Решить симплексным методом с использованием дополнительных переменных следующие симметричные и двойственные к ним задачи линейного программирования:

$a)\ max \to x_1 + x_2$

$x_1 - x_2 \le 1$

$5x_1 + x_2 \le 1$

$x_j \ge 0,\ j = 1, 2.$

Преобразуем задачу к каноническому виду. Добавим в левые части неравенств системы *дополнительные* переменные $x_{2+1},\ x_{2+2}$.Получим каноническую задачу ЛП.

$$max < c, x >$$

$$< a_i, x > + x_{n+i} = b_i,\ i = 1, 2$$

$$x_j \ge 0,\ j = 1,..., 2 + 2$$

Построим симплексную матрицу:

Пошаговая реализация симплекс-метода

		0	1	1	0	0
$A_Б$	$C_Б$	$X_Б$	1	2	3	4
3	0	1	1	-1	1	0
4	0	1	5	1	0	1
		0	-1	-1	0	0

Задание 1. Задача 1.

x_1+x_2 max

$x_1-x_2+x_3 =1;$

$5x_1+x_2 +x_4 =1;$

$x_j\ge 0,\ j=1,2,3,4.$

Есть отрицательные оценки. Продолжаем процесс.

Принимаем $k = 1$.

Строим $B_1^+ = \{i\colon\ i \in B, g_{i,1} > 0\} = \{3, 4\}$

Поскольку построенное множество не пусто, выбираем $l \in B$:

$$\frac{x_l}{g_{l,1}} = min(\frac{x_i}{g_{i,1}}),\ i \in B_1^+$$

$$\frac{x_3}{g_{3,1}} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{x_4}{g_{4,1}} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow l = 4$$

Переходим к новому базису $B' = B\backslash\{l\} + \{k\} = \{1, 3\}$.

Пересчитаем симплексную таблицу:

Пошаговая реализация симплекс-метода

		0	1	1	0	0
$A_Б$	$C_Б$	$X_Б$	1	2	3	4
3	0	0.8	0	-1.2	1	-0.2
1	1	0.2	1	0.2	0	0.2
		0.2	0	-0.8	0	0.2

Задание 1. Задача 1.

x_1+x_2 max

$x_1-x_2+x_3 =1;$

$5x_1+x_2 +x_4 =1;$

$x_j\ge 0,\ j=1,2,3,4.$

Есть отрицательные оценки. Базис не оптимален.

$k = 2.$

Строим $B_2^+ = \{i:\ i \in B, g_{i,2} > 0\} = \{1\}$

Поскольку построенное множество не пусто, выбираем $l \in B$:

$\Rightarrow l = 1$

Переходим к новому базису $B' = B \backslash \{l\} + \{k\} = \{2, 3\}$.

Пересчитаем симплексную таблицу:

Пошаговая реализация симплекс-метода

		0	1	1	0	0
A_B	c_B	x_B	1	2	3	4
3	0	2	6	0	1	1
2	1	1	5	1	0	1
		1	4	0	0	1

Задание 1. Задача 1.

$x_1+x_2 \quad \max$

$x_1-x_2+x_3 \quad =1;$

$5x_1+x_2 \quad +x_4 \quad =1;$

$x_j \geq 0, \ j=1,2,3,4.$

Нет отрицательных оценок. Базис оптимален.

Решением двойственной задачи будут оценки $y^* = (\Delta_{n+1}, \Delta_{n+2}) = (0, 1)$

Ответ: $x^* = (0, 1), f^* = 1,\ y^* = (0, 1).$

$b)\ max \rightarrow x_1 - 2x_2$

$x_1 + x_2 \leq 12$

$x_1 - x_2 \leq 8$

$x_j \geq 0,\ j = 1, 2.$

			1	-2	0	0	
A_B	c_B	x_B	1	2	3	4	$x_i/g_{i,k}$
3	0	12	1	1	1	0	12/1
4	0	8	1	-1	0	1	8/1
		0	-1	2	0	0	

Есть отрицательные оценки. Базис неоптимальный.

$k = 1$

Строим $B_1^+ = \{i:\ i \in B, g_{i,1} > 0\} = \{3, 4\}$

Поскольку построенное множество не пусто, выбираем $l \in B$:

$$\frac{x_l}{g_{l,1}} = min(\frac{x_i}{g_{i,1}}),\ i \in B_1^+$$

$$\frac{x_3}{g_{3,1}} = \frac{12}{1}$$

$$\frac{x_4}{g_{4,1}} = \frac{8}{1}$$

$\Rightarrow l = 4$

Переходим к новому базису $B' = B\backslash\{l\} + \{k\} = \{1, 3\}$.

Пересчитаем симплексную таблицу:

			1	-2	0	0	
A_B	c_B	x_B	1	2	3	4	
3	0	4	0	2	1	-1	
1	1	8	1	-1	0	1	
		8	0	1	0	1	

Итак, нет отрицательных оценок. Базис оптимален.

Ответ: $x^* = (8, 0),\ f^* = 8,\ y^* = (0, 1)$.