

Решите Симплексным методом следующие задачи линейного программирования:

- a) $\max \rightarrow x_1 + x_2$
 $x_1 - x_2 + x_3 = 1;$
 $5x_1 + x_2 + x_4 = 1;$
 $x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$

Пошаговая реализация симплекс-метода на примере 3 задач

решение заданных задач

Задача 1.	Задача 2.	Задача 3.
$x_1 + x_2 \rightarrow \max$	$x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$	$-x_1 + 4x_2 - x_3 \rightarrow \max$
$x_1 - x_2 + x_3 = 1;$	$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3;$	$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3;$
$5x_1 + x_2 + x_4 = 1;$	$2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1;$	$2x_1 + x_2 - x_3 = 0;$
$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4.$	$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3.$	$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3.$

СТАРТ

Пошаговая реализация симплекс-метода на примере 3 задач

введите количество

переменных	4
ограничений	2

Задание 1. Задача 1.

$x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 - x_2 + x_3 = 1;$
 $5x_1 + x_2 + x_4 = 1;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4.$

Дальше

Пошаговая реализация симплекс-метода

	A_B	C_B	X_B	1	2	3	4
→	3	0	1	1	-1	1	0
→	4	0	1	5	1	0	1
		0	-1	-1	0	0	0

Задание 1. Задача 1.

$x_1 + x_2 \rightarrow \max$
 $x_1 - x_2 + x_3 = 1;$
 $5x_1 + x_2 + x_4 = 1;$
 $x_j \geq 0, j = 1, 2, 3, 4.$

Есть отрицательные оценки.

Выбираем $k \notin B: k = \operatorname{argmin}\{\Delta_j, j \in I \setminus B\}.$

Принимаем $k = 1.$

Строим $B_k^+ = \{i: i \in B, g_{i,k} > 0\} = \{3, 4\}.$

Поскольку построенное множество непусто, выбираем $l \in B:$

$$\frac{x_l}{g_{l,k}} = \min\left(\frac{x_i}{g_{i,k}}\right), i \in B_k^+$$

$$\frac{x_3}{g_{3,1}} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{x_4}{g_{4,1}} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow l = 4$$

Переходим к новому базису $B' = B \setminus \{l\} + \{k\} = \{1, 3\}$.

Пересчитаем симплексную таблицу:

пошаговая реализация симплекс-метода

		0	1	1	0	0
A_B	C_B	x_B	1	2	3	4
+	3	0	0.8	0	-1.2	1
+	1	1	0.2	1	0.2	0
		0.2	0	-0.8	0	0.2

Задание 1. Задача 1.

$x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$x_1 - x_2 + x_3 = 1;$

$5x_1 + x_2 + x_4 = 1;$

$x_j \geq 0, j=1, 2, 3, 4.$

Полагаем $B := B', G(B) := G(B')$.

Есть отрицательные оценки.

$$k = 2$$

Строим $B_k^+ = \{i: i \in B, g_{i,2} > 0\} = \{1\}, g_{1,2} = 0.2 > 0$.

Выбираем $l \in B$:

$$\frac{x_l}{g_{l,k}} = \min(\frac{x_i}{g_{i,k}}), i \in B_k^+$$

$$\frac{x_1}{g_{1,2}} = \frac{0.2}{0.2} = 1$$

$$\Rightarrow l = 1$$

$$B' = \{1, 3\} \setminus \{1\} + \{2\} = \{2, 3\}.$$

Переход к $G(B')$:

Пошаговая реализация симплекс-метода

		0	1	1	0	0
A_B	C_B	x_B	1	2	3	4
+	3	0	2	6	0	1
+	2	1	1	5	1	0
		1	4	0	0	1

Задание 1. Задача 1.

$x_1 + x_2 \rightarrow \max$

$x_1 - x_2 + x_3 = 1;$

$5x_1 + x_2 + x_4 = 1;$

$x_j \geq 0, j=1, 2, 3, 4.$

Все оценки неотрицательны. Базис оптимальный.

Итак, есть решение $x^* = (0, 1, 2, 0), f^* = 1$.

b) $\max \rightarrow x_1 - x_2 + 4x_3$

$$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3;$$

$$2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1;$$

$$x_j \geq 0, j=1, 2, 3.$$

В качестве исходного допустимого базиса возьмите $B = \{1, 2\}$.

Пошаговая реализация симплекс-метода на примере 3 задач

решение заданных задач

<input type="radio"/> Задача 1.	<input checked="" type="radio"/> Задача 2.	<input type="radio"/> Задача 3.
$x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $x_1 - x_2 + x_3 = 1;$ $5x_1 + x_2 + x_4 = 1;$ $x_j \geq 0, j=1, 2, 3, 4.$	$x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$ $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3;$ $2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1;$ $x_j \geq 0, j=1, 2, 3.$	$-x_1 + 4x_2 - x_3 \rightarrow \max$ $x_1 + 2x_2 + x_3 = 3;$ $2x_1 + x_2 - x_3 = 0;$ $x_j \geq 0, j=1, 2, 3.$

СТАРТ

Пошаговая реализация симплекс-метода на примере 3 задач

введите количество

переменных	<input type="text" value="3"/>
ограничений	<input type="text" value="2"/>

Задание 1. Задача 2.

$x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$
 $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3;$
 $2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1;$
 $x_j \geq 0, j=1, 2, 3.$

Дальше

Пошаговая реализация симплекс-метода

		0	1	-1	4	
	A_B	C_B	x_B	1	2	3
→	1	1	1	1	0	1
→	2	-1	1	0	1	-2
			0	0	0	-1
↑	↑	↑	↑	↑	↑	

Задание 1. Задача 2.
 $x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$
 $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3;$
 $2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1;$
 $x_j \geq 0, j=1, 2, 3.$

Есть отрицательные оценки. Базис не оптимален.

Определяем столбец с минимальным дельта:

$$k = 3.$$

Строим $B_3^+ = \{i: i \in B, g_{i,3} > 0\} = \{1\}$.

Тогда $B' = B \setminus \{1\} + \{k\} = \{2, 3\}$ и $G(B')$:

Пошаговая реализация симплекс-метода

		0	1	-1	4	
	A_B	C_B	x_B	1	2	3
→	3	4	1	1	0	1
→	2	-1	3	2	1	0
			1	1	0	0
			↑	↑	↑	↑

Задание 1. Задача 2.

$x_1 - x_2 + 4x_3 \rightarrow \max$
 $x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3;$
 $2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1;$
 $x_j \geq 0, j=1, 2, 3.$

Нет среди оценок отрицательных. Базис оптимален.

Ответ: $x^* = (0, 3, 1), f^* = 1$

c) $\max \rightarrow -x_1 + 4x_2 - x_3$

$$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3;$$

$$2x_1 + x_2 - x_3 = 0;$$

$$x_j \geq 0, j=1, 2, 3.$$

В качестве исходного допустимого базиса возьмите $B = \{1, 3\}$.

Пошаговая реализация симплекс-метода

		0	-1	4	-1
A_B	C_B	X_B	1	2	3
→ 1		1	1	1	0
→ 3		2	0	1	1
		-3	0	-6	0

Задание 1. Задача 3.
 $-x_1 + 4x_2 - x_3 \rightarrow \max$
 $x_1 + 2x_2 + x_3 = 3;$
 $2x_1 + x_2 - x_3 = 0;$
 $x_j \geq 0, \quad j=1, 2, 3.$

Есть отрицательные оценки - базис не оптимален.

$$k = 2$$

Строим $B_2^+ = \{i: i \in B, g_{i,2} > 0\} = \{1, 3\}.$

Выбираем $l \in B$:

$$\frac{x_l}{g_{l,k}} = \min\left(\frac{x_i}{g_{i,k}}\right), \quad i \in B_k^+$$

$$\frac{x_1}{g_{1,2}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{x_3}{g_{3,2}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\Rightarrow l = 1$$

$$B' = B \setminus \{1\} + \{2\} = \{2, 3\} \text{ и } G(B'):$$

Пошаговая реализация симплекс-метода

		0	-1	4	-1
A_B	C_B	X_B	1	2	3
→ 2		4	1	1	0
→ 3		1	-1	0	1
		3	6	0	0

Задание 1. Задача 3.
 $-x_1 + 4x_2 - x_3 \rightarrow \max$
 $x_1 + 2x_2 + x_3 = 3;$
 $2x_1 + x_2 - x_3 = 0;$
 $x_j \geq 0, \quad j=1, 2, 3.$

Все оценки неотрицательны. Базис оптимален.

Ответ: $x^* = (0, 1, 1), f^* = 3.$