta) \quad (\text{C: 05})$$

30

වෙනත වලිනය සඳහා

$\underline{F} = m\underline{a}$ \rightarrow යොමෝන්

$$R - mg \cos \theta = \frac{-mv^2}{a} \quad (\text{C: 10})$$

$$R = mg \cos \theta - \frac{m}{a} \frac{ag}{2} (5 - 4 \cos \theta) \quad (\text{C: 05})$$

$$= mg \cos \theta - \frac{5mg}{2} + 2mg \cos \theta$$

$$= 3mg \cos \theta - \frac{5}{2}mg$$

$$= \frac{mg}{2}(6 \cos \theta - 5)$$

$0 < \theta < \alpha$; $R > 0$ හා $\alpha < \theta < \pi$;

$$R < 0 \text{ මෙහි } \cos \alpha = \frac{5}{6} \quad (\text{C: 05})$$

20

ඒ නයින් පබුද් ත්‍රයා පැහැදිලි කිරීමෙන් විට

ප්‍රතික්‍රියාව එහි දිගාව වෙනස් කර ගනියි.

E හි දි ප්‍රවේශය w ලෙස ගනිමු.

A සිට E දක්වා ගක්ති සංස්ථීති නියමය යොමෝන්,

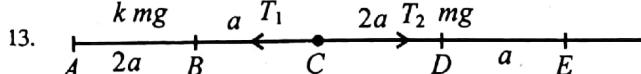
$$w = \sqrt{\frac{ga}{2}} \uparrow \quad (\text{C: 10})$$

$\underline{F} = m\underline{a} \rightarrow$ යොමෝන්

$$S = \frac{mw^2}{2a} = \frac{m}{2a} \frac{ga}{2} = \frac{mg}{4}$$

(C: 05) (C: 05)

20



C ടി പുംബുലിക്കുവാവയേ പാട്ടി.

$$\therefore T_1 - T_2 = 0 \quad (\text{സി: 05})$$

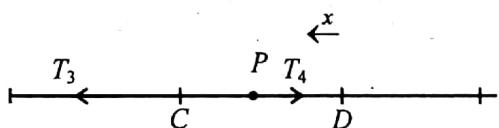
$$T_1 = T_2$$

$$\therefore kmg \frac{a}{2a} = mg \frac{2a}{a} \quad (\text{സി: 10})$$

$$\frac{k}{2} = 2$$

$$k = 4 \quad (\text{സി: 05})$$

20



→

$$F = ma \quad (\text{സി: 05})$$

$$-T_3 + T_4 = m\ddot{x} \quad (\text{സി: 10})$$

$$\therefore -4mg \left(\frac{a+x}{2a} \right) + mg \left(\frac{2a-x}{a} \right) = m\ddot{x}$$

$$(\text{സി: 05}) \qquad (\text{സി: 05})$$

എതിര്

$$\frac{g}{a} (-2a - 2x + 2a - x) = \ddot{x}$$

$$\therefore \ddot{x} = \frac{-3g}{a} x \quad (\text{സി: 05})$$

$$\therefore \ddot{x} + \frac{3g}{a} x = 0$$

മെയ -a ≤ x ≤ 2a സംഭാവന വലംറു ലൈ.

25

മെമ്പ സർല അനുവർത്തി വലിക്കുവാവ സംഭാവന കേന്ദ്രം ചുവി

$$x = 2a \text{ വരുന്ന റിംഗ } \ddot{x} = 0 \text{ ലൈ.} \quad (\text{സി: 05})$$

∴ മെമ്പ സ.അ.വ കി വിശ്വാരയ 2a ലൈ. (സി: 05)

$$\therefore \dot{x}^2 = \frac{3g}{a} (4a^2 - x^2) \quad (\text{സി: 05})$$

∴ B (x = -a) ടി പുംബുലിക്കുവാവ വരുന്ന റിംഗ ലൈ.

$$\text{എതിര് } v^2 = \frac{3g}{a} (4a^2 - a^2) \quad (\text{സി: 05})$$

$$= 9ag$$

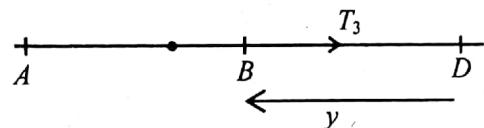
$$v = 3\sqrt{ag} \quad (\text{സി: 05})$$

∴ P അംഗുഖ പല്ലിവരും B ലൈ ലൈ വരുന്ന റിംഗ പുംബുലിക്കുവാവ

$$3\sqrt{ag} \leftarrow \text{ലൈ.}$$

25

ആവേശ വീസ്യ, ആവേശ വീസ്യ തോഞ്ഞുക്കുവാവ പാസ്റ്റ് പുംബുലിക്കുവാവ \sqrt{ag} ലൈ.



$$-T_3 = m\ddot{y} \quad (\text{സി: 05})$$

$$-mg \frac{y}{a} = m\ddot{y} \quad (\text{സി: 05})$$

$$\therefore \ddot{y} = \frac{-gy}{a}$$

$$\text{ഒരു } \ddot{y} + \frac{gy}{a} = 0 \quad (\text{സി: 05})$$

15

മെമ്പ സ.അ.വ കേന്ദ്രം D ലൈ. (സി: 05)

വിശ്വാരയ C വരുന്ന റിംഗ ലൈ.

$$\text{എതിര് } \dot{y}^2 = \frac{g}{a} (c^2 - y^2)$$

$$y = 3a \text{ വരുന്ന റിംഗ } \dot{y} = \sqrt{ag} \quad (\text{സി: 05})$$

$$ag = \frac{g}{a} (c^2 - 9a^2) \quad (\text{സി: 05})$$

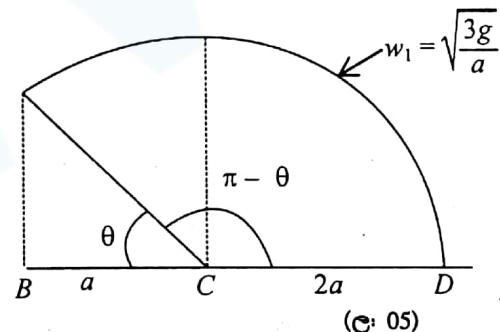
$$c^2 = 10a^2$$

$$\therefore c = \sqrt{10}a \quad (\text{സി: 05})$$

$3a < \sqrt{10}a < 5a$ വീസ്യ P അംഗുഖ B ഹാ A അതര F ലൈ അംഗുഖ ടി കുംബിക്ക വിശ്വാരയ പാസ്റ്റിലൈ.

20

D ലൈ B ഹാ ടി കുംബിക്ക വിശ്വാരയ വരുന്ന റിംഗ ലൈ.



$$(\text{സി: 05})$$

$$\sqrt{\frac{3g}{a}} t_1 = \pi - \theta \text{ മെമ്പ } \cos \theta = \frac{a}{2a}$$

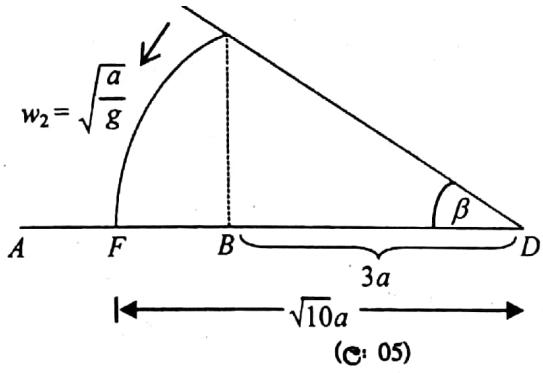
$$\cos \theta = \frac{1}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{3} \quad (\text{സി: 05})$$

$$\sqrt{\frac{3g}{a}} t_1 = \left(\pi - \frac{\pi}{3} \right)$$

$$t_1 = \frac{2\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{3g}}$$

$$t_1 = \frac{2\pi}{3\sqrt{3}} \sqrt{\frac{a}{g}} \quad (\text{സി: 05})$$



B සිට F ට ගන්නා කාලය t_2 යැයි ගනිමු.

$$\sqrt{\frac{g}{a}} t_2 = \beta \text{ හා } \cos \beta = \frac{3a}{\sqrt{10}a}$$

(C: 05)

$$\therefore t_2 = \sqrt{\frac{a}{g}} \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right) \text{ හා } \beta = \cos^{-1}\left(\frac{3}{\sqrt{10}}\right)$$

(C: 05)

F සිට B ට ගන්නා ලද කාලය t_3 යැයි ගනිමු.
(දෙවන වකාවට B ට පැමිණීම.)

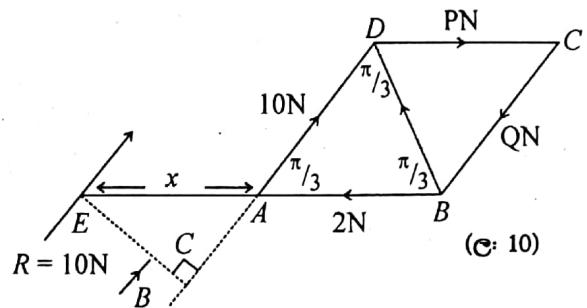
$$t_3 = t_2$$

$$\therefore \text{අවශ්‍ය කාලය} = t_1 + t_2 + t_3 \quad (\text{C: 05})$$

$$= 2 \sqrt{\frac{a}{g}} \left\{ \frac{\pi}{3\sqrt{3}} + \cos^{-1} \frac{3}{\sqrt{10}} \right\}$$

(C: 05)
45

(b)



$$\uparrow 10 \sin \frac{\pi}{3} = 10 \sin \frac{\pi}{3} - Q \sin \frac{\pi}{3} - 6 \sin \frac{\pi}{3}$$

(C: 10)

$$10 = 10 - Q - 6$$

$$Q = 6 \quad (\text{C: 05})$$

$$\rightarrow 10 \cos \frac{\pi}{3} = P - 2 - 6 \cos \frac{\pi}{3} - 6 \cos \frac{\pi}{3} + 10 \cos \frac{\pi}{3}$$

$$0 = P - 2 - 3 - 3$$

$$\underline{\underline{P = 8}} \quad (\text{C: 05})$$

40

$$E \swarrow 10x \sin \frac{\pi}{3} - 6 \times (2+x) \sin \frac{\pi}{3} - 8 \times 2 \sin \frac{\pi}{3}$$

$$+ 6(2+x) \sin \frac{\pi}{3} = 0 \quad (\text{C: 10})$$

$$10x - \cancel{6x} - \cancel{6x} - 16 + \cancel{6x} + \cancel{6x} = 0$$

$$10x = 16$$

$$\underline{\underline{x = \frac{8}{5}}} \quad (\text{C: 05})$$

15

$$14. (a) \vec{AC} = \vec{AO} + \vec{OC}$$

$$= \vec{OC} - \vec{OA} \quad (\text{C: 05})$$

$$= 10\underline{a} + 3\underline{b} - 12\underline{a}$$

$$= -2\underline{a} + 3\underline{b} \quad (\text{C: 05})$$

$$\vec{CB} = \vec{OB} - \vec{OC} \quad (\text{C: 05})$$

$$= 18\underline{b} - (10\underline{a} + 3\underline{b}) = -10\underline{a} + 15\underline{b} \quad (\text{C: 05})$$

20

$$\vec{CB} = 5\vec{AC} \quad (\text{C: 05})$$

$\therefore A, B \text{ හා } C$ ඒකරෝධිය වන අතර, (C: 05)

$$AC : CB = 1 : 5 \text{ වේ. } (\text{C: 05})$$

15

$$OC = \sqrt{139} \Rightarrow \vec{OC} \cdot \vec{OC} = 139 \quad (\text{C: 05})$$

$$(10\underline{a} + 3\underline{b}) \cdot (10\underline{a} + 3\underline{b}) = 139 \quad (\text{C: 05})$$

$$100|\underline{a}|^2 + 60\underline{a} \cdot \underline{b} + 9|\underline{b}|^2 = 139 \quad (\text{C: 05})$$

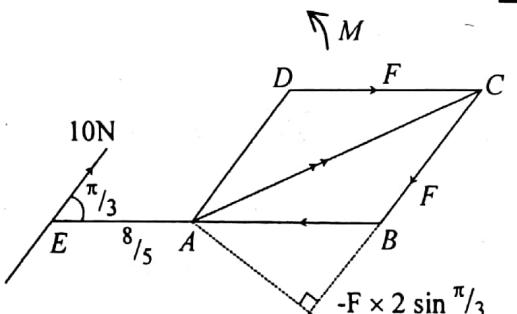
$$100 + 9 + 60 \underline{a} \cdot \underline{b} = 139$$

$$60 \underline{a} \cdot \underline{b} = 30$$

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = \frac{30}{60} = \frac{1}{2} \quad (\text{C: 05})$$

$$\underline{a} \cdot \underline{b} = |\underline{a}| |\underline{b}| \cos AOB$$

$$|\underline{a}| |\underline{b}| \cos AOB = \frac{1}{2} \quad (\text{C: 05})$$



A

$$-10 \times \frac{8}{5} \sin \frac{\pi}{3} + M - F \times 2 \sin \frac{\pi}{3} = 0 \quad (\text{C: 10})$$

$$M - 2F \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 10 \times \frac{8}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 0$$

$$M = 8\sqrt{3} + 2\sqrt{3}F \quad (\text{C: 05})$$

$$C \uparrow M - 10(2 + \frac{8}{5}) \sin \frac{\pi}{3} = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$M = 10 \times \frac{18}{5} \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$= 18\sqrt{3} \quad (\text{C: 05})$$

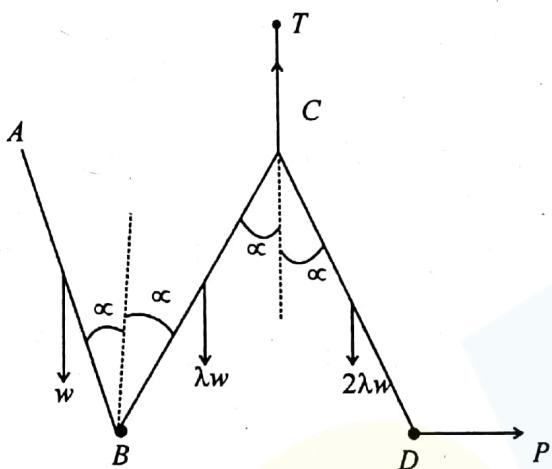
$$2\sqrt{3}F = M - 8\sqrt{3}$$

$$= 18\sqrt{3} - 8\sqrt{3}$$

$$F = \frac{10\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} = 5 \quad (\text{C: 05})$$

30

15.



(a) CD սգահա C մեջ ցործ գործություն

$$C \downarrow 2\lambda W \cdot a \sin \alpha - P \times 2a \cos \alpha = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$P \cos \alpha = \lambda W \sin \alpha$$

$$P = \lambda W \tan \alpha$$

(C: 05)

BC և CD սգահա B մեջ ցործ գործություն

$$B \downarrow \lambda W a \sin \alpha - T 2a \sin \alpha + 2\lambda W 3a \sin \alpha = 0$$

$$2T = 6\lambda W + \lambda W \quad (\text{C: 10})$$

$$T = \frac{7}{2} \lambda W \quad (\text{C: 05})$$

AB, BC և CD սգահա A մեջ ցործ գործություն,

$$A \downarrow W a \sin \alpha + \lambda W 3a \sin \alpha - T 4a \sin \alpha \quad (\text{C: 10})$$

$$+ 2\lambda W 5a \sin \alpha - P 2a \cos \alpha = 0$$

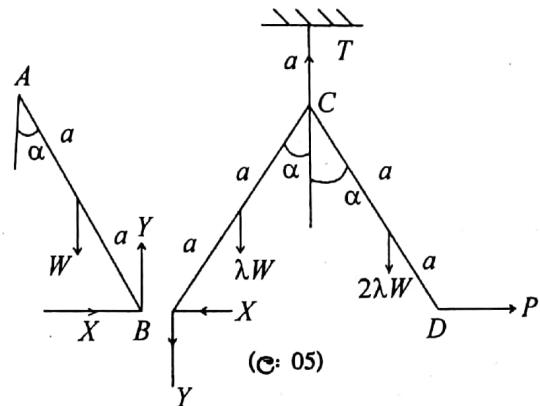
$$W \sin \alpha + 13\lambda W \sin \alpha - 14\lambda W \sin \alpha$$

$$- \lambda W \tan \alpha \times 2 \cos \alpha = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$1 - \lambda - 2\lambda = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{1}{3} \quad (\text{C: 05})$$

45



BC և CD սգահա

$$\uparrow Y + 3\lambda W - T = 0$$

$$\therefore Y = \frac{7}{2} \lambda W - 3\lambda W \quad (\text{C: 05})$$

$$Y = \frac{\lambda W}{2}$$

$$Y = \frac{1}{3} \frac{W}{2}$$

$$Y = \frac{W}{6}$$

$$\leftarrow X - P = 0$$

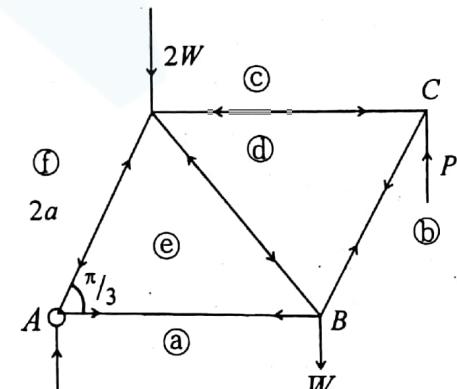
$$X = P$$

$$= \lambda W \tan \alpha$$

$$X = \frac{W}{3} \tan \alpha \quad (\text{C: 05})$$

15

(b)

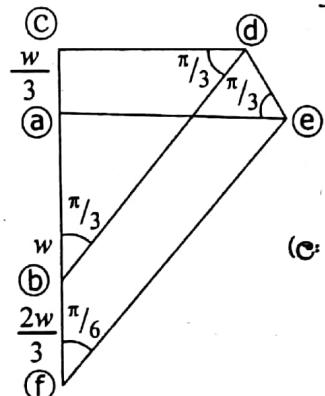


A \downarrow

$$2Wa + W \times 2a - P \times 3a = 0$$

$$P = \frac{4W}{3} \quad (\text{C: 10})$$

10



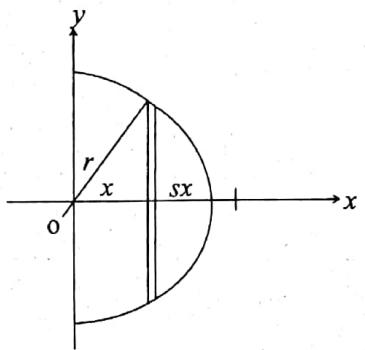
(C: 30)

30

දැන්ති	ආකෘතිය	තෙරපුම
AB	$\frac{5\sqrt{3}}{9} W$	-
BC	$\frac{8\sqrt{3}}{9} W$	-
CD	-	$\frac{4\sqrt{3}}{9} W$
DA	-	$\frac{10\sqrt{3}}{9} W$
BD	-	$\frac{2\sqrt{3}}{9} W$

50

මෙහි ර යනු සෙන්ස සනාත්වයයි.



$$\bar{x} = \frac{\int_0^r \pi(r^2 - x^2) \sigma x \, dx}{\int_0^r \pi(r^2 - x^2) \sigma \, dx} \quad (\text{C: 05})$$

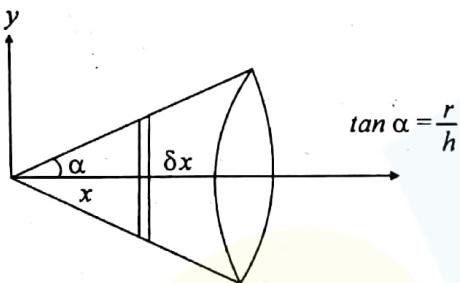
$$= \frac{\int_0^r (r^2 x - x^3) \, dx}{\int_0^r (r^2 - x^2) \, dx} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{\left[\frac{r^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^r}{\left[r^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_0^r} = \frac{\frac{r^4}{2} - \frac{r^4}{4}}{r^3 - \frac{r^3}{3}}$$

$$= \frac{r^4/4}{2r^3} = \frac{3r}{8} \quad (\text{C: 05})$$

30

16. (i) උකාකාර සන සැපු විටත කේතුව



සම්මිතියට අනුව සෙන්ස සනාත්වය x අක්ෂය මත පිහිටියි. (C: 05)

$\delta m = \pi(x \tan \alpha)^2 \delta x \rho$, මෙහි ρ යනු සනාත්වයයි.

$$\bar{x} = \frac{\int_0^h \pi \tan^2 \alpha \rho x^2 x \, dx}{\int_0^h \pi \tan^2 \alpha \rho x^2 \, dx} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{\int_0^h x^3 \, dx}{\int_0^h x^2 \, dx} = \frac{\left[\frac{x^4}{4} \right]_0^h}{\left[\frac{x^3}{3} \right]_0^h} \quad (\text{C: 05})$$

$$\bar{x} = \frac{\frac{h^4}{4}}{h^3/3} = \frac{3h}{4}$$

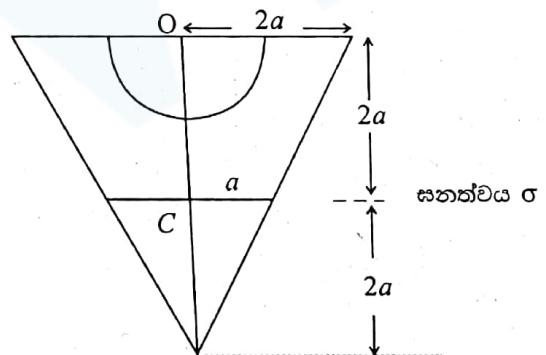
$$\therefore \text{පතලේ කේත්දෝයේ සිට දුර} = h - \frac{3}{4}h = \frac{1}{4}h$$

(C: 05) 30

- (ii) උකාකාර සන අරඹ ගෝලයක

සම්මිතිය අනුව සෙන්ස සනාත්වය x අක්ෂය මත පිහිටියි. (C: 05)

$$\delta m = \pi(r^2 - x^2) \delta x \sigma$$

සනාත්වය σ

වස්තුව	සෙන්සය	O සිට දුර
	$\frac{16\pi a^3}{3} \rho$	a
	$\frac{2}{3}\pi a^3 \rho$	$\frac{5a}{2}$

30

	$\frac{2}{3} \pi a^3 \rho$ (C: 05)	$\frac{3a}{8}$ (C: 05)
	$4\pi a^3 \rho$ (C: 05)	\bar{x}

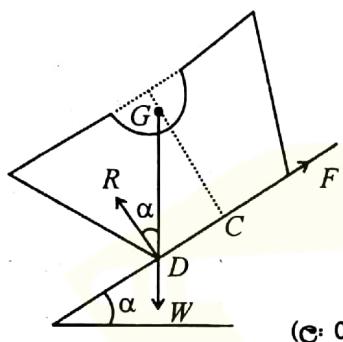
සම්තිය අනුව සකන්ද කේත්දය සම්තික අක්ෂය මත පිහිටයි. (C: 05)

$$4\pi a^3 \rho \bar{x} = \frac{16}{3} \pi a^3 \rho a - \frac{2}{3} \pi a^3 \rho \frac{5a}{2} - \frac{2}{3} \pi a^3 \rho a \frac{3a}{8}$$

$$4\bar{x} = \frac{16a}{3} - \frac{5a}{2} - \frac{a}{4} \quad (\text{C: 20})$$

$$\bar{x} = \frac{41a}{48} \quad (\text{C: 05})$$

65



(C: 05)

ලිජසා යාම වැළැක්වීමට
 $M \geq \tan \alpha$
 $\therefore 0.9 \geq \tan \alpha \quad (\text{C: 10})$

එනම් $\alpha \leq \tan^{-1}(0.9)$

පෙරලීම වැළැක්වීමට
 $CD < a$
 $\therefore CG \tan \alpha < a$

එනම්,

$$\frac{55a}{48} \tan \alpha < a \quad (\text{C: 10})$$

$$\text{එනම් } \alpha < \tan^{-1}\left(\frac{48}{55}\right)$$

25

17. (a)

A B C

නිෂ්පාදන		
සම්හාරිකාව	$\frac{1}{2}$	P

දෝෂ ඇකිවීමේ		
සම්හාරිකාව	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$

D - තොරාගත් අයිතමයක් දෝෂ සහිත වීමේ
සම්හාරිකාව

$$P(D) = P(D/A) \cdot P(A) + P(D/B) \cdot P(B) + P(D/C) \cdot P(C)$$

$$0.018 = \frac{1}{100} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{100} \times P + \frac{2}{100} \times \left(\frac{1}{2} - P\right) \quad (\text{C: 10})$$

$$3.6 = 1 + 6P + 2 - 4P$$

$$2P = 0.6$$

$$\therefore P = 0.3 \quad (\text{C: 05})$$

∴ B යන්තුය මගින් නිපදවන ලද හාන්ච්ච්වල ප්‍රතිගතය 30%
(C: 05)

∴ C යන්තුය මගින් නිපදවන ලද හාන්ච්ච්වල

$$\text{ප්‍රතිගතය} = 50\% - 30\%$$

$$= 20\% \quad (\text{C: 05})$$

25

$$P(A/D) = \frac{P(D/A) \cdot P(A)}{P(D)} \quad (\text{C: 10})$$

$$= \frac{\frac{1}{100} \times \frac{1}{2}}{0.018} = \frac{1/200}{18/1000}$$

$$= \frac{1}{200} \times \frac{1000}{18} = \frac{5}{18} \quad (\text{C: 05})$$

ගන්නා කාලය	f	මධ්‍ය අයය x	$y = \frac{1}{10}x$	y^2	fy	fy^2	(C: 05)	(C: 05)
							$\sum fy$	$\sum fy^2$
0 - 20	10	10	1	1	10	10		
20 - 40	30	30	3	9	90	270		
40 - 60	40	50	5	25	200	1000		
60 - 80	10	70	7	49	70	490		
80 - 100	10	90	9	81	90	810		
	100						$\sum fy = 460$	$\sum fy^2 = 2580$

$$M_y = \frac{\sum fy}{\sum f} = \frac{460}{100} = \frac{23}{5} \quad (\text{C: 05})$$

$$\sigma_y^2 = \frac{\sum fy^2}{\sum f} - M_y^2$$

$$= \frac{2580}{100} - \left(\frac{23}{5}\right)^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{116}{25}$$

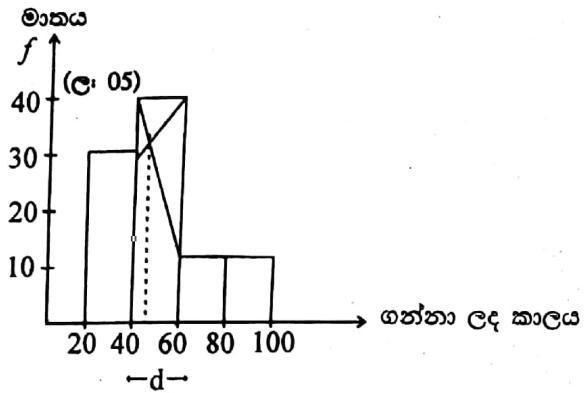
$$\sigma_y = \sqrt{\frac{116}{25}} = \frac{2\sqrt{29}}{5} \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{මධ්‍යනූ = } M_x = 10M_y = 10 \times \frac{23}{5} = 46 \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \text{සම්මත අපගමනය } \sigma_x = 10\sigma_y$$

$$= 10 \times \frac{2\sqrt{29}}{5}$$

$$= 4\sqrt{29} \approx 21.54 \quad (\text{C: 05})$$



$$\frac{10}{d} = \frac{30}{20-d} \quad (\text{C: 05})$$

$$200 - 10d = 30d$$

$$40d = 200$$

$$d = 5$$

$$\therefore \text{මාත්‍ය} = 40 + 5$$

$$= \underline{\underline{45}} \quad (\text{C: 05})$$

65

(b) නව ව්‍යාපෘතිය සඳහා

$$\begin{aligned} M_y &= \frac{1}{100} \left[\sum f y - f_1 y_1 - f_5 y_5 + 20 \times 1 \right] \\ &= \frac{1}{100} \left[460 - 10 - 90 + 20 \right] = \frac{380}{100} \quad (\text{C: 05}) \end{aligned}$$

$$= \frac{19}{5}$$

$$\therefore \text{නව මධ්‍යනාංස} = 10 \times \frac{19}{5} = 38 \quad (\text{C: 05})$$

$$\sigma_y^2 = \left[\sum f y^2 - f_1 y_1^2 - f_5 y_5^2 + 20 \times 1^2 \right] - \left(\frac{19}{5} \right)^2$$

$$= \frac{1}{100} \left[2580 - 10 - 810 + 20 \right] - \frac{361}{25} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{1780}{100} - \frac{361}{25}$$

$$= \frac{84}{25}$$

$$\therefore \sigma_y = \frac{\sqrt{84}}{5} = \frac{2\sqrt{21}}{5} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \text{නව සම්මත අපගමනය} = 10 \times \frac{2\sqrt{21}}{5} = 4\sqrt{21} \quad (\text{C: 05})$$

$$\approx 18.33$$

මාත්‍ය වෙනස් නොවේ. (ල: 10)

(∴ මාත්‍ය පර්‍යාගියේ දෙපස සංඛ්‍යාත වෙනස් නොවේ.)

35