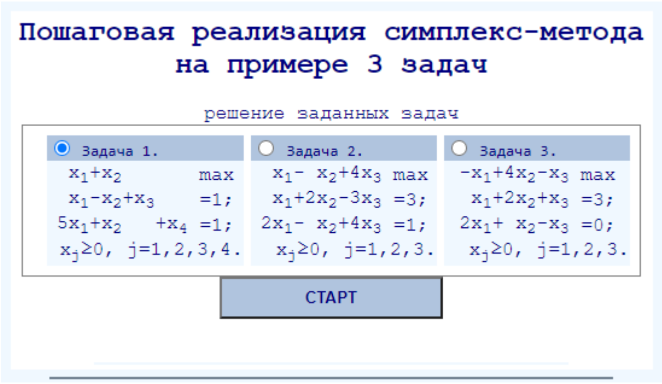
Решите Симплексным методом следующие задачи линейного программирования:

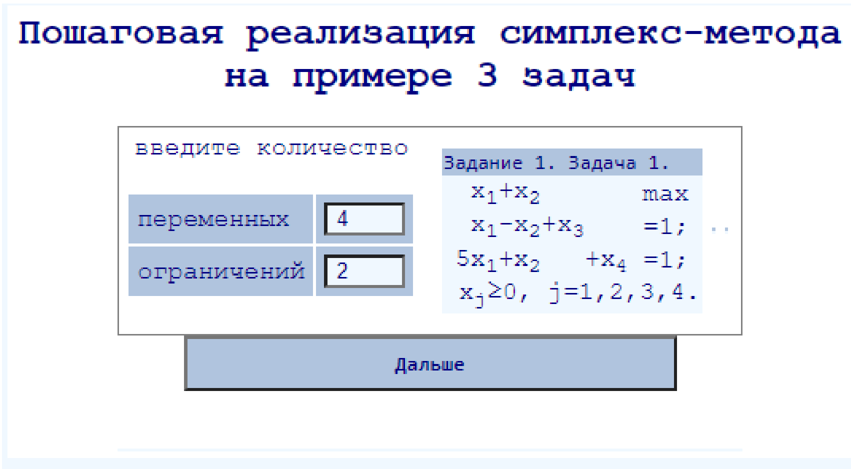
а) $max \to x_1 + x_2$

$x_1 - x_2 + x_3 = 1;$

$5x_1 + x_2 + x_4 = 1;$

$x_j \geq 0, \ j = 1, \dots, 4.$





Есть отрицательные оценки.

Выбираем $k \notin B: k = argmin\{\Delta_j, j \in I \backslash B\}$.

Принимаем $k = 1$.

Строим $B_k^+ = \{i: \ i \in B, g_{i,k} > 0\} = \{3, 4\}$.

Поскольку построенное множество непусто, выбираем $l \in B$:

$$\frac{x_l}{g_{l,k}} = min(\frac{x_i}{g_{i,k}}), \ i \in B_k^+$$

$$\frac{x_3}{g_{3,1}} = \frac{1}{1}$$

$$\frac{x_4}{g_{4,1}} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow l = 4$$

Переходим к новому базису $B' = B\backslash\{l\} + \{k\} = \{1, 3\}$.

Пересчитаем симплексную таблицу:

**Пошаговая реализация симплекс-метода**

| | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_B$ | $C_B$ | $X_B$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | 0 | 0.8 | 0 | -1.2 | 1 | -0.2 |
| 1 | 1 | 0.2 | 1 | 0.2 | 0 | 0.2 |
| | | 0.2 | 0 | -0.8 | 0 | 0.2 |

Задание 1. Задача 1.

$x_1+x_2$ max

$x_1-x_2+x_3 \quad =1;$

$5x_1+x_2 \quad +x_4 =1;$

$x_j \geq 0, \ j=1,2,3,4.$

Полагаем $B := B'$, $G(B) := G(B')$.

Есть отрицательные оценки.

$$k = 2$$

Строим $B_k^+ = \{i: i \in B,\ g_{i,2} > 0\} = \{1\}, g_{1,2} = 0.2 > 0.$

Выбираем $l \in B$:

$$\frac{x_l}{g_{l,k}} = min(\frac{x_i}{g_{i,k}}),\ i \in B_k^+$$

$$\frac{x_1}{g_{1,2}} = \frac{0.2}{0.2} = 1$$

$$\Rightarrow l = 1$$

$$B' = \{1, 3\}\backslash\{1\} + \{2\} = \{2, 3\}.$$

Переход к $G(B')$:

**Пошаговая реализация симплекс-метода**

| | | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $A_B$ | $C_B$ | $X_B$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 3 | 0 | 2 | 6 | 0 | 1 | 1 |
| 2 | 1 | 1 | 5 | 1 | 0 | 1 |
| | | 1 | 4 | 0 | 0 | 1 |

Задание 1. Задача 1.

$x_1+x_2$ max

$x_1-x_2+x_3 \quad =1;$

$5x_1+x_2 \quad +x_4 =1;$

$x_j \geq 0, \ j=1,2,3,4.$

Все оценки неотрицательны. Базис оптимальный.

Итак, есть решение $x^* = (0, 1, 2, 0),\ f^* = 1.$

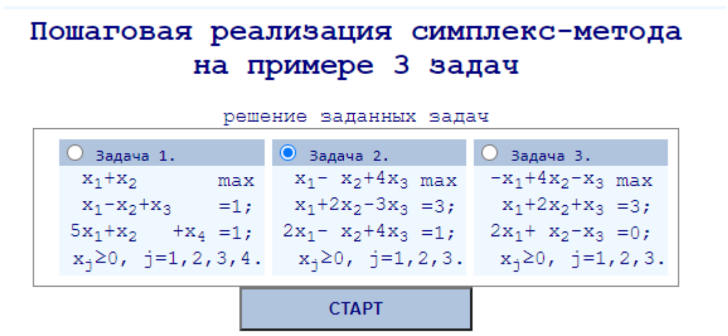
*b)* $max \to x_1 - x_2 + 4x_3$

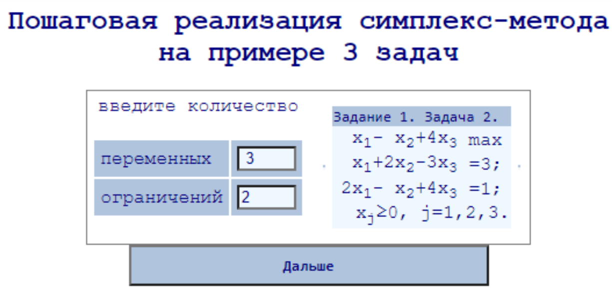
$x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 3;$

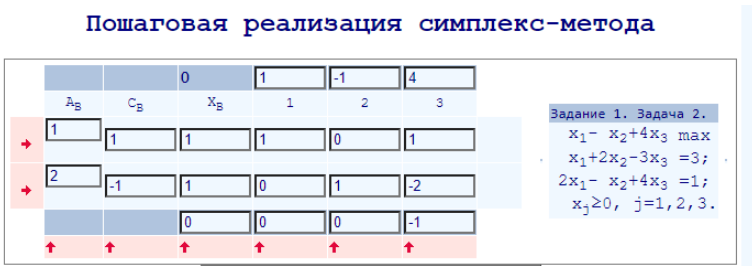
$2x_1 - x_2 + 4x_3 = 1;$

$x_j \geq 0, \ \ j = 1, 2, 3.$

В качестве исходного допустимого базиса возьмите $B = \{1, 2\}$.




Есть отрицательные оценки. Базис не оптимален.

Определяем столбец с минимальным дельта:

$k = 3.$

Строим $B_3^+ = \{i: i \in B, g_{i,3} > 0\} = \{1\}.$

Тогда $B' = B\backslash\{1\} + \{k\} = \{2, 3\}$ и $G(B')$:


Нет среди оценок отрицательных. Базис оптимален.

Ответ: $x^* = (0, 3, 1),\ f^* = 1$

c) $max \to -x_1 + 4x_2 - x_3$

$x_1 + 2x_2 + x_3 = 3;$

$2x_1 + x_2 - x_3 = 0;$

$x_j \geq 0, j = 1, 2, 3.$

В качестве исходного допустимого базиса возьмите $B = \{1, 3\}$.

**Пошаговая реализация симплекс-метода**

| | | 0 | -1 | 4 | -1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_Б$ | $C_Б$ | $X_Б$ | 1 | 2 | 3 |
| 1 | -1 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | -1 | 2 | 0 | 1 | 1 |
| | | -3 | 0 | -6 | 0 |

Задание 1. Задача 3.
$-x_1+4x_2-x_3$ max
$x_1+2x_2+x_3=3;$
$2x_1+x_2-x_3=0;$
$x_j\geq 0,\ j=1,2,3.$

Есть отрицательные оценки - базис не оптимален.

$$k = 2$$

Строим $B_2^+ = \{i\colon i \in B, g_{i,2} > 0\} = \{1, 3\}$.

Выбираем $l \in B$:

$$\frac{x_l}{g_{l,k}} = min(\frac{x_i}{g_{i,k}}),\ i \in B_k^+$$

$$\frac{x_1}{g_{1,2}} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\frac{x_3}{g_{3,2}} = \frac{2}{1} = 2$$

$$\Rightarrow l = 1$$

$B' = B\backslash\{1\} + \{2\} = \{2, 3\}$ и $G(B')$:

**Пошаговая реализация симплекс-метода**

| | | 0 | -1 | 4 | -1 |
|---|---|---|---|---|---|
| $A_Б$ | $C_Б$ | $X_Б$ | 1 | 2 | 3 |
| 2 | 4 | 1 | 1 | 1 | 0 |
| 3 | -1 | 1 | -1 | 0 | 1 |
| | | 3 | 6 | 0 | 0 |

Задание 1. Задача 3.
$-x_1+4x_2-x_3$ max
$x_1+2x_2+x_3=3;$
$2x_1+x_2-x_3=0;$
$x_j\geq 0,\ j=1,2,3.$

Все оценки неотрицательны. Базис оптимален.

Ответ: $x^* = (0, 1, 1),\ f^* = 3.$