

Решите Симплексным методом с использованием двухфазного Метода искусственного базиса следующие задачи линейного программирования:

a)  $\max \rightarrow x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4$   
 $x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 = 7;$   
 $x_2 + x_3 + x_4 = 5;$   
 $x_3 - x_4 = 3;$   
 $x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$

Первая фаза:

Вводя искусственные переменные, строим и решаем вспомогательную задачу:

				1	2	3	4	5	6	7
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	-1
5+	-1	7		1	1	1	2	1	0	0
6+	-1	5		0	1	1	1	0	1	0
7+	-1	3		0	0	1	-1	0	0	1
				-1	-2	-3	-2	0	0	0

  

				1	2	3	4	5	6	7
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	-1
3	0	7		1	1	1	2	1	0	0
6	-1	5		-1	0	0	-1	-1	1	0
7	-1	3		-1	-1	0	-3	-1	0	1
				2	1	0	4	3	0	0

$$\bar{x} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4, \bar{x}_5, \bar{x}_6, \bar{x}_7) = (0, 0, 7, 0, 0, 5, 3)$$

Вторая фаза:

Среди искусственных координат  $\bar{x}$  имеются ненулевые. Значит, допустимая область исходной задачи пуста.

b)  $\max \rightarrow 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4$   
 $x_1 + x_2 + 5x_3 - x_4 = 4;$   
 $x_1 - x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 1;$   
 $x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$

Первая фаза:

Вводя искусственные переменные, строим и решаем вспомогательную задачу:

				1	2	3	4	5	6	
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	$x_{ig_i,k}$
5+	-1	4		1	1	5	-1	1	0	4
6+	-1	1		1	-1	-5	2	0	1	1
				-2	0	0	-1	0	0	

  

				1	2	3	4	5	6	
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	$x_{ig_i,k}$
5+	-1	3		0	2	10	-3	1	-1	0.3
1	0	1		1	-1	-5	2	0	1	
				0	-2	-10	3	0	2	

  

				1	2	3	4	5	6	
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	$x_{ig_i,k}$
3	0	0.3		0	0.2	1	-0.3	0.1	-0.1	0.3
1	0	2.5		1	0	0	3.5	0.5	0.5	
				0	0	0	0	-1	-1	

$$\bar{x} = (2.5, 0, 0.3, 0, 0, 0, 0)$$

Все искусственные координаты вектора небазисные.

Вектор  $x = (2.5, 0, 0.3, 0)$  оптимальный план задачи исходной. Вторая фаза заключается в том, чтобы решить исходную задачу симплексным методом.

				1	2	3	4	
B	C_B	X_B		2	1	3	1	
3		3	4	1	1	5	-1	
1		2	1	1	-1	-5	2	
				3	0	2	0	
				1	2	3	4	
B	C_B	X_B		2	1	3	1	
3+		3	0.3	0	0.2	1	-0.3	1.5
1		2	2.5	1	0	0	3.5	
			5.9	0	-0.4	0	5.1	
				1	2	3	4	
B	C_B	X_B		2	1	3	1	
2		1	1.5	0	1	5	-1.5	1.5
1		2	2.5	1	0	0	3.5	
			6.5	0	2	12	1.5	

Ответ:  $x^* = (2.5, 1.5, 0, 0), f^* = 6.5$ .

c)  $\max \rightarrow x_1 + 10x_2 - x_3 + 5x_4$

$$x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 = 1;$$

$$-x_1 + 2x_2 + 3x_3 + x_4 = 2;$$

$$x_1 + 5x_2 + x_3 - x_4 = 5;$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 4.$$

Первая фаза:

Вводя искусственные переменные, строим решам вспомогательную задачу:

				1	2	3	4	5	6	7	
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	-1	
5+		-1	1	1	2	-1	-1	1	0	0	1/2
6+		-1	2	-1	2	3	1	0	1	0	2/2
7+		-1	5	1	5	1	-1	0	0	1	5/5
			-8	-1	-9	-3	1	0	0	0	
				1	2	3	4	5	6	7	
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	-1	
2		0	0.5	0.5	1	-0.5	-0.5	0.5	0	0	
6+		-1	1	-2	0	4	2	-1	1	0	1/4
7+		-1	2.5	-1.5	0	3.5	1.5	-2.5	0	1	2.5/3.5
			-3.5	3.5	0	-7.5	-3.5	4.5	0	0	
				1	2	3	4	5	6	7	
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	-1	
2		0	0.625	0.25	1	0	-0.25	0.375	0.125	0	
3		0	0.25	-0.5	0	1	0.5	-0.25	0.25	0	
7		-1	1.625	0.25	0	0	-0.25	-1.625	-0.875	1	
			-1.625	-0.25	0	0	0.25	2.625	1.875	0	
				1	2	3	4	5	6	7	
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	-1	
2+		0	0.625	0.25	1	0	-0.25	0.375	0.125	0	2.5
3		0	0.25	-0.5	0	1	0.5	-0.25	0.25	0	
7+		-1	1.625	0.25	0	0	-0.25	-1.625	-0.875	1	6.5
			-1.625	-0.25	0	0	0.25	2.625	1.875	0	
				1	2	3	4	5	6	7	
B	C_B	X_B		0	0	0	0	-1	-1	-1	
1		0	2.5	1	4	0	-1	1.5	0.5	0	
3		0	1.5	0	2	1	0	0.5	0.5	0	
7+		-1	1	0	-1	0	0	-2	-1	1	
			-1	0	1	0	0	3	2	0	

$$\bar{x} = (2.5, 0, 1.5, 0, 0, 0, 1)$$

Вторая фаза:

Среди искусственных координат  $\bar{x}$  имеются ненулевые. Значит, допустимая область исходной задачи пуста.