

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (ලස්ස් පෙළ) විභාගය - 2019 අගෝස්තු (නව නිරදේශය)

General Certificate of Education (Adv. Level) Examination – August 2019 (New Syllabus)

සංයෝග ගණිතය I / පැය තුනයි - අමතර කියවීම් කාලය - මිනින්දු 10 සි

Combined Mathematics I / Three hours - Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න මෝර ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිඛිමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංඛ්‍යානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

ପ୍ରଦେଶ :

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 01 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
 - A කොටස:
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා මිධි පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩිහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවස්ථ වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩාසි හාටින කළ හැකි ය.
 - B කොටස:
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔවෝ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩාසිවල ලියන්න.
 - නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උසින් සිටින පරිදී කොටස දෙක අමුණා විභාග ගාලුයිපතිට හාර දෙන්න.
 - ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ගාලුවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

A කොටස

01. ගණිත අභ්‍යන්තර මූලධරුමය හාවිතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n (2r - 1) = n^2$ බව සාධනය කරන්න.

02. එක ම රුප සටහනක $y = |4x - 3|$ හා $y = 3 - 2|x|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දෙ සටහන් අදින්න.

ఈ నాటినీ లోప అను అప్పరాక్షినీ లోపి, $|2x - 3| + |x| < 3$ అసమానతావి సమాచారంలోని x కి సియాల్ 0 తూనీనీ వీచి అయినీ సొయితే.

03. ආගන්ති සටහනක, $\text{Arg}(z - 2 - 2i) = -\frac{3\pi}{4}$ සපුරාලන ය z සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරුපණය කරන ලක්ෂණවල පරියෙහි දළ සටහනක් අදින්න.

ඒ තයින් හෝ අන් අපුරකිත් හෝ, $\text{Arg}(z - 2 - 2i) = -\frac{3\pi}{4}$ වන පරිදි $|iz + 1|$ සි අවම අගය සොයන්න.

04. $\left(x^3 + \frac{1}{x^2}\right)^7$ හි ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ x^6 හි සංග්‍රහකය 35 බව පෙන්වන්න.

ඉහත ද්වීපද ප්‍රසාරණයේ x වලින් ස්වායන්තා පදනම් තොළවතිනා බවන් පෙන්වන්න.

05. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+2}-1}{\sin(\pi(x-3))} = \frac{1}{2\pi}$ බව පෙන්වන්න.

06. $y = \sqrt{\frac{x+1}{x^2+1}}$, $x = 0$, $x = 1$ හා $y = 0$ වතු මගින් ආවෘත වන පෙදලය x - අක්ෂය වටා රේවියන 2π වලින් ප්‍රමණය කරනු ලබයි.
මෙළඳ ජනනය වන සන වශ්‍යාලේ පරිමාව $\frac{\pi}{4} (\pi + 1 \ln 4)$ බව පෙන්වන්න.

07. C යනු $t \in \mathbb{R}$ සඳහා $x = at^2$ සහ $y = 2at$ මගින් පරාමිතිකව දෙනු ලබන පරාවලය යැයි ගනිමු; මෙහි $a \neq 0$ වේ.

C පරාවලයට $(at^2, 2at)$ ලක්ෂණයෙහි දී වූ අනිලම්බ රේඛාවෙහි සමිකරණය $y + bx = 2at + at^3$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

C පරාවලය මත $P \equiv (4a, 4a)$ ලක්ෂණයෙහි දී වූ අනිලම්බ රේඛාවට එම පරාවලය තැවත $Q \equiv (aT^2, 2aT)$ ලක්ෂණයක දී හමු වේ. $T = -3$ බව පෙන්වන්න.

08. I_1 හා I_2 යනු පිළිවෙශීන් $x + y = 4$ හා $4x + 3y = 10$ මගින් දෙනු ලබන සරල රේඛා යැයි ගනිමු.
 P හා Q ප්‍රහිත්ත ලක්ෂණ දෙක I_1 රේඛාව මත පිහිටා ඇත්තේ මෙම එක් එක් ලක්ෂණයේ සිට I_2 රේඛාවට ඇති ලමිඩ දුර රේකක I ක් වන පරිදි ය. P හා Q හි බේංච්බාංක සොයන්න.

09. $A \equiv (-7, 9)$ ලක්ෂණය $S \equiv x^2 + y^2 - 4x + 6y - 12 = 0$ වෙතින් පිහිටා බව පෙන්වන්න.
 $S = 0$ වෙතින් මත තු, A ලක්ෂණයට ආසන්නතම ලක්ෂායෙහි බණ්ඩාක සොයන්න.

$S=0$ වෘත්තය මත වූ, A ලක්ෂායට ආසන්නතම ලක්ෂායෙහි බණධාංක සොයනු ලබයි.

10. $\theta \neq (2n+1)\pi$ සඳහා $t = \tan \frac{\theta}{2}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $n \in \mathbb{Z}$ වේ. $\cos \theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}$ බව පෙන්වන්න.
 $\tan \frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ බව අභ්‍යන්තර කරන්න.

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

11. (a) $p \in \mathbb{R}$ හා $0 < p \leq 1$ යැයි ගනිමු. $p^2x^2 + 2x + p = 0$ සමිකරණයේහි, 1 මූලයක් නොවන බව පෙන්වන්න.

α හා β යනු මෙම සමිකරණයේහි මූල යැයි ගනිමු. α හා β දෙකම තාත්ත්වික බව පෙන්වන්න.

p ඇපුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වා

$$\frac{1}{(\alpha - 1)} \cdot \frac{1}{(\beta - 1)} = \frac{p^2}{p^2 + p + 2}$$

බව පෙන්වන්න.

$\frac{\alpha}{\alpha - 1}$ හා $\frac{\beta}{\beta - 1}$ මූල වන වර්ග සමිකරණය $(p^2 + p + 2)x^2 - 2(p + 1)x + p = 0$ මගින් දෙනු ලබන බවත්,

මෙම මූල දෙකම ධෙන වන බවත් පෙන්වන්න.

- (b) c හා d යනු නිශ්චාන් තාත්ත්වික සංඛ්‍යා දෙකක් යැයි ද $f(x) = x^3 + 2x^2 - dx + cd$ යැයි ද ගනිමු. $(x - c)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් බවත්, $(x - d)$ මගින් $f(x)$ බෙදු විට ගේෂය cd බවත් දී ඇත. c හා d හි අගයන් සොයන්න. c හා d හි මෙම අගයන් සඳහා, $(x + 2)^2$ මගින් $f(x)$ බෙදු විට ගේෂය සොයන්න.

12. (a) P_1 හා P_2 යනු පිළිවෙළින් $\{A, B, C, D, E, 1, 2, 3, 4\}$ හා $\{F, G, H, I, J, 5, 6, 7, 8\}$ මගින් දෙනු ලබන කුලක දෙක යැයි ගනිමු. $P_1 \cup P_2$ ත් ගනු ලබන වෙනස් අකුරු 3 කින් හා වෙනස් සංඛ්‍යාක 3 කින් යුතු, අවයව 6 කින් සම්බුද්‍යක් සැදීමට අවශ්‍යව ඇත. පහත එක් එක් අවස්ථාවේ දී සැදිය හැකි එවැනි වෙනස් මුරපද ගණන සොයන්න:

(i) අවයව 6 ම P_1 ත් පමණක් ම තෝරා ගනු ලැබේ.

(ii) අවයව 3 ක් P_1 ත් ද P_2 ත් අනෙක් අවයව 3 ද තෝරා ගනු ලැබේ.

$$(b) r \in \mathbb{Z}^+ සඳහා U_r = \frac{1}{r(r+1)(r+3)(r+4)} හා V_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)} යැයි ගනිමු.$$

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $V_r - V_{r+2} = 6U_r$ බව පෙන්වන්න.

$$\text{ඒ නයින්, } n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } \sum_{r=1}^n U_r = \frac{5}{144} - \frac{(2n+5)}{6(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $W_r = U_{2r-1} + U_{2r}$ යැයි ගනිමු.

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } \sum_{r=1}^n W_r = \frac{5}{144} - \frac{(4n+5)}{24(n+1)(n+2)(2n+1)(2n+3)} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

ඒ නයින්, $\sum_{r=1}^{\infty} W_r$ අපරිමිත ජ්‍යෙෂ්ඨ අභිජාරී බව පෙන්වා එහි උක්‍යය සොයන්න.

13. (a) $A = \begin{bmatrix} a & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 1 & -a & 4 \end{bmatrix}$ හා $C = \begin{bmatrix} b & -2 \\ -1 & b+1 \end{bmatrix}$ යනු $AB^T = C$ වන පරිදි වූ න්‍යාය යැයි ගනිමු;

මෙහි $a, b \in \mathbb{R}$ වේ.

$a = 2$ හා $b = 1$ බව පෙන්වන්න.

තව ද C^{-1} නොපවිතින බව පෙන්වන්න.

$P = \frac{1}{2}(C - 2I)$ යැයි ගනිමු. P^{-1} ලියා දක්වා, $2P(Q + 3I) = P - I$ වන පරිදි Q න්‍යායය සොයන්න;

මෙහි I යනු ගණය 2 වන එකක න්‍යායය වේ.

(b) $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ යැයි ගනීමු.

(i) $\operatorname{Re} z \leq |z|$, හා

$$(ii) z_2 \neq 0 \text{ සඳහා } \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{|z_1|}{|z_2|}$$

බව පෙන්වන්න.

$z_1 + z_2 \neq 0$ සඳහා $\operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) \leq \frac{|z_1|}{|z_1 + z_2|}$ බව අපෝහනය කරන්න.

$z_1 + z_2 \neq 0$ සඳහා $\operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) + \operatorname{Re} \left(\frac{z_2}{z_1 + z_2} \right) = 1$ බව සත්‍යාපනය කර,

$z_1, z_2 \in \mathbb{C}$ සඳහා $|z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2|$ බව පෙන්වන්න.

(c) $\omega = \frac{1}{2} (1 - \sqrt{3}i)$ යැයි ගනීමු.

$1 + \omega$ යන්න $r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයෙන් ප්‍රකාශ කරන්න; මෙහි $r (> 0)$ හා $\theta \left(-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \right)$ යනු තිරණය කළ යුතු නියත වේ.

ද මූලාවර් ප්‍රමේයය හාවිතයෙන්, $(1 + \omega)^{10} + (1 + \bar{\omega})^{10} = 243$ බව පෙන්වන්න.

14. (a) $x \neq 3$ සඳහා $f(x) = \frac{9(x^2 - 4x - 1)}{(x - 3)^3}$ යැයි ගනීමු.

$x \neq 3$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්තය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = -\frac{9(x+3)(x-5)}{(x-3)^4}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්ථානයෙන්මුඩී, y - අන්ත්‍රාධික හා භුරුම් ලක්ෂණ දක්වමින්, $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අදින්න.

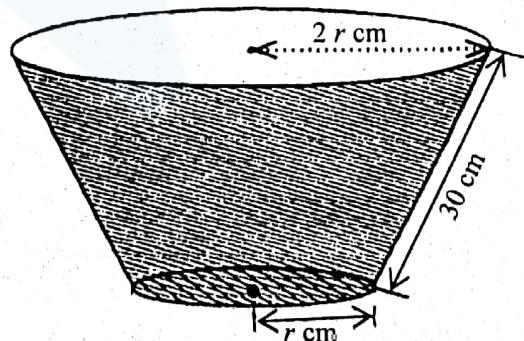
$x \neq 3$ සඳහා $f''(x) = \frac{18(x^2 - 33)}{(x-3)^5}$ බව ද ඇතු. $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ නැතිවර්තන ලක්ෂණවල x - බණ්ඩාක සොයන්න.

(b) යාබද රුපයෙන් පත්‍රලක් සහිත සූප්‍ර වෘත්තාකාර කේතු ජ්‍යෙන්තාකාරය ආකාරයෙන් වූ බෙසමත් පෙන්වයි. බෙසමෙහි ඇල දිග 30 cm ක් ද උඩත් වෘත්තාකාර දාරයෙහි අරය පත්‍රලෙහි අරය මෙන් දෙගුණයක් ද වේ. පත්‍රලේ අරය r cm යැයි ගනීමු.

බෙසමේ පරිමාව $V \text{ cm}^3$ යන්න $0 < r < 30$ සඳහා

$$V = \frac{7}{3} \pi r^2 \sqrt{900 - r^2} \text{ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.}$$

බෙසමේ පරිමාව උපරිම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



15. (a) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ සඳහා $x = 2 \sin^2 \theta + 3$ ආදේශය හාවිතයෙන්, $\int_1^4 \sqrt{\frac{x-3}{5-x}} dx$ අයයන්න.

(b) හින්න හාග හාවිතයෙන්, $\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$ සොයන්න.

$$t > 2 \text{ සඳහා } f(t) = \int_3^t \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx \text{ යැයි ගනීමු.}$$

$t > 2$ සඳහා $f(t) = \ln(t-2) - \ln(t-1) + \ln 2$ බව අපෝහනය කරන්න.

කොටස වශයෙන් අනුකළනය හාවිතයෙන්, $\int \ln(x-k) dx$ සොයන්න; මෙහි k යනු තාත්ත්වික නියතයකි.

ඡ නයින්, $\int f(t) dt$ සොයන්න.

$$(c) \quad a \text{ හා } b \text{ නියත වන } \int_a^b f(x) dx = \int_a^b f(a+b-x) dx \text{ සූත්‍රය හාවිතයෙන්,}$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^x \cos^2 x}{1+e^x} dx \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

ඒ නයින්, $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx$ හි අගය සොයන්න.

16. $12x - 5y - 7 = 0$ හා $y = 1$ සරල රේඛාවල ජේදන ලක්ෂණය වන A හි බණ්ඩාක ලියා දක්වන්න.

I යනු මෙම රේඛාවලින් සැදෙන සූළ කෝණයෙහි සම්විජේදකය යැයි ගනිමු. I සරල රේඛාවේ සම්කරණය සොයන්න.

P යනු I මත වූ ලක්ෂණයක් යැයි ගනිමු. P හි බණ්ඩාක $(3\lambda + 1, 2\lambda + 1)$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $\lambda \in \mathbb{R}$ වේ.

$B \equiv (6,0)$ යැයි ගනිමු. B හා P ලක්ෂණ විෂකම්භයක අන්ත ලෙස වූ වෘත්තයෙහි සම්කරණය $S + \lambda U = 0$ ලෙස ලිවිය හැකි බව පෙන්වන්න; මෙහි $S \equiv x^2 + y^2 - 7x - y + 6$ හා $U \equiv -3x - 2y + 18$ වේ.

$S = 0$ යනු AB විෂකම්භයක් ලෙස ඇති වෘත්තයෙහි සම්කරණය බව අපෝහනය කරන්න.

$U = 0$ යනු I ව ලබාව, B හරහා යන සරල රේඛාවේ සම්කරණය බව පෙන්වන්න.

සියලු $\lambda \in \mathbb{R}$ සඳහා $S + \lambda U = 0$ සම්කරණය සහිත වෘත්ත මත වූ ද B වලින් ප්‍රහින්න වූ ද අවල ලක්ෂණයෙහි බණ්ඩාක සොයන්න.

$S = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තය, $S + \lambda U = 0$ මගින් දෙනු ලබන වෘත්තයට ප්‍රාග්ධන වන පරිදි λ හි අගය සොයන්න.

17. (a) $\sin A, \cos A, \sin B$ හා $\cos B$ ඇපුරෙන් $\sin(A+B)$ ලියා දක්වා, $\sin(A-B)$ සඳහා එවැනි ප්‍රකාශනයක් ලබා ගන්න.

$$2 \sin A \cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B) \text{ හා}$$

$$2 \cos A \sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$$

බව අපෝහනය කරන්න.

ඒ නයින්, $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ සඳහා $2 \sin 3\theta \cos 2\theta = \sin 7\theta$ විසඳන්න.

(b) ABC ත්‍රිකෝණයක $BD = DC$ හා $AD = BC$ වන පරිදි D ලක්ෂණය AC මත පිළිවා ඇත. $\hat{BAC} = \alpha$ හා $\hat{ACB} = \beta$ යැයි ගනිමු. සුදුසු ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය හාවිතයෙන්, $2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + 2\beta)$ බව පෙන්වන්න.

$\alpha : \beta = 3 : 2$ නම්, ඉහත (a) හි අවසාන ප්‍රතිඵලය හාවිතයෙන්, $\alpha = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වන්න.

(c) $2 \tan^{-1} x + \tan^{-1}(x+1) = \frac{\pi}{2}$ විසඳන්න. ඒ නයින්, $\cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) \right) = \frac{3}{\sqrt{10}}$ බව පෙන්වන්න.

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න තොරු ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවිමේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගත්තා.

දුරදේ :

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සම්බන්ධ වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 01 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- A කොටස:
 - සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා මධ්‍ය පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩිහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩි අවශ්‍ය වේ නම්, මෙට අමතර ලියන කඩාසි හාවිත කළ හැකි ය.
- B කොටස:
 - ප්‍රශ්න පහතට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. මධ්‍ය පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩාසිවල ලියන්න.
 - තියමින කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසෙහි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදී කොටස දෙක අමුණා විභාග ගාලාධිපතිව හාර දෙන්න.
 - ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ගාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට මෙට අවසර ඇත.
 - මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි එහින් ගුරුත්වීම් ත්වරණය දක්වෙයි.

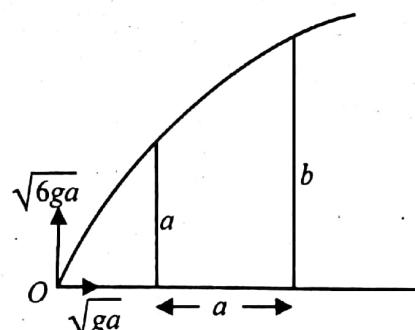
A කොටස

01. එක එකක ජකන්ධය m වූ A, B හා C අංශ තුනක් එම පිළිවෙළින්, සුම් තිරස මේසයක් මත සරල රේඛාවක තබා ඇත. A අංශවලට y ප්‍රවේශයක් දෙනු ලබන්නේ එය B අංශවල සමග සරල ලෙස ගැවෙන පරිදී ය. A අංශවල සමග ගැටුන පසු, B අංශවල වලනය වී C අංශවල සමග සරල ලෙස ගැටුවා ඇත. A හා B අතර ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහකය e වේ. පලමු ගැටුමෙන් පසුව B හි ප්‍රවේශය සොයන්න.

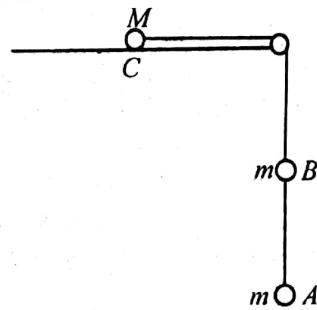
B හා C අතර ප්‍රත්‍යාගති සංග්‍රහකය d e වේ. B සමග ගැටුමෙන් පසුව C හි ප්‍රවේශය ලියා දක්වන්න.

02. තිරස හා සිරස සරවක පිළිවෙළින් \sqrt{ga} හා $\sqrt{6ga}$ සහිත ප්‍රවේශයකින් තිරස ගෙවීමක් මත වූ O ලක්ෂ්‍යයක සිට අංශවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ. රුපයේ දක්වෙන පරිදී, එකිනෙකට a තිරස දුරකින් පිහිටි උස a හා b වූ සිරස තාප්ප දෙකකට යාන්ත්‍රිත් ඉහළින් අංශව යැයි. උස a වූ තාප්පය පසු කරන විට අංශවලි ප්‍රවේශයකි සිරස සරවකය $2\sqrt{ga}$ බව පෙන්වන්න.

$$b = \frac{5a}{2}$$



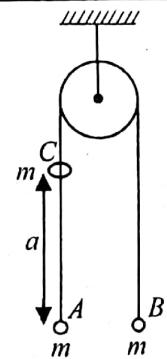
03. රුපයෙහි A , B හා C යනු සේන්සය පිළිවෙළින් m , m හා M ඇ අංශ වේ. A හා B අංශ හැඳුලුපු අවිනාශ තන්තුවකින් සම්බන්ධ කර ඇත. පූමට තීරණ මේයක් මත හි C අංශව, මේයේ දාරයට සවිකර ඇති පූමට කුඩා කළපියක් මතින් යන තවත් සැහැලුපු අවිනාශ තන්තුවකින් B ව ආදා ඇත. අංශ හා තන්තු සියලුම එකම සිරස තලයක පිහිටි. තන්තු තොකුරුල්ව ඇතිව පද්ධතිය තීග්චල්කාවයේ සිට මූදා හරිනු ලැබේ. A හා B යා කරන තන්තුවේ ආක්ෂිය තීරීමට ප්‍රමාණවත් හමිකරණ ලියා දක්වන්න.



04. සේන්සය $M \text{ kg}$ හා $P \text{ kW}$ නියත ජවයකින් යුත් කාරුයක් තීරසට උ කෝණයකින් ආනන සැපු මාරුගයක් දිගේ පහළට වලනය වේ. එහි වලිනයට $R(> Mg \sin \alpha)N$ නියත ප්‍රතිරෝධයක් ඇත. එක්තරා මොහොතක දී කාරුයේ ත්වරණය $a \text{ ms}^{-2}$ වේ. මෙම මොහොතේ දී කාරුයේ ප්‍රවේශය සොයන්න.

මාරුගය දිගේ පහළට කාරුයට වලනය විය හැකි නියත වේය $\frac{1000P}{R - Mg \sin \alpha} \text{ ms}^{-1}$ බව අපෝහනය කරන්න.

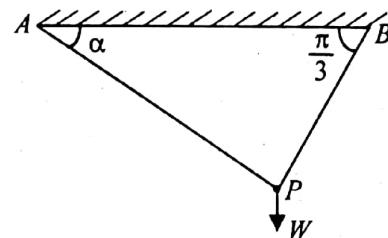
05. එක එකක ස්කන්ධය m හි A හා B අංශ දෙකක්, අවල පූමට කළුවක් මතින් යන සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවක දෙකෙළවරට ඇදා සමතුලිතතාවයේ එල්ලයි. A ට පිරසට a දුරක් ඉහළින් හි ලක්ෂ්‍යයකින් නිශ්චලනාවයේ සිට මුදා භරින ලද ස්කන්ධය m ම හි C කුඩා පබළුවක් අරුත්වය යටතේ නිදහස් වලනය වී A සමග ගැටී හා වේ. (රුපය බලන්න.) A හා C අතර ගුෂුම සිදු වන මොහාතේ දී තන්තුවේ ආවේගය ද ඉහත ගැවුමෙන් මොහාතකට පසු B ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය ද නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලියා දක්වන්න.



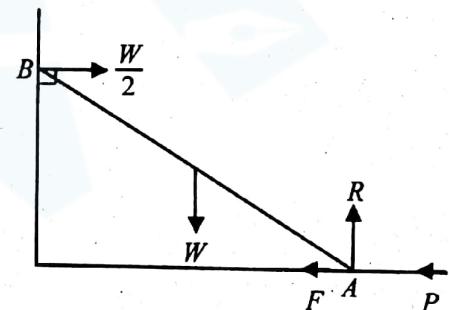
06. සුපුරුදු අංකනයෙන්, O අවල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍ය දෙකක පිහිටුම දෙදික පිළිවෙළින් $2i + j$ හා $3i - j$ යැයි ගනිමු. $A\hat{O}C = A\hat{O}D = \frac{\pi}{2}$ හා $OC = OD = \frac{1}{3}AB$ වන පරිදි හි C හා D ප්‍රහිත්ත ලක්ෂ්‍ය දෙකෙහි පිහිටුම දෙදික සොයන්න.

07. තිරස සමග පිළිවෙළින් A හා $\frac{\pi}{3}$ කෝෂු සාදනා AP හා BP සැහැලේ
අවින්හා තන්තු දෙකක් මගින් තිරස සිවිලිමතින් එල්ලා ඇති බර W
වූ P අංශවක්, රුපයේ දක්වෙන පරිදි සමතුලිතතාවයේ පවතී. AP
තන්තුවේ ආතනිය, W හා A ඇපුරෙන් සොයන්න.

ඒ නයින්, මෙම ආතනියේ අවම අගයන් එයට අනුරුද ඇහැකි අගයන් සොයන්න.



08. දිග $2a$ හා බර W වූ ඒකාකාර AB ද්‍රේචින් එහි A කෙළවර රහ තිරස
ගෙවීමක් මත ද B කෙළවර පුමට සිරස බිත්තියකට එරෙහිව ද තබා ඇත.
බිත්තියට ලමුව සිරස තලයක ද්‍රේචින් සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ A
කෙළවරේ ද බිත්තිය දෙසට යෙදු විශාලත්වය P වන තිරස බලයක් මගිනි.
රුපයේ F හා R මගින් පිළිවෙළින් A හි ද සර්ථක බලය හා අහිලම්බ
ප්‍රතිත්වාව දක්වා ඇත. B හි ද බිත්තිය මගින් ඇති කරන ප්‍රතිත්වාව,
රුපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි $\frac{W}{2}$ ද්‍රේචින් හා ගෙවීම අතර සර්ථක සංග්‍රහකය
 $\frac{1}{4}$ ද නම්. $\frac{W}{4} \leq P \leq \frac{3W}{4}$ බව පෙන්වන්න.



9. A හා B යනු Ω නියයේ අවකාශයක සිද්ධී දෙකක් යැයි ගතිමු. සූපුරුණ අංකනයෙන්, $P(A) = \frac{3}{5}$, $P(A \cap B) = \frac{2}{5}$ හා $P(A' \cap B) = \frac{1}{10}$ බව දී ඇත. $P(B)$ හා $P(A' \cap B')$ සොයන්න; මෙහි A' හා B' වලින් පිළිවෙළින් A හා B හි අනුසුරක්ෂා සිද්ධී දැක්වේ.

Digitized by srujanika@gmail.com

B කොටස

- ★ ප්‍රයෝග පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි μ මගින් ගුරුත්වා ක්වරණය දැක්වේය.)

11. (a) P හා Q මේටර් රඟ දෙකක් සූපුරු පාරක් දිගේ නියත ත්වරණ සහිතව එකම දිගාවකට වලනය වේ. කාලය $t = 0$ හි \vec{P} හි ප්‍රවේශය $u \text{ ms}^{-1}$ දී Q හි ප්‍රවේශය $(u + 9) \text{ ms}^{-1}$ දී වේ. P හි නියත ත්වරණය $f \text{ ms}^{-2}$ දී Q හි නියත ත්වරණය $\left(f + \frac{1}{10}\right) \text{ ms}^{-2}$ දී වේ.

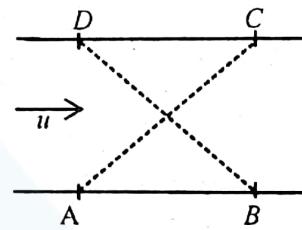
- (i) $t \geq 0$ සඳහා P හා Q හි එමෙන්ම එකම රුපයක හා

- (ii) $t \geq 0$ අදහා P ට සාපේක්ෂව \bar{Q} හි වලිතයට, වෙනම රුපයක,

ප්‍රධාන-කාල විකුවල දැඳ සටහන් අදින්න.

କ୍ଷାଲୟ $t = 0$ ହିଁ ଦିଅ P ମେଳର ରୟ ଓ Q ମେଳର ରୟର ଲବ୍ଧିତା କ୍ଷେତ୍ର 200 ଏକ ଦ୍ଵୀରୂପଙ୍କ ଛିରିଯନ୍ତି ଏବଂ ତଥିରେ କ୍ଷାଲୟ ଦିଅ P ପଞ୍ଜକର ରୟର ଲବ୍ଧିତା Q ମୁଣିନ୍ତି ଗନ୍ଧୁ କ୍ଷାଲୟ ଯୋଗନ୍ତିନ୍ତି।

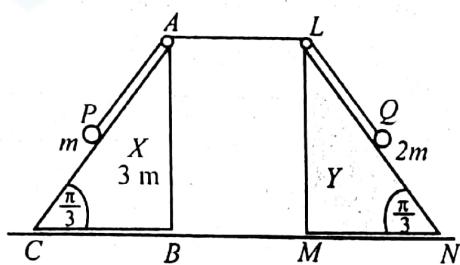
- (b) සමාන්තර සූපුරු සහිත පලල a වූ ගතක් හේකාකාර ප්‍රවීගයෙන් ගලයි. රුපයෙහි, A, B, C හා D යන ඉවුරු මත වූ ලක්ෂ සමවතුරුපායක දිරප වේ. රැලයට සාපේක්ෂව නියත $v (> u)$ වේගයෙන් එලනය වන B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකන් එකම මොහොතක A සිට ඒවායේ ගමන් ආරම්භ කරයි. B_1 බෝට්ටුව පළමුව \vec{AC} දිගේ C වෙත ගොස ඉත්පසු \vec{CD} දියාවට ගෙ දිගේ ඉහළට D වෙත යයි. B_2 බෝට්ටුව පළමුව \vec{AB} දියාවට ගෙ දිගේ පහළට B වෙත ගොස ඉත්පසු \vec{BD} දිගේ D වෙත යයි. එකම රුපයක, B_1 හි A සිට C දක්වා ද B_2 හි B සිට D දක්වා ද වලින සඳහා ප්‍රවීග තිශේෂවල දළ සටහන් අදින්න.



ఈ నాటినీ, A లో C దక్షిణాను ఉన్న ప్రతిమలో విశేషమైన వేగం $\frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{2v^2 - u^2} + u \right)$ అన్న ప్రయత్నములో విశేషమైన వేగం కావలసినది.

B_1 හා B_2 බෝට්ටු දෙකම් එකම මොහොතක දී D වෙන ලියා වන බව තවදුරටත් පෙන්වන්න.

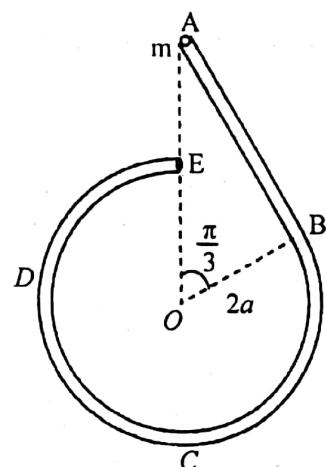
12. (a) රුපයේහි ABC හා LNM ක්‍රිකේත්, $\hat{ACB} = \hat{LNM} = \frac{\pi}{3}$ හා $\hat{ABC} = \hat{LMN} = \frac{\pi}{2}$ වූ BC හා MN අවශ්‍ය මුහුණක් පූමට කිරීම ගෙවීමක් මත තබන ලද පිළිවෙළින් X හා Y සංරච්චම පූමට ජ්‍යාකාර කුඩැඟු දෙකක ගුරුත්ව කේත්ස කුළින් වූ සිරස හරස්කාඩ වේ. ස්කන්ධිය $3m$ වූ X කුඩැඟුය ගෙවීම මත වලනය වීමට නිදහස වන අතර Y කුඩැඟුය අවලව තබා ඇත. AC හා LN රේඛා අදාළ මුහුණක්වල උපරිම බැඳුම් රේඛා වේ. A හා L හි සවිකර ඇති පූමට කුඩා ක්ෂේප දෙකක් මතින් යන පැහැදුළු අවිතනා තනතුවික දෙකෙලවර ස්කන්ධ පිළිවෙළින් m හා $2m$ වූ P හා Q අංශ දෙකකට ඇදා ඇත. රුපයේ පරිදි ආරම්භක පිහිටීමේදී, තනතුව නොමුරැදුව හා $AP = AL = LQ = a$ වන ලෙස P හා Q අංශ පිළිවෙළින් AC හා LN මත අල්වා තබා ඇත. පදනම් තියුවලනාවයෙන් මුදා හරිනු ලැබේ. Y වෙත යාමට X ගනු ලබන කාලය, a හා g අසුරෙන් නිර්ණය කිරීමට ප්‍රමාණවත් සම්කරණ ලබා ගත්ත.



- (b) රුපයේ පෙන්වා ඇති පරිදි සුම්මත සිහින් $ABCDE$ බටයක් සිරස තලයක සවිකර ඇත. දිග $2\sqrt{3}a$ වූ AB කොටස සාපුරු වන අතර එය B හි දී අරය $2a$ වූ $BCDE$ වෘත්තාකාර කොටසට ස්ථාපිත වේ. A හා E අත්ත O කේන්දුයට සිරස්ව ඉහළින් පිහිටුවේ. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් A හි දී බටය තුළ තබා නිශ්චිත ලකාවයේ සිට සිරුවෙන් මූල්‍ය හරිනු ලැබේ. \overrightarrow{OA} සමග $\theta \left(\frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi \right)$ කෝණයක් \overrightarrow{OP} පාන විට

P അംഗീകൈ ലേയ്ക്ക്, v യന്ത്രം, $v^2 = 4 \text{ ga} (2 - \cos \theta)$ മരിക്കുന്നത് എന്ന്

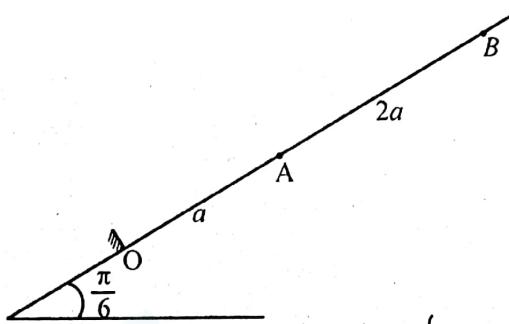
ලුබන බව පෙන්වා, එම මොහොතේ දී P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතිකියාව සොයන්න.



P අංශුව A සිට B දක්වා එහිනයේ දී එය මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ද සොයෙන්න.

P අංශුව B පසු කරන විට P අංශුව මත බටයෙන් ඇති කරන ප්‍රතික්‍රියාව ක්ෂේකිව වෙනස් වන බව පෙන්වන්න.

13. තිරසට $\frac{\pi}{6}$ කේෂයකින් ආහාත සුමට අවල තලයක උපරිම බැඩුම් රේබාවක් මත $OA = a$ හා $AB = 2a$ වන පරිදි O පහළම ලක්ෂ්‍ය ලෙස ඇතිවි O, A හා B ලක්ෂ්‍ය එම පිළිවෙළින් පිහිටා ඇත. ස්වාහාවික දීග a හා ප්‍රත්‍යාස්ථාවනා මාපාංකය m වූ සැහැල්ලු ප්‍රත්‍යාස්ථා තන්තුවක එක් කෙළවරක් O ලක්ෂ්‍යට ඇදා ඇති අතර අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ඇදා ඇත. P අංශුව B ලක්ෂ්‍ය කරා ලෙස වන තෙක් තන්තුව OAB රේබාව දීගේ අදිනු ලැබේ. ඉන්පසු P අංශුව තිශ්වලනාවයේ සිට මුදා හරිනු ලැබේ. B සිට A දක්වා P සිට විශ්වාසී සැමිකරණය, $0 \leq x \leq 2a$ සඳහා, $\ddot{x} + \frac{g}{a} \left(x + \frac{a}{2} \right) = 0$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න; මෙහි $AP = x$ වේ.



$y = x + \frac{a}{2}$ යැයි ගෙන ඉහත විශ්වාසී සැමිකරණය $\frac{a}{2} \leq y \leq \frac{5a}{2}$ සඳහා $\ddot{y}^2 + y^2 = 0$ ආකාරයෙන් තැවත ලියන්න;

$$\text{මෙහි } y = \sqrt{\frac{g}{a}}x \text{ වේ.}$$

ඉහත සරල අනුවර්ති විශ්වාසී කේත්දය සොයා $y^2 = \omega^2 (c^2 - x^2)$ සුතුය සාවිතයෙන්, c විස්තාරය හා A වෙත ලෙස වන විට P සිට O දක්වා වෙනුව විමත P මගින් ගනු ලබන කාලය $\sqrt{\frac{a}{g}} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{1}{5} \right) + 2k \right\}$ බවත් පෙන්වන්න;

$$\text{මෙහි } k = \sqrt{7} - \sqrt{6} \text{ වේ.}$$

P අංශුව O වෙත ලෙස වන විට, තලයට ලැබා ඇත්තා මෙහි පිළිවෙළින් පිහිටුම් දීගේ අනුවර්ති විශ්වාසී සැමිකරණය සඳහා P අතර ප්‍රත්‍යාගති සංදුරුකාලය e වේ. $0 < e \leq \frac{1}{\sqrt{7}}$ නම්, පසුව සිදු වන P සිට විශ්වාසී සරල අනුවර්ති නොවන බව පෙන්වන්න.

14. (a) $OACB$ යනු සමාන්තරාසුයක් යැයි ද D යනු AC මත $AD : DC = 2 : 1$ වන පරිදි වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු. O අනුබද්ධයෙන් A හා B ලක්ෂ්‍යවල පිහිටුම දෙයික පිළිවෙළින් ලා හා b වේ; මෙහි $\lambda > 0$ වේ. \overrightarrow{OC} හා \overrightarrow{BD} දෙයික, a, b හා λ ඇපුරෙන් ප්‍රතාශ කරන්න.

දන්, \overrightarrow{OC} යන්න \overrightarrow{BD} ට ලැබා වේ යැයි ගනිමු. $3|a|^2 \lambda^2 + 2(a \cdot b) \lambda - |b|^2 = 0$ බව පෙන්වා $|a| = |b|$ හා $AOB = \frac{\pi}{3}$ නම්, λ සි අගය සොයන්න.

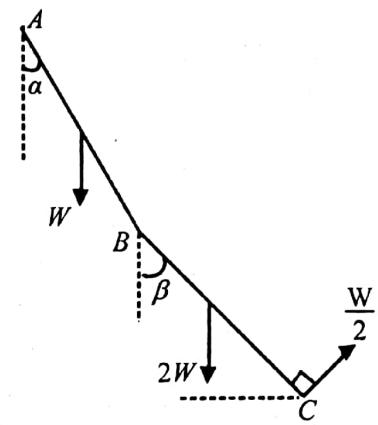
- (b) කේත්දය O හා පැත්තක දීග $2a$ වූ ABCDEF සවිධී ප්‍රතිස්ථාපනය කළයෙහි වූ බල තුනකින් පද්ධතියක් සමන්විත වේ. මූලය O සි ද Ox -අක්ෂය \overrightarrow{OB} දීගේ ද Oy -අක්ෂය \overrightarrow{OH} දීගේ ද ඇතිව බල හා රේඛායේ හිසා ලක්ෂ්‍ය, සුපුරුදු අංකනයෙන්, පහත වගුවේ දක්වා ඇත. ; මෙහි H යනු CD සිට මධ්‍ය ලක්ෂ්‍යය වේ.
(P තිවිත විශ්වාසී සැමිකරණය සිදු කිරීමෙන් ද මතිනු ලැබේ.)

ක්‍රියා ලක්ෂ්‍යය	පිළිවුම් දෙශීකිතය	බලය
A	$a\mathbf{i} - \sqrt{3}a\mathbf{j}$	$3Pi + \sqrt{3}Pj$
C	$a\mathbf{i} + \sqrt{3}a\mathbf{j}$	$-3Pi + \sqrt{3}Pj$
E	$-2a\mathbf{i}$	$-2\sqrt{3}Pj$

පද්ධතිය පුළුවයෙන් තුළු වන බව පෙන්වා, පුළුවයෙන් සුරුණය සොයන්න.

දන්, \overrightarrow{FE} දීගේ හිසා කරන විශාලත්වය $6P$ N වූ අතිරේක බලයක් මෙම පද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලැබේ. නව පද්ධතිය උනනය වන තනි බලයේ විශාලත්වය, දිගාව හා හිසා රේඛාව සොයන්න.

15. (a) එක එකක දිග $2a$ වූ AB හා BC ඒකාකාර දැඩු දෙකක් B හි දී පූමට ලෙස සහ්ධී කර ඇත. AB දැන්වේ බර W ද BC දැන්වේ බර $2W$ ද වේ. A ලෙවට අවල ලක්ෂණකට පූමට ලෙස අසව් කර ඇත. AB හා BC දැඩු යටි අන් සිරස සමග පිළිවෙළින් α හා β කෝණ සාදුම්න් මෙම පද්ධතිය සිරස තලයක සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ, C හි දී රුපයේ පෙන්වා ඇති BC ට ලමිඛ දියාව මස්සේ යොදු $\frac{W}{2}$ බලයක් මගිනි. $\beta = \frac{\pi}{6}$ බව පෙන්වා, B සහ්ධීයේ දී AB දැන්බ මගින් BC දැන්බ මත යොදා ප්‍රතික්ෂියාවෙහි තිරස හා සිරස සංරචක සොයන්න.
- $\tan \alpha = \sqrt{3}$ බවත් පෙන්වන්න.
- 9



- (b) රුපයේහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල ඒවායේ කෙළවරවල දී පූමට ලෙස සහ්ධී කළ AB, BC, BD, DC හා AC සැහැලේ දැඩු පහකින් සමන්විත වේ.

මෙහි $AB = CB = a$ ද $CD = 2a$ ද $B\hat{A}C = \frac{\pi}{6}$ ද බව දී ඇත. රාමු සැකිල්ල A හි දී අවල ලක්ෂණයකට පූමට ලෙස අසව් කර ඇත. D සහ්ධීයේ දී W හාරයක් එල්ලා, AC සිරස්ව ද CD තිරස්ව ද ඇතිව සිරස තලයක රාමු සැකිල්ල සමතුලිතතාවයේ තබා ඇත්තේ C සහ්ධීයේ දී AB දැන්වා සමාන්තරව රුපයේ පෙන්වා ඇති දියාවට යොදු P බලයක් මගිනි. බෝ අංකනය සාවිතයෙන් D, B හා C සහ්ධී සඳහා ප්‍රත්‍යාබල සටහනක් අදින්න.

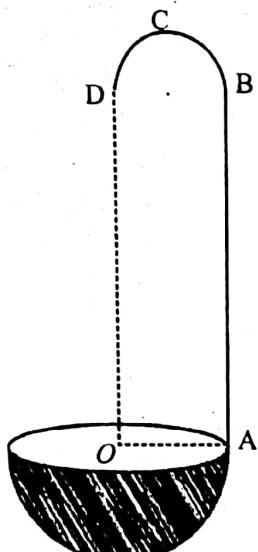
ඊ නයින්,

- (i) ආකෘති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරමින් දැඩු පහේම ප්‍රත්‍යාබල, හා
(ii) P හි අගය සොයන්න.

16. (i) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ථ ව්‍යානාකාර කම්බියක ස්කන්ද කේත්දය එහි කේත්දයේ සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් ද
(ii) අරය a වූ තුනී ඒකාකාර අර්ථ ගෝලාකාර කබොලක ස්කන්ද කේත්දය එහි කේත්දයේ සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

කේත්දය O හා අරය $2a$ වූ තුනී ඒකාකාර අර්ථ ගෝලාකාර කබොලකට රුපයේ දුක්වෙන පරිදි දිග $2\pi a$ වූ AB සැපු කොටසකින් ද BD විෂ්කම්භය AB ට ලමිඛ වන පරිදි, අරය a වූ BCD අර්ථ ව්‍යානාකාර කොටසකින් ද සමන්විත ඒකාකාර කම්බියකින් සාදුනු ලැබූ ABCD තුනී මින් දාඩි ලෙස සවි කිරීමෙන් හැන්දක් සාදා ඇත. A ලක්ෂණය අර්ථ ගෝලයේ ගැටුව මත ඇති අතර OA යන්න AB ට ලමිඛ ද OD යන්න AB ට සමාන්තර ද වේ. තවද BCD යන්න OABD හි තලයේ පිහිටා ඇත. අර්ථ ගෝලයේ ඒකක වර්ගාලියක ස්කන්දය ර ද මිටෙහි ඒකක දිගක ස්කන්දය $\frac{a\sigma}{2}$ ද වේ. හැන්ද ස්කන්ද කේත්දය, OA සිට පහළට $\frac{2}{19\pi}(8\pi - 2\pi^2 - 1)a$ දුරකින් ද O හා D හරහා යන උරුවෙහි සිට $\frac{5}{19}a$ දුරකින් ද පිහිටන බව පෙන්වන්න.

රාම තිරස මෙයක් මත, අර්ථ ගෝලාකාර පාළුදිය එය ස්ථාපිත කරමින්, හැන්ද තබා ඇත. අර්ථ ගෝලාකාර පාළුදිය හා මෙය අතර සර්වානු සංගුණකය $\frac{1}{7}$ කි. \overrightarrow{AO} දියාවට A හි දී යොදා ලබන තිරස බලයක් මගින් OD සිරස්ව ඇතිව හැන්ද සමතුලිතතාවයේ තැබූ හැකි බව පෙන්වන්න.



17. (a) ආරම්භයේදී එක එකක් පුදු පාට හෝ කඩ පාට හිටු, පාටින් හැර අන් සැම අපුරකින්ම සමාන බෝල 3 ක් පෙට්ටියක අඩංගු වේ. දත්, පාටින් හැර අන් සැම අපුරකින්ම පෙට්ටියේ ඇති බෝලවලට සමාන පුදු පාට බෝලයක් පෙට්ටිය තුළට දමා ඉන්පසු සම්හාරී ලෙස බෝලයක් පෙට්ටියෙන් ඉවතට ගනු ලැබේ.
පෙට්ටියේ ඇති බෝලවල ආරම්භක සංයුති හතර සම සේ හටුව වේ යැයි උපකල්පනය කරමින්,
(i) ඉවතට ගත් බෝලය පුදු පාට එකක් විමේ,
(ii) ඉවතට ගත් බෝලය පුදු පාට එකක් බවද ඇති විට ආරම්භයේදී පෙට්ටිය තුළ හරියටම කඩ පාට බෝල 2 ක් තිබීමේ,
සම්හාරීකාව සෞයන්න.
- (b) μ හා σ යනු පිළිවෙළින් $\{x_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අයන් කුළකයේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය යැයි ගනීමූ. $\{ax_i : i = 1, 2, \dots, n\}$ අයන් කුළකයේ මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය සෞයන්න; මෙහි a යනු නියනයකි.
එක්තරා සමාගමක සේවකයින් 50 දෙනකුගේ මායික වැටුප පහත වූවේ සාරාංශගත කර ඇත:

මායික වැටුප (රුපියල් දෙසේ එවායින්)	සේවකයින් ගණන
5 - 15	9
15 - 25	11
25 - 35	14
35 - 45	10
45 - 55	6

සේවකයින් 50 දෙනාගේ මායික වැටුපවල මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

වසරක ආරම්භයේදී එක් එක සේවකයාගේ මායික වැටුප $r\%$ වලින් වැඩි කරනු ලැබේ. ඉහත සේවකයින් 50 දෙනාගේ නව මායික වැටුපවල සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

ස්ථානීය ස්ථානීය

A - කොටස

01. $n = 1$ සඳහා L.H.S. $= 2 \times 1 - 1 = 1$
R.H.S. $= 1^2 = 1.$ (C: 05)

\therefore ප්‍රතිච්ලය $n = 1$ සඳහා සත්‍ය වේ.
මෙහි ම $p \in \mathbb{Z}$ සඳහා ප්‍රතිච්ලය සත්‍ය යැයි උපකළුපනය කරමු.
එහිට $\sum_{r=1}^{p+1} (2r-1) = p^2$ වේ. (C: 05)

$n = p + 1$ සඳහා ප්‍රතිච්ලය සත්‍ය බව පෙන්වමු.
 $\sum_{r=1}^{p+1} (2r-1) = \sum_{r=1}^p (2r+1) + (p+1)$ වන පදන
(C: 05)
 $= p^2 + 2(p+1) - 1.$
 $= p^2 + 2p + 2 - 1$
 $= p^2 + 2p + 1.$
 $= (p+1)^2.$ (C: 05)

$\therefore n = p$ සඳහා ප්‍රතිච්ලය සත්‍ය නම් $n = p + 1$ සත්‍ය වේ.
 \therefore ගණිත අභ්‍යන්තර මූලධර්මය මගින් සියලු ම $n \in \mathbb{Z}^+$
සඳහා $\sum_{r=1}^n (2r-1) = n^2$ වේ. (C: 05)

02. $x > \frac{3}{4}$ විට $y = 4x - 3$ හි ප්‍රස්ථාරය

$x < \frac{3}{4}$ විට $y = -4x + 3$ වේ.

$y = 3 - 2|x|$ හි ප්‍රස්ථාරය

$x > 0$ විට $y = 3 - 2x$

$x < 0$ විට $y = 3 - 2(-x)$

$y = 3 + 2x$

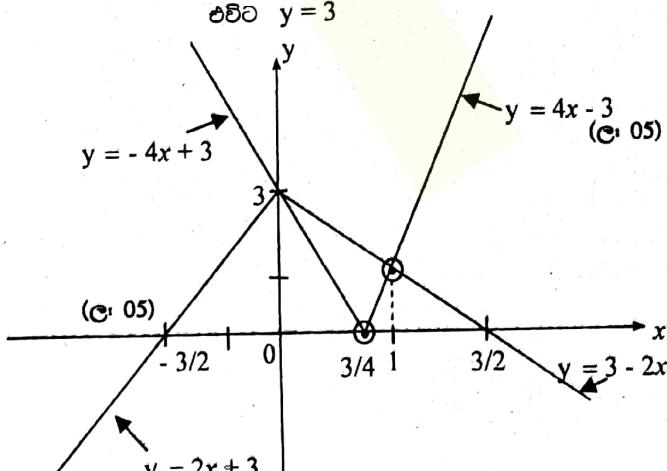
මෙම ප්‍රස්ථාරයන්හි ජේදන ලක්ෂ

$4x - 3 = 3 - 2x \Rightarrow x = 1$

එහිට $y = 1$

$-4x + 3 = 3 + 2x \Rightarrow x = 0$

එහිට $y = 3$



ප්‍රස්ථාර මගින්

$|4x - 3| < 3 - 2|x| \Leftrightarrow 0 < x < 1$ වේ.

$\therefore |4x - 3| + |2x| < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 1$

x යන්න $\frac{x}{2}$ මගින් ප්‍රතිස්ථාපනය කිරීමෙන්

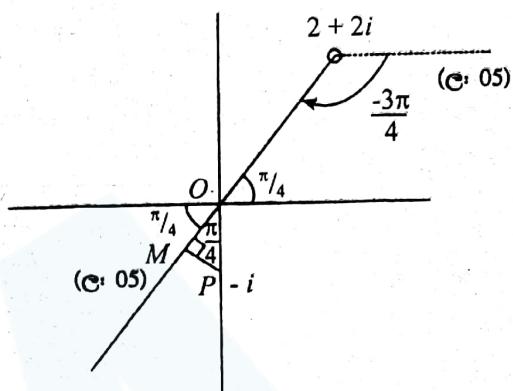
$|2x - 3| + |x| < 3 \Leftrightarrow 0 < x < 2$ (C: 05)

$\therefore |2x - 3| + |x| < 3$ අසමානතාවය තාප්ත කරන සියලු
x අගයන්ගේ කුලකය

$\{x : 0 < x < 2\}$ වේ. (C: 05)

25

03.



$|i\bar{z} + 1| = |i(\bar{z} - i)| = |\bar{z} - i| = |\overline{z+i}|$
 $= |z + i|$

ඊ නයින් $|i\bar{z} + 1|$ හි අවම අය PM වේ. (C: 05)

දත්, $PM = 1 \cdot \sin \frac{\pi}{4} = \frac{1}{\sqrt{2}}.$ (C: 05)

25

04. $\left(x^3 + \frac{1}{x^2} \right)^7 = \sum_{r=0}^7 {}^7 C_r (x^3)^r \left(\frac{1}{x^2} \right)^{7-r}$ (C: 05)

$= \sum_{r=0}^7 {}^7 C_r x^{3r} (x^{-2})^{7-r}$

$= \sum_{r=0}^7 {}^7 C_r x^{3r} \times x^{-14+2r}$

$= \sum_{r=0}^7 {}^7 C_r x^{5r-14}$

x^6 . වන විට $5r - 14 = 6$ විය යුතුය.

$5r = 20$

$\Leftrightarrow r = 4$

$\therefore x^6$ හි සංයුත්තය $= {}^7 C_4 = \frac{7!}{3!4!}$

$= 35.$

ඉහත ප්‍රසාරණයට x වලින් ස්වායත්ත පදයක් තිබීම සඳහා
 $5r - 14 = 0$ විය යුතුය. (C: 05)

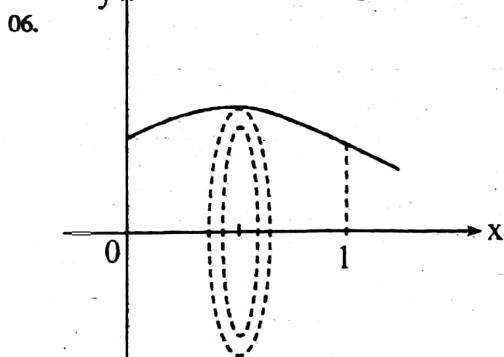
$r \in \mathbb{Z}^+$ බැවින් මෙය විය නොහැක.

$\therefore x$ වලින් ස්වායත්ත පදයක් නොමැත.

25

$$\begin{aligned}
 05. \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{\sin(\pi(x-3))} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x-2}-1}{\sin(\pi(x-3))} \times \frac{(\sqrt{x-2}+1)}{(\sqrt{x-2}+1)} \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-2-1}{\sin(\pi(x-3))} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{(\sqrt{x-2}+1)} \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-3}{\sin(\pi(x-3))} \cdot \frac{1}{2} \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{1}{\sin \pi(x-3)} \times \pi \times \frac{1}{2} \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= \frac{1}{\pi} \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{1}{2\pi}}} \quad (\text{Q: 05})
 \end{aligned}$$

25



$$\begin{aligned}
 \text{රහනය ඇ} &= \int_0^1 \pi \left(\sqrt{\frac{x+1}{x^2+1}} \right)^2 dx \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= \int_0^1 \pi \frac{x+1}{x^2+1} dx \\
 &= \pi \int_0^1 \left[\frac{1}{2} \int_0^1 \frac{2x}{x^2+1} dx + \int_0^1 \frac{1}{x^2+1} dx \right] \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= \pi \left[\frac{1}{2} \left[\ln(x^2+1) \right]_0^1 + \tan^{-1} x \Big|_0^1 \right] \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= \pi \left[\left(\frac{1}{2} \ln 2 - \frac{1}{2} \ln 1 \right) + \left[\tan^{-1} 1 - \tan^{-1} 0 \right] \right] \\
 &= \pi \left[\frac{1}{2} \ln 2 - 0 + \frac{\pi}{4} - 0 \right] \\
 &= \pi \left[\frac{1}{2} \ln 2 + \frac{\pi}{4} \right] \\
 &= \frac{\pi}{4} \left[2 \ln 2 + \pi \right] \\
 &= \underline{\underline{\frac{\pi}{4} [\ln 4 + \pi]}} \quad (\text{Q: 05})
 \end{aligned}$$

25

07. $x = at^2, y = 2at$

$$\begin{aligned}
 \frac{dx}{dt} = 2at, \quad \frac{dy}{dt} = 2a \\
 t \neq 0 \text{ සඳහා } \frac{dy}{dx} &= \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx} \\
 &= 2a \times \frac{1}{2at} = \frac{1}{t} \quad (\text{Q: 05})
 \end{aligned}$$

\therefore අනිලමින රේබාවේ බැවුම $= -t$ වේ.

$\therefore (at^2, 2at)$ ලක්ෂණයෙහි දී හි අනිලමින රේබාවේ සම්කරණය
 $y - 2at = -t(x - at^2)$ වේ.
 $y + tx = 2at + at^3$ (මෙය $t = 0$ සඳහා වලංගු වේ) (Q: 05)

$P \equiv (4a, 4a)$, c පරාවලය මත නම්

$$\Rightarrow 2at = 4a$$

$$t = 2 \text{ වේ.}$$

P හිදී අනිලමින රේබාව.

$$y + 2x = 2a \times 2 + a \times 2^3$$

$$= 4a + 8a$$

$$y + 2x = 12a \quad (\text{Q: 05})$$

එය C සිදු $(at^2, 2aT)$ හමුවන බැවින්

$$2aT + 2aT^2 = 12a \quad (\text{Q: 05})$$

$$\Leftrightarrow T^2 + T - 6 = 0$$

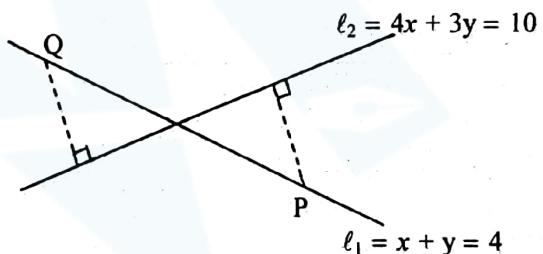
$$\Leftrightarrow (T-2)(T+3) = 0 \text{ වේ.}$$

$$\Leftrightarrow T = 2 \text{ හෝ } T = -3 \text{ වේ.}$$

$$\therefore T = \underline{\underline{-3}} \text{ වේ.} \quad (\text{Q: 05})$$

25

08.



ℓ_1 මත තිනෑම ලක්ෂණයක්

$(t, 4-t)$ ආකාරයෙන් ලිවිය නැතු; මෙය $t \in \mathbb{R}$. (Q: 05)

$P \equiv (t_1, 4-t_1)$ යැයි ගනිමු.

$$P \text{ සිට } \ell_2 \text{ ව ලමින දුර} = \frac{|4t_1 + 3(4-t_1) - 10|}{\sqrt{4^2 + 3^2}} \quad (\text{Q: 05})$$

$$= |4t_1 + 12 - 3t_1 - 10| = 1$$

$$= \sqrt{25}$$

$$= \underline{\underline{|t_1 + 2| = 1}}$$

$$\therefore |t_1 + 2| = 5$$

$$\therefore t_1 + 2 = 5 \text{ හෝ } -(t_1 + 2) = 5$$

$$t_1 = 3 \text{ හෝ } t_1 = -7 \text{ වේ.} \quad (\text{Q: 05})$$

$\therefore P$ හා Q හි බණ්ඩියාක.

$$(3, 4-3) \text{ හා } (-7, 4-(-7))$$

$$(3, 1) \text{ හා } (-7, 11) \text{ වේ.} \quad (\text{Q: 05}) + (\text{Q: 05})$$

25

09. $S = O$ සි කේත්දය C නම්,

$$2g = -4 \quad 2f = 6$$

$$g = -2 \quad f = 3$$

$$C = (-g, -f) = (2, -3) \text{ වේ.} \quad (\text{Q: 05})$$

$$S = O$$
 සි අරය R = $\sqrt{g^2 + f^2 - e}$

$$= \sqrt{(-2)^2 + 3^2 - (-12)}$$

$\frac{\alpha}{\alpha-1}$ හා $\frac{\beta}{\beta-1}$ යන මූල දෙකම නාත්තේක වේ.

$$\frac{\alpha}{\alpha-1} + \frac{\beta}{\beta-1} = \frac{2(p+1)}{p^2+p+2} > 0 \quad (\because p > 0). \quad (\text{Q: 05})$$

යහ

$$\frac{\alpha}{\alpha-1} \times \frac{\beta}{\beta-1} = \frac{p}{p^2+p+2} > 0 \quad (\because p > 0).$$

∴ මූල දෙකම ධිත වේ. (Q: 05)

(b) $f(x) = x^3 + 2x^2 - dx + cd$ 10

$(x - c)$ සාක්ෂියක් බැවින් $f(c) = 0$ වේ.

$$\Rightarrow c^3 + 2c^2 - dc + cd = 0 \quad (\text{Q: 05})$$

$$\Rightarrow c^2(c + 2) = 0$$

$$\Rightarrow c = -2 \quad (\because c \neq 0) \quad (\text{Q: 05})$$

$f(x)$ යන්න $(x - d)$ මගින් බෙදා විට ගෙෂය cd බැවින් $f(d) = cd$. (Q: 05)

$$\Rightarrow d^3 + 2d^2 - d^2 + cd = cd \quad (\text{Q: 05})$$

$$\Rightarrow d^3 + d^2 = 0$$

$$\Rightarrow d^2(d + 1) = 0$$

$$\Rightarrow d \leq -1 \quad (\because d \neq 0) \quad (\text{Q: 05})$$

∴ $c = -2$ හා $d = -1$ වේ. 30

$$f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 2$$

$f(x)$ යන්න $(x + 2)^2$ මගින් බෙදා විට ගෙෂය $Ax + B$ ලෙස ගනිමු.

එම්බුව $f(x)$ යන්න පහත පරිදි ප්‍රකාශ කළ යුතු.

$$f(x) \equiv (x+2)^2 Q(x) + Ax + B ; \text{ මෙහි } Q(x)$$

යෙහු මාත්‍රය 1 මූල්‍ය පැයකි.

එම්බුවන්

$$x^3 + 2x^2 + x + 2 \equiv (x+2)^2 Q(x) + Ax + B \quad (\text{Q: 05})$$

$x = -2$ ආදේශයෙන්.

$$(-2)^3 + 2 \times (-2)^2 - 2 + 2 = -2A + B \quad (\text{Q: 05})$$

$$-8 + 8 - 2 + 2 = -2A + B$$

$$\therefore -2A + B = 0 \quad (\text{Q: 05})$$

අවකලනය කිරීමෙන්

$$3x^2 + 4x + 1 = (x+2)^2 Q'(x) + 2Q(x)(x+2) + A \quad (\text{Q: 05})$$

නැවත $x = -2$ ආදේශයෙන් (Q: 05)

$$3 \times (-2)^2 + 4x - 2 + 1 = A$$

$$12 - 8 + 1 = A \quad (\text{Q: 05})$$

$$\therefore A = 5$$

$$B = +2A$$

$$= +10$$

$$\therefore A = 5 \text{ හා } B = 10 \quad (\text{Q: 05})$$

ඒ නයින් ගෙෂය $5x + 10$ වේ. 25

12. (a) $P_1 = \{A, B, C, D, E, I, 1, 2, 3, 4\}$

$$P_2 = \{F, G, H, I, J, 5, 6, 7, 8\}$$

(i) P_1 ත් පමණක් ම වෙනස් අක්ෂර 3ක් හා වෙනස් සංඛ්‍යාක

$$3ක් තෝරා ගන භැංකි වෙනස් අක්ෂර ගණන = {}^5C_3 \times {}^4C_3$$

$$\text{ඒ නයින් අවයව 6 ම } P_1 \text{ ත් ගෙන } = {}^5C_3 \times {}^4C_3 \times 6! \quad (\text{Q: 10})$$

සැදිය භැංකි මුර පද ගණන

$$= \frac{5!}{2! 3!} \times \frac{4!}{3! 1!} \times 6!$$

$$= \frac{4 \times 5}{2} \times 4 \times 6!$$

$$= 40 \times 6!$$

$$= \underline{\underline{28800}} \quad (\text{Q: 05})$$

20

තේරිය භැංකි වෙනස් ආකාර				මුර පද ගණන
P ₁ ත්		P ₂ ත්		
අනුර	සංඛ්‍යාක	අනුර	සංඛ්‍යාක	
3	-	-	3	${}^5C_3 \times {}^4C_3 \times 6!$ = 28800 (Q: 10)
2	1	1	2	${}^5C_2 \times {}^4C_1 \times {}^5C_1$ $\times {}^4C_2 \times 6!$ = 864000 (Q: 10)
1	2	2	1	${}^5C_1 \times {}^4C_2 \times$ ${}^5C_2 \times {}^4C_1 \times 6!$ = 864000 (Q: 10)
-	3	3	-	${}^4C_3 \times {}^5C_3 \times 6!$ = 28800 (Q: 10)

ඒ නයින්, අවයව 3ක් P_1 ත් ද අනෙක් අවයව 3ක් P_2 ත් ද තෝරාගෙන සැදිය භැංකි වෙනස් මුර පද ගණන

$$= 28800 + 864000 + 864000 + 28800$$

$$= 1785600 \quad (\text{Q: 10})$$

(b) $U_r = \frac{1}{r(r+1)(r+3)(r+4)}$ හා

$$V_r = \frac{1}{r(r+1)(r+2)} ; r \in \mathbb{Z}^+$$

එම්බුව

$$V_r - V_{r+2} = \frac{1}{r(r+1)(r+2)} - \frac{1}{(r+2)(r+3)(r+4)}$$

$$= \frac{(r+3)(r+4) - r(r+1)}{r(r+1)(r+2)(r+3)(r+4)} \quad (\text{Q: 05})$$

$$= \frac{r^2 + 7r + 12 - r^2 - r}{r(r+1)(r+2)(r+3)(r+4)}$$

$$= \frac{6(r+2)}{r(r+1)(r+2)(r+3)(r+4)} \quad (\text{Q: 05})$$

$$= \frac{6}{r(r+1)(r+3)(r+4)}$$

$$V_r - V_{r+2} = 6 U_r \quad (\text{Q: 05})$$

එම්බුව

$$r = 1 ; \text{ එම } 6 U_1 = V_1 - V_3$$

$$r = 2 ; \text{ එම } 6 U_2 = V_2 - V_4$$

ಉಪಯೋಗಿಸಬಹುದಾಗಿ

ಅಧಿಕಾರ ವಿಷಯ

$$r = 3; \text{ ಹಿಂ } 6 U_3 = V_6 - V_5$$

$$r = 4; \text{ ಹಿಂ } 6 U_4 = V_4 - V_6$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$r = n - 3; \text{ ಹಿಂ } 6 U_{n-3} = V_{n-3} - V_{n-1}$$

$$r = n - 2; \text{ ಹಿಂ } 6 U_{n-2} = V_{n-2} - V_n$$

$$r = n - 1; \text{ ಹಿಂ } 6 U_{n-1} = V_{n-1} - V_{n+1}$$

$$r = n; \text{ ಹಿಂ } 6 U_n = V_n - V_{n+2}$$

$$\therefore 6 \sum_{r=1}^n U_r = V_1 + V_2 - V_{n+1} - V_{n+2}$$

(C: 10)

$$\begin{aligned} 6 \sum_{r=1}^n U_r &= \frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \\ &\quad - \frac{1}{(n+2)(n+3)(n+4)} \\ &= \frac{1}{6} + \frac{1}{24} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \\ &\quad - \frac{1}{(n+2)(n+3)(n+4)} \\ &= \frac{5}{24} - \frac{1}{(n+1)(n+2)(n+3)} \\ &\quad - \frac{1}{(n+2)(n+3)(n+4)} \\ &= \frac{5}{24} - \left[\frac{n+4+n+1}{(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \right] \\ \sum_{r=1}^n U_r &= \frac{5}{144} - \frac{2n+5}{6(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)} \end{aligned}$$

(C: 05)

(C: 05)

(C: 05)

$$W_r = U_{2r-1} + U_{2r}, r \in \mathbb{Z}$$

40

$$\therefore \sum_{r=1}^n W_r = \sum_{r=1}^n (U_{2r-1} + U_{2r})$$

$$= \sum_{r=1}^n U_{2r-1} + \sum_{r=1}^n U_{2r}$$

$$= U_1 + U_3 + U_5 \dots + U_{2n-1} + U_2 + U_4$$

$$\dots + U_{2n}$$

$$= U_1 + U_2 + U_3 + U_4 \dots + U_{2n-1}$$

$$+ U_{2n}$$

$$= \sum_{r=1}^{2n} U_r \text{ ಇಂ.}$$

(C: 05)

$$= \frac{5}{144} - \frac{2(2n)+5}{6(2n+1)(2n+2)(2n+3)(2n+4)}$$

$$\sum_{r=1}^n W_r = \frac{5}{144} - \frac{4n+5}{24(n+1)(n+2)(2n+1)(2n+3)}$$

(C: 05)

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^n W_r = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5}{144} - \frac{4n+5}{24(n+1)(n+2)(2n+1)(2n+3)} \right)$$

(C: 05)

$$= \frac{5}{144} - \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n+5}{24(n+1)(n+2)(2n+1)(2n+3)}$$

$$= \frac{5}{144}$$

$$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} W_r \text{ ಅಂಶಿಕಾರ್ಥಿ ಮತ್ತು ಅತರ ಲಿಖಿತ ರೀತಿಯ } \frac{5}{144} \text{ ಇಲ್ಲಿ.}$$

15

$$13. (a) AB^T = \begin{bmatrix} a & 0 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 & 4 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -a \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2a-3 & a-4 \\ -1 & a \end{bmatrix}$$

$$AB^T = C \text{ ಇಂ } (C: 05) \quad (C: 10)$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} 2a-3 & a-4 \\ -1 & a \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b & -2 \\ -1 & b+1 \end{bmatrix}$$

$$\Leftrightarrow 2a-3=b, \quad a-4=-2, \text{ ಇಂ } a=b+1$$

$$\Leftrightarrow a=2 \text{ ಇಲ್ಲಿ.}$$

ಈಲ್ಲಿ

$$2=b+1$$

$$b=1 \text{ ಇಲ್ಲಿ.}$$

ಮೊತ್ತ ಅಂಶದಲ್ಲಿ $2a-3=b$ ಸಮಿಕಾರಣದ ದ್ವಾರಾ ಇಂದಿರಿ.

30

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{vmatrix} = 2 - 2 = 0 \text{ ಇಲ್ಲಿ.}$$

(C: 05)

$\therefore C^{-1}$ ನೊಂದಾಗಿ.

(C: 05)

$$P = \frac{1}{2} (C - 2I)$$

$$= \frac{1}{2} \left\{ \begin{bmatrix} 1 & -2 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} \right\}$$

$$P = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} -1 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

(C: 05)

$$\Rightarrow P^{-1} = 2 \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (C: 10)$$

$$2P(Q+3I) = P - I$$

(C: 05)

$$\Leftrightarrow 2(Q+3I) = I - P^{-1}$$

(C: 05)

$$\therefore 2(Q+3I) = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & -2 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$$

(C: 05)

$$= \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow Q = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} - 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

(C: 05)

$$= \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$$

(C: 05)

$$= \begin{bmatrix} -\frac{5}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & -3 \end{bmatrix}$$

(C: 05)

30

(b) $z, z_1, z_2 \in \mathbb{C}$.

(i) $z = x + iy, x, y \in \mathbb{R}$ යැයි ගතිමූ.

$$\operatorname{Re} z = x \leq \sqrt{x^2 + y^2} = |z| \quad (\text{C: 05})$$

(ii) $z_1 = r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)$ හා $z_2 = r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)$ යැයි ගතිමූ.

$$\begin{aligned} \Rightarrow \frac{z_1}{z_2} &= \frac{r_1(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)}{r_2(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)} \\ &= \frac{r_1}{r_2} \frac{(\cos \theta_1 + i \sin \theta_1)}{(\cos \theta_2 + i \sin \theta_2)} \times \frac{(\cos \theta_2 - i \sin \theta_2)}{(\cos \theta_2 - i \sin \theta_2)} \quad (\text{C: 05}) \\ &= \frac{r_1}{r_2} \frac{(\cos \theta_1 \cos \theta_2) + \sin \theta_1 \sin \theta_2 + i(\sin \theta_1 \cos \theta_2 - \cos \theta_1 \sin \theta_2)}{\cos^2 \theta_2 + \sin^2 \theta_2} \\ &= \frac{r_1}{r_2} \frac{\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2)}{1} \quad (\text{C: 05}) \end{aligned}$$

$$\therefore \left| \frac{z_1}{z_2} \right| = \frac{r_1}{r_2} = \left| \frac{z_1}{z_2} \right| \quad (\text{C: 05}) \quad [20]$$

$$z_1 + z_2 \neq 0 \text{ සඳහා } \operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) \leq \left| \frac{z_1}{z_1 + z_2} \right| = \left| \frac{z_1}{|z_1 + z_2|} \right|$$

$$z_1 + z_2 \neq 0 \text{ සඳහා} \quad (\text{i}) \text{ මගින්} \quad (\text{ii}) \text{ මගින්} \quad (\text{C: 05}) \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{z_1}{z_1 + z_2} + \frac{z_2}{z_1 + z_2} = 1 \quad (\text{C: 05}) \quad [10]$$

$$\operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} + \frac{z_2}{z_1 + z_2} \right) = 1$$

$$\operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) + \operatorname{Re} \left(\frac{z_2}{z_1 + z_2} \right) = 1 \quad (\text{C: 05}) \quad [10]$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 1 &= \operatorname{Re} \left(\frac{z_1}{z_1 + z_2} \right) + \operatorname{Re} \left(\frac{z_2}{z_1 + z_2} \right) \leq \frac{|z_1|}{|z_1 + z_2|} \\ &\quad + \frac{|z_2|}{|z_1 + z_2|} \quad (\text{i}) \text{ මගින්} \quad (\text{C: 05}) \\ &= \frac{|z_1|}{|z_1 + z_2|} + \frac{|z_2|}{|z_1 + z_2|} \quad (\text{ii}) \text{ මගින්} \\ &= \frac{|z_1| + |z_2|}{|z_1 + z_2|} \quad (\text{C: 05}) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow |z_1 + z_2| \leq |z_1| + |z_2| \quad (\because |z_1 + z_2| > 0)$$

දීම් $z_1 + z_2 = 0$ මෙටි

$$|z_1 + z_2| = 0 \leq |z_1| + |z_2|$$

ඒ නෙතින් $z_1, z_2, \in \mathbb{C}$ සඳහා ප්‍රතිච්‍රියා සන්න වේ. 10

$$(c) \omega = \frac{1}{2} (1 - \sqrt{3}i)$$

$$1 + \omega = 1 + \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$= \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$= \sqrt{3} \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i \right)$$

$$= \sqrt{3} \left[\frac{\sqrt{3}}{2} + \left[\frac{-1}{2}i \right] \right]$$

$$= \sqrt{3} \left[\cos \left[\frac{-\pi}{6} \right] + i \sin \left[\frac{-\pi}{6} \right] \right]$$

මෙය $1 + \omega = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ ආකාරයේ වේ. මෙහි

$$r = \sqrt{3} \quad \text{c. } \theta = -\frac{\pi}{6} \quad \text{c. } \text{වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

ද මුවාවර් ප්‍රමෝදය මගින්

$$(1 + \omega)^{10} = (\sqrt{3})^{10} [\cos 10\theta + i \sin 10\theta] \quad (\text{C: 05})$$

$$1 + \bar{\omega} = \overline{1 + \omega} = \sqrt{3} [\cos \theta - i \sin \theta]$$

$$= \sqrt{3} [\cos(-\theta) + i \sin(-\theta)]$$

$$\Rightarrow (1 + \bar{\omega})^{10} = (\sqrt{3})^{10} [\cos(-10\theta) + i \sin(-10\theta)] \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore (1 + \omega)^{10} + (1 + \bar{\omega})^{10} = (\sqrt{3})^{10} \times 2 \cos 10\theta \quad (\text{C: 05})$$

$$= 3^5 \times 2 \times \cos 10$$

$$= 243 \times 2 \times \cos \left(\frac{-5\pi}{3} \right)$$

$$= 243 \times 2 \times \cos \left(\pi - \frac{2\pi}{3} \right)$$

$$= 243 \times 2 \times \frac{1}{3}$$

$$= \underline{\underline{243}}$$

[20]

14. (a) $x \neq 3$ සඳහා ; $f(x) = \frac{9(x^2 - 4x - 1)}{(x - 3)^3}$

$$\begin{aligned} \text{ථවීට} \quad f'(x) &= 9 \left[\frac{1}{(x-3)^3} \frac{d}{dx}(x^2 - 4x - 1) + (x^2 - 4x - 1) \frac{d}{dx} \frac{1}{(x-3)^3} \right] \\ &= 9 \left[\frac{1}{(x-3)^3} (2x - 4) - (x^2 - 4x - 1) \frac{3}{(x-3)^4} \right] \end{aligned}$$

$$= 9 \left[\frac{2x - 4}{(x-3)^3} - 3 \frac{(x^2 - 4x - 1)}{(x-3)^4} \right] \quad (\text{C: 20})$$

$$= 9 \left[\frac{(2x - 4)(x - 3) - 3x^2 + 12x + 3}{(x-3)^4} \right]$$

$$= 9 \left[\frac{2x^2 - 10x + 12 - 3x^2 + 12x + 3}{(x-3)^4} \right]$$

$$= \frac{9}{(x-3)^4} (-x^2 + 2x + 15)$$

$$= \frac{-9}{(x-3)^4} (x+3)(x-5)$$

$x \neq 3$ සඳහා

කිරීස් ස්පර්යෙන්ටුම් :

(C: 05)

$$\lim_{x \rightarrow \pm \infty} f(x) = 0$$

$\therefore y = 0$

(C: 05)

$$\lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = \infty \text{ හා } \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$$

කිරීස් ස්පර්යෙන්ටුම් : $x = 3$

(C: 05)

හැරුම් ලක්ෂණ හිඳි $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -3$ හා $x = 5$

(C: 05)

	$-\infty < x < -3$	$-3 < x < 3$	$3 < x < 5$	$5 < x < \infty$
$f'(x)$ සේවන	$\frac{(-)(-)(-)}{(+)}$	$\frac{(-)(+)(-)}{(+)}$	$\frac{(+)(+)(-)}{(+)}$	$\frac{(-)(+)(+)}{(+)}$
$f(x)$				

(C: 05)

(C: 05)

(C: 05)

(C: 05)

හැරුම් ලක්ෂණ දෙකක් ඇත.

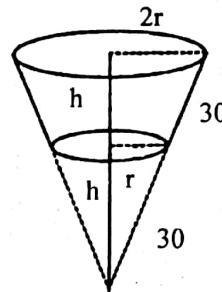
$$x = -3 \text{ එට } f(x) = \frac{9(9+12-1)}{-6^3} \\ = \frac{\frac{9}{6} \times 20^5}{-\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} \times -6} = \frac{-5}{6}$$

$(-3, \frac{-5}{6})$ දී සේවානීය අවමයක් ඇත.

$$x = 5 \text{ එට } f(x) = \frac{9(25-20-1)}{2^3} = \frac{9}{2}$$

$(5, \frac{9}{2})$ සේවානීය උපරිමයක් ද ඇත.

(b)



$$0 < r < 30 \text{ සඳහා;} \\ h^2 + r^2 = 30^2 \\ h^2 = 900 - r^2 \\ h = \sqrt{900 - r^2}$$

(C: 05)

(C: 05)

(C: 05)

පරිමාව V යන්න.

$$V = \frac{1}{3} \pi (2r)^2 \times 2h - \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ මගින් දෙනු ලැබයි.}$$

(C: 05)

$$= \frac{1}{3} \pi 8r^2 h - \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$V = \frac{7}{3} \pi r^2 h = \frac{7}{3} \pi r^2 \sqrt{900 - r^2}$$

(C: 05) 15

$0 < r < 30$ සඳහා.

$$\frac{dV}{dr} = \frac{7}{3} \pi \left[2r \sqrt{900 - r^2} + r^2 \cdot \frac{1}{2} \frac{(-2r)}{\sqrt{900 - r^2}} \right]$$

(C: 05)

$$= \frac{3}{7} \pi \left[2r \frac{(900 - r^2)}{\sqrt{900 - r^2}} - r^3 \right]$$

$$= \frac{7}{3\sqrt{900 - r^2}} \left[2r(900 - r^2) - r^3 \right]$$

$$= \frac{7}{3} \frac{\pi 3r(600 - r^2)}{\sqrt{900 - r^2}}$$

$$= \frac{7 \pi r (600 - r^2)}{\sqrt{900 - r^2}}$$

(C: 05)

$$\frac{dV}{dr} = 0 \Leftrightarrow r = 10\sqrt{6} \quad (\because r > 0)$$

(C: 05)

$$0 < r < 10\sqrt{6} \text{ සඳහා } \frac{dV}{dr} > 0 \text{ හා } r > 10\sqrt{6}$$

$$\text{සඳහා } \frac{dV}{dr} < 0$$

(C: 05)

$r = 10\sqrt{6}$ එට V අවම වේ.

(C: 05)

30

15. (a) $0 \leq \theta \leq \frac{\pi}{4}$ සඳහා

$$x = 2 \sin^2 \theta + 3$$

$$\Rightarrow dx = 4 \sin \theta \cos \theta \cdot d\theta$$

$$x = 3 \Leftrightarrow 2 \sin^2 \theta = 0 \Leftrightarrow \theta = 0 \text{ වේ.}$$

$$x = 4 \Leftrightarrow 2 \sin^2 \theta = 1 \Leftrightarrow \sin \theta = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

(C: 05)

$$\Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\text{එමිට } \int_3^4 \sqrt{\frac{x-3}{5-x}} dx = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\sin^2 \theta}{2-2\sin^2 \theta}} \cdot 4 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

(C: 05)

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\sin^2 \theta}{2\cos^2 \theta}} \times 4 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

$$= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin \theta}{\cos \theta} \times 4 \sin \theta \cos \theta d\theta$$

\therefore නති වර්තන ලක්ෂණ, දෙකක් ඇත.

$x = -\sqrt{33}$ හා $x = \sqrt{33}$ එම නති වර්තන x - බණ්ඩිංක වේ.

(C: 05)

20

$$\begin{aligned}
 &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} 4 \sin^2 \theta d\theta \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= 2 \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1 - \cos 2\theta) d\theta \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= 2 \left(\theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta \right) \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= 2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \right) \quad \boxed{40} \\
 &= \frac{\pi}{2} - 1 \quad (\text{Q: 05})
 \end{aligned}$$

(b) $x \neq 1, 2$ නළහා

$$\frac{1}{(x-1)(x-2)} = \frac{A}{(x-1)} + \frac{B}{(x-2)}$$

$$1 = A(x-2) + B(x-1)$$

$x=1$ විට

$x=2$ විට

$$1 = A(1-2) \quad (\text{Q: 05}) \quad 1 = B(2-1) \quad (\text{Q: 05})$$

$$A = -1 \quad B = 1 \quad (\text{Q: 05})$$

ඡ්‍රීට

$$\int \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx = \int \frac{-1}{x-1} dx + \int \frac{1}{x-2} dx \quad (\text{Q: 10})$$

$$= \ln|x-2| - \ln|x-1| + C, C - අඩිමත තියනයකි. \quad (\text{Q: 05})$$

$$t > 2 \text{ නළහා} \quad \int_3^t \frac{1}{(x-1)(x-2)} dx$$

$$f(t) = \left[\ln|x-2| - \ln|x-1| \right]_3^t \quad (\text{Q: 05})$$

$$\begin{aligned}
 &= \ln(t-2) - \ln|t-1| + \ln 2, \quad (\text{Q: 10}) \\
 \int \ln(x-k) dx &= x \ln(x-k) - \int \frac{x}{(x-k)} dx \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= x \ln(x-k) - \int \frac{x-k+k}{(x-k)} dx \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= x \ln(x-k) - \int 1 dx - \int \frac{k}{(x-k)} dx \\
 &= x \ln(x-k) - x - k \ln(x-k) + C \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= (x-k) \ln(x-k) - x + C, C - අඩිමත
 \end{aligned}$$

තියනයකි. 15

$$\begin{aligned}
 \int f(t) dt &= \int [\ln(t-2) - \ln(t-1) + \ln 2] dt \\
 &= \int \ln(t-2) dt - \int \ln(t-1) dt + \int \ln 2 dt \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= (t-2) \ln(t-2) - t - [(t-1) \ln(t-1) - t] \\
 &\quad (\text{Q: 05}) + t \ln 2 + D \quad \boxed{10} \\
 &\quad \text{D - අඩිමත තියනයකි.}
 \end{aligned}$$

(c) $\int_a^b f(x) dx = \int_a^b (a+b-x) dx$ සූත්‍රය හාවිතයෙන්

$$\begin{aligned}
 -\pi \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2(-x)}{1+e^{-x}} dx \quad (\text{Q: 05}) \\
 &= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^x \cos^2 x}{1+e^x} dx \quad (\text{Q: 05})
 \end{aligned}$$

10

$$2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx = \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^{-x}} dx + \int_{-\pi}^{\pi} \frac{e^x \cos^2 x}{1+e^x} dx \quad (\text{Q: 05})$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^{-x}} dx + \frac{e^x \cos^2 x}{1+e^x} dx$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} \frac{(1+e^x)}{(1+e^x)} \cos^2 x dx$$

$$= \int_{-\pi}^{\pi} \cos^2 x dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_{-\pi}^{\pi} (1 + \cos 2x) dx \quad (\text{Q: 05})$$

$$2 \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx = \frac{1}{2} \left(x + \frac{1}{2} \sin 2x \right) \Big|_{-\pi}^{\pi} = \pi \quad (\text{Q: 05})$$

$$\therefore \int_{-\pi}^{\pi} \frac{\cos^2 x}{1+e^x} dx = \frac{\pi}{2} \quad \boxed{25}$$

16. $12x - 5y - 7 = 0$

$$y = 1 \text{ විට } 12x - 5 - 7 = 0$$

$$12x = 12$$

$$x = 1$$

$$\therefore A = (1, 1)$$

සම්බන්ධකවල සම්කරණය

$$\frac{|12x - 5y - 7|}{\sqrt{12^2 + 5^2}} = \frac{|y - 1|}{\sqrt{1^2}} \quad (\text{Q: 10})$$

$$\frac{|12x - 5y - 7|}{13} = \pm (y - 1)$$

$$\Rightarrow 12x - 5y - 7 = 13y - 13 \text{ හේ } 12x - 5y - 7 = -13y + 13 \text{ වේ.}$$

$$\Rightarrow 12x - 18y + 6 = 0 \text{ හේ } 12x + 8y - 20 = 0$$

$$\Rightarrow 2x - 3y + 1 = 0 \text{ හේ } 3x + 2y - 5 = 0 \quad (\text{Q: 05}) + (\text{Q: 05})$$

$y = 1$ හා $2x - 3y + 1 = 0$ අතර පූර්ණ කෙශණය θ නම්,

$$\tan \theta = \left| \frac{\frac{2}{3} - 0}{1 + \frac{2}{3} \times 0} \right| = \frac{2}{3} < 1 \text{ වේ.}$$

$$\therefore \ell = 2x - 3y + 1 = 0$$

ℓ මත තුළ (x, y) පෙනෙන නළහා

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \lambda \text{ යැයි ගැනීමු.}$$

$$\Rightarrow \frac{x-1}{3} = \lambda, \frac{y-1}{2} = \lambda$$

$$\Rightarrow x = 3\lambda + 1, y = 2\lambda + 1 \quad (\text{Q: 05})$$

$$\therefore P \equiv (3\lambda + 1, 2\lambda + 1), \lambda \in \mathbb{R}$$

$$\text{දීන් } B \equiv (6, 0) \text{ හා } P \equiv (3\lambda + 1, 2\lambda + 1) \quad \boxed{10}$$

$$\therefore BP \text{ വിശകലിഷയ്ക്ക് ലേക്ക് ആകി } S + \lambda U = 0 \quad (\text{C: 10})$$

മെറിപ്പ് ദേശ ലൈൻ.

$$\begin{aligned} \text{ഉള്ളി } x^2 - x(3\lambda + 1) - 6x + 6(3\lambda + 1) \\ + y^2 - y(2\lambda + 1) = 0 \end{aligned}$$

$$x^2 + y^2 - 7x - y + 6 + \lambda(-3x - 2y + 18) = 0 \quad (\text{C: 05})$$

ഒരു സ്ഥാനം $S + \lambda U = 0$ ആക്കാരയെന്ന് വേണ്ടി.

മെറിപ്പ്

$$S \equiv x^2 + y^2 - 7x - y + 6 \text{ ഹു } U \equiv -3x - 2y + 18 \text{ വേണ്ടി.} \quad (\text{C: 05}) \quad (\text{C: 05}) \quad [25]$$

$$S = 0 \text{ യാണെന്ന് } \lambda = 0 \text{ എ അനുരോധ വേണ്ടി. } \Rightarrow P(1,1) \equiv A \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore S \equiv 0 \text{ യാണെന്ന് } AB \text{ വിശകലിഷയ്ക്ക് മുൻ്നായി വരുമെന്ന്.} \quad (\text{C: 05})$$

$$\ell \text{ കീഴുക്കിയാൽ } l \text{ എ ലഭിച്ച ഒരു ക്രാം അനുസരിച്ച് } 3x + 2y + \mu = 0 \text{ വേണ്ടി.} \quad [10]$$

$$\text{മെറിപ്പ് } \mu \text{ യാണെന്ന് } \ell \text{ ക്രാം അനുസരിച്ച് } 3x + 2y + \mu = 0 \text{ വരുമെന്ന്.} \quad (\text{C: 10})$$

$$B \text{ ലൈൻ } 3x + 2y + \mu = 0 \text{ മെറിപ്പ് } 3 \times 6 + 2 \times 0 + \mu = 0$$

$$18 + \mu = 0 \Rightarrow \mu = -18 \quad (\text{C: 05})$$

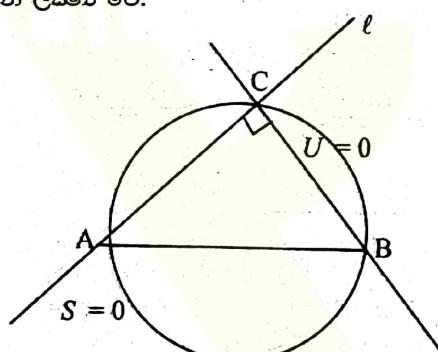
\therefore അവരും അനുസരിച്ച്

$$3x + 2y - 18 = 0 \text{ വേണ്ടി.} \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{ഉള്ളി } U = -3x - 2y + 18 = 0 \quad [20]$$

$$\lambda \in \mathbb{R} \text{ ചാലാം } S + \lambda U = 0 \text{ യാണെന്ന് } S = 0 \text{ ഹു } U = 0 \text{ കീഴുക്കിയാൽ } \ell \text{ ക്രാം അനുസരിച്ച്.} \quad (\text{C: 10})$$

$$\text{മെറിപ്പ് } U = 0 \text{ കീഴുക്കിയാൽ } U = 0 \text{ വരുമെന്ന്.} \quad (\text{C: 10})$$



$\therefore C$ കീഴുക്കിയാൽ

$$U \equiv -3x - 2y + 18 = 0 \text{ ഹു } \ell \equiv 2x - 3y + 1 = 0$$

$$-3x - 2y = -18 \rightarrow ①$$

$$2x - 3y = -1 \rightarrow ②$$

$$① \times 2 + ② \times 3$$

$$-4y - 9y = -36 - 3$$

$$-13y = -39$$

$$y = 3$$

① നാല്

$$-3x = -18 + 6$$

$$-3x = -12$$

$$x = 4$$

$$\therefore C = (4,3)$$

$$S = 0 \text{ ഹു } S + \lambda U = 0 \text{ പ്രാഖിച്ചുവേണ്ടി.} \quad [25]$$

ബഹുമാനിക്കുന്ന പ്രാഖിക്കൾ =

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow 2 \left[-\frac{1}{2}(3\lambda + 7) \right] \left(-\frac{7}{2} \right) + 2 \left[-\frac{1}{2}(2\lambda + 1) \right] \left(-\frac{1}{2} \right) \\ & = 6 + 18\lambda + 16 \quad (\text{C: 05}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \Leftrightarrow 13\lambda = 26 \quad (\text{C: 05}) \\ & \Leftrightarrow \lambda = 2 \quad [20] \end{aligned}$$

$$17. (a) \sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \quad (\text{C: 05})$$

$$\sin(A+(-B)) = \sin(A-B) \quad (\text{C: 05})$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cos(-B) + \cos A \sin(-B) \quad (\text{C: 05})$$

$$= \sin A \cos B - \cos A \sin B \quad (\text{C: 05})$$

$$\sin(A+B) = \sin A \cos B + \cos A \sin B \rightarrow ① \quad (\text{C: 05})$$

$$\sin(A-B) = \sin A \cos B - \cos A \sin B \rightarrow ② \quad [15]$$

$$① + ② \Rightarrow \sin(A+B) + \sin(A-B) = 2 \sin A \cos B \quad (\text{C: 05})$$

$$① - ② \sin(A+B) - \sin(A-B) = 2 \cos A \sin B \quad (\text{C: 05})$$

$$0 < \theta < \frac{\pi}{2} \quad [10]$$

$$2 \sin 3\theta \cos 2\theta = \sin 7\theta$$

$$\Leftrightarrow \sin 5\theta + \sin \theta = \sin 7\theta \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow \sin 7\theta - \sin 5\theta - \sin \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin(6\theta + \theta) - \sin(6\theta - \theta) - \sin \theta = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos 6\theta \sin \theta - \sin \theta = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin \theta(2 \cos 6\theta - 1) = 0$$

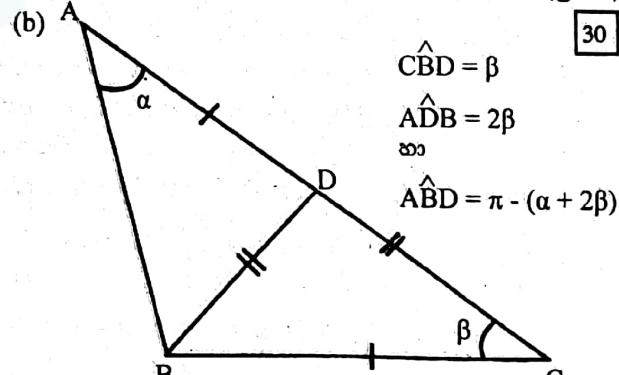
$$\Leftrightarrow \cos 6\theta = \frac{1}{2}, \because 0 < \theta < \frac{\pi}{2}, \sin \theta > 0 \text{ എംബേഡ്.} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \cos 6\theta = \cos \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow 6\theta = 2n\pi \pm \frac{\pi}{3}; n \in \mathbb{Z} \quad (\text{C: 05}) + (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{n\pi}{3} \pm \frac{\pi}{18}; n \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}, \frac{7\pi}{18} \quad (\because 0 < \theta < \frac{\pi}{2}) \quad (\text{C: 05})$$



സിന്റ് തീരീയ ഡേഡ്മെന്റ് :

ABD ത്രികോണം ചാലാം

$$\frac{BD}{\sin \hat{BAD}} = \frac{AD}{\sin \hat{ABD}} \quad (\text{C: 10})$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin(\pi - (\alpha + 2\beta))} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{AD}{\sin(\alpha + 2\beta)} \quad \rightarrow ①$$

BDC ත්‍රිකෙෂණය යදහා

$$\frac{CD}{\sin \hat{DBC}} = \frac{BC}{\sin \hat{BDC}}$$

(C: 10)

$$\Rightarrow \cos \left(\left[\frac{\pi}{4} \right] - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{4}{3} \right] \right) = \cos \left(\tan^{-1} \left[\frac{1}{3} \right] \right) \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \frac{CD}{\sin \beta} = \frac{BC}{\sin 2\beta} \quad \text{②} \quad (\text{C: 05})$$

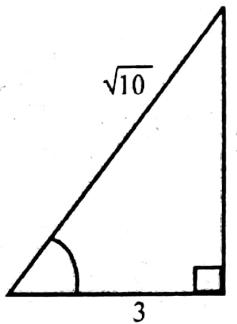
[$\sin(\pi - 2\beta) = \sin 2\beta$]

$\therefore BD = DC$ හා $AD = BC$ බැවින්

$$\frac{\sin \alpha}{\sin \beta} = \frac{\sin(\alpha + 2\beta)}{\sin 2\beta} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \frac{\sin \alpha \sin 2\beta}{\sin \beta} = \sin(\alpha + 2\beta)$$

$$\frac{2 \sin \alpha \sin \beta \cos \beta}{\sin \beta} = \sin(\alpha + 2\beta)$$



$$2 \sin \alpha \cos \beta = \sin(\alpha + 2\beta) \quad (\text{C: 05})$$

$\alpha : \beta = 3 : 2$ නම්

40

$$\cos \left(\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{4}{3} \right] \right) = \frac{3}{\sqrt{10}} \quad (\text{C: 05})$$

10

$$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{3}{2}$$

$$\beta = \frac{2\alpha}{3} \text{ වේ.}$$

$$\Rightarrow 2 \sin \alpha \cos \frac{2\alpha}{3} = \sin \left[\alpha + \frac{4\alpha}{3} \right] \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow 2 \sin 3 \left[\frac{\alpha}{3} \right] \cos 2 \left[\frac{\alpha}{3} \right] = \sin \frac{7\alpha}{3} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \frac{\alpha}{3} = \frac{\pi}{18}, \frac{5\pi}{18}, \frac{7\pi}{18}$$

$$\Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{6}, \frac{15\pi}{18}, \frac{21\pi}{18} \quad (\text{C: 05})$$

$\therefore BC = AD < AC$, α ප්‍රථම කොණයක් විය යුතුය.

$$\therefore \alpha = \frac{\pi}{6}$$

20

$$(c) 2 \tan^{-1} x + \tan^{-1}(x+1) = \frac{\pi}{2}$$

$\alpha = \tan^{-1} x$ හා $\beta = \tan^{-1}(x+1)$ යැයි ගනිමු.

$x \neq \pm 1$ බව දතිතු.

$$\text{නවී } 2\alpha + \beta = \frac{\pi}{2} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{2} - \beta$$

$$\Leftrightarrow \tan 2\alpha = \tan \left[\frac{\pi}{2} - \beta \right] \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \cot \beta \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{1 - x^2} = \frac{1}{x+1} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Leftrightarrow \frac{2x}{(1-x)(1+x)} = \frac{1}{(x+1)}$$

$$\Leftrightarrow 2x = 1 - x \quad (\because x \neq \pm 1)$$

$$3x = 1$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{1}{3} \quad 25$$

$$2 \tan^{-1} \left[\frac{1}{3} \right] + \tan^{-1} \left[\frac{4}{3} \right] = \frac{\pi}{2}$$

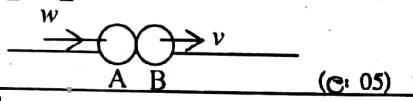
$$\Rightarrow \frac{\pi}{4} - \frac{1}{2} \tan^{-1} \left[\frac{4}{3} \right] = \tan^{-1} \left[\frac{1}{3} \right]$$

A - කොටස

01. $I = \Delta (mv)$ යොදීමෙන්,



A හා B සඳහා (පළමු ගැලුමට) \rightarrow



$$0 = mv + mw - mu$$

$$\Rightarrow v + w = u \rightarrow ①$$

නිවිතන් ප්‍රත්‍යාග්‍ය නියමය :

$$v - w = eu \rightarrow ② \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore ① + ② \Rightarrow 2v = u + eu$$

$$v = \frac{u}{2} (1 + e) \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \text{පළමු ගැලුමට පසුව} = \frac{1}{2} (1 + e) u \\ \text{B හි ප්‍රවේගය}$$

$$v \text{ මගින් } \& \text{ ප්‍රතිස්ථාපනය} = \frac{1}{2} (1 + e) v \quad (\text{C: 05})$$

කිරීමෙන්, B සමඟ ගැලුමට

$$\text{පසුව C හි ප්‍රවේගය} = \frac{1}{2} (1 + e) \times \frac{1}{2} (1 + e) u \\ = \frac{1}{4} (1 + e)^2 u \quad (\text{C: 05})$$

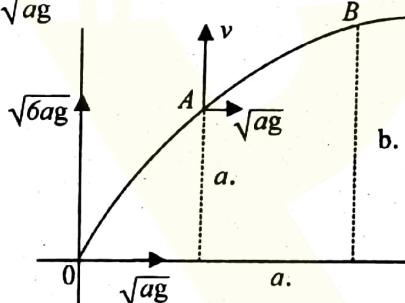
25

02. අංශුව, උස a නිෂ්පාදන ප්‍රස්ථාර යන විට, එහි පිරස් ප්‍රවේග සංර්වකය v යැයි සිතමු.

$$O \text{ සිට } A \text{ දක්වා, } \uparrow v^2 = u^2 + 2as ;$$

$$v^2 = 6ga - 2g \cdot a = 4ag \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore v = 2\sqrt{ag} \quad (\text{C: 05})$$



අමතර T කාලයකට පසුව එය දෙවන බිත්තිය ප්‍රස්ථාර යයි නම්,

$$A \text{ සිට } B \text{ දක්වා } s = ut + \frac{1}{2} at^2 \rightarrow \text{හා } \uparrow \text{යොදීමෙන්} \\ \rightarrow$$

$$a = \sqrt{ga} . T \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{හා} \\ b - a = v . T - \frac{1}{2} g T^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$b - a = 2\sqrt{ag} T - \frac{1}{2} g T^2$$

$$\sqrt{ga} . T = a \text{ අවශ්‍ය} \\ T = \frac{a}{\sqrt{ga}} = \sqrt{\frac{a}{g}} \text{ වේ.}$$

$$b - a = 2\sqrt{ag} \sqrt{\frac{a}{g}} - \frac{1}{2} g \cdot \frac{a}{g}$$

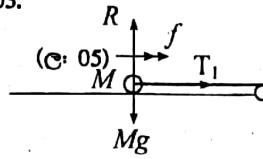
$$b - a = 2a - \frac{1}{2} a$$

$$\therefore b = a + 2a - \frac{a}{2}$$

$$b = \frac{5a}{2} \quad (\text{C: 05})$$

25

03.



$$F = ma \quad \text{යොදීමෙන්}$$

$$A \text{ සඳහා} \\ mg - T = mf \quad (\text{C: 05})$$

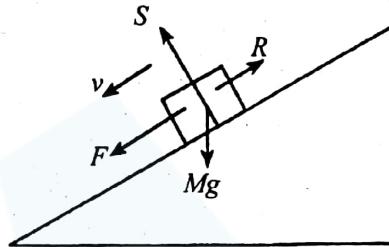
B සඳහා

C සඳහා

$$C \text{ සඳහා} \rightarrow T_1 = Mf \quad (\text{C: 05}) \quad T + mg - T_1 = mf \quad (\text{C: 05})$$

25

04.



$$\text{කාර්යයේ වේගය } v \text{ ms}^{-1} \text{ වන විට} \\ \text{ප්‍රකර්ෂණ බලය } F = \frac{1000 P}{v}$$

ත්වරණය $a \text{ ms}^{-2}$ වන මොශ්‍යාත්මක ඇ.

$$F = ma \quad \text{යොදීමෙන්}$$

$$\downarrow F + Mg \sin \alpha - R = Ma. \quad (\text{C: 10})$$

$$\Rightarrow \frac{1000 P}{v} + Mg \sin \alpha - R = Ma.$$

$$\frac{1000 P}{v} = Ma + R - Mg \sin \alpha$$

$$v = \frac{1000 P}{R - Mg \sin \alpha}$$

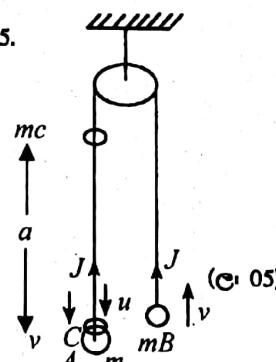
(C: 05)

කාර්ය නියන් වේගයේ වෘත්තය වන විට $a = 0$ වන අතර නියන් වේගයේ අය

$$v = \frac{1000 P}{R - Mg \sin \alpha}$$

25

05.



$$\downarrow v^2 = u^2 + 2as \quad \text{යොදීමෙන්} \\ a \text{ දුරක් වැවීමේදී } C \text{ ලබා ගන්නා ප්‍රවේගය} \\ u = \sqrt{2ag} \quad (\text{C: 05})$$

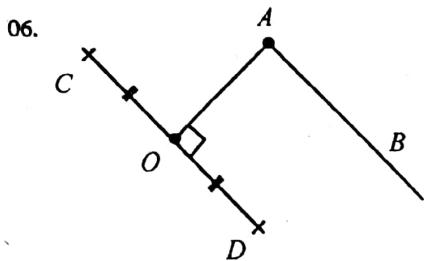
C හා ගැලුවන මොශ්‍යාත්මක දී තන්තුවේ ආවේගය J යැයි ද ගැලුමට මොශ්‍යාත්මක පසුව B හි ප්‍රවේගය v යැයි ද ගනීමු.

එවිට $I = \Delta (mv)$ යොදීමෙන්

$$B \text{ සඳහා } \uparrow J = mv. \quad (\text{C: 05})$$

$$A \text{ හා } C \text{ සඳහා } \downarrow -J = (m + m) v - mu. \quad (\text{C: 10})$$

$$\text{එනම් } -J = 2mv - m \sqrt{2ag}. \quad 25$$



$$\therefore \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OB}$$

$$= -(2\vec{i} + \vec{j}) + 3\vec{i} - \vec{j}$$

$$= \vec{i} - 2\vec{j}$$

$$\therefore AB = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5}$$

$$\overrightarrow{OC} = x\vec{i} + y\vec{j}$$
 යැයි තෙවූ.

$$\overrightarrow{OA} \perp \overrightarrow{OC} \text{ නිසා } (2\vec{j} + \vec{i}) \cdot (x\vec{i} + y\vec{j}) = 0$$

$$2x + y = 0$$

$$\therefore y = -2x$$

$$OC = \frac{1}{3} AB \text{ නිසා } \sqrt{x^2 + 4x^2} = \frac{1}{3} \sqrt{5}$$

$$\sqrt{5x^2} = \frac{1}{3} \sqrt{5}$$

$$\therefore x^2 = \frac{1}{9}$$

මෙම ගමිකරණය D හි බණ්ඩාංක සඳහා ද වලංගු වේ.

$$\text{එම නිසා } x = \pm \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{3} \quad (C: 05) \quad x = -\frac{1}{3} \quad (C: 05)$$

$$y = -\frac{2}{3}$$

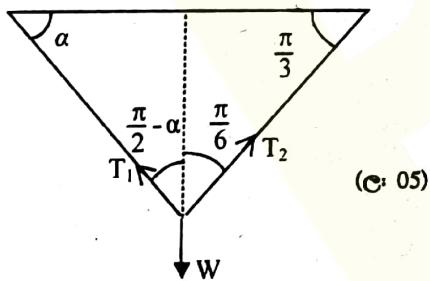
$$y = \frac{2}{3}$$

එම නිසා C හා D හි පිහිටුම් දෙකිනා වන්නේ

$$\frac{1}{3}\vec{i} - \frac{2}{3}\vec{j} \text{ හා } -\frac{1}{3}\vec{i} + \frac{2}{3}\vec{j} \text{ වේ.}$$

25

07.



ලාංඡ්‍ය ප්‍රමේයයෙන්

$$\frac{T_1}{\sin(\pi - \frac{\pi}{6})} = \frac{W}{\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha + \frac{\pi}{6})}$$

$$\frac{T_1}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{W}{\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha)}$$

$$\frac{T_1}{\frac{1}{2}} = \frac{W}{\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha)}$$

$$T_1 = \frac{W}{2 \sin(\frac{\pi}{3} - \alpha)} \quad (C: 05)$$

$$\text{එම නිසා AP හි } T_1 \text{ ආක්‍රිතයේ අවම අයය } = \frac{W}{2} \text{ වන}$$

$$\text{අතර, } T_1 \text{ හි } \alpha \text{ අවමයට } \alpha \text{ නුතු ඇ හි } \alpha = \frac{\pi}{6} \text{ වේ.} \quad (C: 05)$$

25

මාස්ටර් ගධිඩ් ප්‍රකාශනයකි

08. දැන්වී සමත්ලිතතාව සඳහා

$$\begin{aligned} \text{විශේෂයෙන් } R - W &= 0 \\ R &= W \end{aligned}$$

(C: 05)

$$\leftarrow P + F - \frac{W}{2} = 0$$

(C: 05)

$$\therefore F = \frac{W}{2} - P$$

(C: 05)

$$\therefore |F| \leq \mu R$$

(C: 05)

$$\left| \frac{W}{2} - P \right| \leq \mu R$$

$$\left| \frac{W}{2} - P \right| \leq \frac{1}{4} W$$

$$\Rightarrow -\frac{1}{4} W \leq \frac{W}{2} - P \leq \frac{1}{4} W$$

$$\Rightarrow \frac{W}{4} \leq P \leq \frac{3W}{4}$$

(C: 05) 25

$$09. P(B) = P[(A \cap B) \cup (A' \cap B)]$$

(C: 05)

$$= P(A \cap B) + P(A' \cap B)$$

$$= \frac{2}{5} + \frac{1}{10}$$

$$= \frac{4}{10} + \frac{1}{10}$$

$$P(B) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$$

(C: 05)

$$P(A' \cap B') = P[(A \cup B)']$$

(C: 05)

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$= 1 - [P(A) + P(B) - P(A \cap B)] \quad (C: 05)$$

$$= 1 - \left[\frac{3}{5} + \frac{1}{2} - \frac{2}{5} \right]$$

$$= 1 - \left[\frac{6}{10} + \frac{5}{10} - \frac{4}{10} \right]$$

$$= 1 - \frac{7}{10}$$

$$= \frac{3}{10} \quad (C: 05)$$

25

$$10. \text{ මධ්‍යස්ථාන } = 3 \text{ හා } P(\text{නිශ්චිත මාත දෙකක් සහිත ව පහ අඩු සංඛ්‍යා පහක්, ආරෝහණ පිළිවෙළට සකස් කළ විට පහක දැක්වෙන ආකාර දෙකකි.}$$

$$a, a, 3, 3, 4 \quad (C: 05)$$

$$b, 3, 3, 4, 4 \quad (C: 05)$$

$$\text{මධ්‍යන්ය } 3 \text{ බැවින් ඒවායේ එක්‍රය } = 3 \times 5 = 15 \text{ වේ.}$$

$$\text{එවිට } 2a + 10 = 15$$

$$2a = 5$$

$$a = \frac{5}{2} \text{ හෝ}$$

(C: 05)

$$b + 14 = 15$$

$$\therefore b = 1$$

(C: 05)

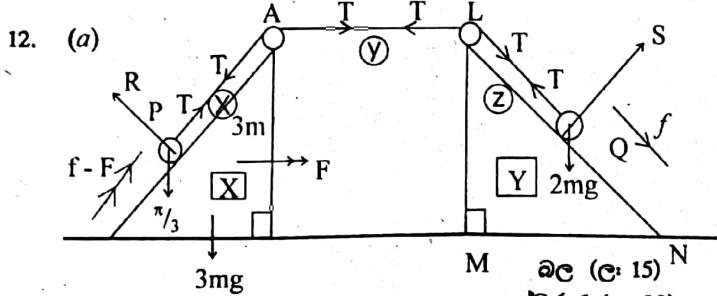
$$\therefore \text{සංඛ්‍යා පහ වන්නේ } 1, 3, 3, 4, 4$$

(C: 05)

*** ***

29

25



$$\begin{aligned} \text{ත්වරණය } (X, E) &= \rightarrow F \\ \text{ත්වරණය } (Q, E) &= \cancel{\frac{\pi}{3}} f (\because Y \text{ අවල තිසා}) \\ \text{ත්වරණය } (P, X) &= f - F \cancel{\frac{\pi}{3}} \\ \therefore \text{ත්වරණය } (P, E) &= \text{ත්වරණය } (P, X) + \text{ත්වරණය } (X, E) \\ &= \rightarrow F + \cancel{\frac{\pi}{3}} f - F \\ x + y + z &= \text{නියතයකි} \\ \Rightarrow \ddot{x} + \ddot{y} + \ddot{z} &= 0 \\ \Rightarrow -\ddot{z} &= \ddot{x} - (-\ddot{y}) \\ &= f - F \end{aligned}$$

$F = ma$ යෝදීමෙන්

P අංශවල X හි වලිනය සඳහා

$$\rightarrow T = 3mF + m \left[F + \frac{f - F}{2} \right] \quad (\text{C: 15})$$

P හි වලිනය සඳහා

$$\cancel{\frac{\pi}{3}} T - mg \frac{\sqrt{3}}{2} = m \left[f - F + \frac{F}{2} \right] \quad (\text{C: 10})$$

Q හි වලිනය සඳහා

$$\cancel{\frac{\pi}{3}} 2mg \frac{\sqrt{3}}{2} - T = 2mft \quad (\text{C: 10})$$

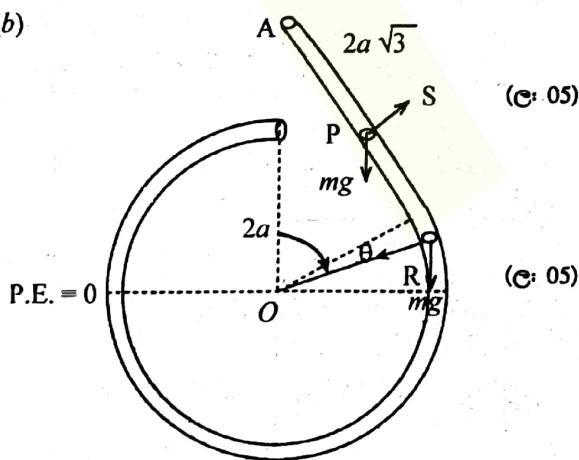
X ට Y වෙත ලියා විමත ගතවන කාලය t

$$S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$a = \frac{1}{2} Ft^2 \quad (\text{C: 10})$$

80

(b)



P අංශවල සෙක්නි දායැරීකි මූලධර්මය යෝදීමෙන්

$$\frac{1}{2} mv^2 + mg(2a \cos \theta) = 0 + mg \cdot 4a. \quad (\text{C: 15})$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = 4ag - 2ag \cos \theta$$

$$v^2 = 4ag(2 - \cos \theta), \quad \frac{\pi}{3} < \theta < 2\pi \quad (\text{C: 05})$$

නළය ඇතුළත වෘත්ත වලිනය සඳහා

$$F = ma \quad \text{යෝදීමෙන්}$$

$$mg \cos \theta + R = \frac{mv^2}{2a} = 2mg(2 - \cos \theta) \quad (\text{C: 10}) + (\text{C: 05})$$

$$R = 4mg - 2mg \cos \theta - mg \cos \theta$$

$$= mg(4 - 3 \cos \theta) > 0 \rightarrow (\text{i}) \quad (\text{C: 05})$$

∴ මෙම ප්‍රතික්‍රියාව O කේත්දාය වෙතට චේ.

සාප්‍ර නළය ඇතුළත වලිනය සඳහා

$$\cancel{F = ma}$$

$$\triangle \frac{\pi}{6} S - mg \cos \frac{\pi}{3} = m(0)$$

$$S = mg \times \frac{1}{2} \\ = \frac{mg}{2} \quad (\text{C: 05})$$

B වෙත ලියා විමත මොහොතුකට පෙර ප්‍රතික්‍රියාව

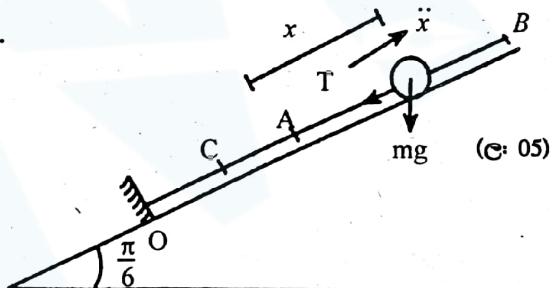
$$= \frac{mg}{2} \cancel{F} \quad (\text{C: 05})$$

B පසුකර මොහොතුකට

$$= \frac{5}{2} mg \cancel{F} \quad (\text{C: 05})$$

ඒ අනුව, B හිදී ප්‍රතික්‍රියාව විශාලත්වයෙන් $\frac{mg}{2}$ සිට $\frac{5}{2} mg$ දක්වා වෙනස් වන අතර දියාව පිටත සිට අභ්‍යුතනට වෙනස් චේ. (C: 05)

13.



P හි වලිනය සඳහා $F = ma$ \cancel{F}

$$\cancel{\frac{\pi}{6}} T + mg \times \frac{1}{2} = m(-\ddot{x}) \rightarrow (\text{i}) \quad (\text{C: 10})$$

$$T = mg \left(\frac{x}{a} \right) \rightarrow (\text{ii}) \quad (\text{C: 05})$$

(i) හා (ii) ඡා \Rightarrow

$$mg \left[\frac{x}{a} \right] + \frac{mg}{2} = m(-\ddot{x})$$

$$\ddot{x} + g \frac{x}{a} + \frac{g}{2} = 0$$

$$\ddot{x} + \frac{g}{a} \left(x + \frac{g}{2} \right) = 0, \quad 0 \leq x \leq 2a \quad (\text{C: 05})$$

$y = x + \frac{g}{2}$ ලිවීමෙන්

$$\ddot{y} = \ddot{x} \quad \text{ලිබේ.} \quad \frac{a}{2} \leq y \leq \frac{5a}{2} \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{මෙහි } \omega^2 = \frac{g}{a} \quad \text{වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

සරල අනුවර්ති වලිනයේ සෙක්න්දය C,

$$\ddot{x} = 0 \quad \text{තනම } y = 0 \quad \text{හෙළ } x = -\frac{a}{2} \quad (\text{C: 05}) + (\text{C: 05})$$

20

ಇಹ ಸಮಿಕರಣದ್ವಾರಾ ಆಂಶಗಳನ್ನು

$$3\lambda^2 |\underline{a}|^2 + 2 \times \frac{1}{2} |\underline{a}|^2 \lambda - |\underline{a}|^2 = 0$$

(C: 05)

$$3\lambda^2 + \lambda - 1 = 0$$

$$\lambda = -1 \pm \sqrt{1+12}$$

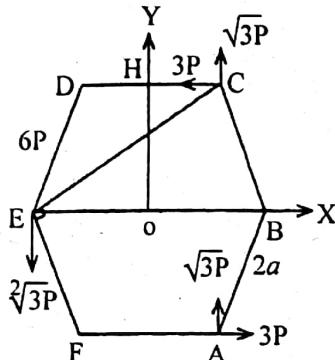
$$\frac{2}{2}$$

$$\lambda > 0 \text{ ಎಂಬುದು } \lambda = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$

(C: 05)

50

(b)



(C: 05)

50

(C: 15)

ಶ್ರೀಯ ಕೆಂಪುವಲ್ಲಿ ಪಿಕಿಪ್ಪಿ ದೇಡಿಕ ವರ್ತನೆಗೆ

$$\overrightarrow{OA} = a\underline{i} - \sqrt{3} a\underline{j}$$

$$\overrightarrow{OC} = a\underline{i} + \sqrt{3} a\underline{j}$$

$$\overrightarrow{OE} = -2a\underline{i}$$

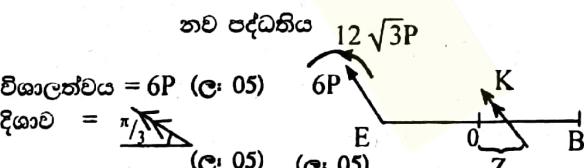
O ಹಿಂದಿನ ಪದ್ದತಿಯ ಉಪನಾಯಕ ಕರ್ತೃ.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{x} &= 3P - 3P = 0 & (C: 10) \\ \uparrow y &= \sqrt{3}P + \sqrt{3}P - 2\sqrt{3}P = 0 & \left. \begin{array}{l} M \neq 0 \text{ ಎಂಬ ನಾಮ} \\ \text{ಪದ್ದತಿಯ ಪ್ರಯೋಗಕಾರಿ} \\ \text{ಇಲ್ಲಾಗೆ ವರ್ಣಿಸಿ} \end{array} \right\} \\ & (C: 10) \end{aligned}$$

$$O \uparrow 2 \times 3P \cdot a\sqrt{3}P + (2a)\sqrt{3}P + (2a) \cdot 2\sqrt{3}P = M \\ M = 12a\sqrt{3}P \uparrow & (C: 20)$$

ಪ್ರಯೋಗ ಪ್ರಯೋಗ (M ≠ 0) ಈ ವಿಜ್ಞಾನದಲ್ಲಿ 12a√3 P Nm
ಉತ್ತರ ಅಥವಾ ಉತ್ತರ ವಾಂಬಾರತ ವರ್ಣಿಸಿ. (C: 05) + (C: 05)

65



$$K \uparrow -6P(2a+z)\sqrt{3} + 12a\sqrt{3}P = 0 & (C: 10)$$

$$3P\sqrt{3}(2a+z) = 12a\sqrt{3}P$$

$$2a+z = 4a$$

$$\Rightarrow z = 2a$$

(C: 05)

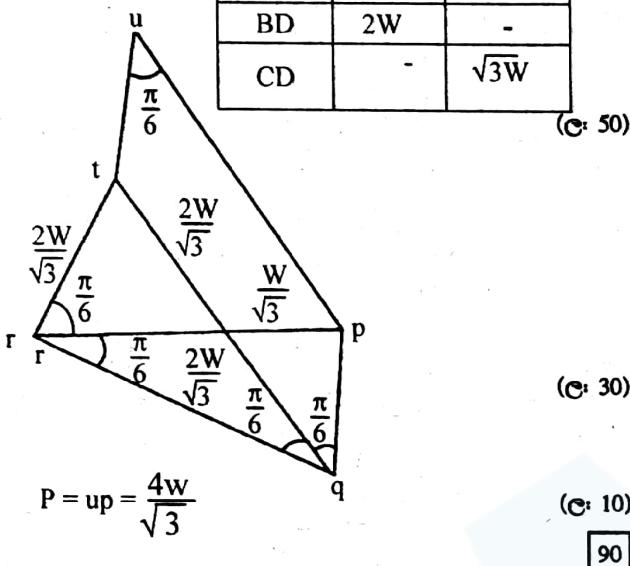
∴ ನವ ಪದ್ದತಿಯ \overrightarrow{BC} ದಿಂದ ಶ್ರೀಯ ಕರನ ತನಿ ಬಲಯನ್ನು
ಇಲ್ಲಾಗೆ ವರ್ಣಿಸಿ.

(C: 05)

35

දැක්ම	ආකෘතිය	තෙරපුම
AB	$\frac{4W}{\sqrt{3}}$	-
BC	$\frac{2W}{\sqrt{3}}$	-
AC	W	-
BD	2W	-
CD	-	$\sqrt{3}W$

(C: 50)

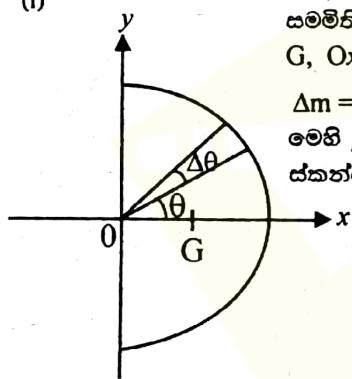


(C: 30)

(C: 10)

90

16. (i)



සම්මේලන්, ස්කන්ධ කේත්දය G, Ox අක්ෂය මත පිහිටයි.
(C: 05)

$\Delta m = a \cdot \Delta \theta \rho$
මෙහි ρ යනු එකක දිගු ස්කන්ධය වේ.

$OG = \bar{x}$ යැයි ගනිමු එවිට

$$\bar{x} = \int_{-\pi/2}^{\pi/2} a \rho a \cos \theta d \theta$$

(C: 05) + (C: 05)

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} a \rho d \theta$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} a \cos \theta d \theta$$

$$= \int_{-\pi/2}^{\pi/2} 1 d \theta$$

$$= a \sin \theta \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} \pi/2 \\ -\pi/2 \\ \theta \\ -\pi/2 \end{array}$$

(C: 05)

$$= \frac{a [1 - (-1)]}{\frac{\pi}{2} - (-\pi/2)} = \frac{2a}{\pi}$$

ඒ නයින්, ස්කන්ධ කේත්දය O සිට $\frac{2a}{\pi}$ දුරකින් පිහිටයි. 25

(ii) සම්මේලන්, ස්කන්ධ කේත්දය G, Ox අක්ෂය මත පිහිටයි.
(C: 05)

$$\Delta m = 2\pi (a \sin \theta) a \rho \theta$$

මෙහි ρ යනු එකක වර්ගඵලයක ස්කන්ධය වේ.

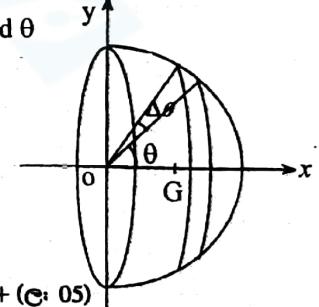
$$OG = \bar{x}$$
 යැයි ගනිමු. එවිට

$$\bar{x} = \frac{\int_0^{\pi/2} 2\pi (a \sin \theta) a \sigma a \cos \theta d \theta}{\int_0^{\pi/2} 2\pi (a \sin \theta) a \sigma d \theta}$$

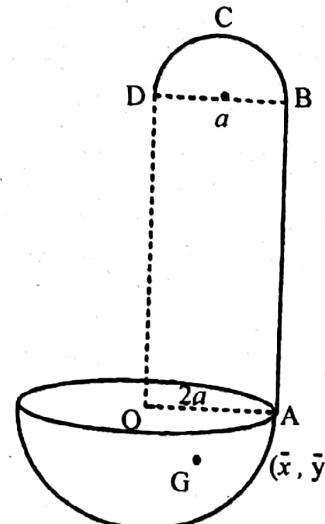
(C: 05) + (C: 05)

$$= \frac{a \sin^2 \theta}{2} \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \begin{array}{l} \pi/2 \\ 0 \\ -\cos \theta \\ \pi/2 \end{array}$$

= $\frac{a}{2}$ (C: 05) + (C: 05)



ඒ නයින්, ස්කන්ධ කේත්දය O සිට $\frac{a}{2}$ දුරකින් පිහිටයි.



වස්තුව	ස්කන්ධය	OD (\rightarrow) සිට දුර	OA (\Downarrow) සිට දුර
AB සැපු තොටස	$\pi a^2 \sigma$ (C: 05)	$2a$	πa (C: 05)
BCD අරුධ වෘත්තාකාර තොටස	$\frac{\pi a^2 \sigma}{2}$ (C: 05)	a	$2\pi a + \frac{2a}{\pi}$ (C: 05)
අරුධ ගෝලාකාර කොට්ඨාල	$8\pi a^2 \sigma$ (C: 05)	0	$-a$ (C: 05)
හැන්ද	$\frac{19\pi a^2 \sigma}{2}$ (C: 05)	\bar{x}	\bar{y}

$$\frac{19\pi a^2 \sigma}{2} \bar{y} = \pi a^2 \sigma \cdot \pi a + \frac{\pi a^2 \sigma}{2} (2a\pi + \frac{2a}{\pi}) \\ + 8\pi a^2 \sigma (-a). \quad (\text{C: 10})$$

$$\frac{19\pi}{2} \bar{y} = -8\pi a + 2\pi^2 a + a. \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \bar{y} = \frac{-2}{19\pi} (8\pi - 2\pi^2 - 1) a.$$

∴ හැන්දේ ස්කන්ධ කේත්දය OA සිට

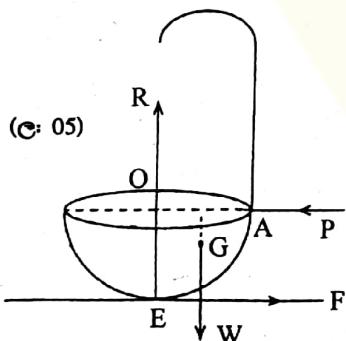
$$\frac{2}{19\pi} (8\pi - 2\pi^2 - 1) a දුරක් පහළින් පහිටයි.$$

$$\frac{19\pi a^2 \sigma}{2} \bar{x} = \pi a^2 \sigma \cdot 2a + \frac{\pi a^2 \sigma}{2} \sigma \cdot a + 8\pi a^2 \sigma \cdot 0. \quad (\text{C: 10})$$

$$\therefore \frac{19}{2} \bar{x} = 2a + \frac{a}{2} = \frac{5a}{2} \\ \therefore \bar{x} = \frac{5a}{19} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore හැන්දේ ස්කන්ධ කේත්දය OD සිට $\frac{5a}{19}$ දුරකින් පහිටයි.$$

65



$$\rightarrow F = P \quad (\text{C: 05})$$

$$\uparrow R = W \quad (\text{C: 05})$$

E↑

$$P \times 2a = W \times \frac{5}{19} a. \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore P = \frac{5W}{38}$$

$$\Rightarrow F = \frac{5W}{38}$$

$$\frac{F}{R} = \frac{5}{38} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \frac{1}{7} > \frac{F}{R} \quad (\text{C: 05})$$

ඩී තහින්, හැන්ද සම්බුද්ධිතාකාවයේ තැබිය හැක.

30

17. (a) $i = 0, 1, 2, 3$ සඳහා E_i යනු සුදුපාට බෝල i ගණනක් ඇති පෙටවීයේ සංඛ්‍යා යැයි ගනිමු.

$$\text{එරිට } P(E_i) = \frac{1}{4}, i = 0, 1, 2, 3 \text{ සඳහා} \quad (\text{C: 05})$$

මාස්ටර් ගයින් ප්‍රකාශනයකි

35

W යනු සස්මූලාවේ ලෙස ඉවතට ගත් බේලය සුදුපාට වීමේ සිද්ධිය යැයි ගනිමු.

එවිට,

$$(i) P(W) = \sum_{i=0}^3 P(W/E_i) \cdot P(E_i) \\ = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{4} + \frac{4}{4} \times \frac{1}{4} \\ = \frac{1}{16} + \frac{2}{16} + \frac{3}{16} + \frac{4}{16} = \frac{10}{16} = \frac{5}{8} \quad (\text{C: 05})$$

25

$$(ii) \text{ බේල ප්‍රමේයයට අනුව} \\ P(E_1/W) = \frac{P(W/E_1) \cdot P(E_1)}{P(W)} \quad (\text{C: 10})$$

$$= \frac{2}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{2}{16} \times \frac{8}{5} = \underline{\underline{\frac{1}{5}}} \quad (\text{C: 05})$$

25

$$(b) Y = \{ \alpha x_i ; i = 1, 2, \dots, n \} \text{ යැයි ගනිමු.}$$

$$\text{මධ්‍යනාය } ; \mu_y = \frac{\sum_{i=1}^n \alpha x_i}{n} = \alpha \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} \right) \\ = \alpha \mu \quad (\text{C: 05}) + (\text{C: 05})$$

$$\text{විවෘතාව } ; \sigma_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (\alpha x_i)^2 - \mu_y^2}{n} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \alpha^2 \left(\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2 - \mu^2}{n} \right) \\ = \alpha^2 \sigma^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \text{සම්මත අපගමනය } \sigma_y = |\alpha| \sigma$$

30

මායික වැටුප (රුපියල් දහසේ ඡ්‍යායාපින්)	f	(C: 05) මධ්‍ය ලක්ෂණය x	$y = \frac{1}{10} x$	y^2	(C: 05) fy	(C: 05) fy^2
5 - 15	9	10	1	1	9	9
15 - 25	11	20	2	4	22	44
25 - 35	14	30	3	9	42	126
35 - 45	10	40	4	16	40	160
45 - 55	6	50	5	25	30	150
	50				$\Sigma f x = 143$	$\Sigma f x^2 = 489$

(C: 05) (C: 05)

35

$$\mu_y = \frac{\sum f y}{\sum f} = \frac{143}{50} \text{ හා } \quad (\text{Q: 05})$$

$$\begin{aligned} \sigma_y^2 &= \frac{\sum f y^2}{\sum f} - \mu_y^2 \\ &= \frac{489}{50} - \left[\frac{143}{50} \right]^2 \quad (\text{Q: 05}) \\ &= \frac{24450}{2500} - \frac{20449}{2500} \end{aligned}$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{4001}{50}} \quad (\text{Q: 05})$$

ඉහත ප්‍රතිඵල හාවිතයෙන්

$$\mu_x = 10\mu_y = 10 \left(\frac{143}{50} \right) = 28.6 \text{ රුපියල් දැහස් ජේවා } \quad (\text{Q: 05})$$

(= රු. 28600)

$$\text{හා } \sigma_x = 10\sigma_y = \sqrt{\frac{4001}{5}} \approx 12.65 \text{ රුපියල් දැහස් ජේවා } \quad (\text{Q: 05})$$

(= රු. 12650).

50

$$\text{නව මායික වේතනය : } z = x + \frac{P}{100} x.$$

$$= \left[1 + \frac{P}{100} \right] x, \text{ මෙහි}$$

x යනු කළීන් මායික වේතනයකි.

ඉහත ප්‍රතිඵල හාවිතයෙන් (Q: 05)

$$\mu_z = \left[1 + \frac{P}{100} \right] \mu_x.$$

$$29172 = \left[1 + \frac{P}{100} \right] 28600. \quad (\text{Q: 05})$$

$$\Rightarrow 100 + P = \frac{29172}{286}$$

$$\therefore P = 2 \quad (\text{Q: 05})$$

$$\sigma_z \approx \left[1 + \frac{2}{100} \right] \sigma_x.$$

$$\approx \frac{51}{50} \times 12.65 \quad (\text{Q: 05})$$

$$\approx 12.9 \text{ රුපියල් දැහස් ජේවා}$$

$$(\approx \text{රු. 12900}).$$

20

