

අමතර කියවීම කාලය ප්‍රස්න රාජ්‍ය කියවා ප්‍රස්න සේවා ගැනීමටත් එහිමත් පිළිතුර ලිවිමෙදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රස්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගත්තා.

ପ୍ରତିକାଳୀନ

- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්විත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 01 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
 - A කොටස:
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩහි ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩදාසී හාවිත කළ හැකි ය.
 - B කොටස:
ප්‍රශ්න පහකට රමණක් පිළිතුරු සපයන්න. ඔබේ පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩදාසීවල ලියන්න.
 - තියම්ත කාලය අවසන් වූ රපු A කොටසකි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසකි පිළිතුරු පත්‍රයට උඩින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ගාලාධිපතිව හාර දෙන්න.
 - ප්‍රශ්න රත්තයෙහි B කොටස රමණක් විභාග ගාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.

A කේටද

01. ගණිත අභ්‍යන්තර මූලධර්මය හා විතයෙන්, සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $\sum_{r=1}^n r^3 = \frac{1}{4} n^2 (n+1)^2$ බව සාධනය කරන්න.

02. එක ම රුප සටහනක $y = 3 - |x|$ හා $y = |x - 1|$ හි ප්‍රස්ථාරවල දෙ සටහන් අදිත්ත.

- ඒ තැනින් හෝ අන් අපුරකින් හේ, $|x| + |x - 1| \leq 3$ අසමානතාව සපුරාලන මෙහි පියා සියලු ම කාත්ත්වික අයන් සොයන්න.

03. ආගන්ධි සටහනක, $\text{Arg}(z - 3i) = -\frac{\pi}{3}$ සපුරාලන ය. සංකීරණ සංඛ්‍යා තිරුපැණය කරන ලක්ෂණවල පරියෙහි දළ සටහනක් අදින්න.

ලේ තයින් හෝ අන් අපුරකිත් හෝ, $\text{Arg}(\bar{z} + 3i) = \frac{\pi}{3}$ වන පරිදි $|z - 1|$ හි අවම අගය සොයන්න.

04. $\left(x^2 + \frac{3k}{x}\right)^8$ හි දේවිපද ප්‍රසාරණයේ x හා x^4 හි සංග්‍රහක සමාන වේ. k නියතයෙහි අගය සොයන්න.

05. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}{x^2(x+1)} = \frac{\pi^2}{32}$ എം പേര് വിന്തെ.

06. $y = e^{2x}$, $y = e^{3-x}$, $x = 0$, $x = 3$ හා $y = 0$ වතු මගින් ආවෘත පෙදෙසක් වර්ගීය, වර්ග ඒකක $\frac{3}{2} (e^2 - 1)$ බව පෙන්වන්න.

07. $\frac{\pi}{2} < t < \pi$ கூட்டு $x = \ln(\tan \frac{t}{2})$ மற்றும் $y = \sin t$ பராதிகள் சமீகரண மதின் C வகுயக் கெழு என்க.

$$\frac{dy}{dx} = \cos t \sin t \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$t = \frac{2\pi}{3}$ ට අනුරුදුව ලක්ෂණයෙහි දී C ව්‍යුයට ඇදි ස්පර්ශ රේඛාවෙහි අනුකූලංගය $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ බව අපෝහනය කරන්න.

08. l_1 යනු $x + y - 5 = 0$ සරල රේඛාව යැයි ගනිමු. $p \equiv (3, 4)$ ලක්ෂණය හරහා යන හා l_1 ට ලමින වූ l_2 සරල රේඛාවෙහි සම්කරණය සොයන්න.

Q යනු l_1 හා l_2 හි රේදන ලක්ෂණය යැයි ද R යනු $PQ:QR = 1:2$ වන පරිදී l_2 මත වූ ලක්ෂණය යැයි ද ගනිමු. R හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

10. $x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2}$ അടയാണ $\sec^3 x + 2\sec^2 x \tan x + \sec x \tan^2 x = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$ എല്ലാ പേരുകളും; മെച്ചി $n \in \mathbb{Z}$ ആണ്.



B කොටස

★ ප්‍රශ්න පහකට පමණක් එලිතුරු සපයන්න.

11. (a) $a, b \in \mathbb{R}$ යැයි ගනිමු. $3x^2 - 2(a+b)x + ab = 0$ සම්කරණයේ විවේචනය a හා b අපුරෙන් ලියා දක්වා ඇතින්, මෙම සම්කරණයේ මූල කාත්වික බව පෙන්වන්න.

මෙම මූල α හා β යැයි ගනිමු. a හා b අපුරෙන් $\alpha + \beta$ හා $\alpha\beta$ ලියා දක්වන්න.

දැන්, $\beta = a + 2$ යැයි ගනිමු. $a^2 - ab + b^2 = 9$ බව පෙන්වා,

$|a| \leq \sqrt{12}$ බව අපෝහනය කර, a අපුරෙන් b සොයන්න.

- (b) $c (\neq 0)$ හා d කාත්වික සංඛ්‍යා යැයි ද $f(x) = x^3 + 4x^2 + cx + d$ යැයි ද ගනිමු. $(x + c)$ මගින් $f(x)$ බෙදු විට ගේෂය $-c^3$ චේ. තව ද $(x - c)$ යන්න $f(x)$ හි සාධකයක් වේ. $c = -2$ හා $d = -12$ බව පෙන්වන්න. c හා d හි මෙම අගයන් සඳහා $(x^2 - 4)$ මගින් $f(x)$ බෙදු විට ගේෂය සොයන්න.

12. (a) එක එකක පිරිමි ලමයින් තිදෙනකු හා ගැහැනු ලමයින් දෙදෙනකු සිටින කණ්ඩායම් දෙකක සාමාර්කයන් අතුරෙන්, සාමාර්කයන් හයදෙනකුගෙන් යුතු කම්ටුවක් තොරා ගත යුතුව් ඇත්තේ කම්ටුවේ සිටින ගැහැනු ලමයින් සංඛ්‍යාව වැඩි තරමින් දෙදෙනකු වන පරිදි ය.

(i) කම්ටුවට එක් එක් කණ්ඩායමන් සාමාර්කයන් ඉරට්ටේ සංඛ්‍යාවක් තොරා ගත යුතු නම්.

(ii) කම්ටුවට එක් ගැහැනු ලමයකු පමණක් තොරා ගත යුතු නම්.

සැදිය හැකි එවැනි වෙනස් කම්ටු ගණන සොයන්න.

$$(b) r \in \mathbb{Z}^+ සඳහා f(r) = \frac{1}{(r+1)^2} සහ U_r = \frac{(r+2)}{(r+1)^2 (r+3)^2} යැයි ගනිමු.$$

$r \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $f(r) \cdot f(r+2) = 4U_r$ බව පෙන්වන්න.

$$\text{ඒ නයින්, } n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } \sum_{r=1}^n U_r = \frac{13}{144} - \frac{1}{4(n+2)^2} - \frac{1}{4(n+3)^2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} U_r \text{ අපරිමිත ස්‍රේණීය අනිසාරී බව අපෝහනය කර එහි එක්කාය සොයන්න.}$$

$$n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } t_n = \sum_{r=n}^{2n} U_r \text{ යැයි ගනිමු.}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} t_n = 0 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

13. (a) $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix}$ හා $B = \begin{bmatrix} 3 & 2a \\ -1 & 0 \\ 1 & 3a \end{bmatrix}$ යැයි ගනිමු; මෙහි $a \in \mathbb{R}$ වේ.

$P = AB$ මගින් අරථ දක්වෙන P ත්‍යාසය සොයා, a හි කිහිපය අගයකට P^{-1} නොපවතින බව පෙන්වන්න.

$$P \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} = 5 \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \text{ නම්, } a = 2 \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

a සඳහා මෙම අගය සහිත ව, $Q = P + I$ යැයි ගනිමු; මෙහි I යනු ගණය 2 වන එකක ත්‍යාසයයි.

$$Q^{-1} \text{ ලියා දක්වා } AA^T - \frac{1}{2} R = \left[\frac{1}{5} Q \right]^{-1} \text{ වන පරිදි } R \text{ ත්‍යාසය සොයන්න.}$$

(b) $z = x + iy$ යැයි ගනිමු; මෙහි $x, y \in \mathbb{R}$ වේ. z හි, මාපාංකය $|z|$ හා ප්‍රතිබද්ධය \bar{z} අරථ දක්වන්න.

(i) $z\bar{z} = |z|^2$,

(ii) $z + \bar{z} = 2 \operatorname{Re} z$ හා $z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im} z$

බව පෙන්වන්න.

$z \neq 1$ හා $w = \frac{1+z}{1-z}$ යැයි ගනිමු. $\operatorname{Re} w = \frac{1-|z|^2}{|1-z|^2}$ හා $\operatorname{Im} w = \frac{2 \operatorname{Im} z}{|1-z|^2}$ බව පෙන්වන්න.

$z = \cos \alpha + i \sin \alpha$ ($0 < \alpha < 2\pi$) නම්, $w = i \cot \frac{\alpha}{2}$ බව තව දුරටත් පෙන්වන්න.

(c) ආගත්ති සටහනක, A හා B ලක්ෂා පිළිවෙළින් $-3i$ හා 4 සංකීර්ණ සංඛ්‍යා නිරුපණය කරයි. C හා D ලක්ෂා පළමුවන වෘත්ත පාදකයේ පිහිටන්නේ $ABCD$ රෝම්බසයක් හා $B\hat{A}D = \theta$ වන පරිදි ය; මෙහි $\theta = \sin^{-1} \left(\frac{7}{25} \right)$ වේ. C හා D ලක්ෂා මගින් නිරුපණය කරනු ලබන සංකීර්ණ සංඛ්‍යා සොයන්න.

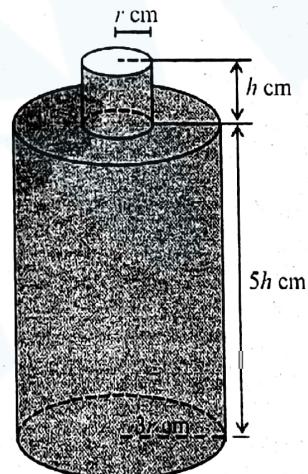
14. (a) $x \neq -1$, $\frac{1}{3}$ සඳහා $f(x) = \frac{16(x-1)}{(x-1)^2(3x-1)}$ යැයි ගනිමු.

$x \neq -1, \frac{1}{3}$ සඳහා $f(x)$ හි ව්‍යුත්පන්නය, $f'(x)$ යන්න $f'(x) = \frac{-32x(3x-5)}{(x+1)^3(3x-1)^2}$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

ස්ථරයෙන්මුඩ හා හැරුම් ලක්ෂා දක්වන්නේ $y = f(x)$ හි ප්‍රස්ථාරයේ දළ සටහනක් අදින්න.

ප්‍රස්ථාරය හාවිතයෙන්, $k(x+1)^2(3x-1) = 16(x-1)$ සම්කරණයට හරියටම එක් මූලයක් පවතින පරිදි $k \in \mathbb{R}$ හි අගයන් සොයන්න.

(b) අරය $3r$ cm හා උස $5h$ cm වන සංවාත කුහර සාපුළු වෘත්ත සිලින්බරයක උඩක් මුහුණකින් අරය r cm වන තැටියක් ඉවත් කර, අරය r cm හා උස h cm වන විවාත කුහර සාපුළු වෘත්ත සිලින්බරයක් රුපයේ දක්වෙන පරිදි සවිතර 391π cm³ ක පරිමාවක් සහිත බේතලයක් සාදා ගත යුතුව ඇත. බේතලයේ මූල පාශ්ච වර්ගඑලය S cm² යන්න $S = \pi r(32h + 17r)$ බව දී ඇත. S අවම වන පරිදි r හි අගය සොයන්න.



15. (a) (i) x^2, x^1 හා x^0 හි සංගුණක සැසදීමෙන්,

සියලු $x \in \mathbb{R}$ සඳහා $Ax^2(x-1) + Bx(x-1) + C(x-1) - Ax^3 = 1$ වන පරිදි A, B හා C නියතවල අගයන් සොයන්න.

එහින්, $\frac{1}{x^3(x-1)}$ යන්න සින්න හාග වලින් ලියා දක්වා $\int \frac{1}{x^3(x-1)} dx$ සොයන්න.

(ii) කොටස වශයෙන් අනුකලනය හාවිතයෙන්, $\int x^2 \cos 2x dx$ සොයන්න.

(b) $\theta = \tan^{-1}(\cos x)$ ආදේශය හාවිතයෙන්, $\int \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx = 2 \ln(1 + \sqrt{2})$ බව පෙන්වන්න.

a නියතයක වන $\int_0^a f(x) dx = \int_0^a f(a-x) dx$ සුනුය හාවිතයෙන්, $\int_0^a \frac{x \sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx$ සොයන්න.

16. $A \equiv (-2, -3)$ හා $B \equiv (4, 5)$ යැයි ගනිමු. AB රේඛාව සමග l_1 හා l_2 රේඛාව එක එකත් සාදන පූර් කෝණය $\frac{\pi}{4}$ වන පරිදි A ලක්ෂ්‍යය හරහා යන l_1 හා l_2 රේඛාවල සම්කරණ සොයන්න.

P හා Q ලක්ෂ්‍ය පිළිවෙළින් l_1 හා l_2 මත ගෙන ඇත්තේ $APBQ$ සමවතුරපුයක් වන පරිදි ය.

PQ හි සම්කරණය සොයා, P හා Q හි බණ්ඩාංක සොයන්න.

තවද A, P, B හා Q ලක්ෂ්‍ය හරහා යන S වෘත්තයේ සම්කරණය සොයන්න.

$\lambda > 1$ යැයි ගනිමු. $R \equiv (4\lambda, 5\lambda)$ ලක්ෂ්‍යය, S වෘත්තයට පිටතින් පිහිටා බව පෙන්වන්න.

R ලක්ෂ්‍යයේ සිට S වෘත්තයට ඇදි ස්පර්ශකවල ස්පර්ශ ජ්‍යායේ සම්කරණය සොයන්න.

$\lambda > 1$ විවෘතය වන විට, මෙම ස්පර්ශ ජ්‍යායන් අවල ලක්ෂ්‍යයක් හරහා යන බව පෙන්වන්න.

17. (a) $0 \leq \theta \leq \pi$ සඳහා $\cos 2\theta + \cos 3\theta = 0$ විසඳුන්න.

$\cos \theta$ ඇසුරෙන් $\cos 2\theta$ හා $\cos 3\theta$ ලියා දක්වා, $\cos 2\theta + \cos 3\theta = 4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = 0$ බව පෙන්වන්න;

මෙහි $t = \cos \theta$ වේ.

ඒ තැනින්, $4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = 0$ සම්කරණයෙහි මූල තුන ලියා දක්වා $4t^2 - 2t - 1 = 0$ සම්කරණයෙහි මූල යො $\frac{\pi}{5}$ හා $\cos \frac{3\pi}{5}$ බව පෙන්වන්න.

$$\cos \frac{3\pi}{5} = \frac{1 - \sqrt{5}}{4} \text{ බව අපෝහනය කරන්න.}$$

- (b) ABC ත්‍රිකෝණයක් යැයි ද D යනු $BD : DC = m : n$ වන පරිදි BC මත වූ ලක්ෂ්‍යය යැයි ද ගනිමු;

මෙහි $m, n > 0$ වේ. $B\hat{A}D = \alpha$ හා $D\hat{A}C = \beta$ බව දී ඇත. BAD හා DAC ත්‍රිකෝණ සඳහා සයින් නීතිය හාවිතයෙන්,

$$\frac{mb}{nc} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \text{ බව පෙන්වන්න; මෙහි } b = AC \text{ හා } c = AB \text{ වේ.}$$

ඒ තැනින්, $\frac{mb - nc}{mb + nc} = \tan \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cot \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right)$ බව පෙන්වන්න.

$$(c) 2 \tan^{-1} \left[\frac{1}{3} \right] + \tan^{-1} \left[\frac{4}{3} \right] = \frac{\pi}{2} \text{ බව පෙන්වන්න.}$$

අධ්‍යාපන පොදු සහතික පත්‍ර (උස්ස් පෙළ) විභාගය - 2018 අගෝස්තු
General Certificate of Education (Adv. Level) Examination - August 2018

සංයුත්ත ගණිතය II / පැය තුනයි - අමතර කියවීම් කාලය - මිනින්තු 10 ඩි

Combined Mathematics II / Three hours - Additional Reading Time - 10 minutes

අමතර කියවීම් කාලය ප්‍රශ්න පත්‍රය කියවා ප්‍රශ්න කොරු ගැනීමටත් පිළිතුරු ලිවිලේදී ප්‍රමුඛත්වය දෙන ප්‍රශ්න සංවිධානය කර ගැනීමටත් යොදාගන්න.

උරදෙස් :

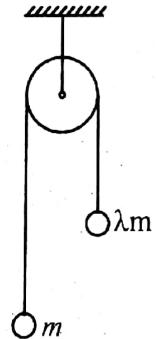
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රය කොටස් දෙකකින් සමන්වීත වේ;
A කොටස (ප්‍රශ්න 01 - 10) සහ B කොටස (ප්‍රශ්න 11 - 17).
- **A කොටස:**
සියලු ම ප්‍රශ්නවලට පිළිතුරු සපයන්න. එක් එක් ප්‍රශ්නය සඳහා මධ්‍යින් පිළිතුරු, සපයා ඇති ඉඩින් ලියන්න. වැඩිපුර ඉඩ අවශ්‍ය වේ නම්, ඔබට අමතර ලියන කඩාසි හාවිත කළ හැකි ය.
- **B කොටස:**
ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න. මධ්‍යින් පිළිතුරු, සපයා ඇති කඩාසිවල ලියන්න.
- නියමිත කාලය අවසන් වූ පසු A කොටසකි පිළිතුරු පත්‍රය, B කොටසකි පිළිතුරු පත්‍රයට උචින් සිටින පරිදි කොටස් දෙක අමුණා විභාග ගාලාධිපතිව හාර දෙන්න.
- ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි B කොටස පමණක් විභාග ගාලාවෙන් පිටතට ගෙන යාමට ඔබට අවසර ඇත.
- මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයෙහි එම මගින් ගුරුත්වර ත්වරණය දැක්වෙයි.

A කොටස

01. සුමට කිරස් මේසයක් මත එකම සරල රේඛාවක් දිගේ එකිනෙක දෙසට එකම න වේගයෙන් වලනය වෙමින් තිබෙන, ස්කන්ධ පිළිවෙළින් $2m$ හා m වූ A හා B අංශ දෙකක් සරල ලෙස ගැටෙ. ගැටුමෙන් මොහොතකට පසු A අංශව නිශ්චලනාවට පැමිණෙයි. ප්‍රත්‍යාගති සංගුණකය $\frac{1}{2}$ බව ද ගැටුම නිසා B මත යොදෙන ආවේගයෙහි විශාලත්වය $2mb$ බව ද පෙන්වන්න.

02. කිරස් බ්‍රිම මත වූ ලක්ෂණයක සිට කිරසට α ($0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$) කොණයකින් $u = \sqrt{2gR}$ ආරම්භක වේගයෙන් අංශවක් ප්‍රක්ෂේප කරනු ලැබේ; මෙහි R යනු, බ්‍රිම මත ප්‍රක්ෂේපයේ කිරස් පරාසය වේ. කිබිය හැකි ආරම්භක ප්‍රක්ෂේපය දිගා දෙක අතර කොණය $\frac{\pi}{3}$ බව පෙන්වන්න.

03. සකන්ධය m වූ p අංශුවක් හා සකන්ධය λm වූ Q අංශුවක් අවල, සුමට කරුණියක් උඩින් යන සැහැල්ල අවිතනා තන්තුවක දෙකෙකුවට ඇදා ඇත. රුපයේ දුක්වෙන පරිදි, තන්තුව තද්‍ය ඇතිව, පද්ධතිය නිශ්චලතාවයේ සිට මුදා හරිනු ලබයි. P අංශුව $\frac{Q}{2}$ ත්වරණයකින් පහළට වලනය වේ. $\lambda = \frac{1}{3}$ බව පෙන්වන්න.



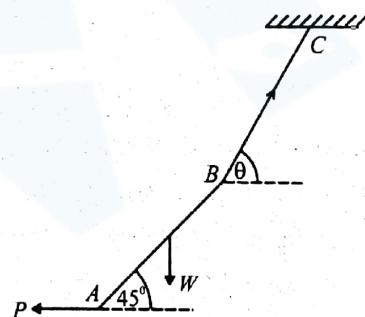
P අංශුව තිරස් අප්‍රත්‍යාස්ථ ගෙවීමක ඩ වේගයෙන් ගැටෙයි නම් හා Q අංශුව කිසිවේකන් කරුණ ලැයා තොවී නම්, P අංශුව ඩීම ගැවුණු මොහොතේ සිට Q අංශුව උපරිම උසට ලැයා වීමට ගන්නා කාලය සොයන්න.

04. සකන්ධය 1200 kg වූ කාරයක් එන්ඩීම ස්ථියා විරහිත කර තිරසට ට කෝණයක් ආනත වූ සෘජ්‍ය පාරත් දිගේ පහළට යම් නියත වේගයකින් වලනය වේ; මෙහි $\sin \alpha = \frac{1}{30}$ වේ. ගුරුත්වර ත්වරණය $g = 10 \text{ ms}^{-2}$ ලෙස ගනීමින් කාරයේ ව්‍යුත්‍යට ප්‍රතිරෝධය තිබුන් වැනින් සොයන්න.

කාරය, එම ප්‍රතිරෝධයට යටත්ව $\frac{1}{6} \text{ ms}^{-2}$ ත්වරණයක් සහිත ව එම පාරම දිගේ ඉහළට ගමන් කරන විට, එහි වේගය 15 ms^{-1} වන මොහොතේ දී එන්ඩීමේ ජවය කිලෝවාට් වැනින් සොයන්න.

05. සුපුරුදු අංකනයෙන්, $3i$ හා $2i + 3j$ යනු O අවල මූලයකට අනුබද්ධයෙන් පිළිවෙළින් A හා B ලක්ෂා දෙකක පිහිටුම් දෙයික ගැසී ගනිමු. C යනු $O\hat{C}A = \frac{\pi}{2}$ වන පරිදි OB සරල රේඛාව මත පිහිටි ලක්ෂාය ගැසී ගනිමු. \vec{OC} දෙයිකය i හා j ඇසුරෙන් සොයන්න.

06. දිග $2a$ හා බර W වූ AB ඒකාකාර දැන්වා, BC සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවක් මගින් හා A කෙළවරේ දී යොදන ලද P තිරස බලයක් මගින් රුපයේ දැක්වන පරිදි සමනුලිතතාවේ අල්වා තබා ඇත. දැන්වා, තිරස සමග 45° කෝණයක් සාදන බව දී ඇත්තම්, BC තන්තුව තිරස සමග සාදන θ කෝණය $\tan \theta = 2$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.



මෙම පිහිටීමේ දී තන්තුවේ ආකෘතිය W ඇසුරෙන් සොයන්න.

07. A හා B යනු S තියැදී අවකාශයක සිද්ධි දෙකක් යැයි ගනිමු. සූපුරුෂ අංකනයෙන්, $P(A) = \frac{1}{3}$, $P(B) = \frac{1}{4}$ හා $P(A \cap B) = \frac{1}{6}$ වේ. $P(A|B')$, $P(A' \cap B')$ හා $P(B'|A')$ සොයන්න; මෙහි A' හා B' මගින් පිළිවෙළින් A හා B සිද්ධිවල අනුපූරක සිද්ධි දක්වේ.

08. පාටින් හැර අන් සුම් අපුරකිත්ම සමාන වූ රණ බෝල 4 ක් හා කළ බෝල 3 ක් මල්ලක අඩංගු වේ. වරකට එක බැඩින් ප්‍රතිස්ථාපනයෙන් තොරව, බෝල හතරක් සහමිකාවී ලෙස මල්ලන් ඉවතට ගනු ලැබේ.

- (i) ඉවතට ගනු ලබන බෝල එකම පාරින් පුක්ක විමේ,
(ii) ඕනෑම අනුයාත ඉවතට ගැනීම දෙකක දී ඉවතට ගනු ලබන බෝල වෙනස් පාරින් පුක්ක විමේ.

සම්භාවිතාව සොයන්න.

09. එක එකක් 8 ව අඩු දෙන නිවේල පහකට එක මාතයක් පමණක් ඇති. ඒවායේ මධ්‍යන්තය, මාතය හා මධ්‍යස්ථිය $6 : 10 : 5$ අනුපාතවලට පිහිටයි. මෙම නිවේල පහ සොයන්න.

• 10 •

B කොටස

* ප්‍රශ්න පහකට පමණක් පිළිතුරු සපයන්න.

(මෙම ප්‍රශ්න පත්‍රයේ ගුරුත්වරු ත්වරණය දක්වයි.)

11. (a) මීටර $4d$ ගැනුරු පතලක වලනය වන සේපානයක් $t = 0$ කාලයේදී A ලක්ෂණයකින් නිශ්චලතාවේ සිට සිරස් ව පහළට වලනය වීමට පටන් ගනී. එය, පළමුව $\frac{3}{2} \text{ m s}^{-2}$ නියත ත්වරණයෙන් මීටර d දුරක් වලනය වී රැඳුවට එම වලිතය අවසානයේ ලබාගත් ප්‍රවේගයෙන් තව මීටර d දුරක් වලනය වේ. සේපානය ඉත්පසු A සිට මීටර $4d$ දුරක් පහළින් පිහිටි B ලක්ෂණයේදී නිශ්චලතාවට පැමිණෙන පරිදි නියත මන්දනයකින් ඉතිරි දුර ද වලනය වේ.
සේපානයෙහි වලිතය සඳහා ප්‍රවේග-කාල වකුදේ දළ සටහනක් අදින්න.
ඒහින්, A සිට B දක්වා පහළට වලිතය සඳහා සේපානය ගනු ලබන මුළු කාලය සෞයන්න.

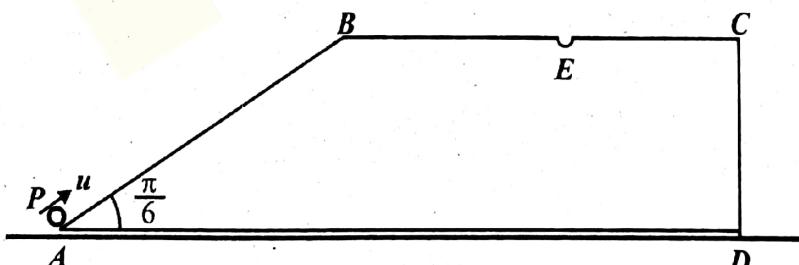
- (b) පොලාවට සාපේක්ෂව $u \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයකින් උතුරු දිගාවට නැවක් යාතු කරයි. එක්තරා මොහොතක දී නැවේ සිට, දකුණෙන් නැගෙනහිරට β කෝණයකින්, නැවේ පෙනෙහි සිට $p \text{ km}$ දුරකින් B_1 බෝට්ටුවක් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. මෙම මොහොතේදී ම, B_2 බෝට්ටුවක් නැවේ සිට බටහිරන් $q \text{ km}$ දුරකින් නිරීක්ෂණය කරනු ලැබේ. බෝට්ටු දෙකම පොලාවට සාපේක්ෂව $v (>u) \text{ km h}^{-1}$ ඒකාකාර වේගයෙන් සරල රේඛිය පෙන්වල, නැව අල්ලා ගැනීමේ අපේක්ෂාවෙන් යාතු කරයි. පොලාවට සාපේක්ෂව බෝට්ටුවල පෙන් නිරීක්ෂණය කිරීම සඳහා ප්‍රවේග ක්‍රියෙක්වල දළ සටහන් එකම රුපයක අදින්න.

පොලාවට සාපේක්ෂව B_1 බෝට්ටුවේ පෙන උතුරෙන් බටහිරව $\beta - \sin^{-1} \left(\frac{u \sin \beta}{v} \right)$ කෝණයක් සාදන බව පෙන්වා,
පොලාවට සාපේක්ෂව B_2 බෝට්ටුවේ පෙන සෞයන්න.

$$\beta = \frac{\pi}{3} \text{ හා } v = \sqrt{3}u \text{ යැයි ගනිමු. } 3q^2 > 8p^2 \text{ නම්, } B_1 \text{ බෝට්ටුව } B_2 \text{ බෝට්ටුවට පෙර නැව අල්ලා ගන්නා බව පෙන්වන්න. }$$

12. (a) $AB = a$ හා $\hat{BAD} = \frac{\pi}{6}$ වන පරිදි වූ රුපයේ දක්වෙන $ABCD$ තුපියිම, ස්කන්ධය $2m$ වූ සුම් ඒකාකාර කුටිරියක ඉතුළුව තේන්දුය තුළින් වූ සිරස් හරස්ක්වයි. AD හා BC රේඛා සමානතර වන අතර AB රේඛාව එය අඩංගු මුහුණෙහි උපරිම බැවුම් රේඛාවයි. AD අයත් මුහුණත සුම් තිරස ගෙවීමක් මත ඇතිව කුටිරිය තබනු ලබයි. රුපයේ දක්වෙන පරිදි ස්කන්ධය, m වූ P අංශුවක් A ලක්ෂණයෙහි තබා, එයට \vec{AB} දිගේ u ප්‍රවේගයක් දෙනු ලබයි; මෙහි $u^2 = \frac{7ga}{3}$ වේ. කුටිරියට සාපේක්ෂව P හි මන්දනය $\frac{2g}{3}$ බව පෙන්වා, P අංශුව B කරා ලැයා වන විට, කුටිරියට සාපේක්ෂව P අංශුවෙහි ප්‍රවේගය සෞයන්න.

තව ද $BE = \frac{\sqrt{3}a}{2}$ වන පරිදි කුටිරියට උඩින් මුහුණෙහි BC මත වූ E ලක්ෂණයේ කුඩා සිදුරක් ඇත. කුටිරියට සාපේක්ෂව වලිතය සැලකීමෙන්, P අංශුව E හි ඇති සිදුරට වැශෙන බව පෙන්වන්න.

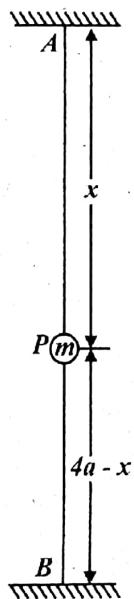


- (b) දිග a වූ සැහැල්පු අවිතනා තන්තුවක එක් කෙළවරක් O අවල ලක්ෂණයකට ද අනෙක් කෙළවර ස්කන්ධය m වූ P අංශුවකට ද ඇදා ඇත. අංශුව O ට සිරස් ව පහළින් නිශ්චලව එල්ලී තිබෙන අතර එයට විශාලන්වය $n = \sqrt{kag}$ වූ සිරස් ප්‍රවේගයක් දෙනු ලැබේ; මෙහි $2 < k < 5$ වේ. තන්තුව θ කෝණයකින් හැරී තවමත් නොකුරුල්ව තිබෙන විට අංශුවේ v වේගය $v^2 = (k-2)ag + 2ag \cos \theta$ මගින් දෙනු ලබන බව පෙන්වන්න.

මෙම පිහිටිමේ දී තන්තුවේ ආකෘතිය සෞයන්න.

$$\theta = \alpha \text{ වන විට තන්තුව බුරුල් වන බව අපේක්ෂණය කරන්න; මෙහි } \cos \alpha = \frac{2-k}{3} \text{ වේ. }$$

13. ස්කන්ධය m වූ P අංශුවක් එක එකක ස්වාහාවික දිග a හා මාපාංකය mg වූ සමාන සැහැල්පු ප්‍රත්‍යාස්ථාපිත තන්තු දෙකක කෙළවර දෙකකට ඇදා ඇත. එක තන්තුවක නිදහස් කෙළවර A අවල ලක්ෂණයකට හා අනික් තන්තුවේ නිදහස් කෙළවර A ට සිරස් ව පහළින් $4a$ දුරක් පිහිටි B අවල ලක්ෂණයකට ඇදා ඇත. (රුපය බලන්න.) තන්තු දෙකම තොවුරුල්ව, A ට $\frac{5a}{2}$ දුරක් පහළින් අංශුව සමතුලිතව තිබෙන බව පෙන්වන්න.



P අංශුව දැන්, AB හි මධ්‍ය ලක්ෂණය ඔසවා මම පිහිටීමේ දී නිසාලතාවේ සිට සිරුවෙන් මුදාහරිතු ලැබේ. තන්තු දෙකම තොවුරුල් හා AP තන්තුවේ දිග x වන විට, $\ddot{x} + \frac{2g}{a} \left(x - \frac{5a}{2} \right) = 0$ බව පෙන්වන්න.

මෙම සම්කරණය $\ddot{X} + \omega^2 X = 0$ ආකාරයෙන් නැවත ලියන්න; මෙහි $X = x - \frac{5a}{2}$ හා $\omega^2 = \frac{2g}{a}$ වේ.

$\dot{X}^2 = \omega^2 (c^2 - X^2)$ සූත්‍රය හාවිතයෙන් මෙම වළිතයේ විස්තාරය c සොයන්න.

P අංශුව එහි පහත ම පිහිටීමට ලාඟා වන මොෂොන් දී PB තන්තුව ක්පතු ලැබේ. නව වළිතයේ දී $x = a$ වන විට අංශුව එහි උච්චිතම පිහිටීමට ලාඟා වන බව පෙන්වන්න.

P අංශුව $x = 2a$ හි වූ එහි ආරම්භක පිහිටීමේ සිට පහළට a දුරක් ද එළුතට ඉහළට $\frac{a}{2}$ දුරක් ද වලනය වීමට ගනු ලබන මුළු කාලය $\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{2g}} (3 + \sqrt{2})$ බව තව දුරටත් පෙන්වන්න.

14. (a) OAB තුළෙක්සයක් යැයි ද D යනු AB හි මධ්‍ය ලක්ෂණය යැයි ද E යනු OD හි මධ්‍ය ලක්ෂණය යැයි ද ගනිමු. F ලක්ෂණය OA මත පිහිටා ඇත්තේ $OF : FA = 1 : 2$ වන පරිදි ය. O අනුබද්ධයෙන් A හා B හි පිහිටුම් දෙයික පිළිවෙළින් a හා b වේ. \overrightarrow{BE} හා \overrightarrow{BF} දෙයික a හා b ඇසුරෙන් ප්‍රකාශ කරන්න.

B, E හා F ඒකශේත්ව්‍ය බව අපෝහනය කර, $BE : EF$ අනුපාතය සොයන්න.

$\overrightarrow{BF}, \overrightarrow{DF}$ අදිය ගුණීතය $|a|$ හා $|b|$ ඇසුරෙන් සොයා, $|a| = 3|b|$ නම්, \overrightarrow{BF} යන්න \overrightarrow{DF} ට ලමුන වන බව පෙන්වන්න.

- (b) Oxy - තළයේ වූ බල උද්ධතියක් පිළිවෙළින් $(-a, 2a), (0, a)$ හා $(-a, 0)$ ලක්ෂණවල දී ක්‍රියාකරන $3Pi + 2Pj, 2Pi - Pj$ හා $-Pi + 2Pj$ යන බල තුනෙන් සමන්විත වේ; මෙහි P හා a යනු පිළිවෙළින් නිවිතන හා මීටරවලින් මතින ලද දත් රාජි වේ. O මුළුය වා, උද්ධතිය දක්ෂිණාවරිත සුර්ණය, $12Pa$ Nm බව පෙන්වන්න.

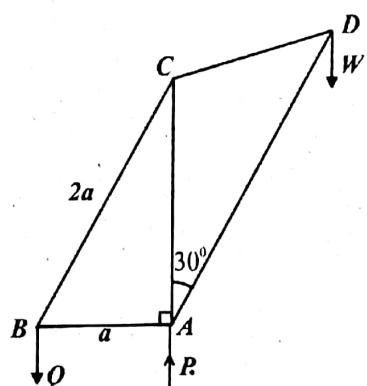
තව ද උද්ධතිය, විශාලත්වය $5P$ N වූ තනි සම්පූර්ණ බලයකට තුළා වන බව පෙන්වා, එහි දිගාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සම්කරණය සොයන්න.

දැන්, අනිලේක බලයක් උද්ධතියට ඇතුළත් කරනු ලබන්නේ තව උද්ධතිය දක්ෂිණාවරිත සුර්ණය $24Pa$ Nm වූ දුග්මයකට තුළා වන පරිදි ය. අනිලේක බලයෙහි විශාලත්වය, දිගාව හා ක්‍රියා රේඛාවේ සම්කරණය සොයන්න.

15. (a) බර W හා දිග $2a$ වූ ඒකාකාර AB දීන්ඩික A කෙළවර රහි තිරස් බිමක් මත හා B කෙළවර සුම්මට සිරස් බින්තියකට එරෙහිව තබා ඇත. දීන්ඩි බින්තියට ලමුන සිරස් තළයක පිහිටා අතර, එය තිරස සමග θ කේෂණයක් සාදයි; මෙහි $\tan \theta = \frac{3}{4}$ වේ. $AC = x$ ලෙස දීන්ඩි මත වූ C ලක්ෂණයට බර W වූ අංශුවක් සම් කර ඇත. අංශුව සහිත දීන්ඩි සමතුලිතතාවයේ ඇත. දීන්ඩි හා බිම අතර සර්ජන සංග්‍රහකය $\frac{5}{6}$ වේ. $x \leq \frac{3a}{2}$ බව පෙන්වන්න.

- (b) යාබද රුපයෙහි පෙන්වා ඇති රාමු සැකිල්ල, AB, BC, AC, CD හා AD සැහැල්පු දෙනු පහත ඒවායේ කෙළවරවලින් නිදහස් සන්ධි කර සාදා ඇත. $AB = a, BC = 2a, AC = CD$ හා $\hat{CAD} = 30^\circ$ බව දී ඇත. බර W වූ හාරයක් D හි එළුලෙන අතර පිළිවෙළින් A හා B හි දී රුපායේ දක්වා ඇති දිගාවලට ක්‍රියාකරන P හා Q සිරස් බලයක සමතුලිතව තිබේ. Q හි අයය W ඇසුරෙන් සොයන්න.

බෝ අංකනය හාවිතයෙන් ප්‍රත්‍යාස්ථාපිත සහිත ඇති අංශුව ඇති ද තෙරපුම් ද යන්න ප්‍රකාශ කරන්න.



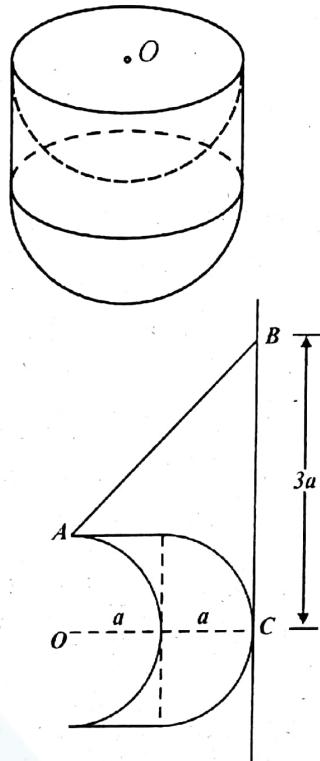
16. අරය a වූ ඒකාකාර සන අරධ ගෝලයක ස්කන්ද කේත්දය එහි කේත්දයේ සිට $\frac{3}{8} a$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

අරය a , උස a හා සනත්වය ρ වූ ඒකාකාර සන සැපු වෘත්තාකාර සිලින්ඩරයකින් අරය a වූ අරධ ගෝලාකාර කොටසක් කළා ඉවත් කරනු ලැබේ. දත්, යාබද රුපයේ දක්වෙන පරිදි සිලින්ඩරයේ ඉතිරි කොටසකි වෘත්තාකාර මූලුණුතට අරය a හා සනත්වය ρ වූ ඒකාකාර සන අරධ ගෝලයක වෘත්තාකාර මූලුණුත සම් කරනු ලබන්නේ, ඒවායේ සම්මිතික අක්ෂ දෙක සම්පාත වන පරිදි ය. මෙලෙස සාදාගනු ලබන S වස්තුවෙහි ස්කන්ද කේත්දය, එහි සම්මිතික අක්ෂය මත, ගැටීයේ O කේත්දයේ සිට $\frac{(11\lambda+3)a}{4(2\lambda+1)}$ දුරකින් පිහිටන බව පෙන්වන්න.

$$\lambda = 2 \text{ යැයි } \text{ ද } A \text{ යනු } S \text{ වස්තුවෙහි වෘත්තාකාර ගැටිය මත වූ ලක්ෂයක් යැයි ද ගනිමු.$$

මෙම S වස්තුව රාජ්‍ය සිරස බිත්තියකට එරහිව සමතුලිතව තබා ඇත්තේ, A ලක්ෂයට හා සිරස බිත්තිය මත වූ B අවල ලක්ෂයකට ඇදා ඇති සැහැල්ල අවිතනා තත්තුවක ආධාරයෙනි. මෙම සමතුලිත පිහිටිමේ දී S හි සම්මිතික අක්ෂය බිත්තියට ලමිව පිහිටන අතර S හි අරධ ගෝලාකාර ප්‍රාථමික B ලක්ෂයට $3a$ දුරක් සිරස ව පහළින් වූ C ලක්ෂයයේ දී බිත්තිය ස්පර්ශ කරයි. (යාබද රුපය බලන්න.) O, A, B හා C ලක්ෂා බිත්තියට ලමිහ සිරස තෙයක පිහිටයි.

μ යනු බිත්තිය හා S හි අරධ ගෝලිය ප්‍රාථමික අතර සර්ෂා සංගුණකය නම්, $\mu \geq 3$ බව පෙන්වන්න.



17. (a) ආයතනයක එක්තරා රැකියාවකට අයදුම් කරන සියලු ම අයදුම්කරුවන් අහිසේයානා පරීක්ෂණයකට පෙනීසිටීම අවශ්‍ය වේ.

මෙම අහිසේයානා පරීක්ෂණයෙන් A ශේෂීයක් ලබන අය රැකියාව සඳහා තෝරාගනු ලබන අතර, ඉතිරි අයදුම්කරුවන් සම්මුඛ පරීක්ෂණයකට මූලුණ දිය යුතු ය. අයදුම්කරුවන්ගෙන් 60% ක් A ශේෂී ලබන බව ද ඒ අයගෙන් 40% ක් ගැහැනු අය බව ද සම්ක්ෂණයක දී සොයා ගෙන ඇත. සම්මුඛ පරීක්ෂණයට මූලුණ දෙන අයදුම්කරුවන්ගෙන් 10% ක් පමණක් තෝරාගනු ලබන අතර එහින් 70% ක් ගැහැනු අය වෙති.

(i) මෙම රැකියාව සඳහා පිරිමි අයකු තෝරාගනු ලැබීමේ,

(ii) රැකියාව තෝරාගනු ලැබූ පිරිමි අයකු අහිසේයානා පරීක්ෂණයට A ශේෂීයක් ලබා තිබීමේ,

සම්භාවිතාව සොයන්න.

- (b) එක්තරා රෝහලක රෝහින් 100 දෙනකුගේ ප්‍රතිකාර ලබා ගැනීමට පෙර රදි සිටි කාල (මිනිත්තුවලින්) එක් රස් කරනු ලැබේ. එම එක් එක් කාලයෙන් මිනිත්තු 20ක් අඩු කිරීමෙන් ලැබෙන අන්තර එක එකක් 10න් බෙදීමෙන් ලැබෙන අයයන්ගේ ව්‍යාප්තිය පහත වගුවෙන් දෙයි.

අයයන්ගේ රෝසය	රෝහින් ගණන
-2 - 0	30
0 - 2	40
2 - 4	15
4 - 6	10
6 - 8	5

මෙම වගුවෙහි දී ඇති ව්‍යාප්තියෙහි මධ්‍යනාය හා සම්මත අපගමනය නිමානය කරන්න.

එ නයින්, රෝහින් 100 දෙනා රදි සිටි කාලවල මධ්‍යනාය μ සහ සම්මත අපගමනය σ නිමානය කරන්න.

තව ද $k = \frac{\mu - M}{\sigma}$ මගින් අරථ දක්වනු ලබන කුටිකතා සංගුණකය k නිමානය කරන්න; මෙහි M යනු රෝහින් 100 දෙනා රදි සිටි කාලවල මානය වේ.

A - නොවය

01. $n = 1$ විට, ව. පූ. $= 1^3 = 1$ හා

$$\begin{aligned} \text{ද. පූ.} &= \frac{1}{4} (1)^2 (1+1)^2 \\ &= \frac{1}{4} \cdot 1 \times 4 = 1 \end{aligned} \quad (\text{සැ: 05})$$

$\therefore n = 1$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ.

මිනින් ම $p \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා $n = p$ විට ප්‍රතිඵලය සත්‍ය යුදී සිතුම්.

$$\text{එනම්, } \sum_{r=1}^p r^3 = \frac{1}{4} p^2 (p+1)^2 \quad (\text{සැ: 05})$$

$$\begin{aligned} \text{දැන් } \sum_{r=1}^{p+1} r^3 &= \sum_{r=1}^p r^3 + (p+1)^3 \quad (\text{සැ: 05}) \\ &\quad \uparrow (p+1) \text{ වන පදය} \\ &\text{පළමු පද } p \text{ සි එක්‍යය.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{4} p^2 (p+1)^2 + (p+1)^3 \\ &= (p+1)^2 \left(\frac{p^2}{4} + p + 1 \right) \\ &= (p+1)^2 \left(\frac{p^2 + 4p + 4}{4} \right) \\ &= \frac{1}{4} (p+1)^2 (p+2)^2 \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{4} (p+1)^2 (p+1+1)^2}} \quad (\text{සැ: 05}) \end{aligned}$$

එනයින් $n = p$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ නම් $n = p+1$ සඳහා ද ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. අමි දත්තන් $n = 1$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය බව පෙන්වා ඇත.

එනයින් ගණනා අභ්‍යන්තර මූලධර්මය මගින් සියලු $n \in \mathbb{Z}^+$ සඳහා ප්‍රතිඵලය සත්‍ය වේ. 25

02. $y = 3 - |x|$ සඳහා

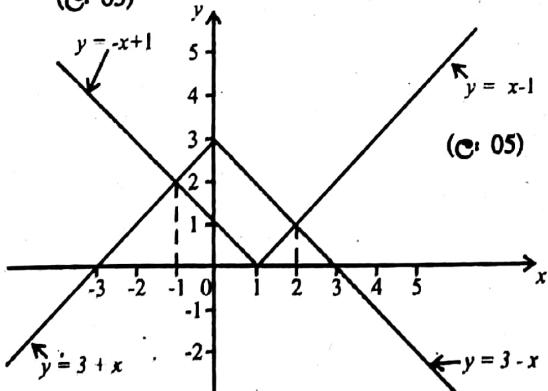
$x > 0$ විට $y = 3 - x$ වේ.

$x < 0$ විට $y = 3 + x$ වේ.

$$y = |x - 1| \text{ සඳහා}$$

$$\begin{aligned} x > 1 &\text{ විට } y = x - 1 \\ x < 1 &\text{ විට } y = -(x - 1) \\ &= \underline{\underline{-x + 1}} \end{aligned}$$

(සැ: 05)



මේදන ලක්ෂණ වලදී $-x + 1 = 3 + x$ හෝ

$x - 1 = 3 - x$ වේ.

$$-x + 1 = 3 + x \quad \text{හෝ} \quad x - 1 = 3 - x$$

$$\text{එනම්, } -2 = 2x \quad \text{හෝ} \quad 2x = 4$$

$$x = -1 \quad \text{හෝ} \quad x = 2 \text{ වේ.} \quad (\text{සැ: 05})$$

$$\text{තවද } |x| + |x - 1| \leq 3$$

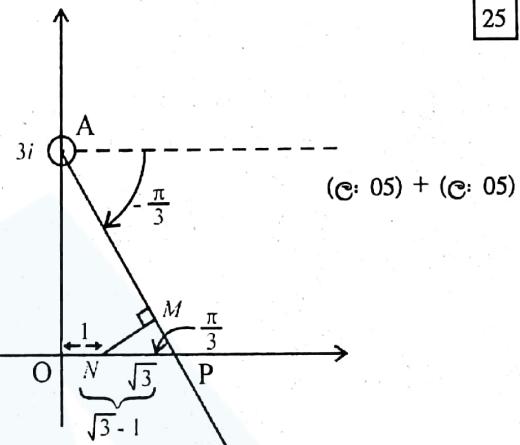
$$\Leftrightarrow |x - 1| \leq 3|x| \quad (\text{සැ: 05})$$

එනයින් ප්‍රස්ථාරයෙන්,

විසඳුම් $-1 \leq x \leq 2$ තෙවැන් කරන x අගයන් වේ. (ල: 05)

25

03.



$$\text{Arg}(\bar{z} + 3i) = \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \text{Arg}(\bar{z} + 3i) = -\frac{\pi}{3}$$

$$\Leftrightarrow \text{Arg}(z - 3i) = -\frac{\pi}{3} \quad (\text{සැ: 05})$$

$$OP = \sqrt{3}; ON = 1 \therefore NP = (\sqrt{3} - 1)$$

$$\text{එනයින්, } \text{Arg}(\bar{z} + 3i) = \frac{\pi}{3} \text{ වන පරිදි}$$

$$N \equiv (1, 0) \text{ සිට } AP \text{ ආදි ලැබය}$$

$$|z - 1| \text{ හි අවම අගය වේ. } NP = (\sqrt{3} - 1) \text{ නිසා } (\text{ල: 05})$$

$$NM = (\sqrt{3} - 1) \sin \frac{\pi}{3} \text{ වේ.}$$

$$\begin{aligned} NM &= (\sqrt{3} - 1) \frac{\sqrt{3}}{2} \\ &= \underline{\underline{\frac{(3 - \sqrt{3})}{2}}} \end{aligned} \quad (\text{සැ: 05})$$

25

$$04. (x^2 + \frac{3k}{x})^8 = \sum_{r=0}^8 {}^8C_r (x^2)^r \left(\frac{3k}{x} \right)^{8-r} \quad (\text{සැ: 05})$$

$$= \sum_{r=0}^8 {}^8C_r (3k)^{8-r} \frac{x^{2r}}{x^{8-r}}$$

$$= \sum_{r=0}^8 {}^8C_r (3k)^{8-r} x^{2r+8-r-8}$$

$$= \sum_{r=0}^8 {}^8C_r (3k)^{8-r} x^{3r-8}$$

$$x^1 : 3r - 8 = 1 \Leftrightarrow 3r = 9 \\ r = 3$$

$$x^4 : 3r - 8 = 4 \Leftrightarrow 3r = 12 \\ r = 4$$

(ල: 05)

දත්තයෙන්,

$${}^8C_3(3k)^{8-3} = {}^8C_4(3k)^{8-4}$$

$${}^8C_3(3k)^5 = {}^8C_4(3k)^4$$

(C: 05)

$$\frac{3^5 k^5}{3^4 k^4} = \frac{{}^8C_4}{{}^8C_3}$$

$$3k = \frac{8!}{4! 4!} \times \frac{5! 3!}{8!}$$

(C: 05)

$$3k = \frac{5}{4}$$

$$k = \frac{5}{12}$$

(C: 05)

25

05. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(\frac{\pi x}{4})}{x^2(x+1)} = \frac{\pi^2}{32}$ බව පෙන්වන්න.

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \left[1 - 2 \sin^2 \frac{\pi x}{8}\right]}{x^2(x+1)}$$

$$= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{\pi x}{8}}{x^2(x+1)}$$

(C: 05)

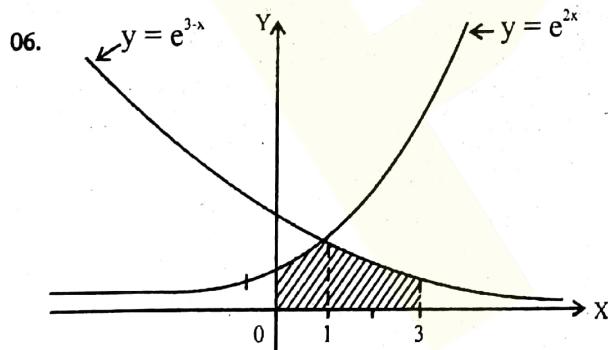
$$= \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{8}{\pi} \right]^2 \left(\frac{\sin \frac{\pi x}{8}}{\frac{\pi x}{8}} \right)^2 \cdot \frac{1}{x+1}$$

(C: 05) (C: 05)

$$= 2 \cdot \frac{\pi^2}{64} \cdot 1 \cdot \frac{1}{1}$$

$$= \frac{\pi^2}{32}$$

25



වර්ගථලය,

$$\therefore \int_0^1 e^{2x} dx + \int_1^3 e^{3-x} dx = \left[\frac{e^{2x}}{2} \right]_0^1 + \left[\frac{e^{3-x}}{-1} \right]_1^3$$

(C: 05)

(C: 05)

(C: 05)

$$= \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} + (-1) + e^2$$

(C: 05)

$$= \frac{e^2}{2} + e^2 + \left(\frac{-1}{2} - 1 \right)$$

$$= \frac{3e^2}{2} - \frac{3}{2}$$

$$= \frac{3}{2}(e^2 - 1)$$

(C: 05)

25

$$07. x = \ln(\tan \frac{t}{2})$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{\tan \frac{t}{2}} \times \sec^2 \frac{t}{2} \times \frac{1}{2}$$

(C: 05)

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{2 \cos \frac{t}{2} \sin \frac{t}{2}} = \frac{1}{2 \sin \frac{t}{2} \cos \frac{t}{2}} = \frac{1}{\sin t}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \times \frac{dt}{dx}$$

$$= \frac{\cos t}{\frac{1}{\sin t}} = \sin t \cos t$$

(C: 05)

$$\therefore \frac{dy}{dx} = \cos t \sin t$$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{t=\frac{2\pi}{3}} = \cos \frac{2\pi}{3} \sin \frac{2\pi}{3} = \cos (\pi - \frac{\pi}{3}) \sin (\pi - \frac{\pi}{3})$$

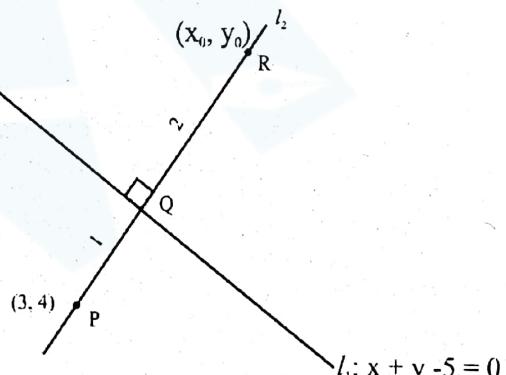
$$= -\cos \frac{\pi}{3} \sin \frac{\pi}{3}$$

$$= -\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} = -\frac{\sqrt{3}}{4}$$

$t = \frac{2\pi}{3}$ ව අනුරූප ලක්ෂණයෙහි දී C වකුයට ඇදී ස්ථරක රේඛාවෙහි අනුකූලණය $-\frac{\sqrt{3}}{4}$ වේ. (C: 05)

25

08.



l_1 හි අනුකූලණය = -1

නමුත් l_1 හා l_2 එකිනෙකට ලමින නම් අනුකූලණය ගැනීතය -1 විය යුතු ය.

$\therefore l_2$ හි අනුකූලණය = +1 වේ.

$P = (3, 4)$, l_2 රේඛාව මක වේ.

$\therefore l_2$ හි සමීකරණය

$$y - 4 = 1(x - 3)$$

$$y = x + 1$$

(C: 05)

$R \equiv (x_0, y_0)$ යැයි ගනිමු. l_1 හා l_2 හි ජ්‍යෙන ලක්ෂණය Q නම්.

$$l_2 \Rightarrow y = x + 1 \Rightarrow y - x = 1 \rightarrow ①$$

$$l_1 \Rightarrow x + y - 5 = 0 \Rightarrow x + y = 5 \rightarrow ②$$

① + ② ජ්‍යෙන

$$2y = 6$$

$$y = 3$$

② - ① ന്

$$2x = 4$$

$$x = 2$$

$$\therefore Q \equiv (2, 3)$$

(C: 05)

$$2 = \frac{6+x_0}{3} \text{ സഹ } 3 = \frac{8+y_0}{3}$$

(C: 05)

$$6 + x_0 = 6 \text{ സഹ } y_0 + 8 = 9$$

$$x_0 = 0 \text{ സഹ } y_0 = 1$$

$$\therefore R \equiv (0, 1)$$

(C: 05)

25

09. P ഹാ Q ലക്ഷ്യണ്ഡ $S = 0$ വാദ്യത്തെ വിശകലനയ്ക്ക് അനുസരിച്ച് ലൈസ് ലേഡ് ലൈസ് ലൈസ് ലൈസ്

$$a = 7 \text{ ഹാ } b = 10 \text{ ലൈസ്.}$$

(C: 05)

$$P \equiv (1, 2) \text{ സഹ } Q \equiv (7, 10) \text{ യന്ന് } S = 0 \text{ സഹ } 4x - 3y + 2 = 0 \text{ യന്ന് } S = 0 \text{ ലൈസ്.}$$

(C: 05), (C: 05)

$$4x - 3y + 2 = 0 \text{ യന്ന് } S = 0 \text{ കി വിശകലനയ്ക്ക് സമിക്രണ്ഡയക്കി.}$$

$$\therefore P$$
 ഹാ Q ലക്ഷ്യണ്ഡ $S = 0$ മുകളിൽ പിഴിവാക്കി.

$$S' = 0 \text{ യന്ന് } R = (1, 4) \text{ ഹരഹാ യാക്കി നൂതി.}$$

$$S' \equiv (x-1)(x-7) + (y-2)(y-10) + \lambda(4x-3y+2) = 0 \text{ ലൈസ്.}$$

$$\underbrace{(1-1)(1-7)}_{0} + \underbrace{(4-2)(4-10)}_{0} + \lambda[(4 \times 1) - (3 \times 4) + 2] = 0$$

ലൈസ്.

$$0 + (-12) + \lambda(4 - 12 + 2) = 0$$

(C: 05)

$$-12 - 6\lambda = 0$$

$$6\lambda = -12$$

$$\lambda = \underline{\underline{-2}}$$

(C: 05) 25

10. $\sec^3 x + 2\sec^2 x \tan x + \sec x \tan^2 x$

$$= \frac{1}{\cos^3 x} + \frac{2\sin x}{\cos^3 x} + \frac{\sin^2 x}{\cos^3 x}$$

(C: 05)

$$= \frac{1 + 2 \sin x + \sin^2 x}{\cos^3 x}$$

$$= \frac{(1 + \sin x)^2}{\cos x \cos^2 x} = \frac{(1 + \sin x)^2}{\cos x (1 - \sin^2 x)}$$

(C: 05)

$$(\because n \in \mathbb{Z} \text{ അടിസ്ഥാനം } x \neq (2n+1)\frac{\pi}{2})$$

$$= \frac{(1 + \sin x)^2}{\cos x (1 - \sin x) (1 + \sin x)}$$

$$= \frac{1 + \sin x}{\cos x (1 - \sin x)} \times \frac{(1 - \sin x)}{(1 + \sin x)}$$

(C: 05)

$$= \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x (1 - \sin x)^2}$$

$$= \frac{\cos^2 x}{\cos x (1 - \sin x)^2} = \frac{\cos x}{(1 - \sin x)^2}$$

(C: 05) 25

B - ക്രമാഭ്യർഷി

$$11. (a) 3x^2 - 2(a+b)x + ab = 0$$

$$\text{വിശ്വാസിക്കാം } \Delta_x = 4(a+b)^2 - 4 \times 3 \times ab$$

$$= 4(a+b)^2 - 12ab$$

$$= 4(a^2 + 2ab + b^2 - 3ab)$$

$$= 4(a^2 - ab + b^2) \quad (\text{C: 10})$$

$$\Delta_x = 4[(a - \frac{b}{2})^2 + \frac{3b^2}{4}] \geq 0 \quad (\text{C: 10})$$

∴ മൂല താഴ്വരീകരിക്കാം.

(C: 05) 25

മേൽ മൂല α ഹാ β നൂതി.

$$\alpha + \beta = \frac{2}{3}(a+b) \quad (\text{C: 05}) \quad \alpha \beta = \frac{ab}{3} \quad (\text{C: 05})$$

$$\beta = \alpha + 2 \text{ നൂതി}$$

$$\beta - \alpha = 2 \text{ ലൈസ്.}$$

$$\Rightarrow (\beta - \alpha)^2 = 4 \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \beta^2 - 2\alpha\beta + \alpha^2 = 4$$

$$\Rightarrow (\beta + \alpha)^2 - 4\alpha\beta = 4 \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \frac{4(a+b)^2}{9} - \frac{4ab}{3} = 4 \quad (\text{C: 10})$$

$$\Rightarrow \frac{(a+b)^2}{9} - \frac{ab}{3} = 4$$

$$\Rightarrow (a+b)^2 - 3ab = 9$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab - 3ab = 9$$

$$\Rightarrow a^2 + b^2 - ab = 9 \quad (\text{C: 05})$$

$$b^2 - ab + a^2 = 9 \Rightarrow b^2 - ab + \frac{a^2}{4} = \frac{a^2}{4} + 9 - a^2$$

$$\Rightarrow \left(b - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{a^2}{4} + 9 - a^2$$

$$\Rightarrow \left(b - \frac{a}{2}\right)^2 = \frac{-3a^2}{4} + 9$$

$$= \frac{3}{4}(12 - a^2) \quad (\text{C: 10})$$

$$\Rightarrow 12 - a^2 \geq 0$$

$$a^2 \leq 12$$

$$|a| \leq \sqrt{12}$$

$$b^2 - ab + a^2 - q = 0$$

മേയി b ഹാ വർഗ്ഗ സമിക്രണ്ഡയക്കി.

$$\therefore b = \frac{-(-a) \pm \sqrt{a^2 - 4(a^2 - 9)}}{2}$$

$$b = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4a^2 + 36}}{2}$$

$$b = \frac{a \pm \sqrt{36 - 3a^2}}{2}$$

$$b = \frac{a}{2} \pm \frac{\sqrt{36 - 3a^2}}{2} \quad (\text{C: 10})$$

35

(C: 05)

(C: 05)



$$(b) f(x) = x^3 + 4x^2 + cx + d$$

$$f(-c) = -c^3 + 4c^2 - c^2 + d = -c^3$$

$$\Rightarrow 3c^2 + d = 0 \quad \text{.....} \quad (C: 05)$$

$$f(c) = c^3 + 4c^2 + c^2 + d = 0$$

$$\Rightarrow c^3 + 4c^2 + c^2 + d = 0$$

$$\Rightarrow c^3 + 5c^2 + d = 0 \quad \text{.....} \quad (C: 05)$$

② - ① න්
 $c^3 + 2c^2 = 0$ ලැබේ.
 $\Rightarrow c^2(c+2) = 0$ (C: 05)
 $c \neq 0$ හිසා $c = -2$ වේ. (C: 05)
 $\Rightarrow d = -3c^2$
 $= \underline{\underline{-12}}$ (C: 05) [35]

දැන් $f(x) = x^3 + 4x^2 - 2x - 12$
 $f(x)$ යන්න $(x^2 - 4)$ මගින් බෙදු වීට ගේඟය
 $\lambda x + \mu$ ආකාරයේ වේ.
 එනම් $f(x) = (x^2 - 4) q(x) + \lambda x + \mu$ (C: 05)
 $\Rightarrow f(x) = (x - 2)(x + 2) q(x) + \lambda x + \mu$

$$f(2) = 2\lambda + \mu = 8 + 16 - 4 - 12$$

$$2\lambda + \mu = 8 \quad \text{.....} \quad (C: 05)$$

$$f(-2) = 2\lambda + \mu = -8 + 16 + 4 - 12$$

$$-2\lambda + \mu = 0 \quad \text{.....} \quad (C: 05)$$

$$\begin{aligned} \text{①} + \text{②} \text{ න් } 2\mu &= 8 \\ \mu &= 4 \\ \text{①} - \text{②} \text{ න් } 4\lambda &= 8 \\ \lambda &= 2 \quad (C: 05) \\ \therefore \text{ ගේඟය } \lambda x + \mu &= \underline{\underline{2x + 4}} \text{ වේ.} \quad (C: 05) [25] \end{aligned}$$

තෙරිය නැති වෙනත් ආකාර ගණන		කම්පු ගණන
I කණ්ඩායම	II කණ්ඩායම	
2	4	
1G 1B	1G 3B	$2 \times 3 \times 2 \times 1 = 12$ (C: 10)
2B	1G 3B	${}^3C_2 \times 2 \times 1 = 6$ (C: 10) $(2 \times 2 \times 1)$
2B	2G 2B	${}^3C_2 \times {}^2C_2 \times {}^3C_2 = 9$ (C: 10) $(3 \times 1 \times 3) = 9$
		$12 + 6 + 9 = 27$ (C: 05)

i. වෙනස් කම්පු ගණන $= 27 \times 2$
 $= 54$ (C: 10) [45]

ii) කම්පුවේ එක් ගැහැනු ලමයෙකු පමණක්
 තෝරා ගත යුතු නම්, $= 1G 5B$

$$\begin{aligned} &= {}^4C_1 \times {}^6C_5 \\ &= \frac{4!}{3! 1!} \times \frac{6!}{5! 1!} \\ &= 4 \times 6 \\ &= \underline{\underline{24}} \quad (C: 15) [15] \end{aligned}$$

$$(b) f(r) - f(r+2)$$

$$= \frac{1}{(r+1)^2} - \frac{1}{(r+3)^2} \quad (C: 05)$$

$$= \frac{(r+3)^2 - (r+1)^2}{(r+1)^2 (r+3)^2} \quad (C: 05)$$

$$= \frac{[(r+3) + (r+1)][(r+3) - (r+1)]}{(r+1)^2 (r+3)^2}$$

$$= \frac{(2r+4)^2}{(r+1)^2 (r+3)^2} = \frac{4(r+2)}{(r+1)^2 (r+3)^2}$$

$$= \underline{\underline{4U_r}} \quad (C: 05) [15]$$

$\therefore 4U_r = f(r) - f(r+2)$
 $r = 1$ විට $4U_1 = f(1) - f(3)$
 $r = 2$ විට $4U_2 = f(2) - f(4)$
 $r = 3$ විට $4U_3 = f(3) - f(5)$
 $r = n-2$ විට $4U_{n-2} = f(n-2) - f(n)$
 $r = n-1$ විට $4U_{n-1} = f(n-1) - f(n+1)$
 $r = n$ විට $4U_n = f(n) - f(n+2)$ (C: 10)

$$\therefore 4 \sum_{r=1}^n U_r = f(1) + f(2) - f(n+1) - f(n+2) \quad (C: 10)$$

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^2} - \frac{1}{(n+2)^2} - \frac{1}{(n+3)^2} \\ \therefore 4 \sum_{r=1}^n U_r &= \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \frac{1}{(n+2)^2} - \frac{1}{(n+3)^2} \\ 4 \sum_{r=1}^n U_r &= \frac{9+4}{36} - \frac{1}{(n+2)^2} - \frac{1}{(n+3)^2} \\ \sum_{r=1}^n U_r &= \frac{13}{4 \times 36} - \frac{1}{4(n+2)^2} - \frac{1}{4(n+3)^2} \\ \sum_{r=1}^n U_r &= \frac{13}{144} - \frac{1}{4(n+2)^2} - \frac{1}{4(n+3)^2} \quad (C: 10) [40] \end{aligned}$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{විට } \text{ අශ්‍රා } = \frac{13}{144} \quad (C: 05)$$

$$\therefore \sum_{r=1}^{\infty} U_r = \frac{13}{144} \quad (C: 05)$$

∴ අසිසාරී වේ. (C: 05) [15]

$$\begin{aligned} n \in \mathbb{Z}^+ \text{ සඳහා } t_n &= \sum_{r=1}^{2n} U_r. \text{ නම්} \\ t_n &= \sum_{r=1}^{2n} U_r - \sum_{r=1}^{n-1} U_r \quad (C: 05) \\ \sum_{r=1}^{\infty} U_r \text{ අසිසාරී වේ.} & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \lim_{n \rightarrow \infty} t_n &= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^{2n} U_r - \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{r=1}^{n-1} U_r \quad (C: 05) \\ &= \frac{13}{144} - \frac{13}{144} \\ &= \underline{\underline{0}} \quad (C: 05) [20] \end{aligned}$$

13. (a) $P = AB$ നമി,

$$= \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & 2a \\ -1 & 0 \\ 1 & 3a \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 - 1 + 0 & 2a + 0 + 0 \\ 6 - 4 - 1 & 49 + a - 3a \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ 1 & a \end{pmatrix} \quad (\text{C: 10})$$

$$P \text{ കു തിങ്ങായക്കയ} = \begin{pmatrix} 2 & 2a \\ 1 & a \end{pmatrix} = 2a - 2a = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$\therefore a$ കു കീസിലെ അഗയന്ത പദ്ധതി P^{-1} നോപ്പാണ്. (C: 05)

$$P \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \text{ നമി},$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 2a \\ 1 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} = 5 \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05})$$

$$\begin{pmatrix} 2+4a \\ 1+2a \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 5 \end{pmatrix} \Leftrightarrow 2+4a = 10 \text{ ഒരു} \\ 1+2a = 5 \Leftrightarrow 2a = 4 \underline{\underline{a = 2}} \quad (\text{C: 05})$$

$$a = 2 \text{ വിശ } P = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$Q = P + I$$

$$= \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & 4 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05})$$

$$Q \text{ കു തിങ്ങായക്കയ} = |9 - 4| = 5$$

$$\therefore Q^{-1} = \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 10})$$

$$AA^T - \frac{1}{2}R = \left(\frac{1}{5}Q\right)^{-1} \quad (\text{C: 05})$$

$$= 5Q^{-1} \Leftrightarrow R = 2AA^T - 10Q^{-1}$$

$$R = 2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 4 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} - 10 \times \frac{1}{5} \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05})$$

$$= 2 \begin{pmatrix} 1+1+0 & 2+4+0 \\ 2+4+0 & 4+16+1 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= 2 \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 21 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 4 & 12 \\ 12 & 42 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 6 & -8 \\ -2 & 6 \end{pmatrix} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \underline{\underline{\begin{pmatrix} -2 & 20 \\ 14 & 36 \end{pmatrix}}} \quad (\text{C: 05})$$

(b) $z = x + iy, \quad x, y \in \mathbb{R}$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ ഒരു } \bar{z} = x - iy \quad (\text{C: 10})$$

$$(i) z \bar{z} = (x + iy)(x - iy) = x^2 - i^2y^2 = x^2 + y^2 = |z|^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$(ii) z + \bar{z} = (x + iy) + (x - iy) = 2x = 2 \operatorname{Re} z \quad (\text{C: 05})$$

$$z - \bar{z} = (x + iy) - (x - iy) = 2iy = 2i \operatorname{Im} z \quad (\text{C: 05})$$

25

$$z \neq 1 \text{ നമി, } w = \frac{1+z}{1-z}$$

$$w = \frac{1+z}{1-z} \times \frac{1-\bar{z}}{1-\bar{z}} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{1 - z\bar{z} + z - \bar{z}}{|1-z|^2} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{1 - |z|^2 + 2i \operatorname{Im} z}{|1-z|^2} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \operatorname{Re} w = \frac{1 - |z|^2}{|1-z|^2} \text{ ഒരു} \quad (\text{C: 05})$$

$$\operatorname{Im} w = \frac{2i \operatorname{Im} z}{|1-z|^2} \quad (\text{C: 05})$$

$$z = \cos \alpha + i \sin \alpha \quad (0 < \alpha < 2\pi)$$

$$\text{ഓരിഞ്ചി } |z| = 1 \Leftrightarrow \operatorname{Re} w = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore w = \frac{2i \operatorname{Im} z}{|1-z|^2} = \frac{2i \sin \alpha}{|1 - \cos \alpha - i \sin \alpha|^2} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{2i \sin \alpha}{|(1 - \cos \alpha) - i \sin \alpha|^2}$$

$$z = x + iy \text{ നമി,}$$

$$|z| = \sqrt{x^2 + y^2} \text{ ഒരുംഖാഡി,}$$

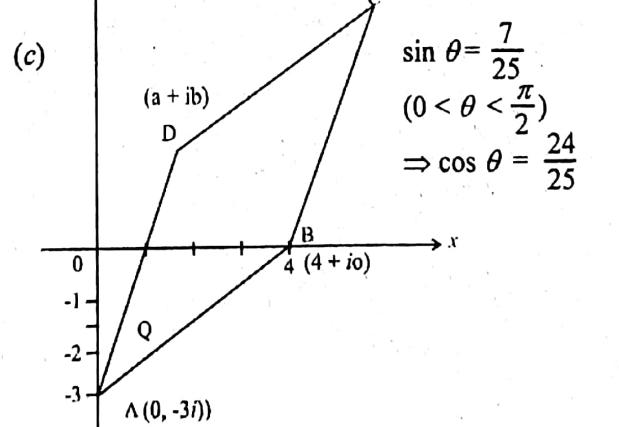
$$w = \frac{2i \sin \alpha}{|(1 - \cos \alpha)^2 + \sin^2 \alpha|} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{2i \sin \alpha}{1 - 2 \cos \alpha + \cos^2 \alpha + \sin^2 \alpha}$$

$$= \frac{2i \sin \alpha}{(2 - 2 \cos \alpha)} = \frac{2i \sin \alpha}{2(1 - \cos \alpha)}$$

$$= \frac{i \sin \alpha}{1 - \cos \alpha} = \frac{i 2 \sin \frac{\alpha}{2} \cos \frac{\alpha}{2}}{2 \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

$$= \underline{\underline{i \cot \frac{\alpha}{2}}} \quad (\text{C: 05})$$



$D \equiv (a, b)$ යැයි ගනිමු.

A වටා AB වාමාවර්ත ව ප්‍රමණය කිරීමෙන් AD ගක හැකිය.

$$\therefore a + i(b+3) = (4+3i)(\cos \theta + i \sin \theta) \quad (\text{Q: 10})$$

$$= (4+3i)\left(\frac{24}{25} + i\frac{7}{25}\right)$$

$$\Leftrightarrow a + i(b+3) = 3+4i$$

$$\Leftrightarrow a = 3 \text{ හා } b = 1$$

$\therefore D$ මගින් $3+i$ නිරූපණය කරයි. (Q: 05)

$$C \equiv (p, q) \text{ නම්, } \frac{p+o}{2} = \frac{3+4}{2} \text{ හා}$$

$$\frac{q-3}{2} = \frac{1+0}{2}$$

$$\Rightarrow p = 7 \text{ හා } q = 4$$

$\therefore C$ මගින් $7+4i$ මගින් නිරූපණය කරයි. (Q: 05)

20

14. (a) $x \neq -1, \frac{1}{3}$ පදනා

$$f(x) = \frac{16(x-1)}{(x-1)^2(3x-1)}$$

$$f'(x) = \frac{16[(x+1)^2(3x-1)-16(x-1)[2(x+1)(3x-1)+3(x+1)^2]}{[(x+1)^2(3x-1)]^2} \quad (\text{Q: 15})$$

$$= \frac{16[(x+1)^2(3x-1)-16(x-1)[(x+1)(2x-1)+3(x+1)]}{[(x+1)^4(3x-1)^2]$$

$$= \frac{16[3x^2+2x-1-9x^2+8x^2+1]}{(x+1)^3(3x-1)^2}$$

$$= \frac{16(-6x^2+10x^2)}{(x+1)^3(3x-1)^2}$$

$$= \frac{-32x(3x-5)}{(x+1)^3(3x-1)^2} \quad (x \neq -1, \frac{1}{3}) \quad (\text{Q: 10})$$

25

නිරස සපර්යෙන්මුබ; $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = 0$ (Q: 05)

$$\lim_{x \rightarrow -1 \pm} f(x) \rightarrow \pm\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^-} f(x) \rightarrow \infty$$

$$\text{සහ } \lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}^+} f(x) \rightarrow -\infty$$

නිරස සපර්යෙන්මුබ;

$$x = -1 \text{ සහ } x = \frac{1}{3}$$

(Q: 05)

$$\text{නැරඹී ලක්ශ්‍ය වලදී f'(x) = 0$$

$$\Leftrightarrow x = 0 \text{ සහ } x = \frac{5}{3}$$

10

	$-\infty < x < -1$	$-1 < x < 0$	$0 < x < \frac{1}{3}$	$\frac{1}{3} < x < \frac{5}{3}$	$\frac{5}{3} < x < \infty$
$f'(x)$ තේගුණ	(+)	(-)	(+)	(+)	(-)
	f' එකවිධ ලෙස වැඩි වේ.	f' එකවිධ ලෙස අඩු වේ.	f' එකවිධ ලෙස වැඩි වේ.	f' එකවිධ ලෙස වැඩි වේ.	f' එකවිධ ලෙස අඩු වේ.

(Q: 05)

(Q: 05)

(Q: 05)

(Q: 05)

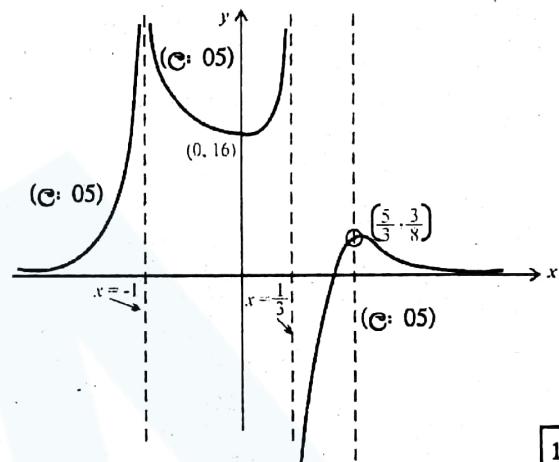
(Q: 05)

(Q: 05)

නැරඹී ලක්ශ්‍ය: $(0, 16)$ ස්ථානීය අවමයක් (Q: 05)

$(\frac{5}{3}, \frac{3}{8})$ ස්ථානීය උපරිමයක් ඇත. (Q: 05)

35



$$k(x+1)^2(3x-1) = 16(x-1)$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{16(x-1)}{(x+1)^2(3x-1)} \quad (\text{Q: 05})$$

$k \leq 0$ හෝ $\frac{3}{8} < k < 16$ ම තම් පමණක් දෙන (Q: 05) (Q: 05)

ලද සම්කරණයට හරියට ම එක් මූලයක් පමණක් පවතී. (Q: 05)

$$(b) \text{ පරිමාව } = 391\pi = \pi(3r)^2 5h + \pi r^2 h \quad (\text{Q: 10})$$

$$391 = 45r^2h + r^2h$$

$$391 = 46r^2h$$

$$\Rightarrow h = \frac{391}{46r^2} \quad (r > 0) \quad (\text{Q: 05})$$

$$\text{පෘෂ්ඨීක වර්ගීලය } S = \pi r(32h + 17r)$$

$$S = \pi r(32 \times \frac{391}{46r^2} h + 17r)$$

$$S = 17\pi(\frac{16}{r} + r^2)$$

$$\frac{ds}{dr} = 17\pi \left(\frac{-16}{r} + 2r \right) \quad (\text{Q: 05})$$

$$(\text{Q: 05}) = \frac{34\pi}{r^2} (r^3 - 8)$$

$$= \frac{34\pi}{r^2} (r-2)(r^2+2r+4) \quad (\text{Q: 05})$$

$$\frac{ds}{dr} = 0 \Leftrightarrow r = 2 \quad (\text{Q: 05})$$

$$0 < r < 2 \text{ ඒවා } \frac{ds}{dr} < 0 \text{ සහ } r > 2 \text{ ඒවා } \frac{ds}{dr} > 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore r = 2 \text{ ඒවා } S \text{ අවම වේ.} \quad (\text{C: 05})$$

50

$$15. (a) (i) Ax^2(x-1)+Bx(x-1)+C(x-1)-Ax^3=1 \\ \text{සංදුරුක සැසැලීමෙන් ;}$$

$$x^2 : -A + B = 0 \rightarrow (\text{C: 05})$$

$$x^1 : -B + C = 0 \rightarrow (\text{C: 05})$$

$$x^0 : -C = 1 \rightarrow (\text{C: 05})$$

$$C = -1$$

$$\textcircled{1} + \textcircled{2} - A + C = 0$$

$$-A - 1 = 0$$

$$A = -1$$

$$\textcircled{1} \text{ න් } A = B$$

$$B = -1$$

$$A = -1, B = -1 \text{ සහ } C = -1 \quad (\text{C: 05})$$

$$-x^2(x-1) - x(x-1) - (x-1) + x^3 = 1$$

$$\therefore \frac{1}{x^3(x-1)} \text{ හිත්න හාය ඇපුරෙන්.}$$

$$\frac{1}{x^3(x-1)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{x^2} + \frac{C}{x^3} + \frac{D}{(x-1)}$$

ආකාරයේ වේ.

$$\frac{1}{x^3(x-1)} = \frac{Ax^2(x-1) + Bx(x-1) + C(x-1) + Dx^3}{x^3(x-1)}$$

ඉහත දී ඇති ප්‍රකාශනයට අනුව.

$$-A = D \text{ වේ.}$$

$$\therefore D = 1$$

$$\therefore \frac{1}{x^3(x-1)} = \frac{-1}{x} - \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x-1} \quad (\text{C: 05})$$

ලෙසවේ. එනයින්.

$$\int \frac{1}{x^3(x+1)} dx = -\int \frac{1}{x} dx - \int \frac{1}{x^2} dx - \int \frac{1}{x^3} dx$$

$$+ \int \frac{1}{x-1} dx \text{ ලෙස වේ.}$$

$$= -\ln|x| + \frac{1}{x} + \frac{1}{2x^2} + \ln|x-1| + C \quad (\text{C: 05})$$

30

මෙහි C යනු අම්මත තියතෙක් වේ.

$$(ii) \int x^2 \cos 2x dx = \frac{x^2 \sin 2x}{2} - \frac{1}{2} \int 2x \sin 2x dx \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{x^2 \sin 2x}{2} + \frac{x \cos 2x}{2} - \frac{1}{2} \int \cos 2x dx \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{x^2 \sin 2x}{2} + \frac{x \cos 2x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C \quad (\text{C: 05})$$

මෙහි C යනු අම්මත තියතෙක් වේ. (C: 05)

$$(b) \theta = \tan^{-1}(\cos x); -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$$

$$\tan \theta = \cos x \Rightarrow \sec^2 \theta d\theta \Leftrightarrow -\sin x dx$$

$$x = 0 \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(1) \Leftrightarrow \theta = \frac{\pi}{4} \quad (\text{C: 05})$$

$$x = \pi \Rightarrow \theta = \tan^{-1}(-1) \Leftrightarrow \theta = -\frac{\pi}{4} \quad (\text{C: 05})$$

$$\int_0^\pi \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx = -\int_{\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sec^2 \theta}{\sqrt{1+\tan^2 \theta}} d\theta \quad (\text{C: 10})$$

$$= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sec \theta d\theta \quad (\text{C: 05})$$

$$(\sqrt{\sec^2 \theta} = \sec \theta); -\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2} \text{ වේ}$$

$$= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sec \theta (\sec \theta + \tan \theta)}{(\sec \theta + \tan \theta)} d\theta \quad (\text{C: 05})$$

$$= \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \frac{\sec \theta (\sec \theta + \tan \theta)}{(\sec \theta + \tan \theta)} d\theta \quad (\text{C: 05})$$

$$= [\ln |\sec \theta + \tan \theta|]_{-\pi/4}^{\pi/4} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \ln(\sqrt{2} + 1) - \ln(\sqrt{2} - 1) \quad (\text{C: 05})$$

$$= \ln \left(\frac{(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)} \right)$$

$$= \ln \left(\frac{(\sqrt{2} + 1)(\sqrt{2} + 1)}{(\sqrt{2} - 1)(\sqrt{2} + 1)} \right)$$

$$= \frac{\ln(\sqrt{2} + 1)^2}{2 - 1}$$

$$= 2 \ln(\sqrt{2} + 1) \quad (\text{C: 05})$$

$$I = \int_0^\pi \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx$$

$$I = \int_0^\pi \frac{(\pi-x) \sin(\pi-x)}{\sqrt{1+\cos^2(\pi-x)}} d\theta \quad (\text{C: 05})$$

$$I = \int_0^\pi \frac{\pi \sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} - \int_0^\pi \frac{x \sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} \quad (\text{C: 05})$$

$$I = \int_0^\pi \frac{\sin x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx - I$$

50

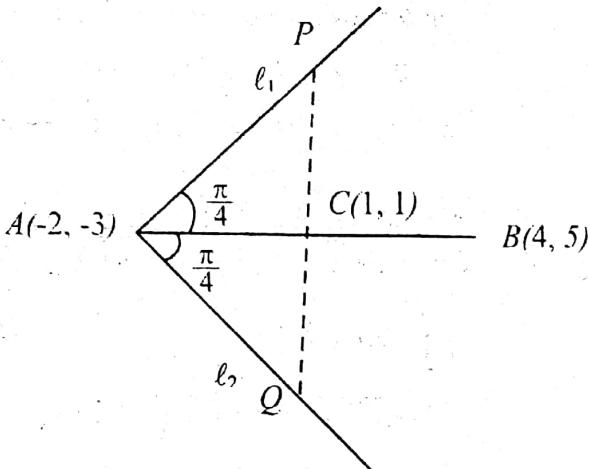
$$2I = \pi \int_0^\pi \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \cos^2 x}} \quad (\text{C: 05})$$

$$2I = \pi [2 \ln \sqrt{2} + 1]$$

$$I = \underline{\underline{\pi [\ln \sqrt{2} + 1]}}$$

(C: 05) 20

16.



$$\tan \frac{\pi}{4} = \left| \frac{m - \frac{4}{3}}{1 + \frac{4m}{3}} \right| \quad (\text{C: 10}) \Rightarrow \left(m - \frac{4}{3} \right)^2 = \left(1 + \frac{4m}{3} \right)^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow m^2 - \frac{8m}{3} + \frac{16}{9} = 1 + \frac{8m}{3} + \frac{16m^2}{9}$$

$$\Rightarrow \left[\frac{16-9}{9} \right] m^2 + \frac{16m}{3} + \left[\frac{9-16}{9} \right] = 0$$

$$\Rightarrow \frac{7m^2}{9} + \frac{16m}{3} - \frac{7}{9} = 0$$

$$\Rightarrow 7m^2 + 48m - 7 = 0$$

$$\Rightarrow (7m - 1)(m + 7) = 0$$

$$\Rightarrow m = \frac{1}{7} \quad (\text{C: 05}) \text{ ഹോ } m = -7 \quad (\text{C: 05})$$

\therefore അവകാശ സ്ഥിതിരണ്ടു വർദ്ധനകൾ.

$$\begin{aligned} \text{(i)} \quad y + 3 &= \frac{1}{7}(x + 2) \Rightarrow 7y + 21 = x + 2 \\ &\Rightarrow 7y - x + 19 = 0 \\ &\Rightarrow x - 7y - 19 = 0 \quad (\text{C: 10}) \end{aligned}$$

ഈ

$$\begin{aligned} \text{(ii)} \quad y + 3 &= -7(x + 2) \Rightarrow y + 3 = -7x - 14 \\ &\Rightarrow y + 7x + 17 = 0 \\ &\Rightarrow 7x + y + 17 = 0 \quad (\text{C: 10}) \quad \boxed{45} \end{aligned}$$

ℓ_1 യാളി $x - 7y - 19 = 0$ രേഖാവല ഈ അനേക

ℓ_2 യാളി ഗ്രഹിച്ചു.

PQ കി സ്ഥിതിരണ്ടു :-

$$y - 1 = \frac{-3}{4}(x - 1)$$

$$\Rightarrow 4y - 4 = -3x + 3$$

$$\Rightarrow 3x + 4y - 7 = 0 \quad (\text{C: 10})$$

ℓ_1 ഈ പേരിൽ PQ കി ശേഖ്ന ലക്ഷ്യം P

$$3x + 4y = 7 \quad \rightarrow \boxed{1}$$

$$x - 7y = 19 \quad \rightarrow \boxed{2}$$

$$\boxed{2} \times \boxed{3} \quad 3x - 21y = 57 \quad \rightarrow \boxed{3}$$

$$\boxed{3} - \boxed{1} \text{ ഫോ }$$

$$-21y - 4y = 57 - 7$$

$$-25y = 50$$

$$y = -2$$

$$\text{ഡോ } x = 7y + 19$$

$$x = -14 + 19$$

$$x = 5$$

$$P = (5, -2) \quad (\text{C: 05})$$

$Q \equiv (x_0, y_0)$ നമ്മി,

$$\left. \begin{array}{l} \frac{5+x_0}{2} = 1 \Rightarrow 5+x_0 = 2 \\ \Rightarrow x_0 = -3 \\ \frac{-2+y_0}{2} = 1 \Rightarrow -2+y_0 = 2 \\ \Rightarrow y_0 = 4 \end{array} \right\} \quad (\text{C: 05})$$

$$\underline{\underline{Q = (-3, 4)}} \quad (\text{C: 05}) \quad \boxed{25}$$

A, P, B ഹാ Q ലക്ഷ്യം ശരംഗാ യാളി വായ്ത്തു ദിവസം AB വിശേഷിപ്പിക്കുന്ന ലേജ് ആണി ലഭ്യതയുണ്ട്. (C: 10)

$$(y - 5)(y + 3) + (x - 4)(x + 2) = 0$$

$$y^2 - 2y - 15 + x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x - 2y - 23 = 0 \quad (\text{C: 10})$$

$$\begin{aligned} CR^2 &= (4\lambda - 1)^2 + (5\lambda - 1)^2 \text{ ഹാ വായ്ത്തു ദിവസം } \lambda \text{ അഥവാ } 5 \text{ ആണി.} \end{aligned} \quad (\text{C: 10})$$

$$\text{ഡോ } CR^2 - 25 = (4\lambda - 1)^2 + (5\lambda - 1)^2 - 25 \quad (\text{C: 05})$$

$$\begin{aligned} CR^2 - 25 &= 16\lambda^2 - 8\lambda + 1 + 25\lambda^2 - 10\lambda + 1 - 25 \\ &= 41\lambda^2 - 18\lambda - 23 \end{aligned}$$

$$(\lambda - 1)(41\lambda + 23) > 0 \quad \because \lambda > 1 \text{ നിസ്സാ } \quad (\text{C: 10})$$

$\therefore R$ ലക്ഷ്യം വായ്ത്തു ദിവസം പഠിച്ചിട്ടുണ്ട്. (C: 05)

അവകാശ ദിവസം രഘു സ്ഥിതിരണ്ടു

$$x(4\lambda) + y(5\lambda) - (x + 4\lambda) - (y + 5\lambda) - 23 = 0$$

$$4\lambda x + 5\lambda y - x - 4\lambda - y - 5\lambda - 23 = 0 \quad (\text{C: 10})$$

$$(-x - y - 23) + \lambda(4x + 5y - 9) = 0 \quad (\text{C: 05})$$

\therefore ദിവസം രഘു.

$$4x + 5y - 9 = 0 \text{ ഹാ } x + y + 23 = 0 \text{ രേഖാവലം }$$

ശേഖ്ന ലക്ഷ്യം ശരംഗാ യാളി. ലഭ്യ അവലെ ലക്ഷ്യം ദിവസം.

$$\underline{\underline{(\text{C: 05})}} \quad \boxed{80}$$

17. (a) $0 \leq \theta \leq \pi$ അഥവാ

$$\cos 3\theta = -\cos 2\theta = \cos(\pi - 2\theta) \quad (\text{C: 05})$$

$$3\theta = 2n\pi \pm (\pi - 2\theta), n \in \mathbb{Z} \quad (\text{C: 05})$$

$$5\theta = 2n\pi + \pi, n \in \mathbb{Z} \text{ ഹേം } \theta = 2n\pi - \pi, n \in \mathbb{Z}$$

$$0 \leq \theta \leq \pi \text{ എന്തെങ്കിൽ, } \theta = \pi, \frac{\pi}{5} \text{ ഹും } \frac{3\pi}{5} \quad (\text{C: 05})$$

$$\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 \text{ അഥവാ } (\text{C: 05}) \quad [30]$$

$$\cos 3\theta = 4\cos^3 \theta - 3\cos \theta \quad (\text{C: 05})$$

$$\cos 2\theta + \cos 3\theta = 4\cos^3 \theta + 2\cos^2 \theta - 3\cos \theta - 1$$

മെങ്കിണി $t = \cos \theta$ ലോറേ അളിക്കു.

അലിവ്,

$$\cos 2\theta + \cos 3\theta = 4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 \quad (\text{C: 10})$$

$$\therefore 4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = 0 \text{ ഒരു മൂലയന്ത്രം,}$$

$$\cos \pi, \cos \frac{\pi}{5} \text{ ഹും } \cos \frac{3\pi}{5} \text{ അഥവാ.} \quad (\text{C: 10})$$

$$\cos \pi = -1 \Rightarrow t + 1 = 0 \text{ അഥവാ,}$$

$$4t^3 + 2t^2 - 3t - 1 = 0 \text{ അഥവാ,}$$

$$\Rightarrow 4t^2 - 2t - 1 = 0 \text{ ഒരു മൂലയന്ത്രം,}$$

$$\cos \frac{\pi}{5} \text{ ഹും } \cos \frac{3\pi}{5} \quad (\text{C: 05})$$

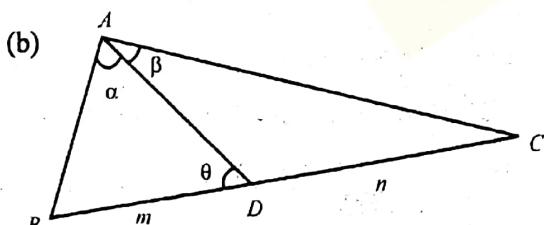
$$t = \frac{2 \pm \sqrt{2^2 + (4 \times 4 \times 1)}}{2 \times 4} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{20}}{8}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{8}$$

$$= \frac{1 \pm \sqrt{5}}{4}$$

$$\cos \frac{3\pi}{5} < 0 \text{ എന്തെങ്കിൽ, } \cos \frac{3\pi}{5} = \frac{1-\sqrt{5}}{4} \quad (\text{C: 05}) \quad [55]$$



$$\widehat{BDA} = \theta \text{ അഥവാ അളിക്കു.}$$

sin തീരീയ അലിവയന്ത്രം,

$$BAD \Delta \text{ അഥവാ } \frac{BD}{\sin \alpha} = \frac{C}{\sin \theta} \quad (\text{C: 10})$$

$$ADC \Delta \text{ അഥവാ } \frac{DC}{\sin \beta} = \frac{b}{\sin(\pi - \theta)} \quad (\text{C: 10})$$

$$\Rightarrow \frac{BD \sin \beta}{DC \sin \alpha} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{m \sin \beta}{n \sin \alpha} = \frac{c}{b}$$

$$\Rightarrow \frac{mb}{nc} = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (\text{C: 05}) \quad [25]$$

$$mb = \frac{nc \sin \alpha}{\sin \beta}$$

$$\Rightarrow \frac{mb - nc}{mb + nc} = \frac{nc \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} - nc}{nc \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} + nc} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{\frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\sin \beta}}{\frac{\sin \alpha + \sin \beta}{\sin \beta}}$$

$$= \frac{\sin \alpha - \sin \beta}{\sin \alpha + \sin \beta}$$

$$= \frac{2 \cos \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)}{2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \cos \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right)} \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \tan \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \cot \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \quad (\text{C: 05}) \quad [20]$$

$$(c) \tan^{-1} \left(\frac{1}{3} \right) = \gamma \text{ ഹും } \tan^{-1} \left(\frac{4}{3} \right) = \delta \text{ അഥവാ അളിക്കു.}$$

$$0 < \gamma, \delta < \frac{\pi}{2}$$

$$2\gamma + \delta = \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow 2\gamma = \frac{\pi}{2} - \delta$$

$$\Leftrightarrow \tan 2\gamma = \tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) \quad (\text{C: 05})$$

($\frac{\pi}{2} - \delta$ ആണ് കേരണയന്ത്രം എന്നെന്നും, 2γ ആണ് ആണ് കേരണയന്ത്രം.)

$$\tan 2\gamma = \frac{2 \tan \gamma}{1 - \tan^2 \gamma} = \frac{2 \times \frac{1}{3}}{1 - \frac{1}{9}}$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{9}{8}$$

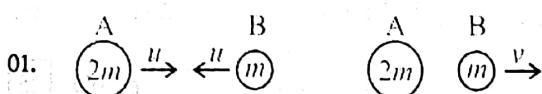
$$= \frac{3}{4} \quad (\text{C: 05})$$

$$\tan \left(\frac{\pi}{2} - \delta \right) = \cot \delta = \frac{3}{4} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore 2\gamma + \delta = \frac{\pi}{2} \quad (\text{C: 05}) \quad [20]$$

✿✿✿ ✿✿✿

A - කොටස



පර්දිතයට $\underline{I} = \Delta (mv)$ යෙදීමෙන්,

$$\rightarrow 0 = [2m(0) + mv] - [2mu - mu] \quad (\text{C: 05})$$

$$0 = mv - mu$$

$$\Rightarrow mv = mu$$

$$\Rightarrow v = u$$

නිවිතන්ගේ ප්‍රත්‍යාගැනී නියමය යෙදීමෙන්

$$v - 0 = -e(-u - u) \quad (\text{C: 05})$$

$$u = e(2u)$$

$$e = \frac{1}{2}$$

B සඳහා $\underline{I} = \Delta (mv)$ යෙදීමෙන්,

$$\rightarrow අවෝගය = mv - [m(-u)]$$

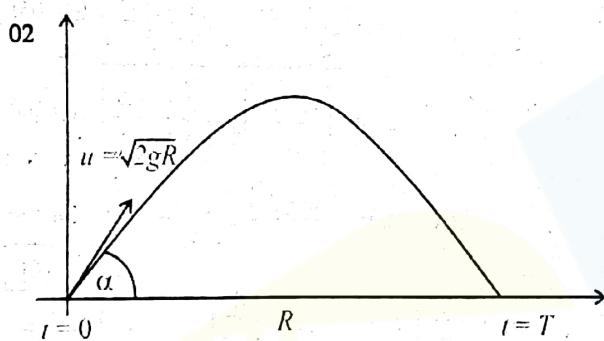
$$= mv + mu$$

$$= mu + mu$$

$$= \underline{2mu}$$

(C: 05)

25



$$S = ut + \frac{1}{2} at^2 \text{ යෙදීමෙන්, පියාසර කාලය } T$$

$$\uparrow 0 = u \sin \alpha T - \frac{1}{2} gT^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$0 = T(u \sin \alpha - \frac{gT}{2})$$

$$T = 0 \text{ හෝ } T = \frac{2u \sin \alpha}{g}$$

(C: 05)

$$\rightarrow R = u \cos \alpha T$$

$$R = u \cos \alpha \frac{2u \sin \alpha}{g}$$

$$= \frac{2u^2 \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$R = \frac{2 \times 2gR \sin \alpha \cos \alpha}{g}$$

$$= 2R (2 \sin \alpha \cos \alpha)$$

$$R = 2R \sin 2\alpha$$

$$\sin 2\alpha = \frac{1}{2}$$

$$2\alpha = \frac{\pi}{6}; \frac{5\pi}{6}$$

(C: 05)

ප්‍රත්‍යාගැනී කළ හැකි කෝණ දෙක,
 α_1 හා α_2 නම්,

$$\alpha_1 = \frac{\pi}{12} \text{ සහ } \alpha_2 = \frac{5\pi}{12}$$

(C: 05)

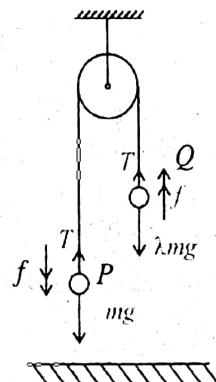
$$\therefore \alpha_2 - \alpha_1 = \frac{\pi}{12} (5 - 1)$$

$$= \frac{4\pi}{12} = \frac{\pi}{3}$$

(C: 05)

25

03.



$$\underline{F} = ma \text{ යෙදීමෙන්}$$

$$P \text{ සඳහා : } \downarrow mg - T = m \left[\frac{g}{2} \right] \quad \underline{\underline{}} \quad (C: 05)$$

$$Q \text{ සඳහා : } \uparrow T - \lambda mg = \lambda m \left[\frac{g}{2} \right] \quad \underline{\underline{}} \quad (C: 05)$$

$$\underline{① + ②} \Rightarrow (1 - \lambda)mg = (1 + \lambda)m \left[\frac{g}{2} \right] \quad (C: 05)$$

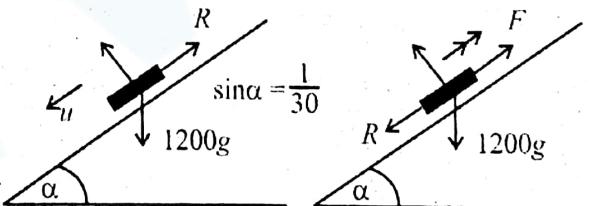
$$\Rightarrow 2(1 - \lambda) = (1 + \lambda)$$

$$\lambda = \frac{1}{3} \quad (C: 05)$$

Q ව, එහි උපරිම උසට ලායා වීමට ගතවන කාලය t යන්න $0 = v - gt$ මගින් දෙනු ලබයි. ($v = u + at$ යෙදීමෙන්)

$$\Rightarrow t = \frac{v}{g} \quad (C: 05)$$

04.



R ප්‍රතිරෝධය පමණක් යටතේ මෝටර් රථය පහලට වෙනය වන විට,

$$\underline{F} = ma \text{ යෙදීමෙන්}$$

$$\swarrow 1200g \sin \alpha - R = 0 \quad (\because a = 0 \text{ නිසා}) \quad (C: 05)$$

$$\Rightarrow R = 1200 \times 10 \times \frac{1}{30} = 400 N \quad (C: 05)$$

මෝටර් රථය ඉහළට වෙනය වන විට, එහි ප්‍රකරණ බලය F යැයි ගනිමු.

$$\cancel{\underline{F}} = ma$$

$$F - R - 1200g \sin \alpha = 1200 \times \frac{1}{6} \quad (C: 05)$$

$$F - 400 - 1200 \times 10 \times \frac{1}{30} \approx 200$$

$$F - 400 - 400 = 200 N$$

$$F = (200 + 800) N$$

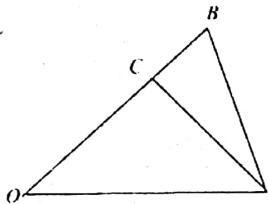
$$F = 1000 N$$

$$\begin{aligned} \text{எனபின், சுறை } P &= FV \\ &= 15 \times 1000W \\ &= 15000W \\ &= \underline{\underline{15 \text{ kW}}} \end{aligned} \quad (\text{C: 05})$$

25

05.

$$\begin{aligned} \overrightarrow{OA} &= 3\mathbf{i} \\ \overrightarrow{OB} &= 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{உதிர } \overrightarrow{OC} &= \lambda \overrightarrow{OB} \\ &= \lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \text{ எனி. (C: 05)} \end{aligned}$$

மேலே λ அடிக்கை.

$\overrightarrow{OC}, \overrightarrow{CA}$ எல்லோல் வூவின்.

$$\lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \cdot [\overrightarrow{CO} - \overrightarrow{OA}] = 0 \text{ எனி.}$$

$$\lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \cdot [3\mathbf{i} - \lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})] = 0 \quad (\text{C: 05})$$

(C: 05)

$$\lambda(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}) \cdot [(3 - 2\lambda)\mathbf{i} - 3\lambda\mathbf{j}] = 0$$

$$2\lambda(3 - 2\lambda) + 3\lambda(-3\lambda) = 0$$

$$6\lambda - 4\lambda^2 - 9\lambda^2 = 0$$

$$\lambda(6 - 13\lambda) = 0 \quad \lambda \neq 0 \text{ எனி.}$$

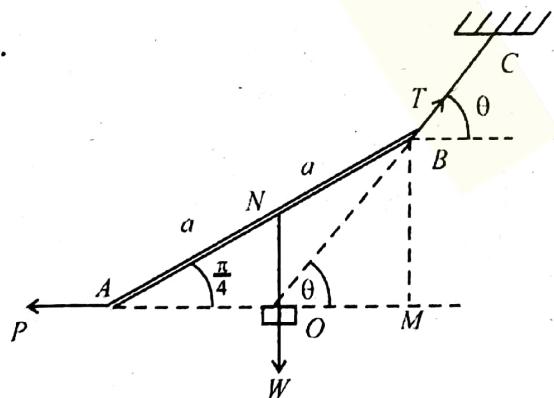
$$\therefore 6 - 13\lambda = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = \frac{6}{13} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \overrightarrow{OC} = \frac{6}{13}(2\mathbf{i} + 3\mathbf{j})$$

$$= \underline{\underline{\frac{12}{13}\mathbf{i} + \frac{18}{13}\mathbf{j}}} \quad (\text{C: 05}) \quad 25$$

06.



O கீழ்க்கண்ட பிரச்சினையை கொடுமென்,

$$\frac{T}{\sin 90^\circ} \approx \frac{P}{\sin(90^\circ + \theta)} = \frac{W}{\sin(180^\circ - \theta)}$$

$$T = \frac{W}{\sin \theta} \quad (\text{C: 05}) \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{P}{\cos \theta} = \frac{W}{\sin \theta} \Rightarrow P = \frac{W \cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\overrightarrow{B} \quad W \times a \times \frac{1}{\sqrt{2}} \approx P \times 2a \times \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ எனி.}$$

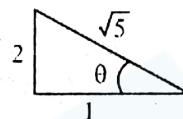
$$2p = W$$

$$P = \frac{W}{2}$$

$$\therefore \frac{W}{\tan \theta} = \frac{W}{2}$$

$$\tan \theta = \underline{\underline{2}}$$

$$\sin \theta = \frac{2}{\sqrt{5}}$$



$$T = \frac{W}{\sin \theta} \quad (\text{C: 05})$$

$$T = \underline{\underline{\frac{\sqrt{5}W}{2}}} \quad (\text{C: 05}) \quad 25$$

07. சிட்டிவெள் சுமிக்குவிடு :

$$P(A) = \frac{1}{3}, P(B) = \frac{1}{4}, P(A \cap B) = \frac{1}{6}$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$$

$$\therefore P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cap B') = \frac{1}{3} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{2-1}{6}$$

$$= \frac{1}{6}$$

(C: 05)

மேலே அனுவர்.

$$P\left(\frac{A}{B'}\right) = \frac{P(A \cap B')}{P(B')}$$

$$= \frac{P(A \cap B')}{1 - P(B)}$$

$$= \frac{\frac{1}{6}}{1 - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{3}{4}} = \frac{1}{6} \times \frac{4}{3} = \frac{2}{9}$$

(C: 05)

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)'$$

$$= 1 - P(A \cup B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$= \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{6}$$

$$= \frac{4+3-2}{12} = \frac{5}{12}$$

(C: 05)

$$\therefore P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) \\ = 1 - \frac{5}{12} = \underline{\underline{\frac{7}{12}}} \quad (\text{C: 05})$$

$$P\left(\frac{B'}{A'}\right) = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} \\ = \frac{\frac{7}{12}}{1 - \frac{1}{3}} = \frac{7}{12} \times \frac{3}{2} \\ = \underline{\underline{\frac{7}{8}}} \quad (\text{C: 05}) \quad \boxed{25}$$

08. (i) සියල්ල රණ : $\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{1}{4}$

$$= \underline{\underline{\frac{1}{35}}} \quad (\text{C: 05})$$

සියල්ල කළ : විය නොහැක.

$$\therefore \text{පිළිතර} = \underline{\underline{\frac{1}{35}}} \quad (\text{C: 05})$$

(ii) $R B R B = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} = \frac{3}{35} \quad (\text{C: 05})$

 $B R B R = \frac{3}{7} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} \times \frac{3}{4} = \frac{3}{35} \quad (\text{C: 05})$

$$\therefore \text{පිළිතර} = \frac{3}{35} + \frac{3}{35} = \underline{\underline{\frac{6}{35}}} \quad (\text{C: 05}) \quad \boxed{25}$$

09. මාතය $2a$ ලෙස ගනීමු.

මධ්‍යන්තය : මාතය : මධ්‍යස්ථය

$$6 : 10 : 5$$

$$\text{එවිට දී ඇති ධ්‍යා තීවිල} : b, c, a, 2a, 2a \quad (\text{C: 05})$$

මධ්‍යන්තය : මාතය = $6 : 10$
(C: 05)

$$\therefore \frac{10(b+c+5a)}{5} = 6 \times 2a \quad (\text{C: 05})$$

$$2b + 2c + 10a = 12a$$

$$2b + 2c = 2a$$

$$\Rightarrow b + c = a$$

∴ දී ඇති තීවිල වන්නේ,

$$1, 2, 3, 6, 6$$

(C: 10) 25

10. $\mu = 28, \sigma_1 = 4$

නිවැරදි කළ දත්ත : $35 \rightarrow 25 (-10)$

$21 \rightarrow 31 (+10)$

∴ පෙක්සය නොවෙනස් ව පවතී.

$$\therefore \mu = 28 \text{ ම ගෙවී.} \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{පැරණි } \sum x_i^2 = 20 \times \sigma_1^2 + 20 \mu^2 \\ = 20(4^2 + 28^2) \quad (\text{C: 05}) \\ = 16000$$

$$\text{නව } \sum x_i^2 = \text{පැරණි } \sum x_i^2 - 35^2 - 21^2 + 25^2 + 31^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$= 16000 - 1225 - 441 + 625 + 961$$

$$= 16000 - 80$$

$$= 15920$$

$$\text{නව } \sigma^2 = \frac{\text{නව } \sum x_i^2 - 20 \times 28^2}{20} \quad (\text{C: 05})$$

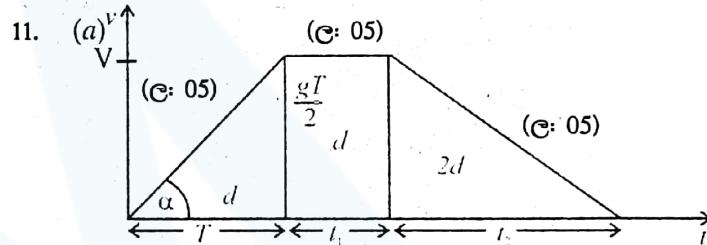
$$= \frac{15920 - 15680}{20}$$

$$= \frac{240}{20} = 12$$

$$\therefore \text{සම්මත අපගමනය } \sigma = \sqrt{12} \quad (\text{C: 05}) \quad \boxed{25}$$

*** ***

B - කොටස



T කාලයේදී ලබාගත් ප්‍රවේශය V නම්,

$$\frac{1}{2} \times T \times V = d ; \tan \alpha = \frac{gT}{2} = \frac{V}{T}$$

$$V = \frac{2d}{T} ; \text{හා } V = \frac{gT}{2}$$

$$d = \frac{1}{2} \times T \times V$$

$$= \frac{1}{2} \times T \times \frac{gT}{2}$$

$$d = \frac{1}{2} \left(\frac{gT^2}{2} \right) \longrightarrow \textcircled{1} \quad (\text{C: 05})$$

t_1 කාලයේදී ගමන් කළ දුර d

$$d = \frac{gT}{2} \times t_1 \longrightarrow \textcircled{2} \quad (\text{C: 05})$$

$$\textcircled{1} \quad \text{න් } 1 = \frac{T}{2t_1}$$

$$t_1 = \frac{T}{2}$$

t_2 කාලයේදී වලනය වූ දුර 2d නම්,

$$2d = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2} gT \right) t_2 \quad (\text{C: 05})$$

$$\textcircled{3} \quad \text{න් } \frac{1}{2} = \frac{T}{t_2}$$

$$t_2 = 2T$$

$$V = \frac{2d}{T} = \frac{gT}{2}$$

$$T^2 = \frac{4d}{g}$$

$$T = 2 \sqrt{\frac{d}{g}}$$

$$\text{සම්පූර්ණ කාලය} = T + t_1 + t_2$$

$$= T + \frac{T}{2} + 2T$$

$$= \frac{7T}{2}$$

$$= \frac{7}{2} \times 2 \sqrt{\frac{d}{g}}$$

$$= 7 \sqrt{\frac{d}{g}}$$

(C: 05) 50

(b) $\underline{V}(S, E) = \uparrow u$

$$\underline{V}(Bi, E) = v, i = 1, 2 \text{ සඳහා.}$$

$$\underline{V}(B_1, S) = \begin{array}{c} \beta \\ \swarrow \searrow \end{array} \text{ සහ} \quad (\text{C: 10})$$

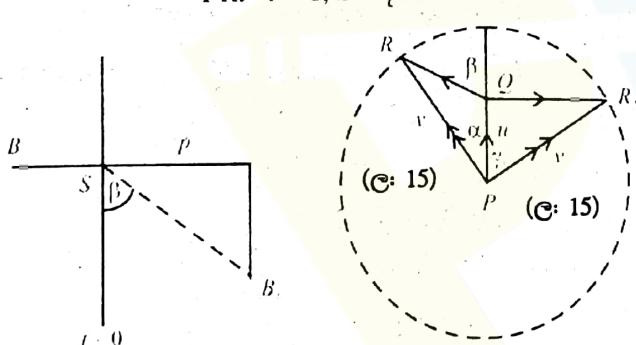
$$\underline{V}(B_2, S) = \rightarrow$$

$$\underline{V}(Bi, E) = \underline{V}(Bi, S) + \underline{V}(S, E) \quad (\text{C: 10})$$

$$= \underline{V}(S, E) + \underline{V}(Bi, S)$$

$$= \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR}$$

$$= \overrightarrow{PR} \quad i = 1, 2 \text{ සඳහා}$$



PQR , තුනේක්ෂයට සයින් පූරුෂ හාවිතයෙන්,

$$\frac{v}{\sin \beta} = \frac{u}{\sin(\beta - \alpha)} \quad (\text{C: 05})$$

$$\sin(\beta - \alpha) = \frac{u \sin \beta}{v}$$

$$(\beta - \alpha) = \sin^{-1} \left(\frac{u \sin \beta}{v} \right)$$

$$\alpha = \beta - \sin^{-1} \left(\frac{u \sin \beta}{v} \right) \dots \dots \dots \text{(i)} \quad (\text{C: 05})$$

$\therefore B_1$ හි පෙන උතුරෙන් බවහිරව සාදන අ කොශය (i) මගින් දෙනු ලැබේ.

අනුරූපව B_2 හි පොළවට සාපේක්ෂව පෙන උතුරෙන් නැගෙනහිරට γ කොශයක් සාදයි.

$$\text{මෙහි } \gamma = \cos^{-1} \left(\frac{u}{v} \right) \quad (\text{C: 05})$$

(ii) දෙන බේ: $\beta = \frac{\pi}{3}$ හා $v = \sqrt{3}u$ එවිට,

$$\alpha = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(\frac{u \frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}u} \right) = \frac{\pi}{3} - \sin^{-1} \left(\frac{1}{2} \right)$$

$$= \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6}$$

$$= \frac{\pi}{6} \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore PQ = QR.$$

$$\Rightarrow V(B, S) = u \quad (\text{C: 05})$$

B_1 සාපේක්ෂ පථය මස්තෝ,

$$B_1 \text{ ට } g \sigma = \frac{2p}{\sqrt{2}} \quad (\text{C: 05})$$

$$B_1 \text{ ට } \text{කාලය } t_1 = \frac{2p}{\frac{\sqrt{3}}{u}} = \frac{2p}{\sqrt{3}u} \quad (\text{C: 05})$$

$$B_2 \text{ ට } \text{කාලය } t_2 = \frac{q}{\sqrt{v^2 - u^2}} = \frac{q}{u\sqrt{3-1}} = \frac{q}{\sqrt{2}u} \quad (\text{C: 05})$$

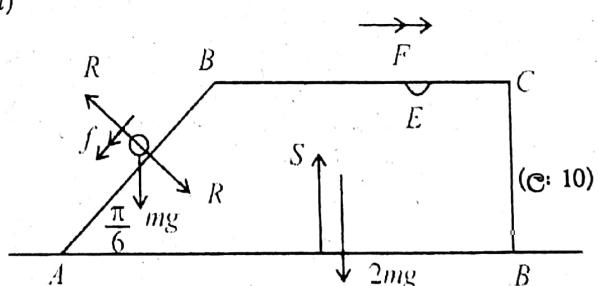
$t_1 < t_2$ තම් B_1, B_2 ට පෙර S අල්ලා ගනී. (C: 05)

$$\text{එනම්, } \frac{2p}{\sqrt{3}u} < \frac{q}{\sqrt{2}u}$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{2}P < \sqrt{3}q$$

$$\Rightarrow \underline{8P^2 < 3q^2} \quad (\text{C: 05}) \quad \boxed{100}$$

12. (a)



$$\underline{(P, W) = f} \quad \boxed{1}$$

$$a(W, E) = F \rightarrow \rightarrow$$

$$F = ma$$

පද්ධතියට \rightarrow

$$0 = m(-f \cos \frac{\pi}{6} + F) + 2mF \quad (\text{C: 15})$$

$$0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}f + F + 2F$$

$$0 = -\frac{\sqrt{3}}{2}f + 3F \Rightarrow \frac{\sqrt{3}f}{6} = F \quad (\text{C: 05})$$

P යදානා

$$mg \cos \frac{\pi}{3} = m(f - F \cos \frac{\pi}{6}) \quad (\text{C: 10})$$

$$\frac{mg}{2} = mf - mF \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{g}{2} = f - F \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \frac{g}{2} = f - \frac{\sqrt{3}}{6} f \times \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\frac{g}{2} = f - \frac{3}{12} f$$

$$\frac{g}{2} = \frac{(4-1)}{4} f \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{g}{2} = \frac{3f}{4}$$

$$f = \frac{2g}{3} \quad (\text{C: 05})$$

කුටිරියට සාපේක්ෂ ව B ලක්ෂණයේ දී අංගුවේ ප්‍රවේශය v යැයි ගනිමු.

$$v^2 = u^2 + 2as$$

$$= u^2 - 2 \times \frac{2g}{3} \times a \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{7ga}{3} - \frac{4ga}{3}$$

$$v^2 = \frac{3ga}{3}$$

$$v^2 = ga$$

$$v = \sqrt{ga} \quad (\text{C: 05})$$

AB මූලුණකින් ඉවත්වීමෙන් පසු, කුටිරියට සාපේක්ෂ ව අංගුවේ වලිනය යදානා.

$$\underline{a}(P, W) = \underline{a}(P, E) + \underline{a}(E, W)$$

$$= \downarrow g + \underline{a} (\because \text{කුටිරිය නියත ප්‍රවේශයෙන් \\ වලින වන බැවිනි)$$

$$= \downarrow g \quad (\text{C: 10})$$

කුටිරියේ උඩත් මූලුණකට නැවත ලැබා වීමට P අංගුව ගනු ලබන කාලය t යැයි ගනිමු.

$$S = ut + \frac{1}{2} at^2$$

$$\text{ජ්‍යෙෂ්ඨ } \uparrow O = v \sin \frac{\pi}{6} t - \frac{1}{2} gt^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$O = \frac{v}{2} t - \frac{1}{2} gt^2$$

$$O = \frac{t}{2} (v - gt)$$

$$\Rightarrow t = \frac{v}{g} = \sqrt{\frac{a}{g}} \quad (\text{C: 05})$$

R කුටිරියේ උඩත් මූලුණක මත සිරස් සාපේක්ෂ විස්තාපනය යැයි ගනිමු.

$$R = v \cos \frac{\pi}{6} t \quad (\text{C: 05})$$

$$R = v \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{a}}{g} = \sqrt{ag} \times \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\sqrt{a}}{g}$$

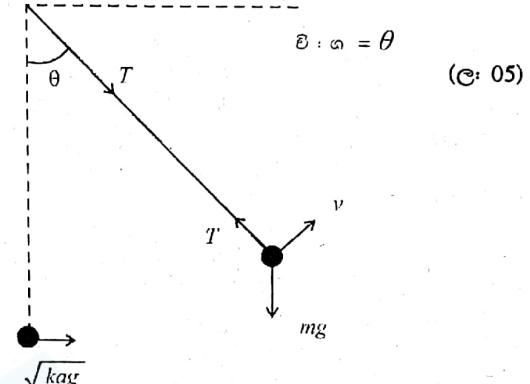
$$= \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

(C: 05)

95

එලැඹිත් P අංගුව E හි සිදුරට එළටේ.

(b)



ගක්ති සංස්කීරිත නියමයෙන්, (C: 15)

$$-mga + \frac{1}{2} m (kag) = -mga \cos \theta + \frac{1}{2} mv^2$$

$$\Rightarrow v^2 = -2ga + kag + 2ag \cos \theta$$

$$v^2 = (k-2)ag + 2ag \cos \theta \quad (\text{C: 05})$$

$$\cancel{F = ma}$$

$$T - mg \cos \theta = \frac{mv^2}{a} \quad (\text{C: 10})$$

$$\Rightarrow T - mg \cos \theta = \frac{m}{a} [(k-2)ag + 2ag \cos \theta]$$

$$T = mg \cos \theta + mg (k-2) + 2mg \cos \theta$$

$$T = (k-2)mg + 3mg \cos \theta \quad (\text{C: 05})$$

θ වැඩි වන විට V හා T දෙකම අඩු වේ.

$$T = mg (3 \cos \theta - 2 + k)$$

$$T = 0 \text{ විට } 3 \cos \theta - 2 + k = 0 \text{ වේ.}$$

$$(\text{C: 05}) \quad 3 \cos \theta = 2 - k$$

$$\text{ජනම්, } \cos \theta = \left(\frac{2-k}{3} \right) \quad (\text{C: 05})$$

$$v^2 = (k-2)ag + 2ag \frac{(2-k)}{3}$$

$$= (k-2) \left(ag - \frac{2ag}{3} \right)$$

$$= \frac{(k-2)}{3} ag > 0 \text{ වීමට}$$

$$k > 2 \text{ විය යුතු ය.}$$

(C: 05)

එම නිසා තන්තුව බුරුල් වන්නේ,

$$\cos \alpha = \frac{2-k}{3} (2 < k < 5) \text{ නිසා } Q = \alpha \text{ විට ය.}$$

$$\therefore \cos \alpha = \frac{2-k}{3} (2 < k < 5)$$

55

13. സമയം പിന്തീരേ

$$x = x_0 \text{ ആണ് അനിഃഭു.}$$

$$\text{ശ്രദ്ധിച്ച്, } \uparrow T_1 = T_2 + mg \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{mg}{a} (x_0 - a) = \frac{mg}{a} (4a - x_0 - a) + mg \quad (\text{C: 05})$$

$$x_0 - a = (3a - x_0) + a$$

$$2x_0 = 3a + a + a$$

$$x_0 = \frac{5a}{2} \quad (\text{C: 05})$$

$$P \text{ ആഡാം } \downarrow F = ma$$

$$T'_2 + mg - T'_1 \equiv mx'' \quad (\text{C: 05})$$

$$\frac{mg}{a} (4a - x - a) + mg - \frac{mg}{a} (x - a) = mx'' \quad (\text{C: 10})$$

$$\Rightarrow x'' = \frac{g}{a} (3a - x) + g - \frac{g}{\pi} (x - a)$$

$$= \frac{g}{a} [3a - x + a - x + a]$$

$$= \frac{g}{a} [5a - 2x]$$

$$x'' = - \frac{2g}{a} \left[x - \frac{5a}{2} \right]$$

$$\Rightarrow x'' + \frac{2g}{a} \left(x - \frac{5a}{2} \right) = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$\text{ശ്രദ്ധിച്ച് } X = \frac{x - 5a}{2} \text{ ഹാ } w^2 = \frac{2g}{a} \quad (\text{C: 05})$$

$$X'' + w^2 X = 0$$

$$\text{സരല അനുവർത്തിയ ലിനക്കേ കേന്ദ്രാധി വശ്വൻ, } x = \frac{5a}{2} \quad (\text{C: 05})$$

$$X'' = w^2 (c^2 - X^2), \text{ മേൽ } c \text{ ആണ് വിജ്ഞാരാധി.}$$

$$X = \frac{-a}{2} \text{ ആണ് } X'' = 0 \text{ വേണ്ടി.} \quad (\text{C: 05})$$

$$0 = w^2 \left(c^2 - \frac{a^2}{4} \right); c = \frac{a}{2} \quad (\text{C: 10})$$

$$\therefore \text{പഠനം പിന്തീരിം } X = \frac{a}{2} \Rightarrow x = 3a \quad (\text{C: 05})$$

PB നഷ്ടം കൈമേണ്ട് പാട്ട്.

$$\downarrow F = ma$$

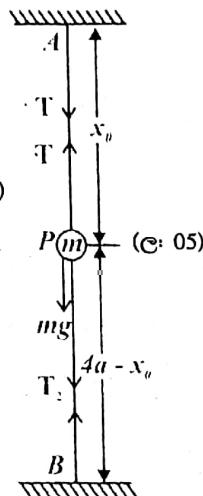
$$mg - T = mx''$$

$$mg - \frac{mg}{a} (x - a) = mx'' \quad (\text{C: 05})$$

$$g - \frac{g}{a} (x - a) = x''$$

$$x'' = \frac{g}{a} [a - x + a]$$

$$x'' = \frac{g}{a} (x - 2a)$$



$$x'' + \frac{g}{a} (x - 2a) = 0 \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \ddot{Y} + \Omega^2 Y = 0, \text{ മേൽ } Y = x - 2a \text{ ഹാ } \Omega^2 = \frac{g}{a} \quad (\text{C: 05})$$

നബി സരല അനുവർത്തി ലിനക്കേ കേന്ദ്രാധി.

$$x = 2a$$

$$\dot{Y}^2 = \Omega^2 (b^2 - Y^2), \text{ മേൽ } b \text{ ആണ് വിജ്ഞാരാധി.} \quad (\text{C: 05})$$

$$PB \text{ നഷ്ടം കൈമേണ്ട് മോഹനക്കാർ അഡ്}$$

$$Y = 0 \text{ ഹാ } x = 3a \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \dot{Y} = 0 \text{ ശ്രദ്ധിച്ച് } Y = a \quad (\text{C: 05})$$

നബി സരല അനുവർത്തിയ ലിനക്കേ വിജ്ഞാരാധി a വേണ്ടി.

$$\therefore \dot{Y} = 0 \text{ വശ്വൻ } Y = -a \Rightarrow x = a \text{ വിജ്ഞാരാധി.} \quad (\text{C: 05})$$

ശ്രദ്ധിച്ച് x = a വിജ്ഞാരാധി അഡിനേഡി.

$$\text{ശ്രദ്ധിച്ചോ } x = 2a \text{ അഡി } x = 3a \quad (\text{C: 10})$$

ഇക്കാലയിൽ

$$\frac{\pi}{w} = \pi \sqrt{\frac{a}{2g}} \quad (\text{C: 05})$$

$$x = 3a \text{ അഡി } x = \frac{5a}{2} \text{ ഇക്കാലയിൽ} \quad (\text{C: 10})$$

$$\text{കാലയിൽ } = \frac{\pi}{3\Omega} = \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{g}} \quad (\text{C: 10})$$

$$\text{സമിപ്പിക്കുന്ന കാലയിൽ } = \pi \sqrt{\frac{a}{2g}} + \frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{g}} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \underline{\underline{\frac{\pi}{3} \sqrt{\frac{a}{2g}} (3 + \sqrt{2})}}$$

14. (a)

$$\overrightarrow{OA} = \underline{a}, \overrightarrow{OB} = \underline{b}$$

$$\overrightarrow{OF} = \frac{1}{3} \underline{a}$$

$$\overrightarrow{OD} = \frac{1}{2} (\underline{a} + \underline{b}) \quad (\text{C: 05})$$

$$\overrightarrow{OE} = \frac{1}{4} (\underline{a} + \underline{b})$$

$$\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{OE} - \overrightarrow{OB} \quad (\text{C: 05})$$

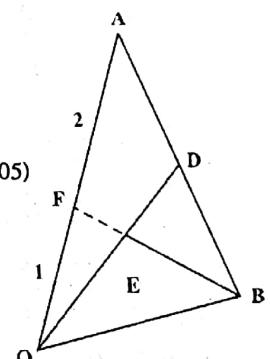
$$= \frac{1}{4} (\underline{a} + \underline{b}) - \underline{b} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \frac{1}{4} (\underline{a} - 3\underline{b})$$

$$\overrightarrow{BF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OB}$$

$$= \frac{1}{3} \underline{a} - \underline{b} = \frac{1}{3} (\underline{a} - 3\underline{b}) \quad (\text{C: 05})$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{4BE} = \overrightarrow{3BF}$$



$\therefore B, E, F$ ඒක රේඛිය වේ.

(Q: 05)

$$BE : EF = 3 : 1$$

(Q: 05)

$$\overrightarrow{DF} = \overrightarrow{OF} - \overrightarrow{OD} = \frac{1}{3} \underline{a} - \frac{1}{2} (\underline{a} + \underline{b})$$

$$= -\frac{1}{6} (\underline{a} + 3\underline{b}) \quad (\text{Q: 05})$$

$$\overrightarrow{BF} \cdot \overrightarrow{DF} = \frac{1}{3} (\underline{a} - 3\underline{b}) \cdot \frac{1}{6} (-\underline{a} - 3\underline{b}) \quad (\text{Q: 05})$$

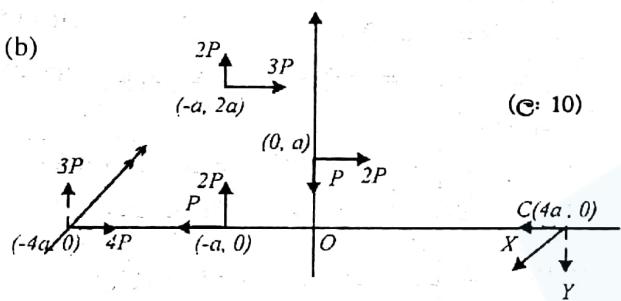
$$= -\frac{1}{18} (|\underline{a}|^2 - 9 |\underline{b}|^2) = 0, (|\underline{a}| = 3|\underline{b}|) \quad (\text{Q: 05})$$

බැවින්

$$\overrightarrow{BF} \perp \overrightarrow{DF} \quad (\text{Q: 05})$$

50

(b)



(Q: 10)

O) වටා දක්ෂීලුවර්තන ව සූරුණ ගැනීමෙන්,

$$\begin{aligned} G &= 2Pa + 3P \cdot 2a + 2Pa + 2Pa \cdot a \\ &= 2Pa + 6Pa + 2Pa + 2Pa \\ &= 12 Pa \text{ Nm.} \end{aligned} \quad (\text{Q: 10})$$

$$\text{විශේදනයෙන්, } \rightarrow X = 3P + 2P - P = 4P \quad (\text{Q: 05})$$

$$\uparrow Y = 2P + 2P - P = 3P \quad (\text{Q: 05})$$

R සම්පූර්ණයේ වියාලත්වය 5P මගින් දෙනු ලැබේ.

$$\begin{aligned} R &= \sqrt{X^2 + Y^2} \\ &= \sqrt{(4P)^2 + (3P)^2} \\ &= \underline{\underline{5PN}} \quad (\text{Q: 05}) \end{aligned}$$

සම්පූර්ණයේ ක්‍රියා රේඛාව
x - අක්ෂය සම්ග θ කේෂයක් සාදයි

$$\text{මෙහි } \tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{3P}{4P} = \frac{3}{4} \quad (\text{Q: 05})$$

සම්පූර්ණයේ ක්‍රියා රේඛාව.

(-b, 0), b > 0 ලක්ෂණයේ දී x - අක්ෂය හමුවේ නම එවිට,

$$O) \quad yb = 3pb$$

$$= 12 pa \Rightarrow b = 4a \quad (\text{Q: 05})$$

සම්පූර්ණයේ ක්‍රියා රේඛාවේ සම්කරණය.

$$y - 0 = \frac{3}{4} (x + 4a)$$

$$4y = 3x + 12a \quad (\text{Q: 10})$$

දත් $C \equiv (c, o)$ $c > 0$ ලක්ෂණයේ $(-4P, -3P)$ බලයක් යොදීමෙන් පමණක් පද්ධතිය යුතුවයකට තුළන වේ. (Q: 05)

$$C \downarrow \quad 3P(c + 4a) = 24Pa \quad (\text{Q: 10})$$

$$c + 4a = 8a$$

$$\Rightarrow c = 4a$$

(Q: 05)

අමතර බලයේ වියාලත්වය $= 5 pN$ සහ එහි දියාව x - අක්ෂයේ

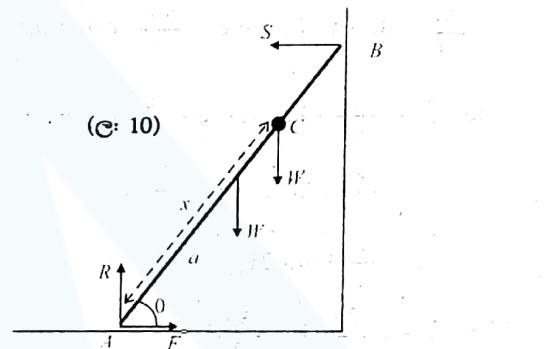
$$(Q: 05) \quad \tan^{-1} \left(\frac{-3p}{-4p} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{3}{4} \right) \quad (\text{Q: 05})$$

සාම් දියාව x - අක්ෂය නිශ්චිත සාදයි.
අමතර බලයේ ක්‍රියා රේඛාව.

$$y = 0 = \frac{3}{4} (x - 4a) \quad (\text{Q: 10})$$

$$4y = 3x - 12a \quad (\text{Q: 05}) \quad 100$$

15. (a)



AB දත්තව A)

$$S \cdot 2a \sin \theta = W a \cos \theta + W x \cos \theta \quad (\text{Q: 15})$$

$$\Rightarrow S \cdot 2a \times \frac{3}{5} = W(a + x) \frac{4}{5}$$

$$S \cdot 6a = 4W(a + x)$$

$$S = \underline{\underline{\frac{2W}{3a}(a+x)}} \quad (\text{Q: 05})$$

$$\tan \theta = \frac{3}{4} \Rightarrow \sin \theta = \frac{3}{5} \text{ හා} \quad (\text{Q: 05})$$

$$\cos \theta = \frac{4}{5} \text{ වේ.}$$

විශේදනයෙන්

$$\rightarrow F = S$$

$$\therefore F = \frac{2W}{3a}(a+x) \quad (\text{Q: 05})$$

$$\uparrow R = 2W \quad (\text{Q: 05})$$

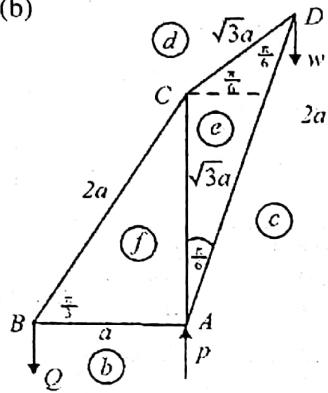
$$F \leq \mu R \text{ හා } \mu = \frac{5}{6} \quad (\text{Q: 05})$$

$$\frac{2W}{3a}(a+x) \leq \frac{5}{6} 2W \quad (\text{Q: 05})$$

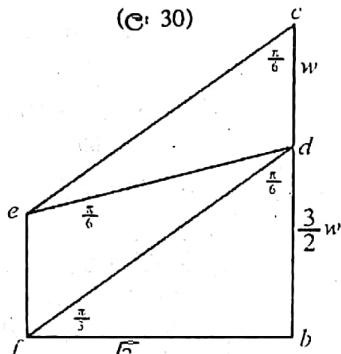
$$\Rightarrow a + x \leq \frac{5a}{2}$$

$$x \leq \frac{3a}{2} \quad (\text{Q: 05}) \quad 60$$

(b)



(C: 30)



$$AD = 2(\sqrt{3}a \cos 30^\circ)$$

$$= 2\sqrt{3}a \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3a$$

$$\text{A) } Qa = WAD \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow Q = \frac{3}{2}W \quad (\text{C: 10})$$

$$\uparrow P = Q + W$$

$$= \frac{3}{2}W + W$$

(C: 50) [90]

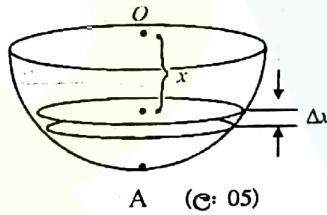
$$= \underline{\underline{\frac{5}{2}W}}$$

16. සම්මතියෙන්, ස්කන්ද කේත්දය G, OA මත පිහිටුව.

$$OG = \bar{x}$$

ρ සංස්කරණ යැයි ද ගනීමු.

$$\text{එවිට, } \Delta m = \pi(a^2 - x^2) \Delta x \rho$$



(C: 05)

$$\bar{x} = \frac{\int_0^a \pi(a^2 - x^2) \rho x dx}{\int_0^a \pi(a^2 - x^2) \rho dx}$$

(C: 15)

$$= \frac{\int_0^a (a^2 x - x^3) dx}{\int_0^a (a^2 - x^2) dx}$$

$$= \frac{\left[\frac{a^2 x^2}{2} - \frac{x^4}{4} \right]_0^a}{\left[a^2 x - \frac{x^3}{3} \right]_0^a} \quad (\text{C: 10})$$

$$= \frac{\frac{a^4}{2} - \frac{a^4}{4}}{a^3 - \frac{a^3}{3}} = \frac{\frac{2a^4 - a^4}{4}}{\frac{3a^3 - a^3}{3}} = \frac{a^4}{4} \times \frac{3}{2a} \quad (\text{C: 05})$$

$$= \underline{\underline{\frac{3}{8}a}}$$

එම නිසා O සිට ස්කන්ද කේත්දයට දුර $\frac{3}{8}a$ වේ. [40]

වස්තුව	ස්කන්දය	O සිට දුර
	$\frac{2}{3} \lambda \pi a^3 \rho$ (C: 05)	$\frac{11}{8}a$
	$\pi a^3 \rho$ (C: 05)	$\frac{1}{2}a$
	$\frac{2}{3} \pi a^3 \rho$ (C: 05)	$\frac{3}{8}a$
	$\left(\frac{2}{3}\lambda + \frac{1}{3} \right) a^3 \rho \pi$ (C: 05)	\bar{x}

සම්මතිය මගින් ස්කන්දය කේත්දය සම්මතික අක්ෂය මත පිහිටුව. (C: 05)

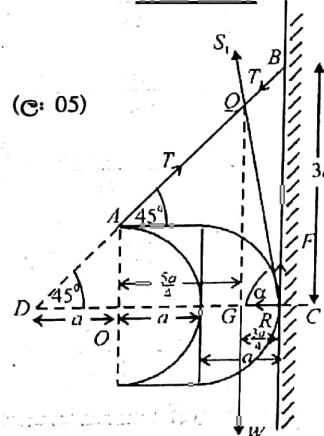
$$\frac{1}{3}(2\lambda+1)\pi a^3 \rho x = \frac{11}{8}a \times \frac{2}{3}\pi a^3 \rho \lambda + \frac{a}{2}\pi a^3 \rho - \frac{3}{8}a \times \frac{2}{3}\pi a^3 \rho$$

(C: 25)

$$\begin{aligned} \frac{1}{3}(2\lambda+1)\bar{x} &= \left(\frac{11}{8}a \times \frac{2\lambda}{3} \right) + \frac{a}{2} - \left(\frac{3}{8}a \times \frac{2}{3} \right) \\ &= \frac{11a\lambda}{12} + \frac{a}{2} - \frac{1}{4}a \\ &= \frac{11a\lambda}{12} + \frac{a}{4} \end{aligned}$$

$$\frac{1}{3}(2\lambda+1)\bar{x} = \frac{1}{12}(11\lambda+3)a$$

$$\bar{x} = \underline{\underline{\frac{(11\lambda+3)a}{4(2\lambda+1)}}} \quad [75]$$



(C: 05)

$$\lambda = 2 \quad \text{විභ. } \bar{x} = \frac{5a}{4} \quad (\text{C: 05})$$

සමනුලිපිනතාවය සඳහා

$$\mu \geq \tan \alpha = \frac{\text{OG}}{\text{GC}} = \frac{\frac{9a}{4}}{\frac{3a}{4}} = 3 \quad (\text{C: 05})$$

$$\therefore \mu \geq 3 \quad (\text{C: 05})$$

35

$$\text{එම්ච්, } \mu = 10 \mu_y + 20 \quad (\text{C: 05})$$

$$= 10 \times \frac{7}{5} + 20 = 14 + 20 = 34 \quad (\text{C: 05})$$

$$\sigma = 10\sigma_y \approx 10 \times 2.24 \approx 22.4 \quad (\text{C: 05})$$

මානය M සෙවීම සඳහා :-

20

17. (a) X = රැකියාව සඳහා පිටිම් අයකු නේරීම

A = උකිනෝගතා පරික්ෂණය සඳහා A සාම්පරියක් ලබා ගැනීම.

$$(i) P(X) = \left(\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} \right) + \left(\frac{2}{5} \times \frac{1}{10} \times \frac{3}{10} \right) = \frac{93}{250} \quad (\text{C: 10})$$

(C: 10) (C: 10)

$$(ii) P\left(\frac{A}{X}\right) = \frac{P(A \cap X)}{P(X)} \quad (\text{C: 10})$$

$$= \frac{\frac{3}{5} \times \frac{3}{5}}{\frac{93}{250}} = \frac{9}{25} \times \frac{250}{93} \quad (\text{C: 10})$$

$$= \frac{30}{31} \quad (\text{C: 10})$$

60

(b)

(C: 05)

(C: 05)

(C: 05)

අගය පරාසය	f	මධ්‍ය අගය y	y^2	fy	$f y^2$
-2 - 0	30	-1	1	-30	30
0 - 2	40	1	1	40	40
2 - 4	15	3	9	45	135
4 - 6	10	5	25	50	250
6 - 8	5	7	49	35	245
	$\sum f = 100$			$\sum f y = 140$	$\sum f y^2 = 700$

(C: 05) (C: 05)

$$\text{මධ්‍යනතාවය : } \mu_y = \frac{\sum f y}{\sum f} = \frac{140}{100} = \frac{7}{5} = 1.4 \quad (\text{C: 05})$$

(C: 05)

$$\text{සම්මත අපගමනය} = \sigma_y^2 = \frac{\sum f y^2}{\sum f} - \mu_y^2 \quad (\text{C: 05})$$

$$\sigma_y^2 = \frac{700}{100} - \frac{49}{25}$$

$$\sigma_y^2 = \frac{700 - 196}{100} = \frac{504}{100}$$

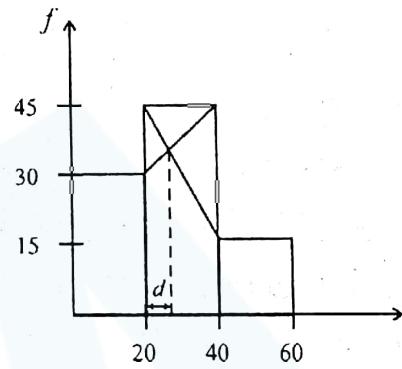
$$\sigma_y = \frac{\sqrt{504}}{10} \approx 2.24 \quad (\text{C: 05})$$

45

$$y = \frac{x - 20}{10} \Rightarrow x = 10y + 20$$

y හි පරාසය	x හි පරාසය	සංඛ්‍යාතය
-2 - 0	0 - 20	30
0 - 2	20 - 40	40
2 - 4	40 - 60	15

(C: 05)



$$\frac{d}{40 - 30} = \frac{20 - d}{40 - 15} \Rightarrow d = \frac{40}{7} \quad (\text{C: 05})$$

$$M = 20 + \frac{40}{7} \approx 25.71 \quad (\text{C: 05})$$

$$K = \frac{\mu - M}{\sigma} = \frac{34 - 25.71}{22.4} \approx \underline{\underline{0.37}} \quad (\text{C: 05})$$

25

*** ***