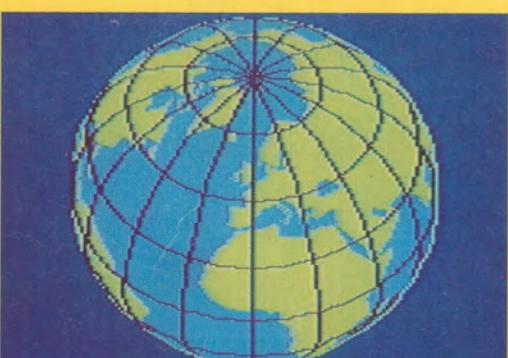
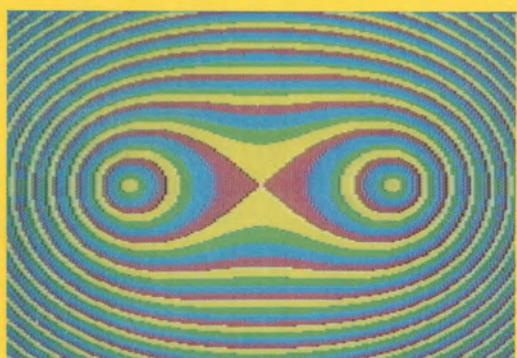
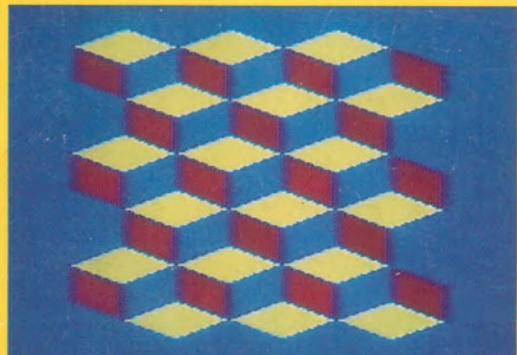


Norbert Treitz

# SPIELE MIT COMPUTER GRAFIK

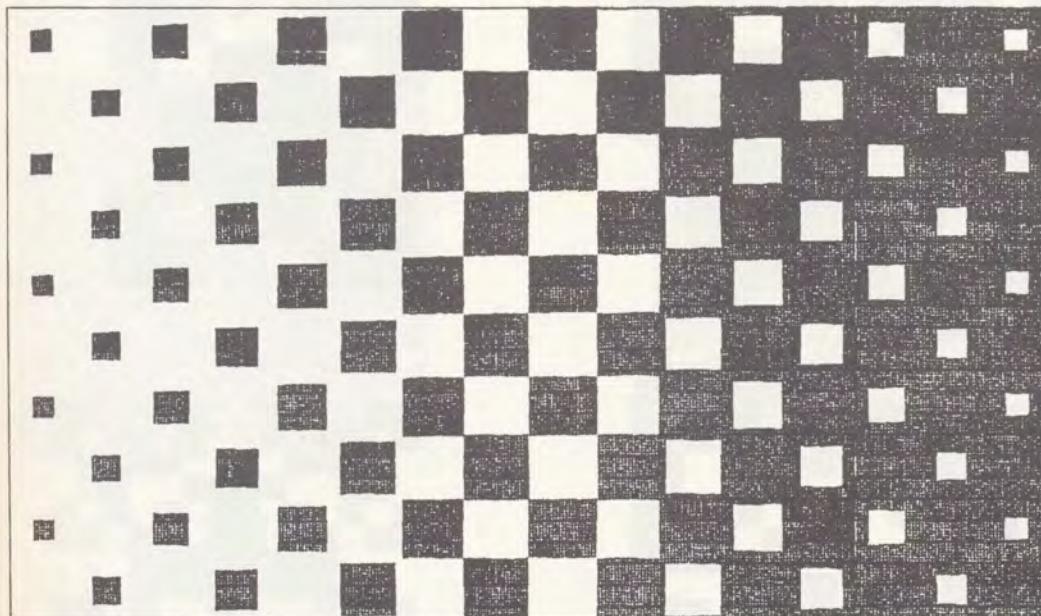
für Phantasie und Logik



111 vollständige Programme  
mit LISTen, Abbildungen und  
anregenden Kommentaren

Hagemann

Um ein Schachbrett zu zeichnen, braucht man nur die Felder mit ungerader Summe aus Zeilen- und Spaltennummer wegzulassen; das ver-AND-en mit 1 in Zeile 130 und in 230 macht genau dieses. Der Übergang von großen zu kleinen Quadraten erzeugt wie beim Tiefdruckraster verschiedene Helligkeiten im Großen.

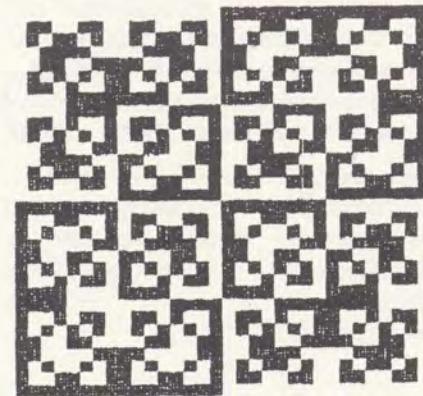
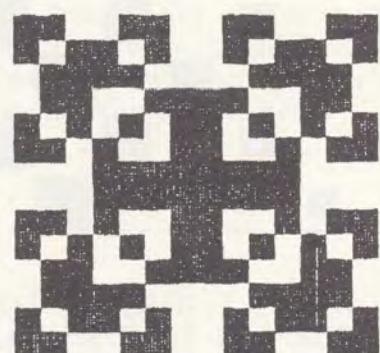
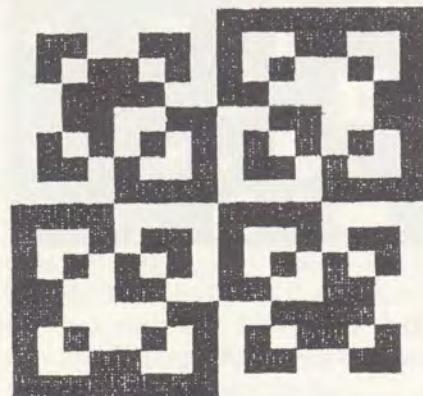
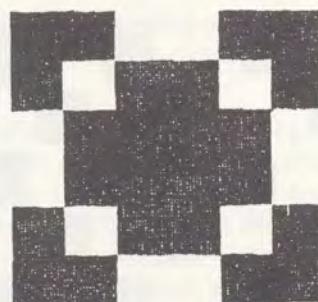
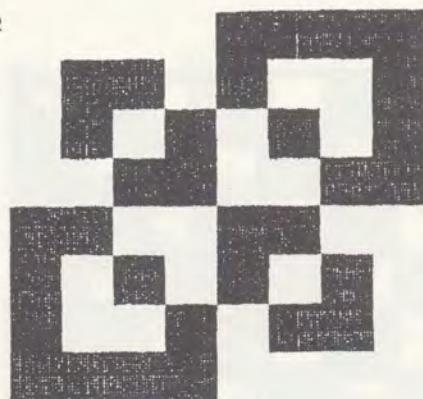


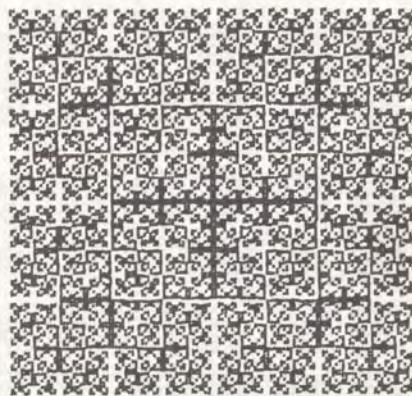
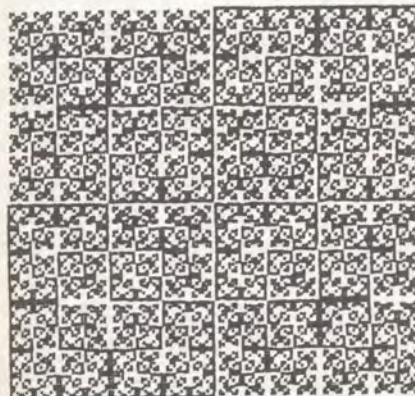
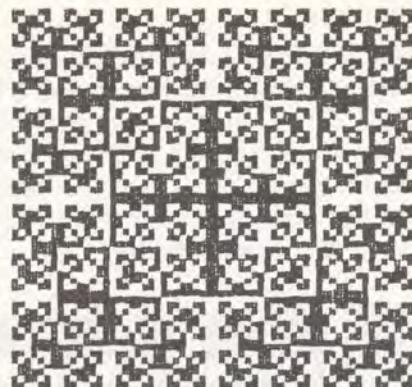
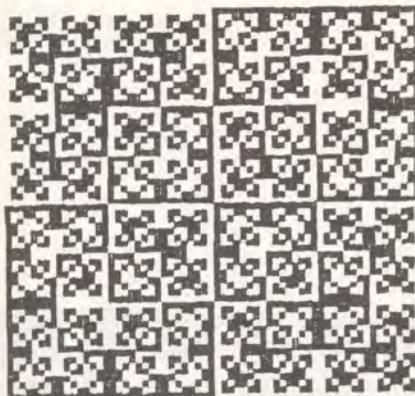
```
1100 HIRES 1,0:BLOCK 160,0,319,199,1
110 FOR I=0 TO 7:X=10+20*I
120 FOR J=0 TO 9:Y=10+J*20
130 IF ((I+J)AND 1) THEN 150
140 BLOCK X-3-I,Y-3-I,X+3+I,Y+3+I,1
150 NEXT:NEXT
210 FOR I=0 TO 7:X=170+20*I
220 FOR J=0 TO 9:Y=10+J*20
230 IF (((I+J)AND 1)=0 THEN 250
240 BLOCK X-10+I,Y-10+I,X+10-I,Y+10-I,0
250 NEXT:NEXT
300 GOTO 300
```

## Quadrat

Dieses Programm beginnt mit wenigen großen Quadraten und setzt auf ihre Ecken in jedem Durchgang wieder neue Quadrate, aber kleinere. Jeder erfaßte Punkt wird dabei jedesmal invertiert. Damit es glatt aufgeht, wird mit 128 Punkten Seitenlänge begonnen.

2





```
2 100 HIRES15,0:A=160
110 BLOCK 64,0,127,63,1
111 BLOCK 0,64,63,127,1
120 BLOCK 32,32,95,95,2
121 BLOCK A+32,32,A+95,95,2
130 FOR I=0 TO 1:FOR J=0 TO 1
140 BLOCK 16+64*I,16+64*j,47+64*I,47+64*j,2
141 BLOCK A+16+64*I,16+64*j,A+47+64*I,47+64*j,2
150 NEXT:NEXT:COPY
160 FOR I=0 TO 3:FOR J=0 TO 3
170 BLOCK 8+32*I,8+32*j,23+32*I,23+32*j,2
171 BLOCK A+8+32*I,8+32*j,A+23+32*I,23+32*j,2
180 NEXT:NEXT:COPY
200 FOR I=0 TO 7:FOR J=0 TO 7
210 BLOCK 4+16*I,4+16*j,11+16*I,11+16*j,2
211 BLOCK A+4+16*I,4+16*j,A+11+16*I,11+16*j,2
220 NEXT:NEXT:COPY
230 FOR I=0 TO 15:FOR J=0 TO 15
240 BLOCK 2+8*I,2+8*j,5+8*I,5+8*j,2
241 BLOCK A+2+8*I,2+8*j,A+5+8*I,5+8*j,2
250 NEXT:NEXT:COPY
260 FOR I=0 TO 31:FOR J=0 TO 31
270 BLOCK 1+4*I,1+4*j,2+4*I,2+4*j,2
271 BLOCK A+1+4*I,1+4*j,A+2+4*I,2+4*j,2
280 NEXT:NEXT:COPY
500 GOTO500
```

# Rechtecke

## BLOCK und REC

Die Programme in diesem Buch sind weitgehend nach den maßgebenden Grafikanweisungen geordnet. Obwohl der Punkt und die Gerade einfacher sind als Rechtecke oder Ellipsen – oder vielleicht gerade darum – sind die Programme mit den zusammengesetzten Figuren meist einfacher. Das liegt daran, daß man in einem einigermaßen interessanten Grafikbild mit Punkten oder Linien schon raffiniertere Dinge anstellen muß als mit Rechtecken oder Ellipsen.

Das Punkte-Raster des C 64 besteht aus 200 Zeilen, die aus je 320 „einfarbigen“ oder 160 „Multicolor“-Punkten zusammengesetzt sind. Jeweils Blocks aus 8 x 8 Punkten bilden ein Buchstabenfeld (wie im Textmodus). Jedem Buchstabenfeld kann mit POKE eine Kombination aus einer von 16 Vorder- und einer von 16 Hintergrundfarben zugeordnet werden (vgl. Sternenbanner).

Die Koordinaten der Rasterpunkte zählen von links oben nach rechts unten, angefangen mit 0. Außer den Koordinaten benötigt eine Grafikanweisung in SIMON's BASIC noch den Zeichentyp:

volle Auflösung	MULTIcolor
0 Hintergrundfarbe	Hintergrundfarbe
1 Vordergrundfarbe	Vordergrundfarbe 1
2 Tausch 0 ↔ 1	Vordergrundfarbe 2
3 —	Vordergrundfarbe 3
4 —	Tausch 0 ↔ 3 bzw. 1 ↔ 2

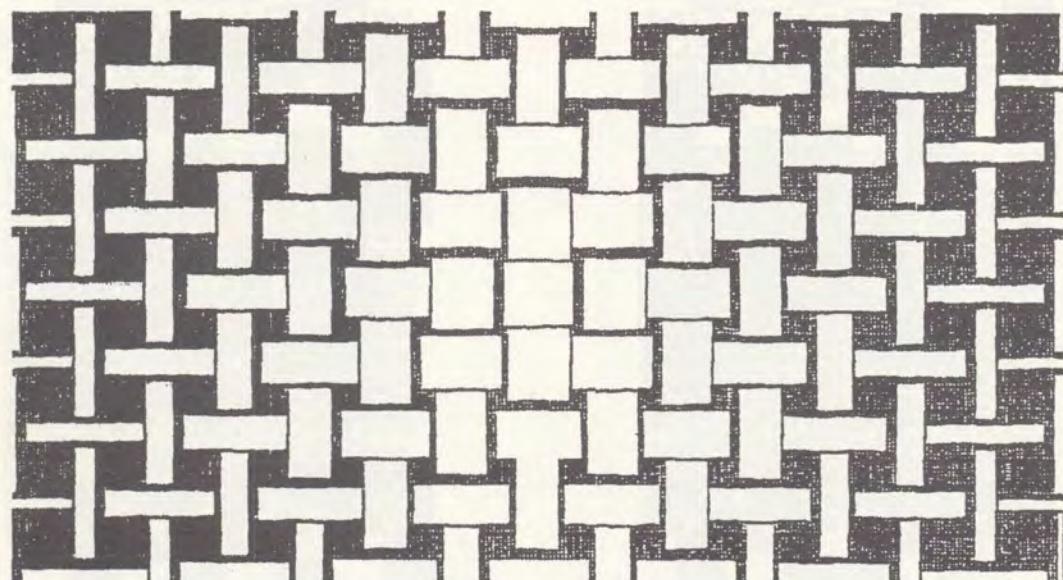
Mit 0 löscht man also etwas, mit 2 (bzw. 4) invertiert man jeden Rasterpunkt einzeln.

In SIMON's BASIC gibt es je eine Anweisung zum Zeichnen eines rechteckigen Rahmens (REC) und für ein ausgefülltes Rechteck (BLOCK). Hat die linke obere Ecke die Koordinaten xl,yl, die rechte untere  $x2=xl+dx$  und  $y2=yl+dy$ , so tet die Syntax (leider etwas inkonsistent):

REC xl,yl,dx,dy,z BLOCK xl,yl,x2,y2,z mit dem Zeichentyp z. Bei feinen Bildern ist zu beachten, daß die Rechteckmaße jeweils um eine Punktdicke größer sind als die rechnerischen Werte.

## Bastgeflecht

Dieses Bild ist sehr nahe mit dem auf Seite 12 verwandt; hier sind es Rechtecke, die abwechselnd hoch und quer stehen und die nach außen immer länglicher werden. Das Ganze erinnert an ein Bastgeflecht, bei dem die Fäden in der Mitte dicker sind als außen.



```
3 100 HIRES 6,1:A=8:BLOCK 20,20,300,180,1  
110 FOR X=-7 TO 7:FOR Y=-4 TO 4  
120 V=1-2*((X AND 1)+(Y AND 1) AND 1):R=SQR(X*X+Y*Y)  
130 BLOCK 159+20*X-A-V*R,99-20*Y-A+V*R,160+20*X+A+V*R,  
100-20*Y+A-V*R,0  
140 NEXT:NEXT  
150 GOTO 150
```

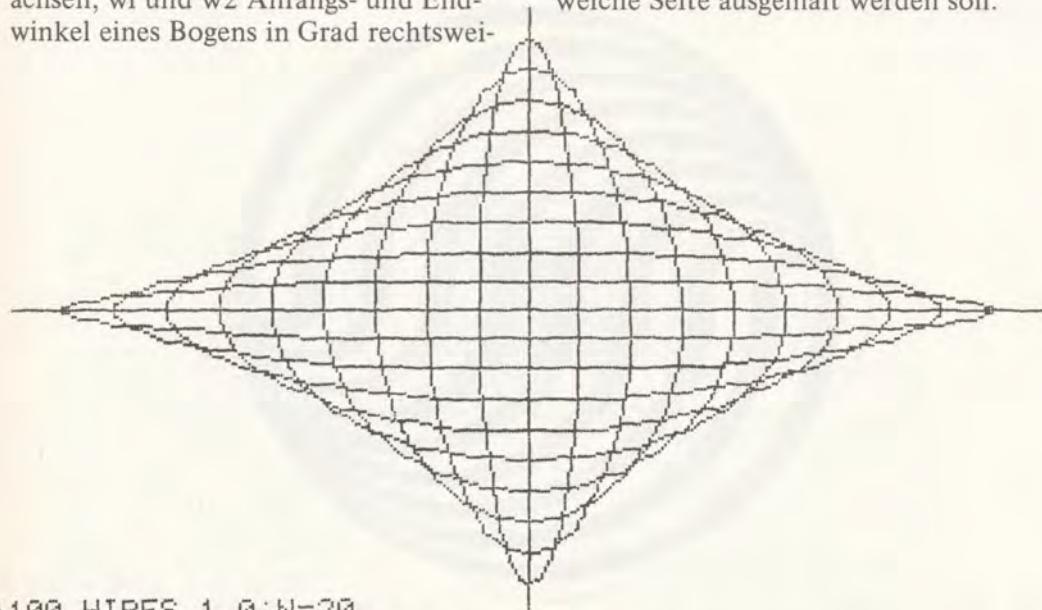
# Ellipsen

Ellipsen mit waagerechten und senkrechten Symmetriechsen und deren Bogenstücke sind über einfache Anweisungen verfügbar: CIRCLE zeichnet regelmäßige 32-Ecke anstelle von Kreisen, bei ARC kann man die Genauigkeit hingegen wählen (und außerdem Anfangs- und Endwinkel des Bogens, bezogen auf einen Kreis); durch unterschiedliche waagerechte und senkrechte Maßstäbe werden daraus Ellipsen.

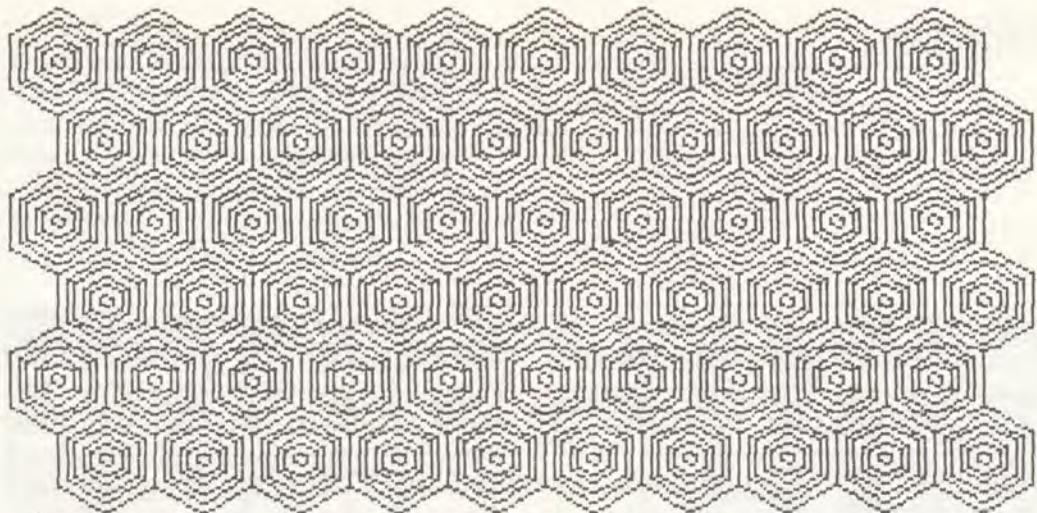
In SIMON's BASIC ist die Syntax folgende: CIRCLE x,y,a,b,z und ARC x,y,w1,w2,dw,a,b,z mit den Parametern: x und y sind die Koordinaten des Mittelpunktes, a und b die zugehörigen Halbachsen, w1 und w2 Anfangs- und Endwinkel eines Bogens in Grad rechtswe-

send vom oberen Scheitel (für einen vollen Kreis oder eine volle Ellipse also 0 und 360), dw ist die Schrittweite für den Winkel in Grad (sie kann für kleine Radien größer genommen werden als für große); z ist der Zeichentyp: 1 Zeichnen, 0 Löschen, 2 Invertieren (bei MULTIcolor: 4 Invertieren, 2 und 3 Zusatzfarben).

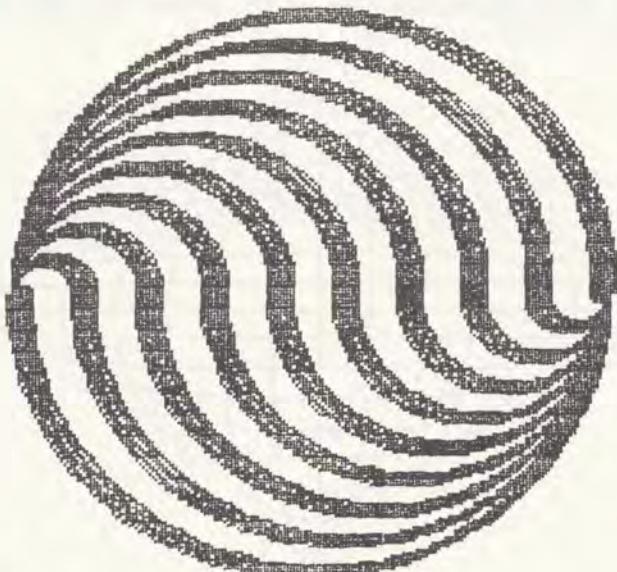
Für Eckenzahlen, durch die 360 teilbar ist, kann man ARC durchaus zum Zeichnen regelmäßiger Vielecke verwenden. PAINT x,y,z füllt vom Punkt x,y aus eine umzeichnete Fläche aus. Natürlich darf x,y nicht auf der Umrandung liegen, weil dann der Rechner nicht weiß, welche Seite ausgemalt werden soll.



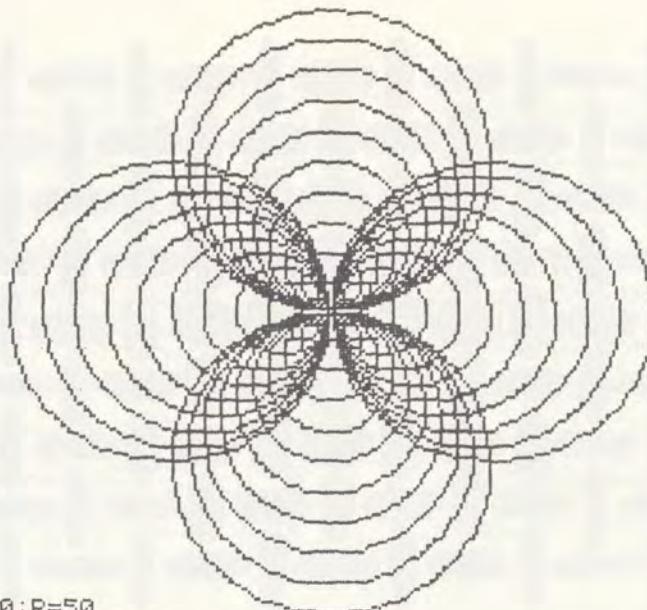
```
4 100 HIRES 1,0:N=20
110 FOR I=0 TO N STEP 2
120 CIRCLE 160,100,I*8,(20-I)*5,1:NEXT
130 GOTO 130
```



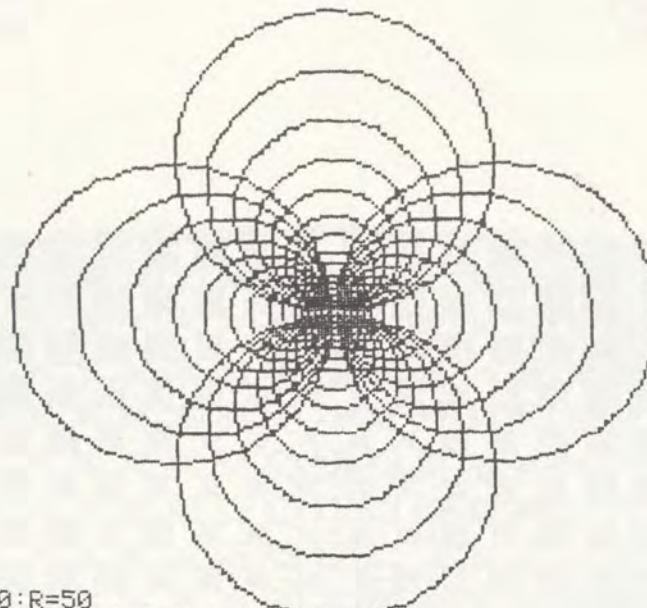
```
5 90 INPUT "L    30";L:L=L/2:LL=L*31.5  
100 HIRES 1,0:FOR R=3 TO L+4 STEP 3  
110 FOR X=L TO 320-L STEP L*2  
120 FOR Y=LL TO 200-LL STEP LL*2  
130 ARC X,Y,0,360,60,R,R,1  
140 ARC L+X,LL+Y,0,360,60,R,R,1:NEXT:NEXT:NEXT  
200 GOTO 200
```



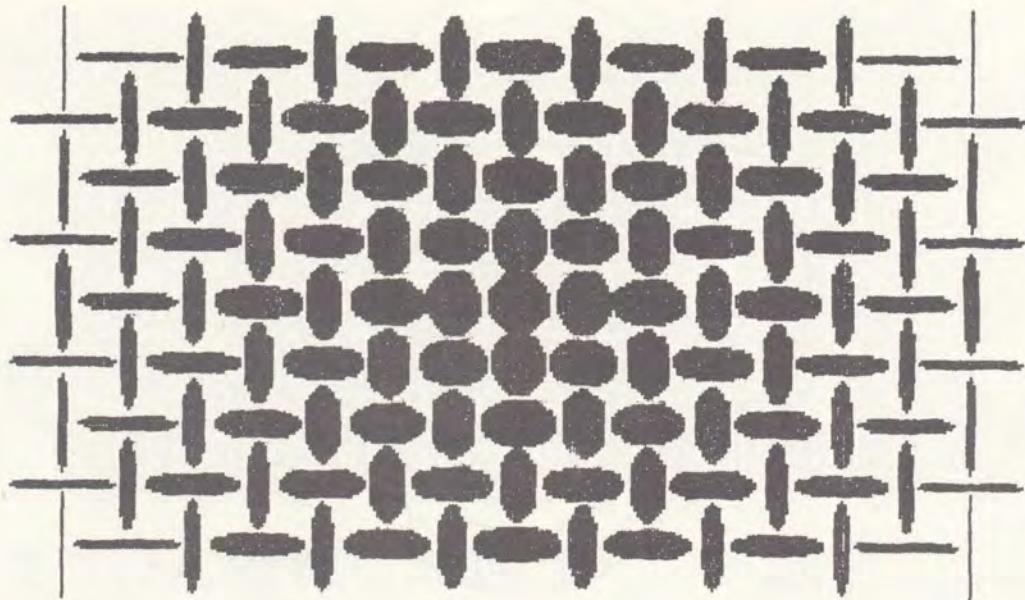
```
6 100 HIRES 1,0  
110 FOR I=0 TO 90 STEP 10:FOR J=0 TO 4 STEP .5  
120 ARC 60.5+I+J,100,270,90,3,I+J,I+J,1  
125 ARC 246-I-J,100,90,270,3,I+J,I+J,1:NEXT:NEXT  
200 GOTO 200
```



```
7 100 HIRES 1,0:R=50
110 CIRCLE 160+R,100,R,R,1
111 CIRCLE 160-R,100,R,R,1
112 CIRCLE 160,100-R,R,R,1
113 CIRCLE 160,100+R,R,R,1
120 IF R>5 THEN R=R-5:GOTO 110
130 GOTO 130
```

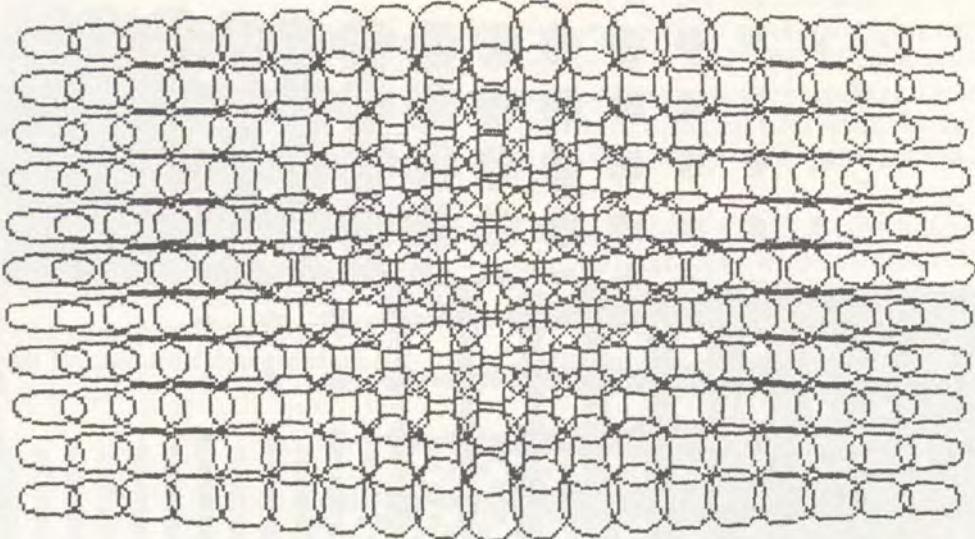


```
8 100 HIRES 1,0:R=50
110 CIRCLE 160+R,100,R,R,1
111 CIRCLE 160-R,100,R,R,1
112 CIRCLE 160,100-R,R,R,1
113 CIRCLE 160,100+R,R,R,1
120 R=R*.8:GOTO 110
```



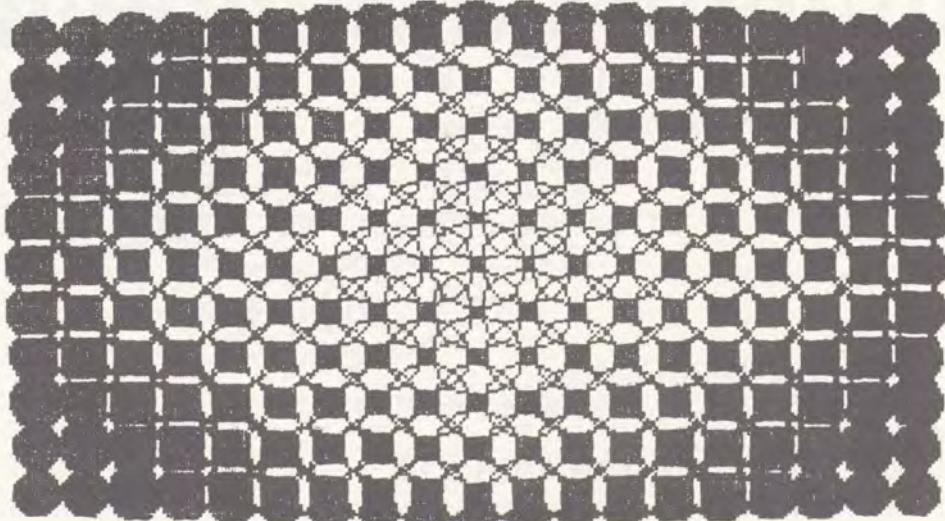
```
9 100 HIRES 1,0:A=10
110 FOR X=-7 TO 7:FOR Y=-4 TO 4
120 V=1-2*((X AND 1)+(Y AND 1) AND 1):R=SQR(X*X+Y*Y)
130 CIRCLE 160+20*X,100-20*Y,A+V*R,A-V*R,1
140 PAINT 160+20*X,100-20*Y,1:NEXT:NEXT
145 COPY:COPY
150 GOTO 150
```

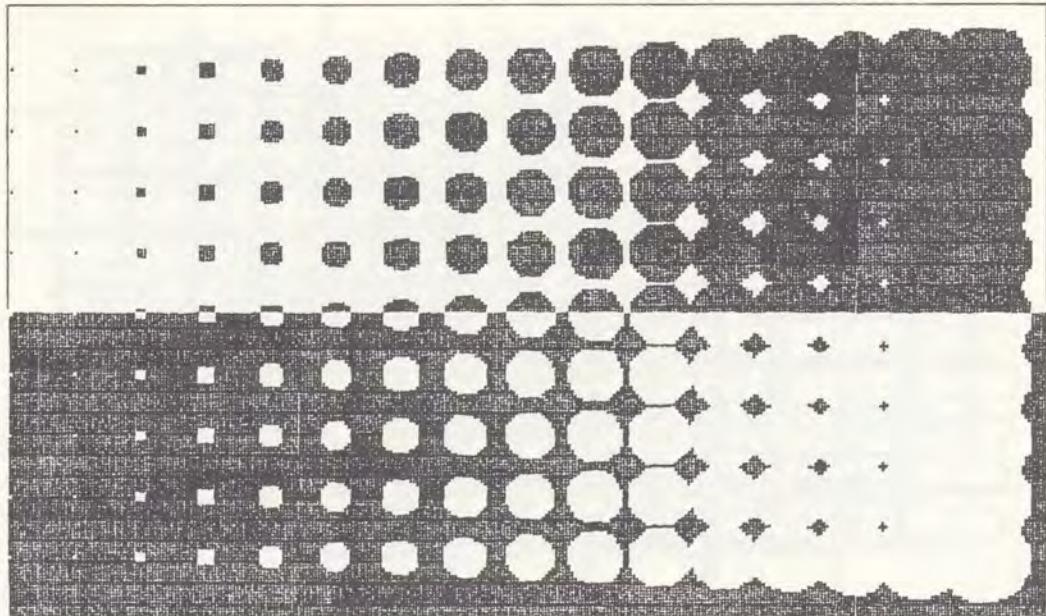
```
1100 HIRES 1,0
110 FOR I=0 TO 9:FOR J=0 TO 5:K=(I+J)/2
120 CIRCLE 160+15*I,100+15*j,15-K,15-K,1
121 CIRCLE 160-15*I,100+15*j,15-K,15-K,1
122 CIRCLE 160-15*I,100-15*j,15-K,15-K,1
123 CIRCLE 160+15*I,100-15*j,15-K,15-K,1
130 NEXT:NEXT
140 FOR I=0 TO 9:FOR J=0 TO 5
150 PAINT 160+15*I,100+15*j,1
151 PAINT 160-15*I,100+15*j,1
152 PAINT 160-15*I,100-15*j,1
153 PAINT 160+15*I,100-15*j,1
160 NEXT:NEXT
200 GOTO 200
```



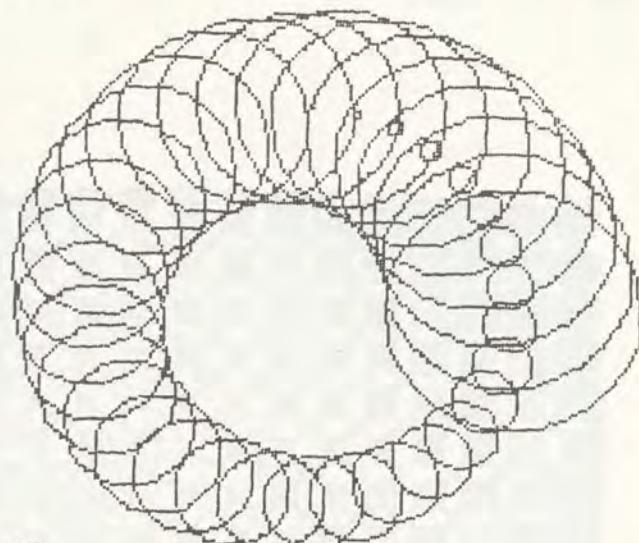
10100 HIRES 1,0  
110 FOR I=0 TO 9:FOR J=0 TO 5  
120 CIRCLE 160+15\*I,100+15\*j,15-J,15-I,1  
121 CIRCLE 160-15\*I,100+15\*j,15-J,15-I,1  
122 CIRCLE 160-15\*I,100-15\*j,15-J,15-I,1  
123 CIRCLE 160+15\*I,100-15\*j,15-J,15-I,1  
130 NEXT:NEXT  
200 GOTO 200

11





```
12100 HIRES 1,0  
110 FOR I=0 TO 15:X=20*I  
120 FOR J=0 TO 8:Y=20+J*20  
140 CIRCLE X,Y,I,I,1:PAINT X,Y,1  
150 NEXT:NEXT  
160 BLOCK 0,100,319,199,2  
200 GOTO 200
```



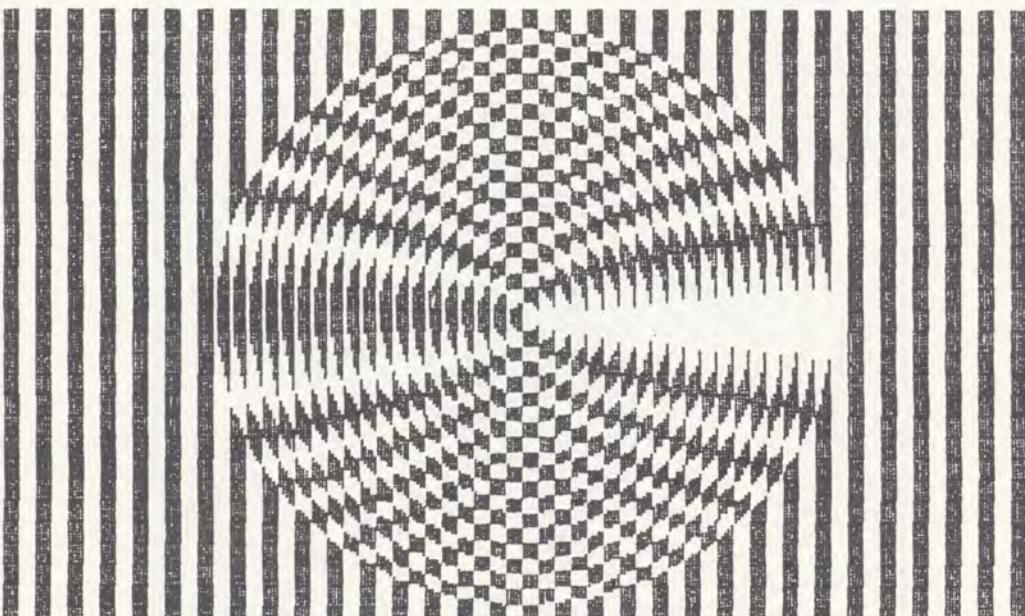
```
13100 HIRES 1,0:N=20:R=40  
110 X=160+65*COS(W):Y=100-65*SIN(W)  
120 CIRCLE X,Y,R,R,1  
130 W=W+.2:R=R-1:IF R>0 THEN 110  
140 GOTO 140
```

## Parabeln

Es werden konzentrische Kreisringe gezeichnet mit gleich breiten (!) Zwischenräumen. Dann wird das ganze Bild streifenweise (mit gleicher Breite der Streifen wie bei den Ringen) invertiert (mit LINE oder mit BLOCK). Die weißen und schwarzen „Diagonalen“ formen dabei Parabeln, also Kurven, die als Mengen von Punkten definiert werden können, die von einer gegebenen Geraden und einem Brennpunkt den gleichen Abstand haben.

Leider führt der Trick mit der Invertierung nur dann zu sauberen Ergebnissen, wenn er bei PLOT, BLOCK oder waagerechten oder senkrechten Linien (mit LINE) angewendet wird: Es darf jeder Rasterpunkt nur einmal erfaßt werden.

Schräge Linien, CIRCLE usw. liefern einen Effekt, der hier unerwünscht ist, der aber auch sehr reizvoll sein kann: den Moiré-Effekt. Ihm widmen wir später ein ganzes Kapitel.



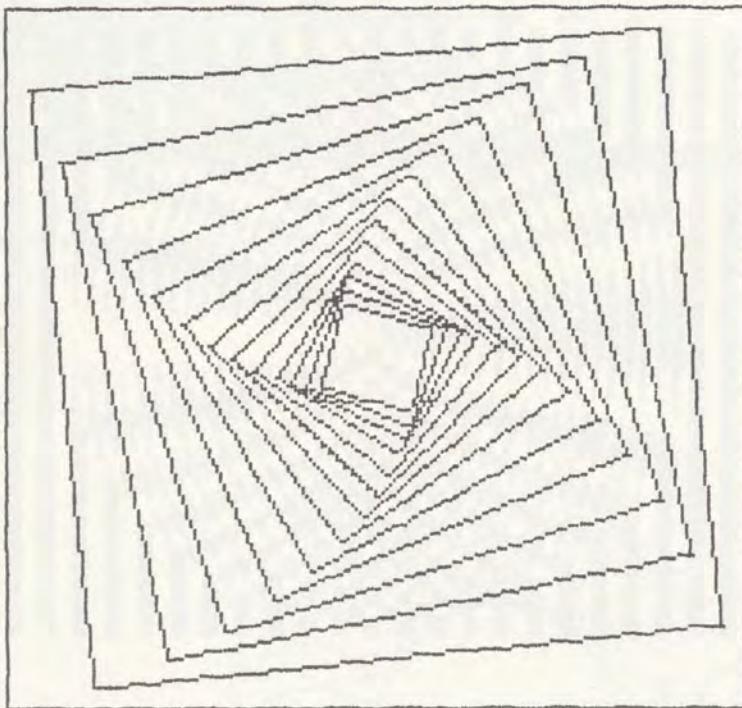
```
14 100 HIRES 1,0  
110 FOR I=1 TO 99 STEP 10:FOR J=0 TO 4 STEP 4  
120 CIRCLE 160,100,I+J,I+J,1:NEXT  
125 PAINT 160+I+2,100,1:NEXT  
130 FOR I=0 TO 319 STEP 10:FOR J=0 TO 4  
140 LINE I+J,0,I+J,199,2:NEXT:NEXT
```

# Geraden

LINE ist der wohl wichtigste Grafikbefehl: Wenn man nur eine einzige Zeichenanweisung verwenden dürfte, wäre LINE der einzige Kandidat. Man kann nicht

nur lange Geraden damit ziehen (davon handelt dieses Kapitel), sondern auch sehr kurze, die sich zu Kurven zusammenfügen (davon handelt das nächste).

Es gibt auch Fälle, in denen PAINT zum Ausfüllen von Flächen nicht geeignet ist: Dann hilft eine Schleife mit LINE (und ist auch kaum viel langsamer). Lediglich für achsenparallele volle Rechtecke ist BLOCK deutlich schneller. Die Syntax für eine Gerade von  $x_1,y_1$  nach  $x_2,y_2$  mit dem Zeichentyp  $z$  ist

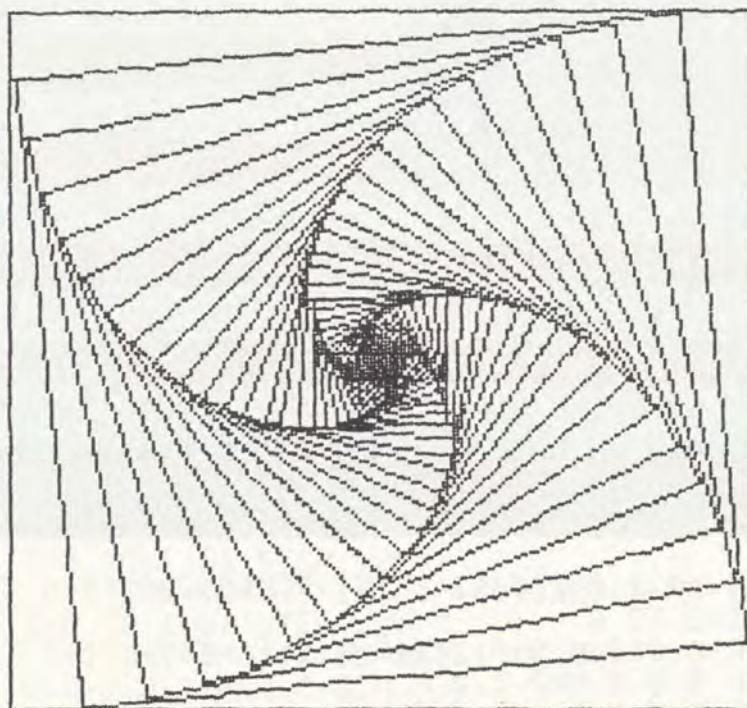


```
15 100 HIRES 1,0
110 R=140:W=π/4
120 X=R*COS(W):Y=R*SIN(W)
130 LINE 160+X,100-Y,160-Y,100-X,1
131 LINE 160-Y,100-X,160-X,100+Y,1
132 LINE 160-X,100+Y,160+Y,100+X,1
133 LINE 160+Y,100+X,160+X,100-Y,1
190 W=W+.1:R=R*.85:IF R>15 THEN 120
200 GOTO 200
```

sehr einfach: LINE xl,yl,x2,y2,z

Leider gibt es in SIMON's BASIC keine Anweisung, die einen Punkt mit dem zuletzt gezeichneten nur unter Eingabe des neuen verbindet. Der Trick dazu ist aber nicht schwer: Wir verbinden X,Y mit XA,YA (A deutet an: alt) und weisen anschließend zu: XA=X:YA=Y. Allerdings muß man am Anfang eines solchen Linienzuges XA und YA mit den richtigen Werten belegen, damit es keinen unerwünschten Strich gibt.

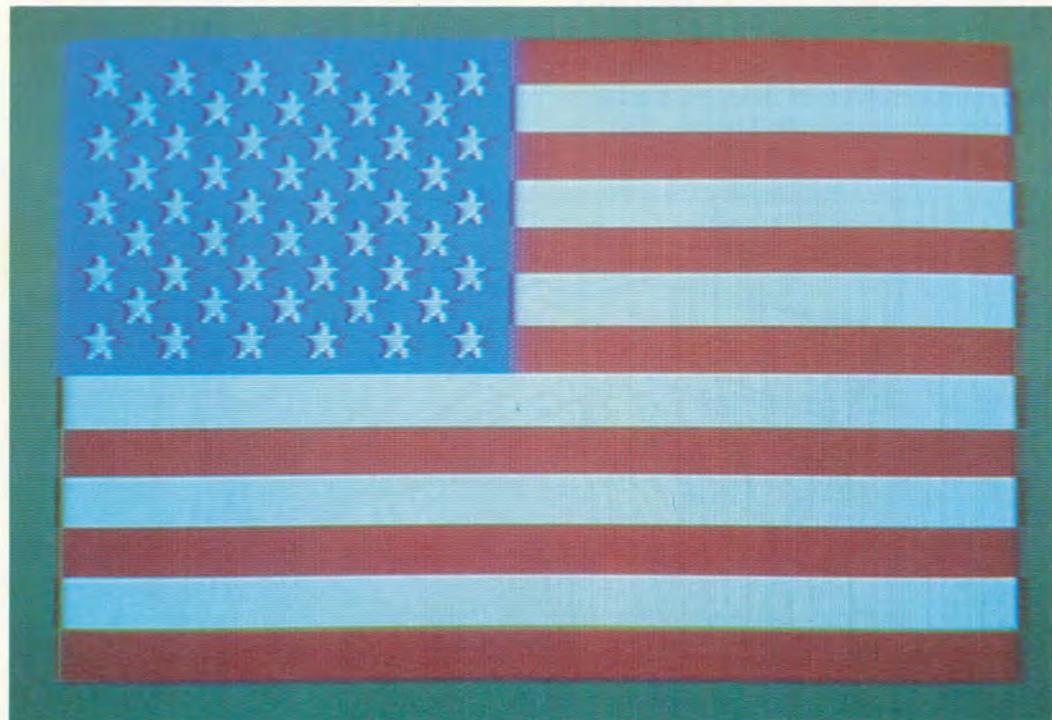
Diese Quadrate drehen sich gleichmäßig und schrumpfen dabei exponentiell. Beide Bilder unterscheiden sich in der Entstehung nur geringfügig (Abklingfaktor und Begrenzung des Laufs in Zeile 190). In einem Fall ist zu erkennen, daß es sich um Quadrate handelt, die immer kleiner werden und sich dabei drehen, genauer: deren Ecken auf vier logarithmischen Spiralen wandern.



```
16 100 HIRES 1,0
110 R=140:W=π/4
120 X=R*COS(W):Y=R*SIN(W)
130 LINE 160+X,100-Y,160-Y,100-X,1
131 LINE 160-Y,100-X,160-X,100+Y,1
132 LINE 160-X,100+Y,160+Y,100+X,1
133 LINE 160+Y,100+X,160+X,100-Y,1
190 W=W+.1:R=R*.9:GOTO 120
```

## Stars & Stripes (Sternenbanner)

Die 13 Streifen stellen die Gründungsstaaten der USA dar, die 50 Sterne die gegenwärtigen Staaten. Das dreifarbiges Bild ist in Hochauflösung (also ohne MULTicolor) erzeugt, wobei die Sterne mit LINE ausgefüllt werden.

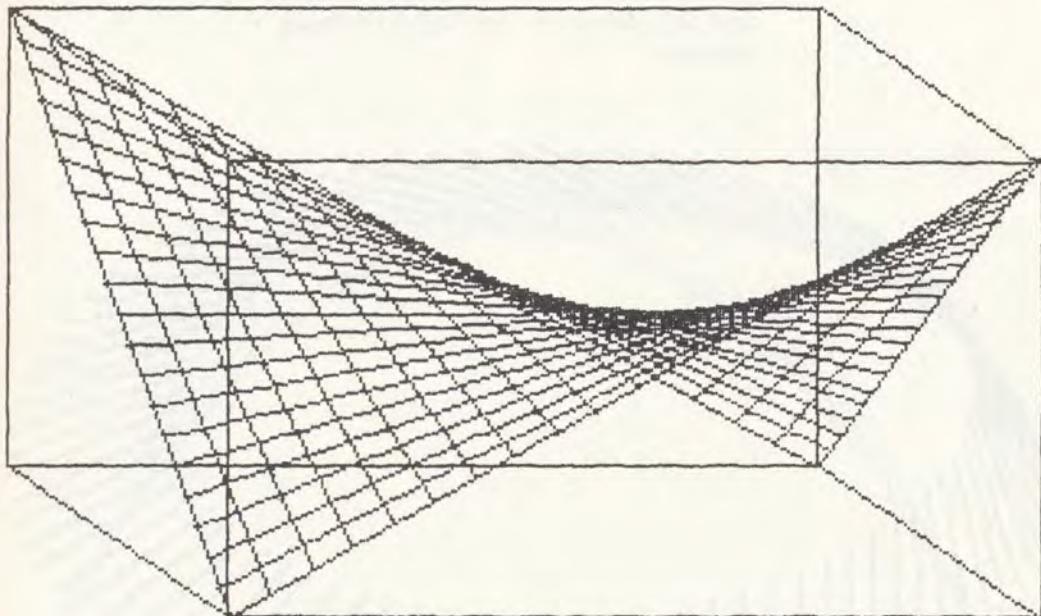


```
17120 HIRES 10,1:A=200/13:B=151:POKE53280,12
130 FOR I=0 TO 6
140 BLOCK 0,2*I*A,319,2*I*A+A-1,1:NEXT
150 BLOCK 0,0,B,A*7-1,0
160 BLOCK 0,A*7,B,A*7+4,1
170 FOR I=0 TO 18:FOR J=0 TO 13
180 POKE48*I1024+40*I+J,30:NEXT:NEXT
190 FOR I=0 TO 5:FOR J=0 TO 4:C=12:D=13
200 GOSUB 240:NEXT:NEXT
210 FOR I=0 TO 4:FOR J=0 TO 3:C=25:D=23
220 GOSUB 240:NEXT:NEXT
230 GOTO 230
240 FOR L=2 TO 6 STEP 2
250 FOR K=0 TO 5:X=C+I*25:Y=D+J*21
260 W=π*K*.4:WW=W+π*.8
270 LINE X+L*SIN(W),Y-L*COS(W),X+L*SIN(WW),Y-L*COS(WW),1
280 NEXT:NEXT:RETURN
```

## Hyperbolisches Paraboloid

Die Sattelfläche wird von Ebenen entlang von Parabeln, Hyperbeln oder auch Geraden geschnitten, je nach Richtung der Ebene, und zwar gibt es für jeden Punkt zwei Geraden, die ganz in der Fläche liegen. Unser Programm zeigt

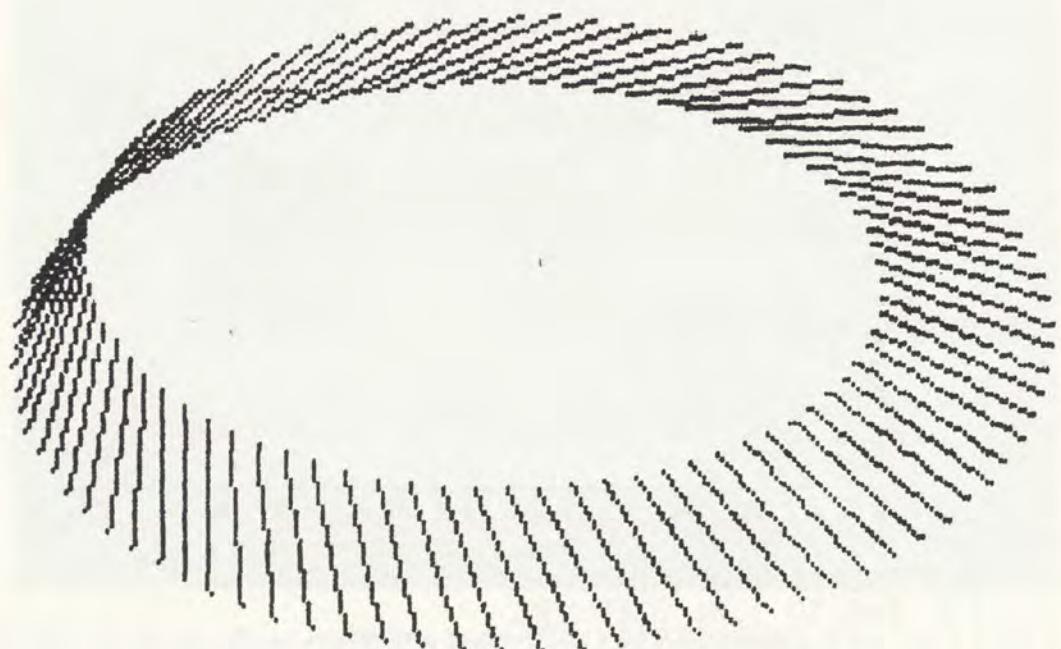
das Schrägbild eines solchen hyperbolischen Paraboloids aus lauter (langen!) Geraden, die in einem Quader aufgespannt sind.



```
100 HIRES 1,0
110 A=250:B=150:C=70:D=50
120 FOR I=0 TO 1.01 STEP .05
130 LINE C*I,200-(D+B)*(1-I),A+C*I,200-D-(B-D)*I,1:NEXT
140 FOR I=0 TO 1.01 STEP .05
150 LINE A*I,B*I,C+A*I,199-B*I,1:NEXT
160 REC 0,0,A,B,1:REC C,D,A,B,1
170 FOR I=0 TO 1:FOR J=0 TO 1
180 LINE I*A,J*B,I*A+C,J*B+D,1:NEXT:NEXT
300 GOTO 300
```

### Möbius-Band

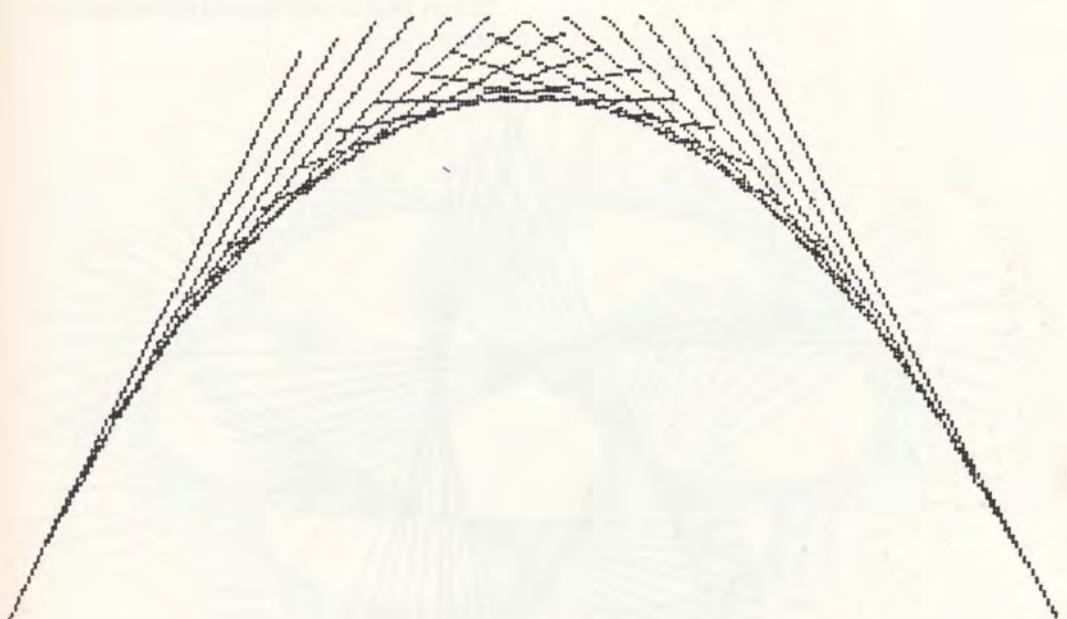
Wenn man einen Gürtel um eine halbe Drehung verdrillt zusammensteckt, erhält man ein Möbiusband. Auf ihm bilden Vorder- und Rückseite eine zusammenhängende Flächenseite. Unser Schrägbild entsteht dadurch, daß eine gerade Strecke auf einer Ellipse wandert und sich dabei um eine halbe Drehung wendet.



```
19 90 REM MOEBIUS-BAND
20 91 :
21 100 HIRES 1,0:P=.4
22 110 FOR T=0 TO 2*pi STEP pi/40
23 120 X1=160+100*COS(T)+20*COS(P+T/2)
24 130 Y1=100+ 60*SIN(T)+20*SIN(P+T/2)
25 140 X2=160+100*COS(T)-20*COS(P+T/2)
26 150 Y2=100+ 60*SIN(T)-20*SIN(P+T/2)
27 160 LINE X1,Y1,X2,Y2,1
28 170 NEXT
29 180 GOTO 180
```

## Parabel

Diese Geraden hüllen eine Parabel ein.  
Das ist kein Wunder, denn sie sind als  
Tangenten an eben diese (selbst nicht  
gezeichnete) Parabel konstruiert.

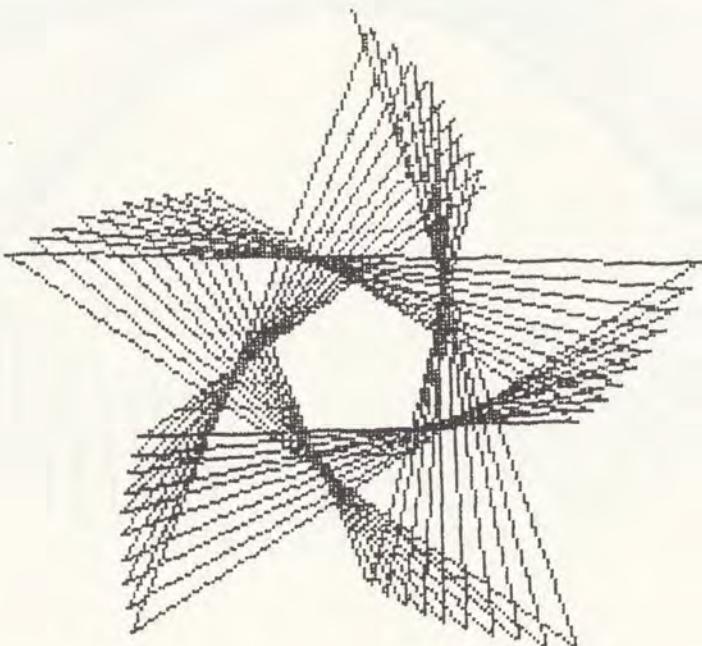


```
20 100 HIRES 1,0
110 FOR X=-100 TO 100 STEP 10
120 Y=X^2/150:S=X/75
130 LINE 120+X,30+Y-60*S,200+X,30+Y+60*S,1
200 NEXT
300 GOTO300
```

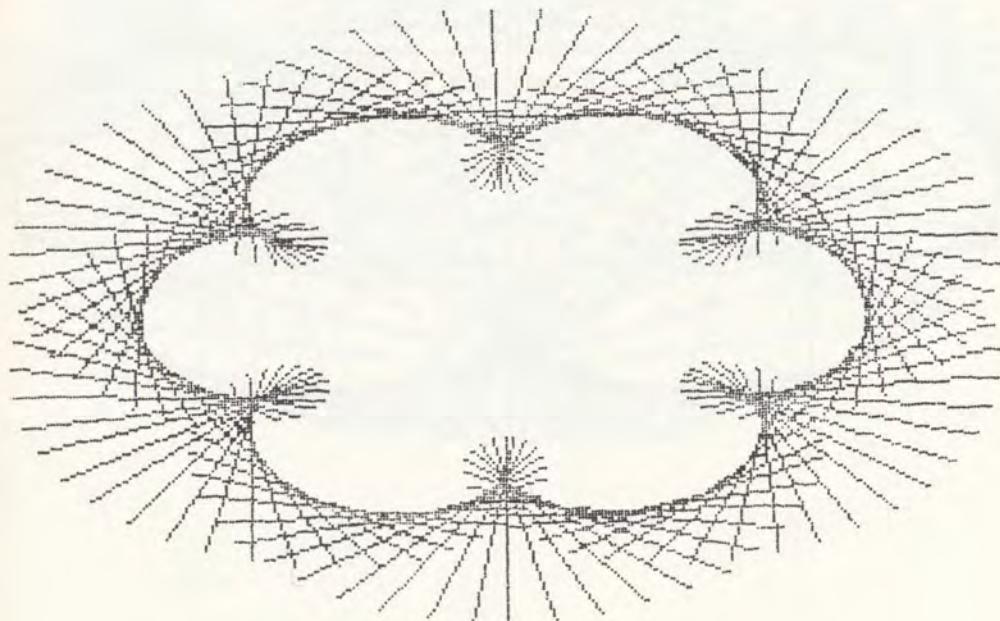
## Windrad

Einen n-eckigen Stern zeichnet man, indem man seine Eckpunkte mit SIN und COS berechnet (das ist nichts Geheimnisvolles: Diese Funktionen sind einfach so definiert), aber mit so großen Sprüngen, daß kein n-Eck, sondern ein Stern herauskommt.

Im ersten Beispiel wird nun der Kreis, auf dem die Ecken liegen, immer enger gemacht (und zwar gleichmäßig, also linear). Im zweiten schrumpft dieser Kreis exponentiell (d.h. mit immer gleichem Teil vom gerade Vorhandenen; wenn Sie jeden Tag nur 1 % Ihres Besitzes verbrauchen, kommen Sie ewig damit aus!). Außerdem wandern die Eckpunkte auch noch um den Kreis langsam herum; der Stern dreht sich also während des Schrumpfens, seine Ecken laufen auf logarithmischen Spiralen.

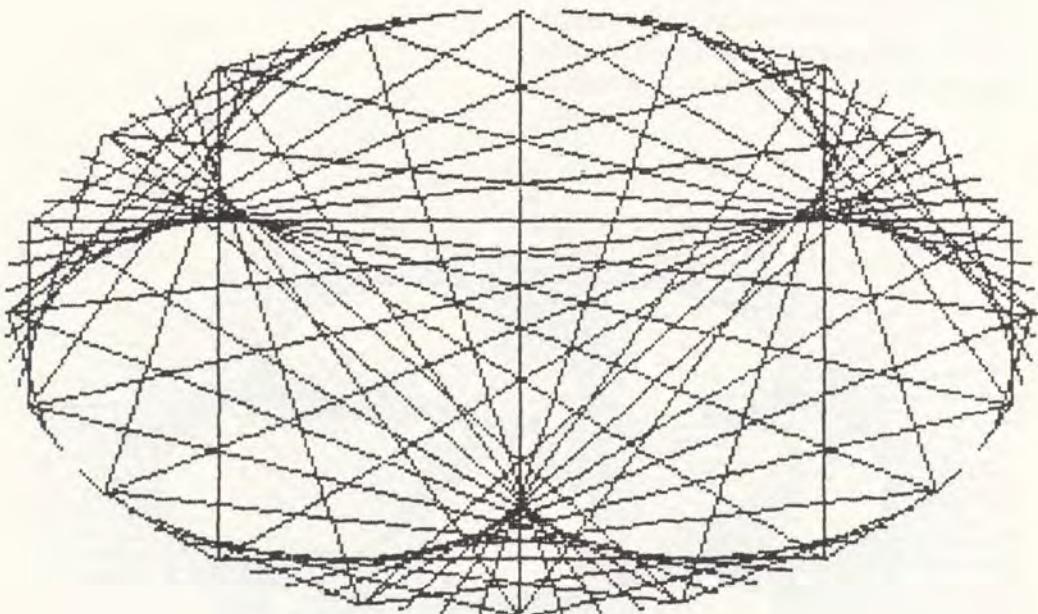


```
21100 REM WINDRAD
110 :
120 HIRES 1,0:R=100:XA=160
130 X=160+R*SIN(W):Y=100-R*COS(W)
140 LINE XA,YA,X,Y,1:XA=X:YA=Y
150 R=R*.99:W=W+.804*pi
160 IF R>60 THEN 130
170 GOTO 170
```

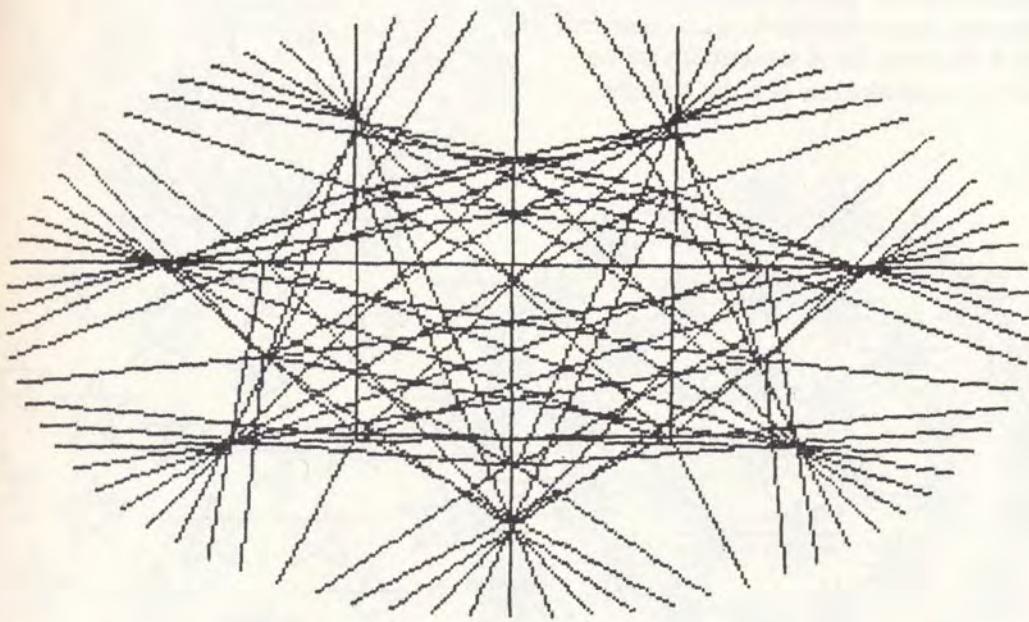


```
22100 HIRES 1,0:R1=70:R2=30:FOR W1=0 TO 2*pi STEP .05:W2=4*pi  
110 X1=160+1.6*(R1*SIN(W1)+R2*SIN(W2))  
120 X2=160+1.6*(R1*SIN(W1)-R2*SIN(W2))  
130 Y1=100+R1*COS(W1)+R2*COS(W2)  
140 Y2=100+R1*COS(W1)-R2*COS(W2)  
150 LINE X1,Y1,X2,Y2,1:NEXT  
160 GOTO 160
```

Auf diesen beiden Seiten wandern Geraden auf Ellipsen und drehen sich dabei. Nur kleine Änderungen der Zahlen wirken sich manchmal stark auf die Bilder aus. Die Endpunkte der Geraden laufen dabei auf Epizykloiden.



```
23 90 INPUT "ORDNUNG      4■■■";N
100 HIRES 1,0
110 X1=160+159*SIN(W):Y1=100-99*COS(W)
120 X2=160+159*SIN(WW):Y2=100-99*COS(WW)
130 LINE X1,Y1,X2,Y2,1
140 W=W+π/10:WW=WW+π/10/N
150 IF WW<2*π THEN 110
300 GOTO 300
```



```
24 90 INPUT "ORDNUNG      8■■■"; N
100 Hires 1,0
110 X1=160+80*SIN(W):Y1=100-50*COS(W)
120 X2=160+159*SIN(WW):Y2=100-99*COS(WW)
130 LINE X1,Y1,X2,Y2,1
140 W=W+π/5:WW=WW+π/5/N
150 IF WW<2*π THEN 110
300 GOTO 300
```

Penta- und andere -Gramme

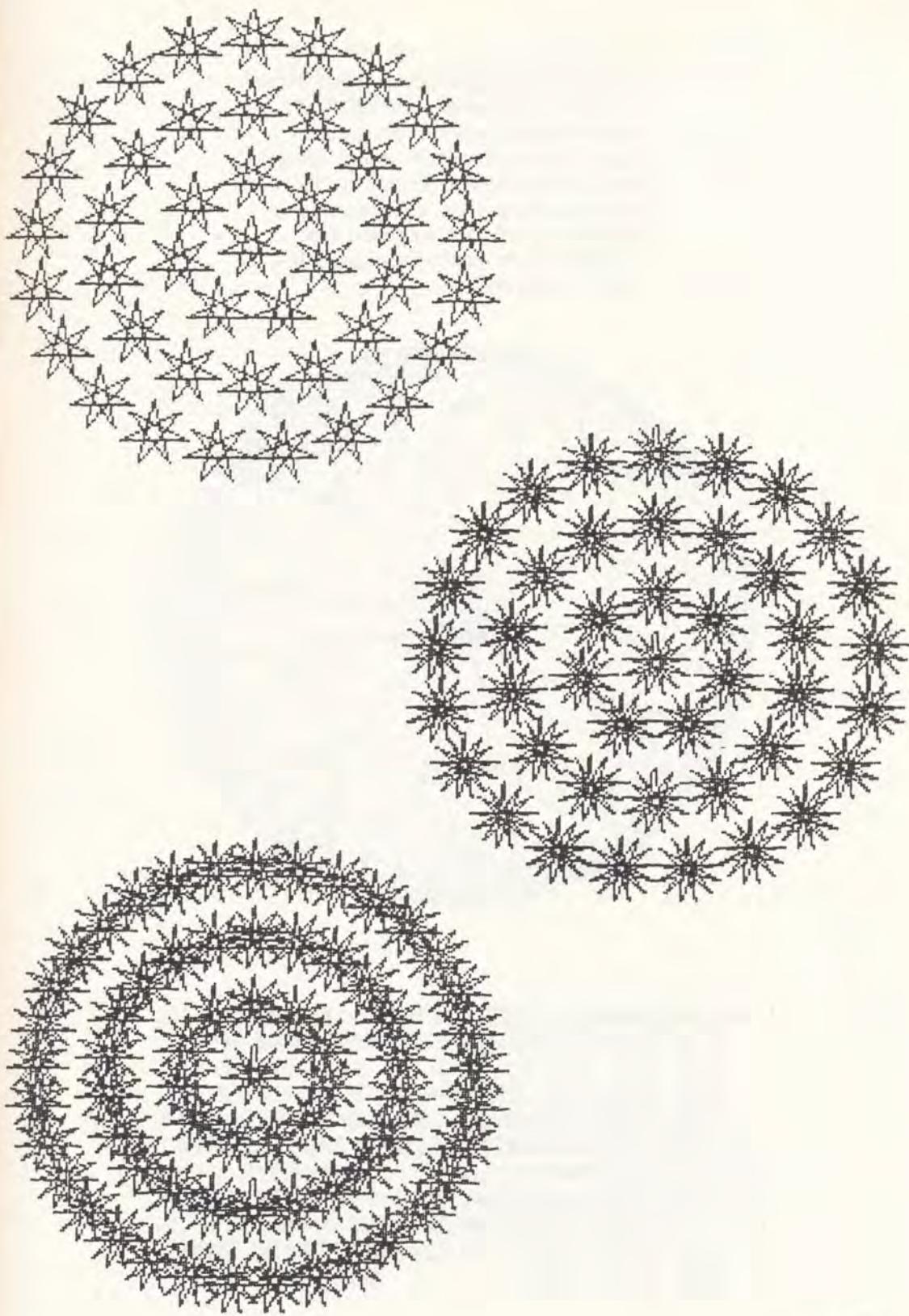
Das Pentagramm (ein regelmäßiges sternförmiges überschlagendes Fünfeck) galt seit der Antike als Zaubersymbol für Gesundheit und wird auch Drudenfuß genannt. In den Flaggen sind Sterne fast immer fünfeckig. Das Programm zeichnet einen Stern mit A Ecken und rundherum einen Kranz mit A gleichartigen Sternen, darum einen mit  $2 \cdot A$  Sternen und schließlich noch einen mit  $3 \cdot A$  Sternen. Ist A wesentlich größer als 6, so verdichten sich die Kränze.



```

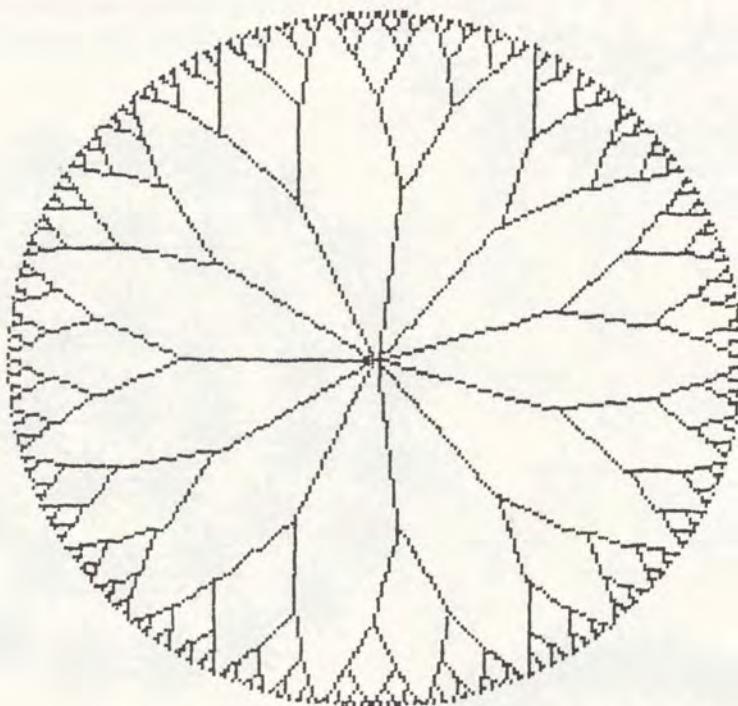
25 100 INPUT "ZAHL DER ECKEN (UNGERADE)    13";A
110 INPUT "ZAHL DER STERNE (1.KRANZ)      7";B
120 HRES 1,0:RR=13:DIM X(3*B),Y(3*B)
130 FOR I=0 TO 3:N=B*I:R=28*I:IF N=0 THEN N=1
140 FOR J=1 TO N:W=J*2*pi/N
150 X(J)=160+R*SIN(W):Y(J)=100-R*COS(W)
160 FOR K=1 TO A:W1=(A-1)*pi*K/A:W2=(A-1)*pi*(K-1)/A
170 X1=X(J)+RR*SIN(W1):Y1=Y(J)-RR*COS(W1)
180 X2=X(J)+RR*SIN(W2):Y2=Y(J)-RR*COS(W2)
190 LINE X1,Y1,X2,Y2,1
200 NEXT:NEXT:NEXT
210 GOTO 210

```



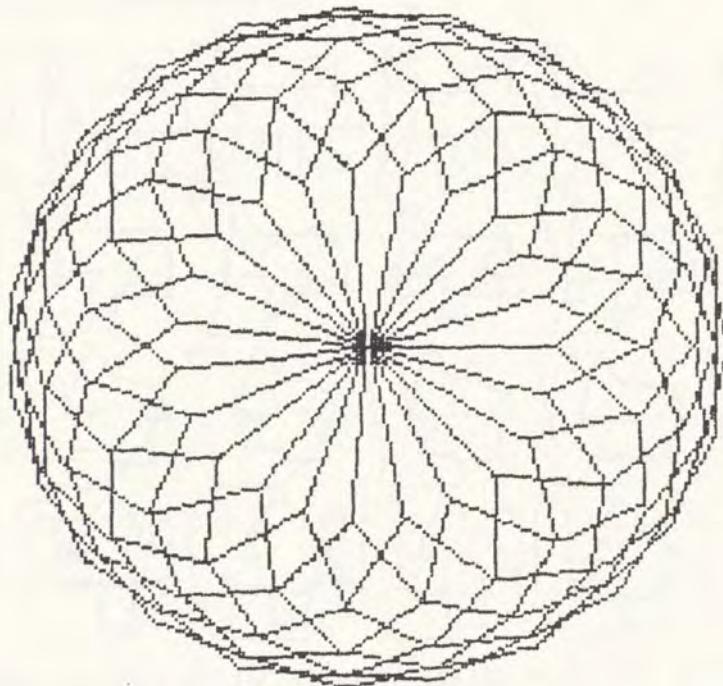
### Pusteblume

Im ersten Programm gehen einige Strahlen radial nach außen, und zwar bis zum halben Halbmesser der ganzen Figur. Dann verzweigen sie sich fortgesetzt. Dabei spreizen sie sich bei jeder Verzweigung so weit, daß sie nach unendlich vielen Schritten genau eine Kreislinie dicht ausfüllen, ohne sich dabei zu überkreuzen.



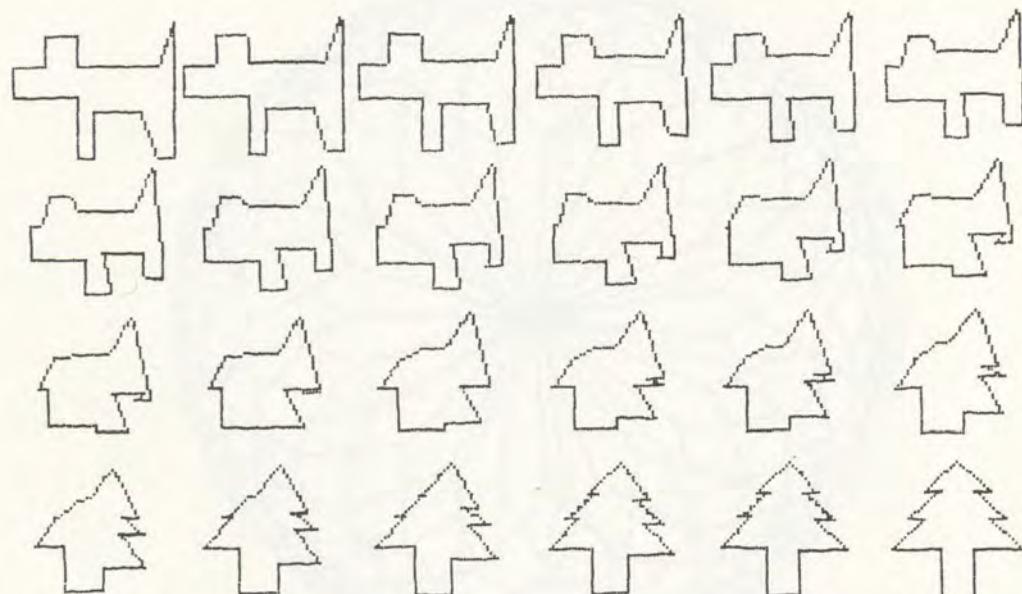
```
26 100 INPUT "SYMMETRIE      11■■■■";N
    110 HIRES 1,0:R1=99:R2=50:DW=π/N
    120 FOR I=0 TO 5
    130 R3=99-R1:R4=99-R2
    140 FOR W=DW*2 TO 2*π+DW*2 STEP DW*4
    150 LINE 160+R3*COS(W),100-R3*SIN(W),
           160+R4*COS(W+DW),100-R4*SIN(W+DW),1
    155 LINE 160+R3*COS(W),100-R3*SIN(W),
           160+R4*COS(W-DW),100-R4*SIN(W-DW),1
    160 NEXT:R1=R1/2:R2=R2/2:DW=DW/2:NEXT
    200 GOTO 200
```

In der zweiten Version spreizen sie sich  
etwas weiter und überkreuzen sich bei  
jedem Schritt.



```
27 100 INPUT "SYMMETRIE      23■■■■";N
 110 HIRES 1,0:R1=99:R2=50
 120 FOR I=0 TO 4
 130 R3=99-R1:R4=99-R2:DW=π/N*2
 140 FOR W=DW TO 2*π+DW*2 STEP DW
 150 LINE 160+R3*COS(W),100-R3*SIN(W),
        160+R4*COS(W+DW),100-R4*SIN(W+DW),1
 155 LINE 160+R3*COS(W),100-R3*SIN(W),
        160+R4*COS(W-DW),100-R4*SIN(W-DW),1
 160 NEXT:R1=R1/2:R2=R2/2:NEXT
 200 GOTO 200
```

# Metamorphosen



```
28 100 INPUT "N ";N:DIM X1(N),X2(N),Y1(N),Y2(N),X0(23),Y0(23)
110 FOR I=1 TO N
115 INPUT "X1,Y1 ";X1(I),Y1(I):NEXT
120 FOR I=1 TO N
125 INPUT "X2,Y2 ";X2(I),Y2(I):NEXT
130 X1(0)=X1(N):Y1(0)=Y1(N):X2(0)=X2(N):Y2(0)=Y2(N):
HIRES 1,0
140 FOR I=0 TO 5:FOR J=0 TO 3
150 X0(I+6*J)=I*53:Y0(I+6*J)=J*50:NEXT:NEXT
160 FOR I=0 TO 23:FOR J=0 TO N-1
170 X1=X0(I)+X2(J)*I/23+X1(J)*(23-I)/23
171 Y1=Y0(I)+Y2(J)*I/23+Y1(J)*(23-I)/23
172 X2=X0(I)+X2(J+1)*I/23+X1(J+1)*(23-I)/23
173 Y2=Y0(I)+Y2(J+1)*I/23+Y1(J+1)*(23-I)/23
175 LINE X1,Y1,X2,Y2,1:NEXT:NEXT
180 GOTO 180
```

Wie verwandelt man einen Hund in einen Baum, ein X in ein U?

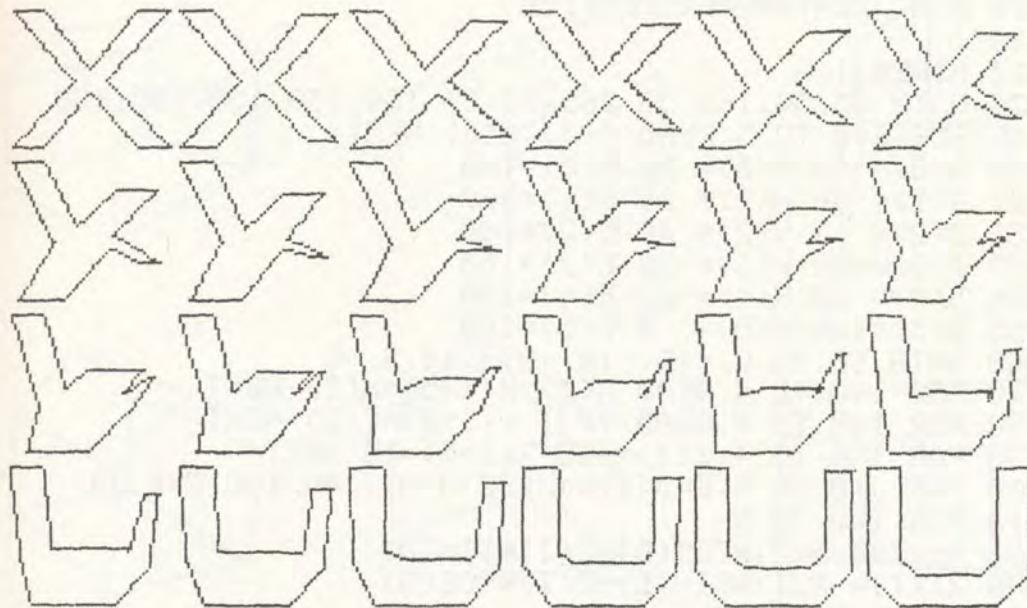
Nun, man zeichnet einfach beide Gegenstände als Umrissfiguren und notiert auf beiden gleich viele markante Eckpunkte. Dann bestimmt man die Koordinaten dieser Punkte (hier im Raster 0–50 waagerecht und 0 bis 45 senkrecht). Die Zahl der Punkte und die Koordinaten werden mit INPUT eingegeben. Das Programm berechnet nun einfach für alle Punkte gewogene Mittelwerte der

beiden Endfiguren und verlagert die Gewichtung allmählich vom Start zum Ziel. Das ist alles.

Aber Hand aufs Herz: Hätten Sie sich das Programm nicht komplizierter und länger vorgestellt?

Eingaben für X und U:

12	0	0	10	0	25	19	40	0
50	0	30	23	50	45	40	45	25
10	45	0	45	20	23	0	0	10
10	30	15	35	35	35	40	30	40
50	0	50	35	40	45	10	45	0
								35



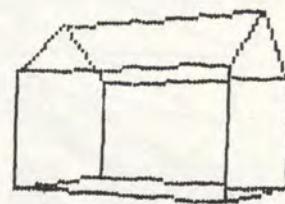
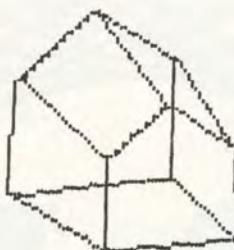
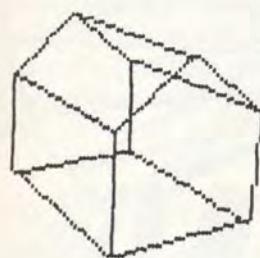
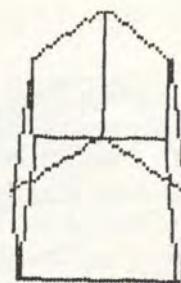
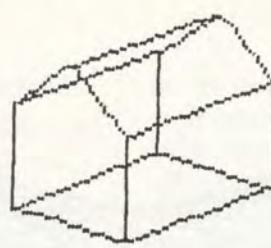
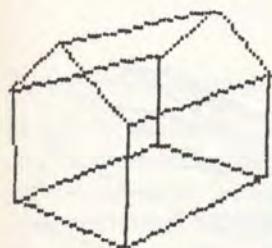
# Zentralperspektive

```
29 100 REM ZENTRALPERSPEKTIVE
110 :
120 HIRES 1,0
130 DATA 55,50,160,50,265,50,55,150,160,150,265,150
140 FOR J=0 TO 5:READ A(J),B(J):NEXT
150 D(0)= 40:N(0)= 20:E(0)=100
151 D(1)= 40:N(1)= 20:E(1)=900
152 D(2)= 0:N(2)= 40:E(2)=100
153 D(3)=-30:N(3)= 20:E(3)=100
154 D(4)= 20:N(4)=-20:E(4)=100
155 D(5)=120:N(5)= 0:E(5)=100
160 DATA 10,10,0,-10,-10,-8,8,16,8,-8
170 FOR I=0 TO 4:READ X(I):X(I+5)=X(I):NEXT
180 FOR I=0 TO 4:READ Y(I):Y(I+5)=Y(I):NEXT
190 FOR I=0 TO 4:Z(I)=-15:Z(I+5)=15:NEXT
200 FOR J=0 TO 5:D=D(J)*π/180:N=N(J)*π/180:E=E(J)
210 FOR I=0 TO 9
220 X1(I)= X(I)*COS(D)+Z(I)*SIN(D)
230 Z1(I)=-X(I)*SIN(D)+Z(I)*COS(D)
240 Y1(I)=Y(I):NEXT
250 FOR I=0 TO 9
260 Y2(I)= Y1(I)*COS(N)+Z1(I)*SIN(N)
270 Z2(I)=-Y1(I)*SIN(N)+Z1(I)*COS(N)
280 X2(I)=X1(I):NEXT
290 FOR I=0 TO 9
300 X3(I)=2*X2(I)*E/(E+Z2(I))
310 Y3(I)=2*Y2(I)*E/(E+Z2(I)):NEXT
320 A=A(J):B=B(J):FOR I=0 TO 3
330 LINE A+X3(I),B-Y3(I),A+X3(I+1),B-Y3(I+1),1
340 LINE A+X3(I),B-Y3(I),A+X3(I+5),B-Y3(I+5),1
350 LINE A+X3(I+6),B-Y3(I+6),A+X3(I+5),B-Y3(I+5),1
360 NEXT:LINE A+X3(0),B-Y3(0),A+X3(4),B-Y3(4),1
370 LINE A+X3(5),B-Y3(5),A+X3(9),B-Y3(9),1
380 LINE A+X3(4),B-Y3(4),A+X3(9),B-Y3(9),1
390 NEXT
400 GOTO 400
```

Dieses Programm erzeugt sechs kleine Bilder, die ein Haus aus verschiedenen Blickwinkeln und Entfernungen (Zeilen 150–155: D Drehung um senkrechte Achse, N Neigung, E Entfernung) abbilden wie in einem Fotoapparat, also mit Zentralperspektive. Die zehn Koordinaten (Zeile 160) werden zunächst eingelesen, dann um den Winkel D (für jedes der 6 kleinen Bilder getrennt) in den Zeilen 210 bis 240 gedreht, dann in 250–280 um den Winkel N (Neigung).

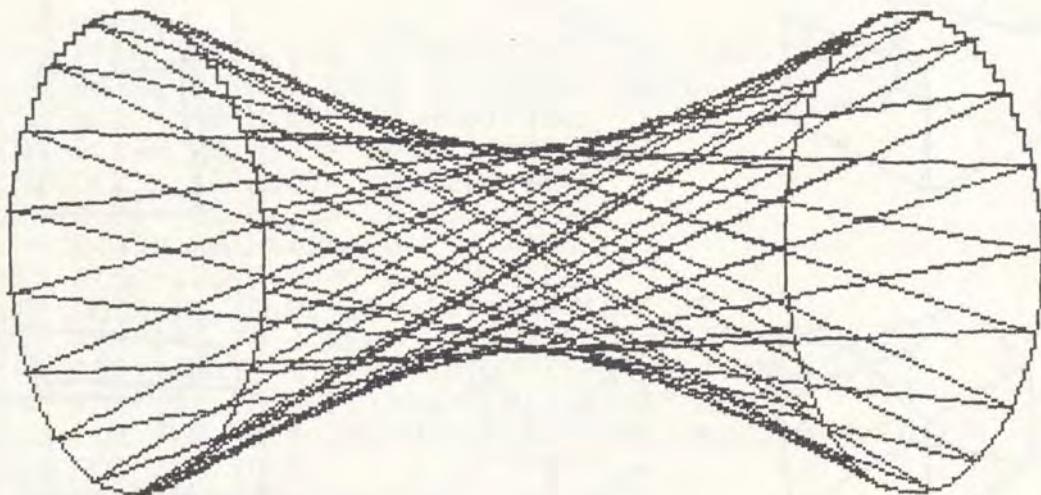
Die Schleife 290–310 projiziert nun alle Punkte zentral in die gleiche Bildebene. Nun können die LINE-Anweisungen zum Zuge kommen.

Sie können natürlich andere Gebilde eingeben und sich mit einem Bild pro Ausführung begnügen.



## Diabolo

Der Diabolo, bekannt als ein aus China stammendes Geschicklichkeitsspielzeug, ist ein Rotationshyperboloid. Dieses besteht (wie hier zu sehen ist) aus lauter Geraden. Durch jeden Punkt gibt es sogar zwei. Der Schnitt mit einer Ebene, in der auch die Achse liegt, ist dagegen eine Hyperbel, und die Schnitte rechtwinklig dazu sind Kreise. Unser Bild zeigt ein Schrägbild (Parallelperspektive).



```
30 100 INPUT "DO VERDREHUNG      130"; P : WW=P*pi/180
110 HIRES 1,0
120 ARC 40,100,0,360,5,40,80,1
130 ARC 279,100,0,360,5,40,80,1
140 X1=40+40*SIN(W)
150 Y1=100+80*COS(W)
160 X2=279+40*SIN(WW)
170 Y2=100+80*COS(WW)
180 LINE X1,Y1,X2,Y2,1
190 W=W+pi/9:WW=WW+pi/9
200 IF W<2*pi THEN 140
210 IF FL=0 THEN FL=1:W=0:WW=-P*pi/180:GOTO 140
220 GOTO 220
```

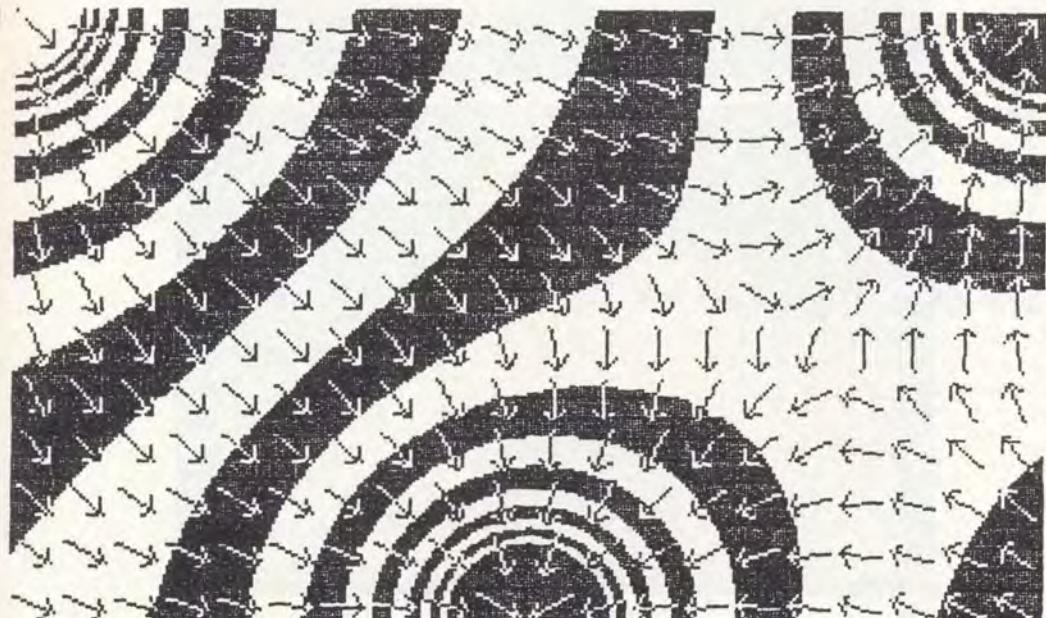
# Felder

## Elektrische Potentiale und Feldstärken

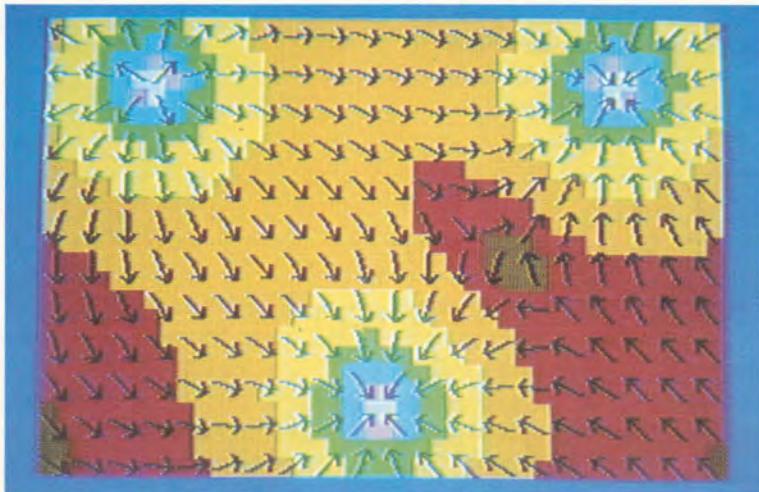
In den Programmen dieses Kapitels werden elektrische Felder dargestellt, die jeweils von drei „punktformigen“ Ladungen erzeugt werden. Die Richtungen der elektrischen Feldstärke werden überall durch Pfeile angezeigt. Die erste Version zeigt außerdem das Potential durch abwechselnde schwarze und weiße Farbe der Intervalle an (die Grenzen zwischen diesen Farben sind also Schnitte der Zeichenebene mit Äquipotentialflächen).

In der farbigen Version kann man für die Färbung zwischen den Potentialen (allerdings im groben Raster von  $40 \times 25$  „Punkten“) und den Beträgen der Feldstärke wählen. Die Lage der drei Ladungen sowie ihre Stärken kann man in den entsprechenden Programmzeilen 100–102 ändern, evtl. ist auch ihre Anzahl N anzupassen. Auch Felder von nur einer Ladung oder z.B. von vier Ladungen sehen interessant aus!

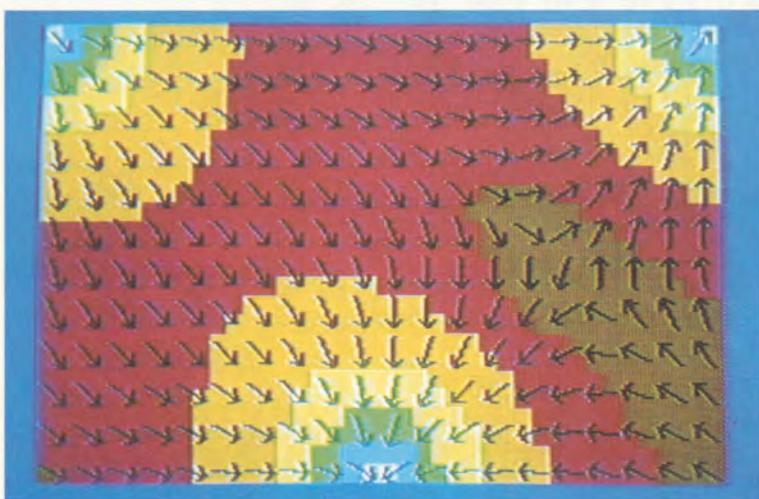
31



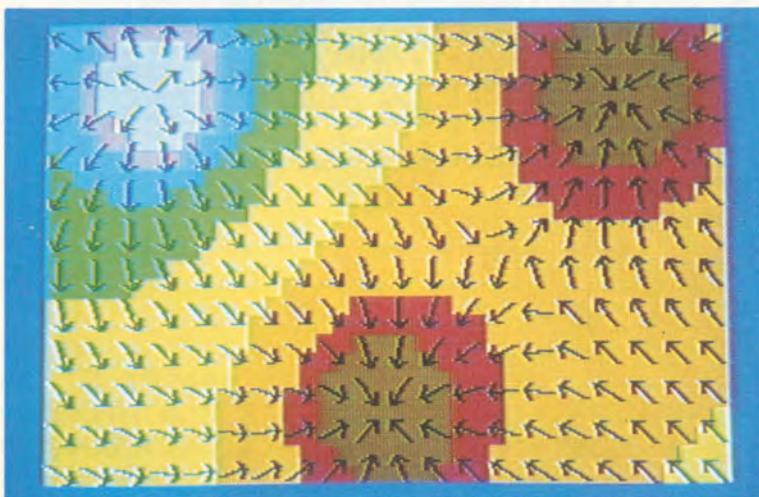
```
31 60 REM POTENTIALE UND FELDVEKTOREN
70 HRES 1,0:N=3:DIM X(N),Y(N),Q(N),R(N)
100 X(1)=0:Y(1)=0:Q(1)=1
101 X(2)=319:Y(2)=0:Q(2)=-1
102 X(3)=160:Y(3)=199:Q(3)=-1
115 :
116 REM      POTENTIALE
117 :
120 FOR X=0 TO 319
130   FOR Y=0 TO 199:P=0
135   FOR I=1 TO N
140     R(I)=SQR((X-X(I))2+(Y-Y(I))2)
141     IF R(I)=0 THEN 170
150     P=P+Q(I)/R(I)
170   NEXT
180   IF ABS(P)>4E-2 THEN P=4E-2*SGN(P)
182   F=P*300 AND 1
197   PLOT X,Y,F
200 NEXT
201 NEXT
210 :
211 REM      FELDSTAERKE ALS VECTOREN
212 :
320 FOR X=8 TO 319 STEP 16
330   FOR Y=8 TO 199 STEP 17:EX=0:EY=0
335   FOR I=1 TO N
340     R(I)=SQR((X-X(I))2+(Y-Y(I))2)
341     IF R(I)=0 THEN 370
350     EX=EX+Q(I)*(X-X(I))/R(I)13
360     EY=EY+Q(I)*(Y-Y(I))/R(I)13
370   NEXT:E=SQR(EX2+EY2):IF E=0 THEN 400
380   XX=7*EX/E
381   YY=7*EY/E
390   LINE X-XX, Y-YY, X+XX, Y+YY, 2
391   LINE X+XX, Y+YY, X+(XX+YY)/2, Y+(YY-XX)/2, 2
392   LINE X+XX, Y+YY, X+(XX-YY)/2, Y+(YY+XX)/2, 2
400 NEXT
401 NEXT:
410 GOTO 410
```



Färbung  
gemäß Betrag  
der Feldstärke



Färbung  
gemäß Betrag  
der Feldstärke



Färbung  
gemäß Potential

Eingabe:

B = Färbung gemäß Betrag der Feldstärke

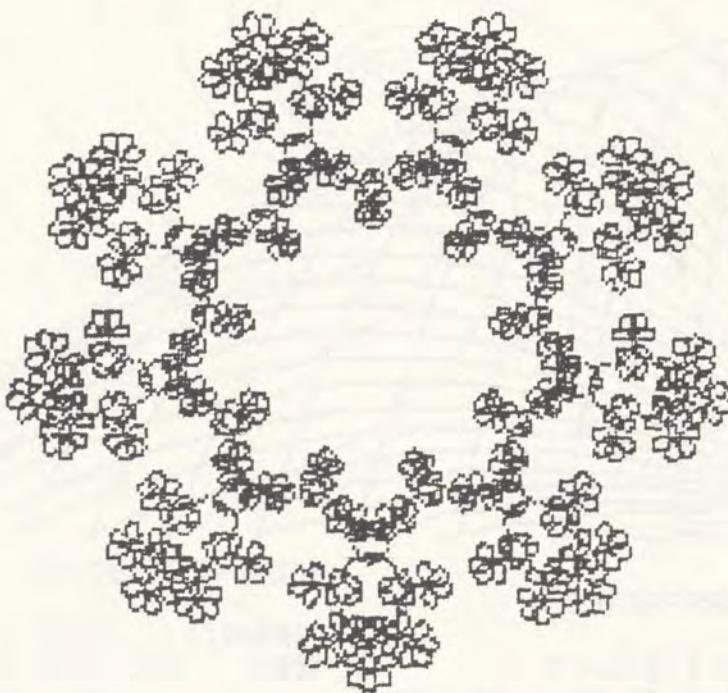
P = Färbung gemäß Potential

```
32 60 INPUT "B/P ";M$  
70 HIRES 1,0:N=3  
71 DIM X(N),Y(N),Q(N),R(N)  
93 DATA 9,2,8,7,5,14,4,15  
94 FOR I=0 TO 7:READ F(I):NEXT  
100 X(1)=0:Y(1)=0:Q(1)=1  
101 X(2)=319:Y(2)=0:Q(2)=-1  
102 X(3)=160:Y(3)=199:Q(3)=-1  
1120 FOR X=4 TO 319 STEP 8  
1130 FOR Y=4 TO 199 STEP 8  
1135 EX=0:EY=0:P=0:FOR I=1 TO N  
1136 DX=X-X(I):DY=Y-Y(I)  
1140 R(I)=SQR(DX*DX+DY*DY)  
1141 IF R(I)=0 THEN 1170  
1150 EX=EX+Q(I)*(X-X(I))/R(I)*13  
1155 EY=EY+Q(I)*(Y-Y(I))/R(I)*13  
1160 P=P+Q(I)/R(I)  
1170 NEXT:E=SQR(EX^2+EY^2)  
1171 IF E=0 THEN 1200  
1173 IF M$="P" THEN EE=4+P*1E2  
1174 IF M$="B" THEN EE=LOG(E*5E4)  
1175 IF EE>7 THEN EE=7  
1176 IF EE<0 THEN EE=0  
1178 POKE 48*1024+X/8+40*INT(Y/8),F(EE)  
1180 XX=4*EX/E  
1181 YY=4*EY/E  
1190 X1=X-XX:Y1=Y-YY:X2=X+XX:Y2=Y+YY  
1191 X3=X+(XX+YY)/2:Y3=Y+(YY-XX)/2  
1192 X4=X+(XX-YY)/2:Y4=Y+(YY+XX)/2  
1193 LINE X1,Y1,X2,Y2,1  
1194 LINE X3,Y3,X2,Y2,1  
1195 LINE X4,Y4,X2,Y2,1  
1200 NEXT:NEXT  
1210 GOTO 1210
```

# Kurven

Wir bleiben bei der Anweisung LINE, aber verwenden sie jetzt nicht mehr für lange Geraden, denen man ansehen kann, daß sie Geraden sind, sondern für kurze Stücke, die im Zusammenhang Kurven von beliebig bestimmbarer Krümmung ergeben. Die Länge kann et-

was größer sein als der Abstand der Rasterpunkte, ohne daß es auffällige Knicke gibt (bei PLOT müßte man die zu berechnenden Stellen wesentlich dichter legen, um Lücken zu vermeiden).

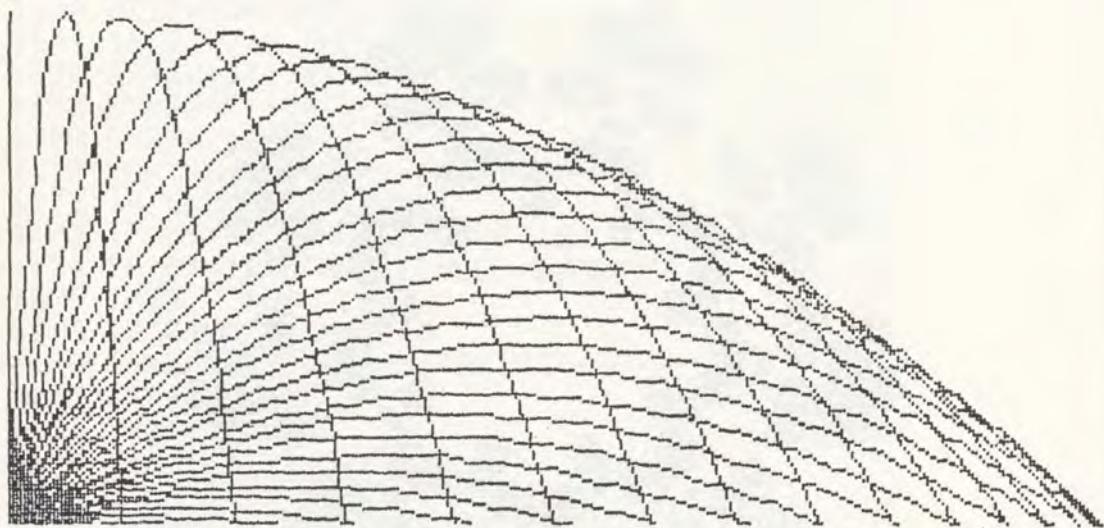


```
33 10 REM BLUME
11 :
20 HIRES 1,0
30 FOR W=0 TO 1024*pi STEP .3
40 X=160+65*SIN(W/512)-23*SIN(W/64)+7*SIN(W/8)-3*SIN(W)
50 Y=100+65*COS(W/512)+23*COS(W/64)+7*COS(W/8)+3*COS(W)
60 PLOTX,Y,1:NEXT
70 GOTO 70
```

## Wurfparabeln

Dieses Bild kann physikalisch interpretiert werden: Von der linken unteren Ecke werden in einem homogenen Schwerkraftfeld (d.h. einem Bereich, in dem die Schwerkraft auf den gleichen Körper überall die gleiche Stärke und Richtung hat) Gegenstände mit gleichem Betrag der Anfangsgeschwindigkeit in verschiedene Richtungen geworfen.

Ohne Berücksichtigung der Luftreibung zeigt sich dabei, daß man mit  $45^\circ$  am weitesten wirft, und mit Richtungen, die gleich weit darunter und darüber sind, jeweils gleich weit. Das Programm berechnet die Bahnen nicht explizit, sondern iterativ in Zeitintervallen.



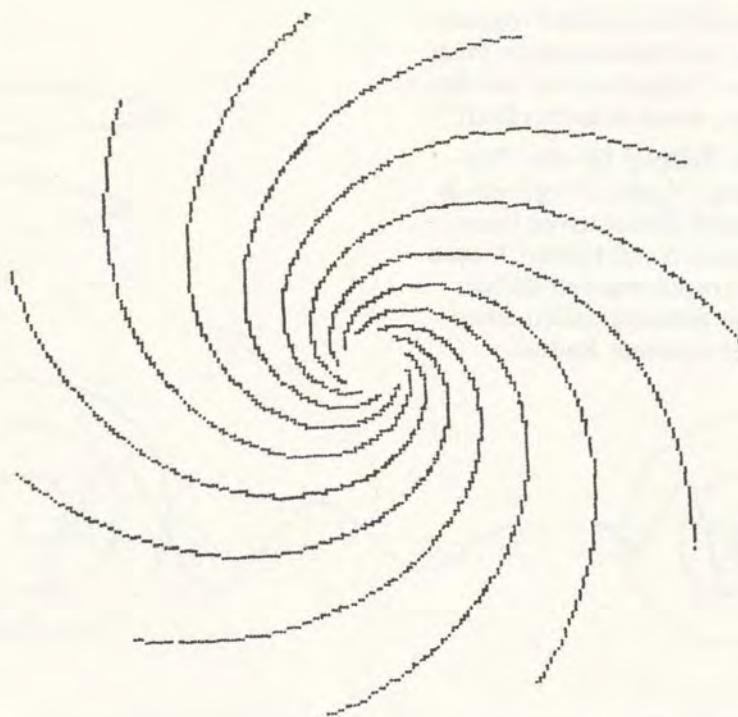
34 90 REM WURFPARABELN

```
91 :  
100 HIRES 1,0:V=17  
110 FOR I=0 TO 30:W=I*pi/60  
120 VX=V*COS(W):VY=V*SIN(W)  
130 X=0:Y=0:XA=0:YA=0  
135 VY=VY-.5  
140 LINE XA,170-YA,X,170-Y,1:XA=X:YA=Y  
150 X=X+VX:Y=Y+VY:VY=VY-1  
160 IF Y>-30 THEN 140  
170 NEXT  
175 BLOCK 0,171,319,199,0  
200 GOTO 200
```

## Verliebte Wanzen

Gleichmäßig auf einen Kreisumfang verteilt, sitzen elf Wanzen. Jede hat sich (ganz plötzlich!) in ihre übernächste Nachbarin zur Linken verliebt und läuft ständig in die Richtung zu ihr (was aber im Laufe der Zeit immer eine andere

Richtung ist, denn die anderen bewegen sich ja auch). Alle laufen somit auf Spiralfbahnen zum Kreismittelpunkt. Bei jedem Durchlauf der GOTO-Schleife (160–190) legt jede Wanze 1/100 der augenblicklichen Distanz zu ihrer Angebeteten zurück.



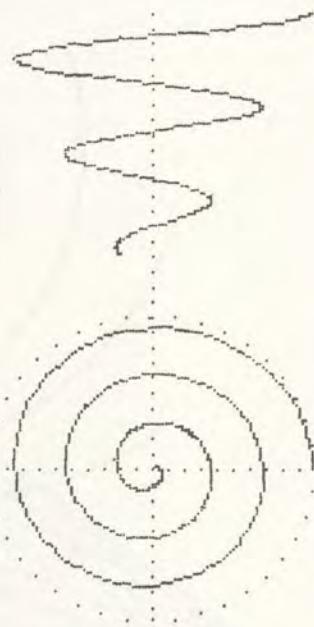
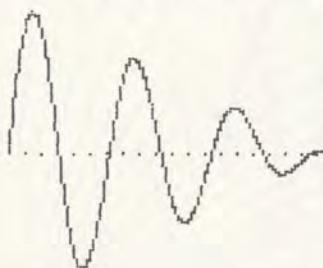
```
35 100 REM VERLIEBTE WANZEN  
101 :  
110 INPUT "ZAHL 11■■■■"; N  
115 INPUT "ANSPRUNG 2■■■■"; S  
120 HIRES 1,0  
130 DIM X(N), Y(N)  
140 FOR I=0 TO N  
150 X(I)=100*COS(I*S*2*pi/N)  
155 Y(I)=100*SIN(I*S*2*pi/N):NEXT  
160 FOR I=0 TO N-1  
170 PLOT 160+X(I), 100-Y(I), 1  
180 X(I)=.99*X(I)+.01*X(I+1)  
185 Y(I)=.99*Y(I)+.01*Y(I+1)  
190 NEXT: X(N)=X(0): Y(N)=Y(0): GOTO 160
```

## Archimedische Spirale

Die archimedische Spirale entsteht, wenn ein Radius mit einem Umlaufwinkel gleichmäßig zunimmt (ein zusammengerollter Teppich hat nur ungefähr einen solchen Querschnitt, ganz innen weicht er deutlich davon ab; ebenso ist es mit dem Ende eines Bindfadens, den man um einen Zylinder wickelt).

Im Bild auf dieser Seite ist das Programm beim Erreichen des Mittelpunktes (von außen kommend) abgebrochen worden. Wie sieht es aus, wenn es weiter läuft?

Das Bild ist ein Beispiel für eine Parameterdarstellung: X und Y ergeben als Funktionen von T Sinuskurven (hier mit abnehmenden Amplituden). Gegeneinander aufgetragen ergeben sie hier die Spirale, also gewissermaßen einen Kreis mit abnehmendem Radius.



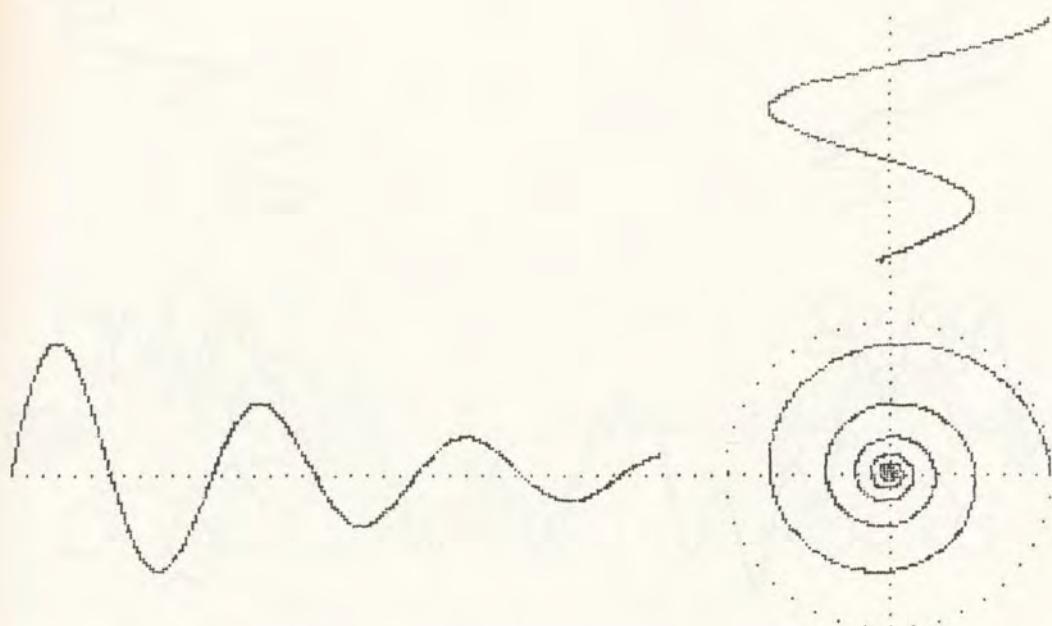
36 90 REM ARCHIMED. SPIRALE PARAMETERDARSTELLUNG

91 :

```
100 HIRES 1,0
105 FOR X=0 TO 315 STEP 5:PLOT X,150,1:NEXT
106 FOR Y=0 TO 195 STEP 5:PLOT 270,Y,1:NEXT
107 FOR W=0 TO 2*pi STEP pi/20:PLOT 270+50*cos(W),
    150-50*sin(W),1:NEXT
110 A1=50:F1=2:D=.1:M=10
115 XA=A1+A2+A3
120 X=A1*COS(F1*T)*(1-T*D)
130 Y=A1*SIN(F1*T)*(1-T*D)
136 IF T>MC80 THEN LINE 270+XA,T*M,270+X,T*M,1
138 IF T>MC200 THEN LINE T*M,150-YA,T*M,150-Y,1
140 LINE 270+XA,150-YA,270+X,150-Y,1
145 XA=X:YA=Y:TA=T
150 T=T+.02:GOTO 120
160 GOTO 160
```

## Logarithmische Spirale

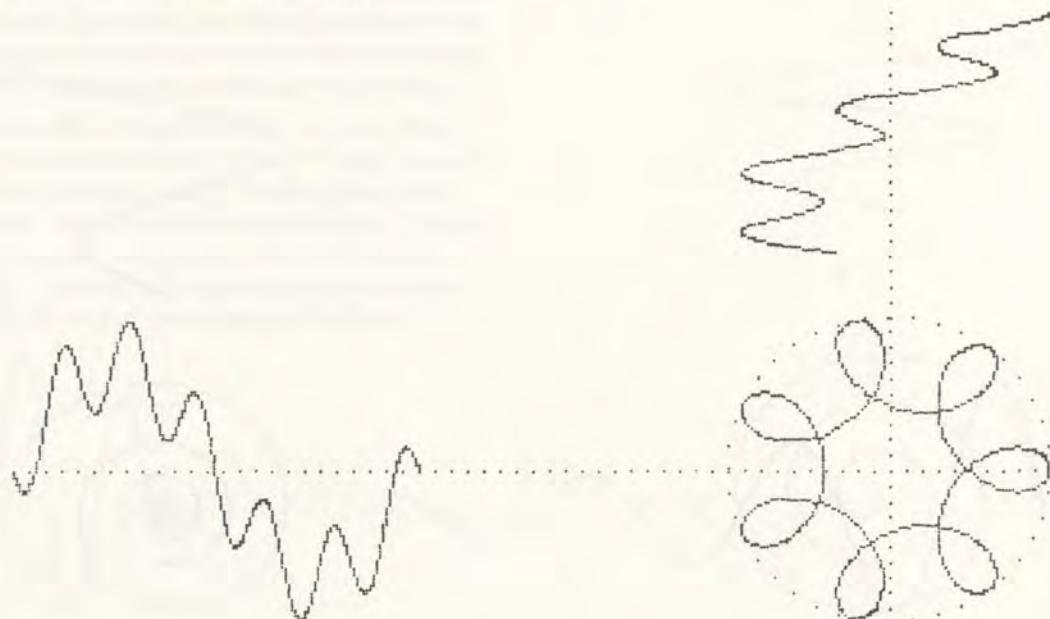
Die logarithmische Spirale entsteht, wenn die Kurven exponentiell abklingen.



```
37 90 REM LOG. SPIRALE PARAMETERDARSTELLUNG
91 :
100 HIRES 1,0
105 FOR X=0 TO 315 STEP 5:PLOT X,150,1:NEXT
106 FOR Y=0 TO 195 STEP 5:PLOT 270,Y,1:NEXT
107 FOR W=0 TO 2*pi STEP pi/20:PLOT 270+50*cos(W),
    150-50*sin(W),1:NEXT
110 A1=50:F1=1:D=.1:M=10
115 XA=A1+A2+A3
120 X=A1*COS(F1*T)*EXP(-T*D)
130 Y=A1*SIN(F1*T)*EXP(-T*D)
136 IF T*M<80 THEN LINE 270+XA,T*M,270+X,T*M,1
138 IF T*M<200 THEN LINE T*M,150-YA,T*M,150-Y,1
140 LINE 270+XA,150-YA,270+X,150-Y,1
145 XA=X:YA=Y:TA=T
150 T=T+.02:GOTO 120
160 GOTO 160
```

## Epizykel

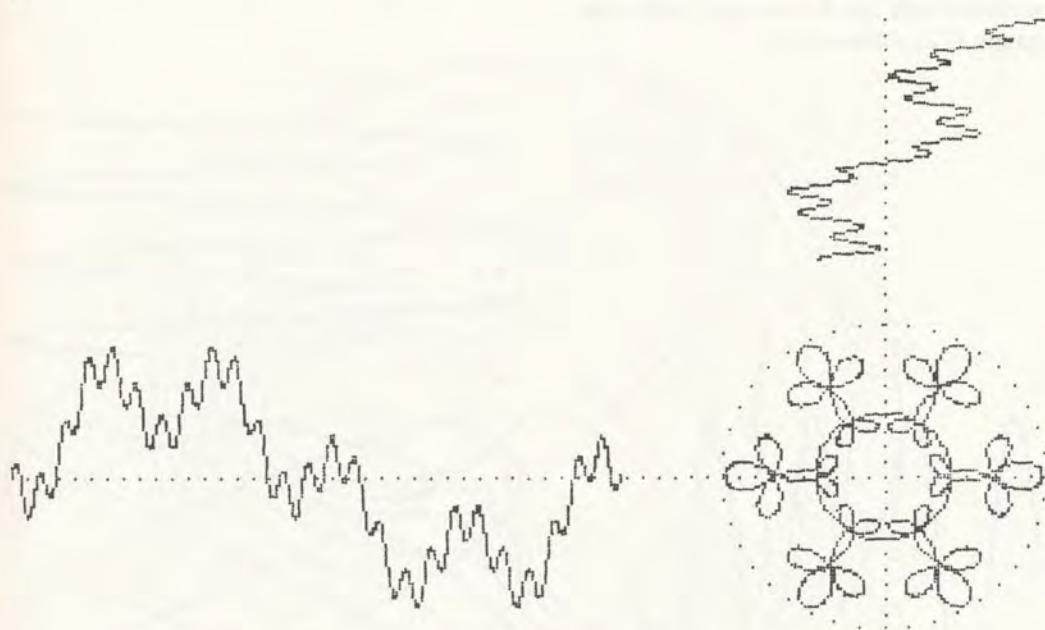
Überlagert man mehrere Schwingungen mit verschiedenen Frequenzen und Amplituden, nimmt aber für X und für Y den Cosinus und den Sinus jeweils von den gleichen Argumenten, so gibt es Epizykeln. (Ohne Überlagerung würde es Kreise geben, entweder langsame große oder schnellere kleine.)



```
38 90 REM EPIZYKEL
91 :
100 HIRES 1,0
105 FOR X=0 TO 315 STEP 5:PLOT X,150,1:NEXT
106 FOR Y=0 TO 195 STEP 5:PLOT 270,Y,1:NEXT
107 FOR W=0 TO 2*pi STEP pi/20:PLOT 270+50*COS(W),
150-50*SIN(W),1:NEXT
110 A1=35:A2=15:F1=1:F2=-6:M=20
115 XA=A1+A2
120 X=A1*COS(F1*T)+A2*COS(F2*T)
130 Y=A1*SIN(F1*T)+A2*SIN(F2*T)
136 IF T>M<89 THEN LINE 270+XA,T*M,270+X,T*M,1
138 IF T>M<200 THEN LINE TA*M,150-YA,T*M,150-Y,1
140 LINE 270+XA,150-YA,270+X,150-Y,1
145 XA=X:YA=Y:TA=T
150 T=T+.01:IF T<2*pi+.01 THEN 120
160 GOTO 160
```

## Epizykel

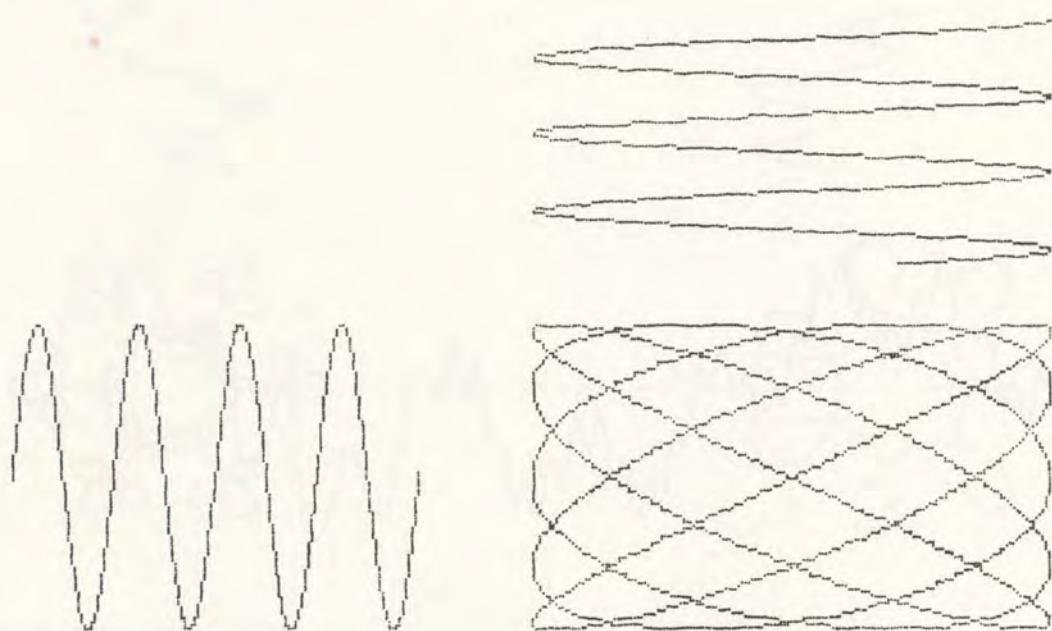
Jetzt sehen Sie auch, wie unsere Blume zu Beginn des Kapitels „Kurven“ entstanden ist: Dort waren es vier immer kleinere und „schnellere“ Kreise, die sich überlagert haben. Auf dieser Seite sind es nur drei, aber dafür auch mit Einzeldarstellungen von X und Y gegen T.



```
39 100 HIRES 1,0
105 FOR X=0 TO 315 STEP 5:PLOT X,150,1:NEXT
106 FOR Y=0 TO 195 STEP 5:PLOT 270,Y,1:NEXT
107 FOR W=0 TO 2*pi STEP pi/20:PLOT 270+50*COS(W),
150-50*SIN(W),1:NEXT
110 A1=28:A2=14:A3=7:F1=1:F2=-5:F3=25:M=30
115 XA=A1+A2+A3
120 X=A1*COS(F1*T)+A2*COS(F2*T)+A3*COS(F3*T)
130 Y=A1*SIN(F1*T)+A2*SIN(F2*T)+A3*SIN(F3*T)
136 IF T*M<80 THEN LINE 270+XA,T*M,270+X,T*M,1
138 IF T*M<200 THEN LINE T*M,150-YA,T*M,150-Y,1
140 LINE 270+XA,150-YA,270+X,150-Y,1
145 XA=X:YA=Y:TA=T
150 T=T+.005:IF T>2*pi+.01 THEN 120
160 GOTO 160
```

## Lissajous

Begnügt man sich mit nur je einer Schwingung in X- und Y-Richtung, wählt aber dafür verschiedene Frequenzen (damit kein langweiliger Kreis herauskommt, obwohl Sie das auch probieren sollten!), so nennt man die Figur eine Lissajous-Figur. Wenn Sie ein sehr „krummes“ Zahlenverhältnis wählen, schließt sich die Kurve erst, wenn das ganze Bild schwarz ist.



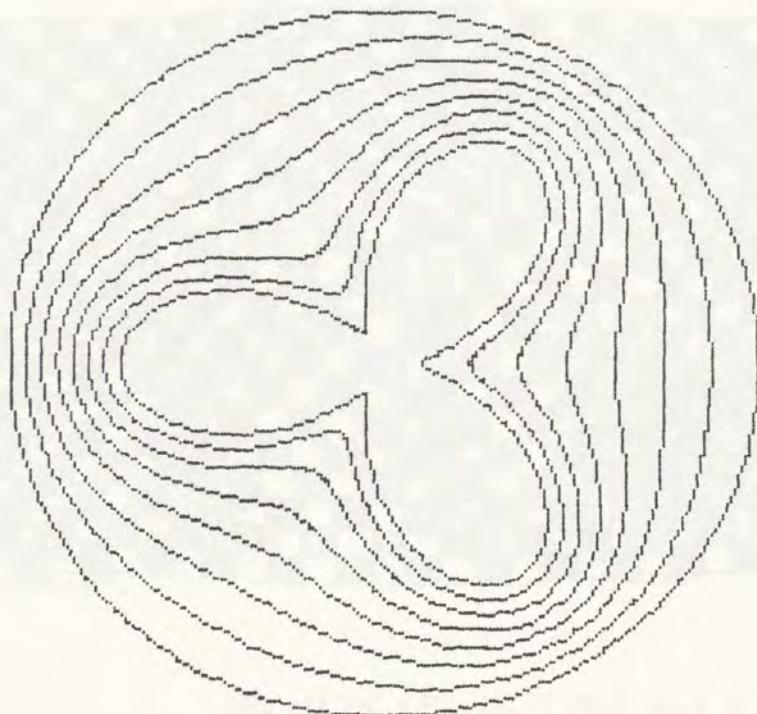
40 90 REM LISSAJOUS

91 :

```
100 HRES 1,0:XA=80:X=80
110 F1=5:F2=4:M=20
120 X=80*COS(F1*T)
130 Y=50*SIN(F2*T)
136 IF T>M*80 THEN LINE 240+XA,T*M,240+X,T*M,1
138 IF T<M*140 THEN LINE T*M,150-YA,T*M,150-Y,1
140 LINE 240+XA,150-YA,240+X,150-Y,1
145 XA=X:YA=Y:TA=T
150 T=T+.01:IF T<2*pi+.01 THEN 120
160 GOTO 160
```

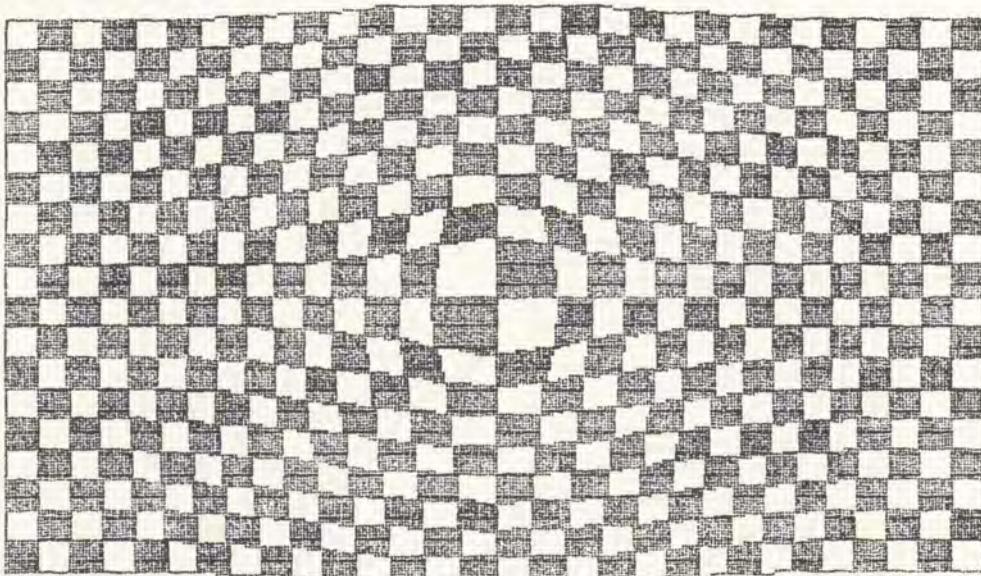
## Flügelrad

Hier wandern Punkte auf einem Kreis, dessen Radius gewissermaßen sinusförmig schwankt. Ändern Sie auch vorsichtig (d.h. immer nur eine und nicht zu stark) die Zahlen in Zeile 130.



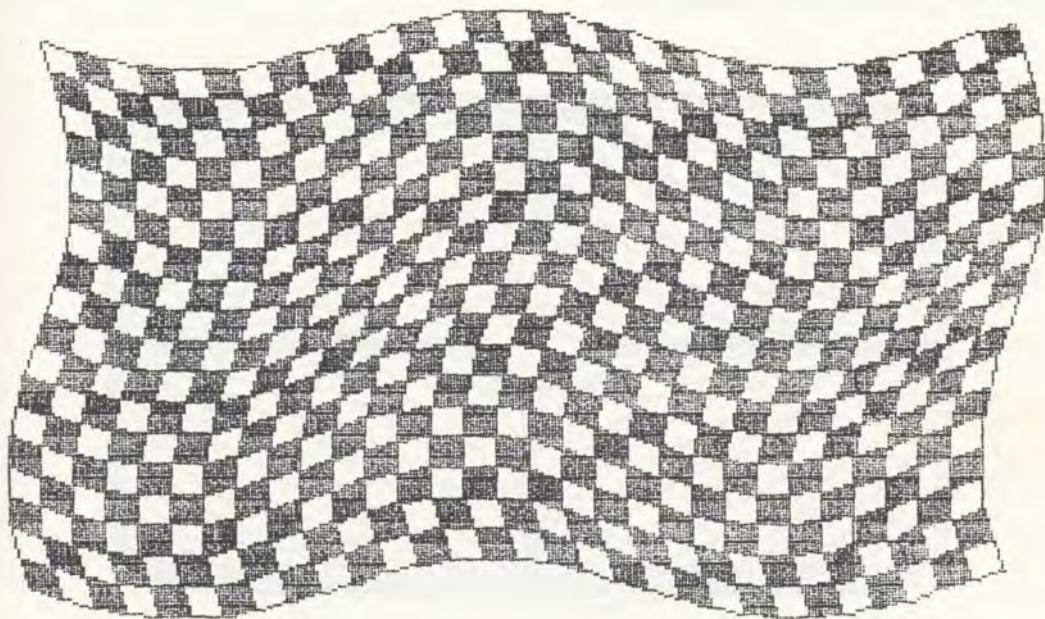
```
41 100 HIRES 1,0
110 FOR I=0 TO 1 STEP 1/7
115 XA=260-90*I:YA=100
120 FOR W=0 TO 2*pi+.01 STEP .02
130 R=100-(60+30*COS(3*W))*I
140 X=160+R*COS(W):Y=100-R*SIN(W)
150 LINE XA,YA,X,Y,1:XA=X:YA=Y:NEXT:NEXT
200 GOTO200
```

So ungefähr könnte die Flagge eines Schachvereins aussehen, oder ein Küchenhandtuch, auf dessen Mitte man eine Lupe richtet. Stadtpläne werden so ähnlich gezeichnet, damit man die Einzelheiten in der Mitte (die meist enger beisammen und besonders wichtig sind) besser ablesen kann.



```
42 100 HIRES 1,0:DIM X(31,19),Y(31,19)
110 FOR I=0 TO 30:FOR J=0 TO 18:II=I-15:JJ=J-9
115 R=SQR(II^2+JJ^2)
119 IF R=0 THEN X(I,J)=5+I*10:Y(I,J)=5+J*10:GOTO 124
120 X(I,J)=5+I*10+10*II/R*EXP(-R*13/1000)
122 Y(I,J)=5+J*10+10*JJ/R*EXP(-R*13/1000)
124 PLOT X(I,J),Y(I,J),1:NEXT:NEXT
130 FOR I=1 TO 30:FOR J=0 TO 18
140 LINE X(I,J),Y(I,J),X(I-1,J),Y(I-1,J),1:NEXT:NEXT
150 FOR I=0 TO 30:FOR J=1 TO 18
160 LINE X(I,J),Y(I,J),X(I,J-1),Y(I,J-1),1:NEXT:NEXT
170 FOR I=0 TO 29:FOR J=0 TO 17
180 IF ((I+J)AND1)=0 THEN 200
190 PRINT X(I,J)+2,Y(I,J)+2,1
200 NEXT:NEXT
300 GOTO 300
```

Und hier flattert die Schach-Fahne im  
Wind!



```
43 100 HIRES 1,0:DIM X(31,19),Y(31,19)
110 FOR I=0 TO 30:FOR J=0 TO 18
120 X(I,J)=10+I*10+10*SIN(J/3)
121 Y(I,J)=10+J*10+10*SIN(I/3):PLOT X(I,J),Y(I,J),
1:NEXT:NEXT
130 FOR I=1 TO 30:FOR J=0 TO 18
140 LINE X(I,J),Y(I,J),X(I-1,J),Y(I-1,J),1:NEXT:NEXT
150 FOR I=0 TO 30:FOR J=1 TO 18
160 LINE X(I,J),Y(I,J),X(I,J-1),Y(I,J-1),1:NEXT:NEXT
170 FOR I=0 TO 29:FOR J=0 TO 17
180 IF ((I+J)AND1)=0 THEN 200
190 PAINT X(I,J)+4,Y(I,J)+4,1
200 NEXT:NEXT
300 GOTO 300
```

## Ellipse & Co

Bekanntlich hat die Ellipse die Gleichung  $y = \pm \frac{b}{a} \sqrt{1 - x^2}$

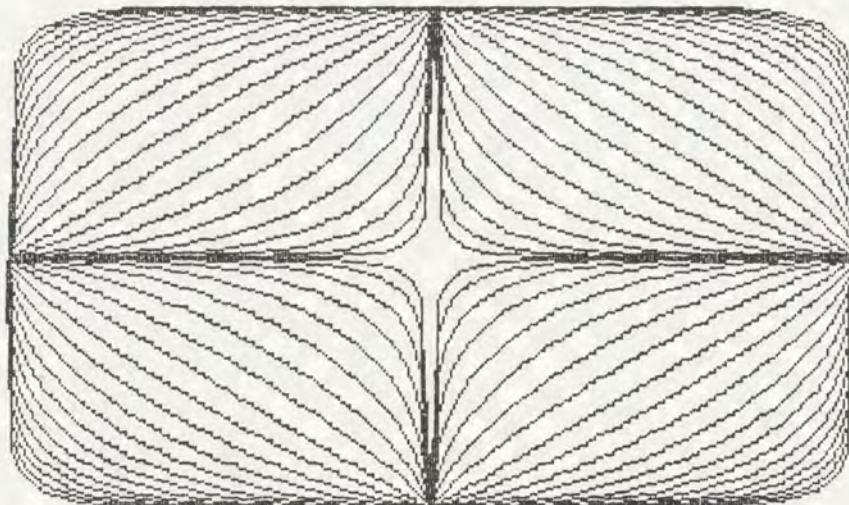
(Spezialfall: Kreis, falls  $a=b$ ).

Darin tritt die 2 als Exponent von  $x$  und als Wurzelexponent auf. Ersetzt man sie an beiden Stellen durch eine andere Zahl, gibt es andere Figuren, die hier zu einem Bild vereinigt sind.

(Für eine einzelne Kurve ersetzen Sie die Schleifenanweisung 1002 durch ein festes N und entfernen das NEXT in 1370.)

Spezial- und Grenzfälle:

$N \rightarrow 0$	Kreuz
$0 < N < 1$	Karo (wie auf Spielkarten)
$N = 1$	Raute
$N = 2$	Ellipse
$N > 2$	Annäherung an ein Rechteck
$N \rightarrow \infty$	Rechteck



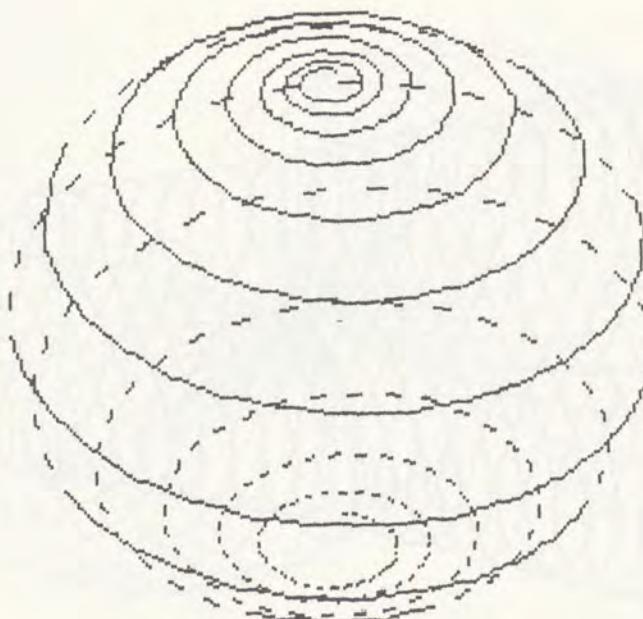
```
44 1000 HIRES 1,0
1002 FOR I=-2 TO 3 STEP .25:N=2*I
1005 IF N=0 THEN F=1:FOR E=-2 TO 2 STEP .5:N=21E
1010 XA=160:YA=0
1015 FOR X=0 TO 1 STEP .02
1020 XX=160+X*160:Y=100-100*(1-X^1N)^(1/N)
1030 LINE XA,YA,XX,Y,1:XA=XX:YA=Y
1040 NEXT
1115 FOR X=1 TO 0 STEP -.02
1120 XX=160+X*160:Y=100+100*(1-X^1N)^(1/N)
1130 LINE XA,YA,XX,Y,1:XA=XX:YA=Y
1140 NEXT
1215 FOR X=0 TO 1 STEP .02
1220 XX=160-X*160:Y=100+100*(1-X^1N)^(1/N)
1230 LINE XA,YA,XX,Y,1:XA=XX:YA=Y
1240 NEXT
1315 FOR X=1 TO 0 STEP -.02
1320 XX=160-X*160:Y=100-100*(1-X^1N)^(1/N)
1330 LINE XA,YA,XX,Y,1:XA=XX:YA=Y
1340 NEXT
1350 LINE XA,YA,160,0,1
1370 NEXT
1400 GOTO 1400
```

## Loxodrome

Wenn Sie sich mit Ihrem Freund (oder Ihrer Freundin) verkrachen, können Sie einander den Rücken zuwenden. Wenn dann jeder immer „geradeaus“ geht, und zwar mit einem Kreisel-Kompaß in der Hand, und wenn Sie nicht zufällig exakt in Ost-West- oder West-Ost-Richtung starten, kommen Sie an den beiden Polen der Erde an, wobei Sie diese un-

endlich oft umrunden, aber dennoch nur einen endlichen Weg zurücklegen. Dieser Weg heißt Loxodrome.

Auf Erdkarten in Mercator-Projektion erscheinen Loxodromen als Geraden. Aus der Astronauten-Perspektive sehen sie aus wie auf diesem Bild (Kurventeile auf der abgewandten Seite der Erde gestrichelt!).

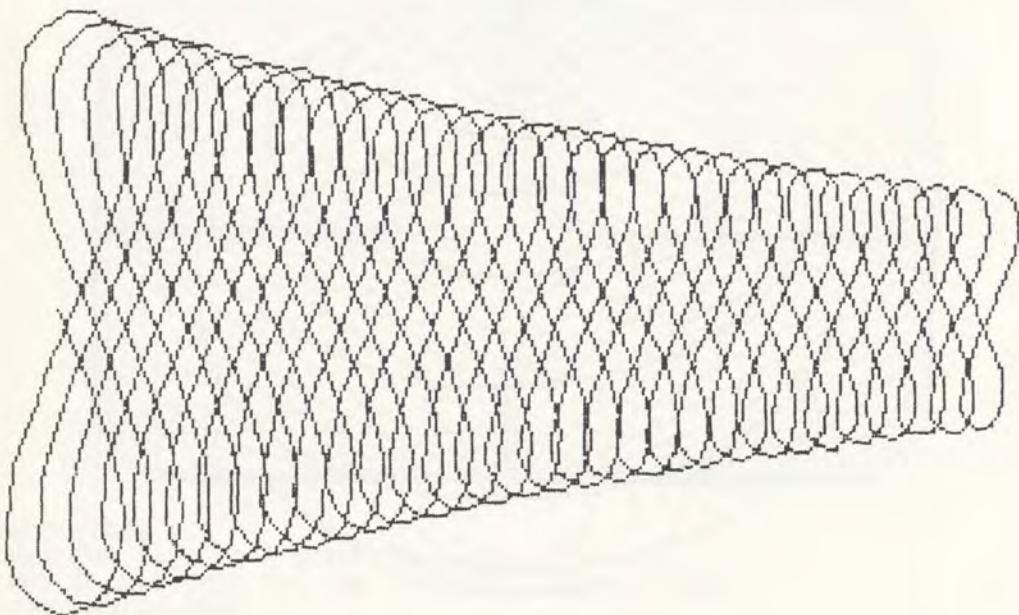


45 90 REM LOXODROME

```
91 :  
100 HIRES 1,0:B=-1.4:W=.07:D=.7:XA=160:XB=160:YB=YB  
101 YA=100-100*SIN(B)*COS(D)-100*COS(L)*COS(B)*SIN(D)  
110 L=L+.2:B=B+W*.2*COS(B)  
120 X=160+100*SIN(L)*COS(B)  
130 Y=100-100*SIN(B)*COS(D)-100*COS(L)*COS(B)*SIN(D)  
131 Z=SIN(B)*SIN(D)-COS(L)*COS(B)*COS(D)  
140 IF Z>0 THEN LINE XA,YA,X,Y,1:XA=X:YA=Y  
141 IF Z<=0 THEN LINE (2*X+XA)/3,(2*Y+YA)/3,X,Y,1:  
     XA=X:YA=Y  
145 GOTO 110
```

## Guillochen

Wenn Sie demnächst Ihre Geldscheine selbst herstellen wollen (für Spielgeld, versteht sich), können Sie mit diesem Programm schon einmal üben: Die Figuren, die den Fälschern die Arbeit erschweren sollen, heißen Guillochen. In diesem Beispiel ist es eine Lissajous-Figur mit dem Frequenzverhältnis 1:2, die allmählich nach rechts wandert und dabei exponentiell schrumpft.



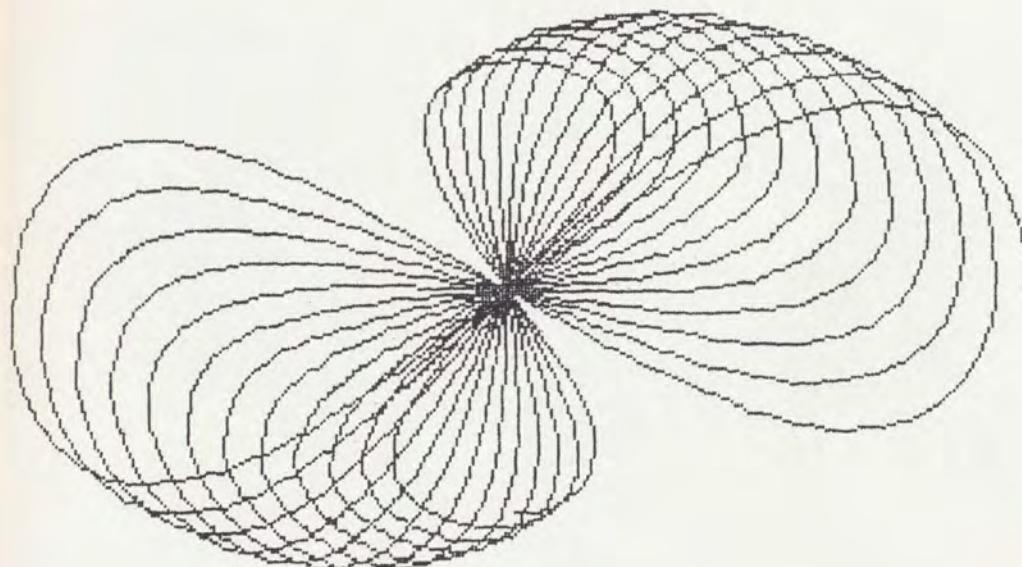
46 90 REM GUILLOCHEN

91 :

```
100 HRES 1,0:A=100:B=20:X=25:D=.3:X0=20:YA=100:XA=X0
110 X0=X0+D:X=X0+B*SIN(2*W):Y=100+A*SIN(W)
120 LINE XA,YA,X,Y,1:A=A*.999:B=B*.999:XA=X:YA=Y:
W=W+.2:IF X0<310 THEN 110
130 GOTO 130
```

## Schleife

Ein Punkt schwingt sinusförmig hin und her. Gleichzeitig schwingt er auch noch mit der doppelten Frequenz quer dazu. Das alleine würde eine geschlossene 8-förmige Lissajous-Figur geben. Damit es etwas interessanter wird, dreht sich diese Figur noch allmählich und schrumpft zugleich. Unser Bild zeigt den Zustand nach einer knappen Vierteldrehung.



47 90 REM SCHLEIFE

91 :

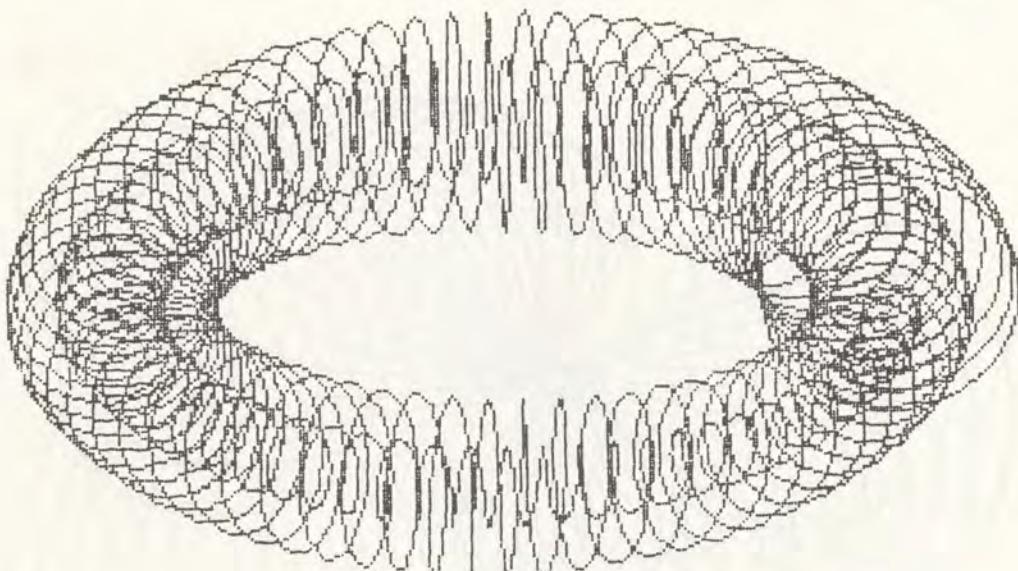
```
100 HIRES 1,0:A=160:B=60:UA=320:VA=100
110 X=A*COS(W):Y=B*SIN(W*2)
120 U=160+X*COS(W1)-Y*SIN(W1)
125 V=100-X*SIN(W1)-Y*COS(W1)
130 LINE UA,VA,U,V,1:UA=U:VA=V:W=W+.1:
    W1=W1+.002:A=A*.999:B=B*.999
140 IF W1<pi/2 THEN 110
170 GOTO 170
```

## Verwicklungen

Auf einem langen durchsichtigen Kegel wird eine Linie in Spiralform aufgewickelt. Nun wird dieser Kegel zu einem Ring zusammengebogen, dessen Umfang gleich der halben Kegelhöhe ist. Die Achse des Kegels wird dabei gewissermaßen doppelt auf die Mittellinie dieses

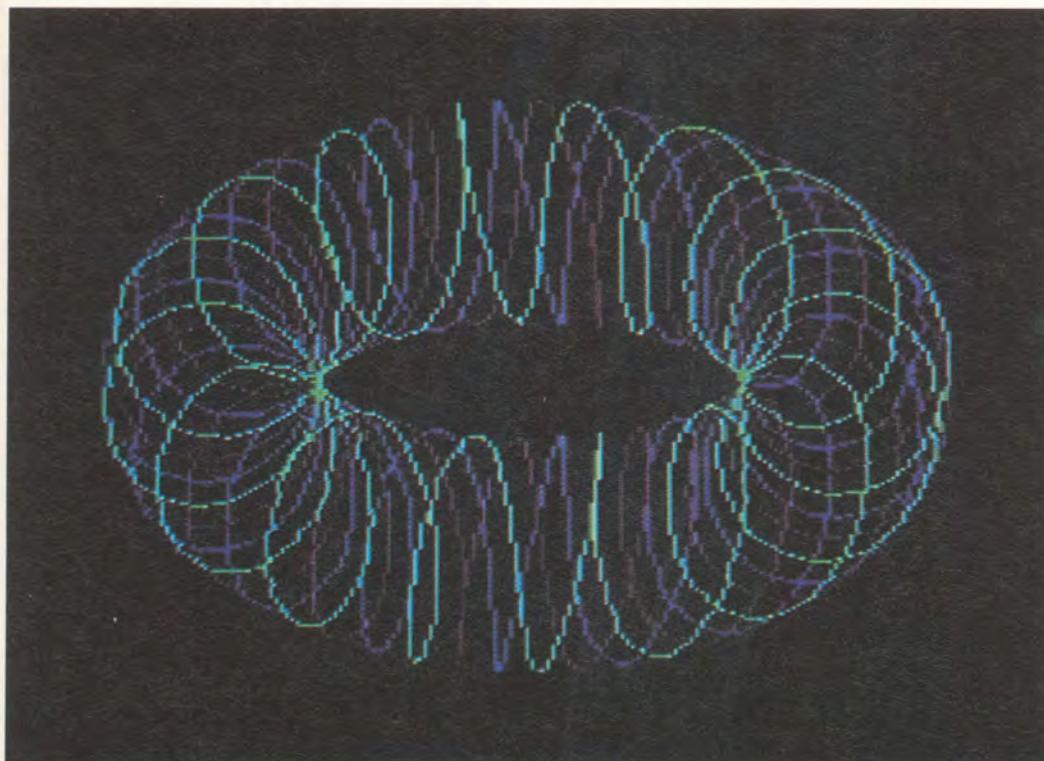
Ringes gewickelt, die Spitze des Kegels also von der Grundfläche her in den Kegel selbst sehr tief hineingesteckt.

Das hört sich sehr verwickelt an und sieht auch so aus; die Kompliziertheit des Programms hält sich jedoch in Grenzen.



48 90 REM VERWICKLUNGEN

```
91 :  
100 HIRES 1,0:R=40  
110 XA=319:YA=100  
120 FOR W=0 TO 4*pi STEP .002  
130 X=160+120*COS(W)+R*COS(W*67.5)*COS(W)  
140 Y=100-60*SIN(W)-R*SIN(W*67.5)  
150 LINE XA,YA,X,Y,1:XA=X:YA=Y  
160 R=R-.005:NEXT  
170 GOTO 170
```

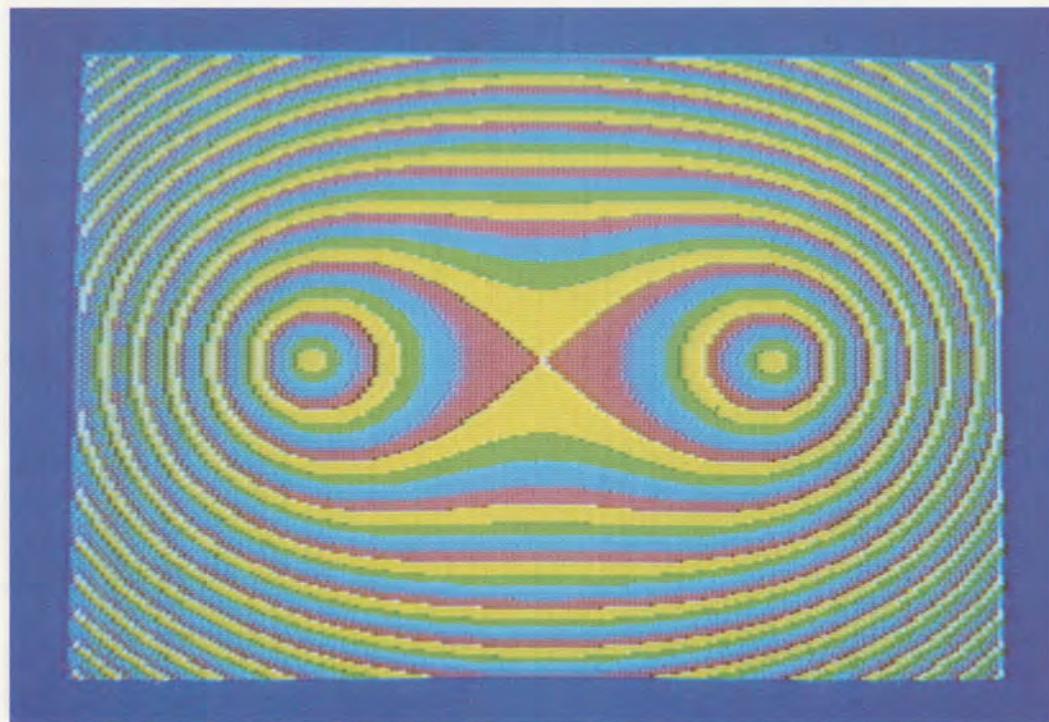


```
49 REM TORUS-WENDEL FARBIG
50 :
51 POKE53280,0:POKE53281,0
52 HIRES 1,0:MULTI 6,2,5
53 FORZ=0TO2:V=Z*pi/24
54 XA=80+60+20*COS(V*16)
55 YA=100-40*SIN(V*16)
56 PLOT XA,YA,1+Z
57 FOR W=0 TO 2*pi STEP .007
58 X=80+60*COS(W)+20*COS((V+W)*16)*COS(W)
59 Y=100-60*SIN(W)-40*SIN((V+W)*16)
60 LINE X,Y,XA,YA,1+Z:XA=X:YA=Y
61 NEXT
62 NEXT
63 GOTO 170
```

# Punkt für Punkt

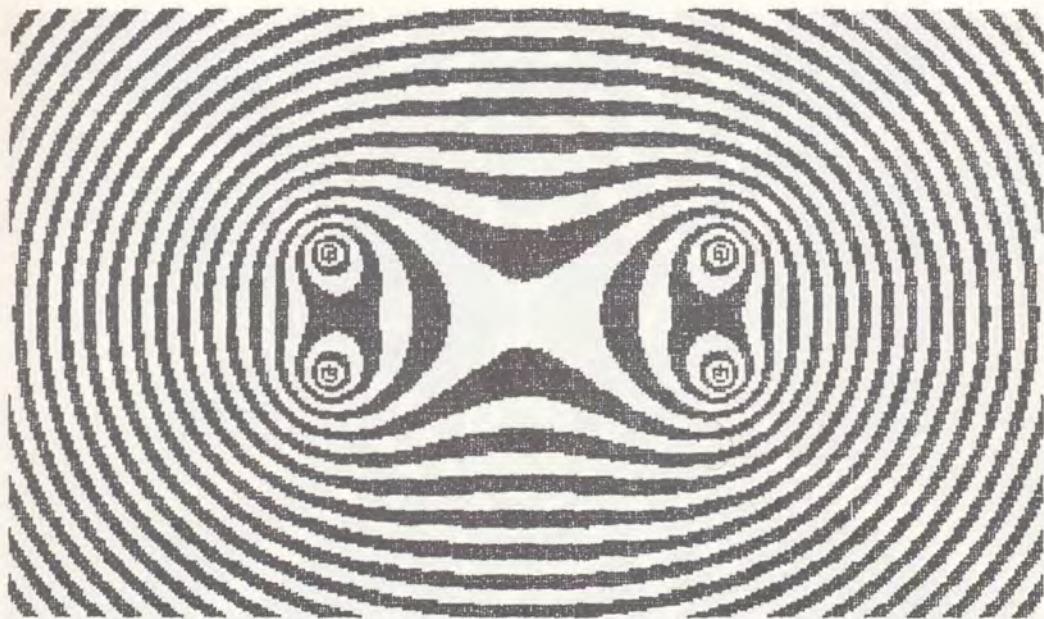
## Cassini farbig

Der einfachste Befehl, PLOT, wird für die kompliziertesten Bilder verwendet, bei denen für jeden Punkt einzeln die Farbe berechnet wird. Bei dieser Schar der Cassini-Kurven hängt die Farbe vom Produkt der Entfernungen zu zwei Brennpunkten ab. Die 8-förmige Kurve dazwischen heißt Lemniskate.



```
50 80 REM CASSINI FARBIG
 85 :
 90 POKE53281,14:POKE53280,6
100 HIRES0,1:MULTI 10,7,5
110 FOR X=0 TO 79
120 FOR Y=0 TO 99
130 R1=((((X+40)/40)12+(Y/64)12)
131 R2=((((X-40)/40)12+(Y/64)12)
140 F=(SQR(64*R1*R2)+2)AND3
150 PLOT 80+X,100+Y,F
151 PLOT 80-X,100+Y,F
152 PLOT 80-X,100-Y,F
153 PLOT 80+X,100-Y,F
160 NEXT:NEXT
180 GOTO180
```

Hier nun eine Variante für 4 Brennpunkte:



```
51 100 HIRES 1,0
110 FOR X=0 TO 159:FOR Y=0 TO 99
120 R1=(X+60) 12+(Y+20) 12
121 R2=(X+60) 12+(Y-20) 12
122 R3=(X-60) 12+(Y-20) 12
123 R4=(X-60) 12+(Y+20) 12
124 R=R1*R2*R3*R4:R=1-(R+.125/4AND1)
130 PLOT 160+X,100+Y,R
131 PLOT 160-X,100+Y,R
132 PLOT 160-X,100-Y,R
133 PLOT 160+X,100-Y,R
140 NEXT:NEXT
```

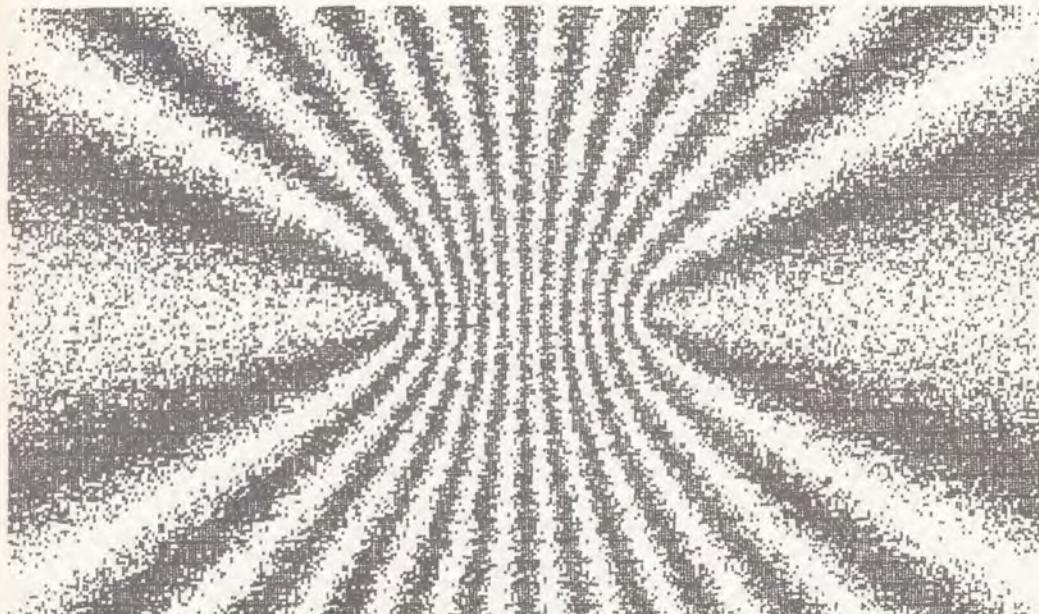
Auch hier sind es 4 „Brennpunkte“, auf deren Entfernungspunkt es ankommt.



```
52 100 HIRES 1,0
110 FOR X=0 TO 159:FOR Y=0 TO 99
120 R1=(X+60)12+Y12
121 R2=(X-60)12+Y12
122 R3=(Y-50)12+X12
123 R4=(Y+50)12+X12
124 R=R1*R2*R3*R4:R=((R↑.125/4-.693)AND1)
130 PLOT 160+X,100+Y,R
131 PLOT 160-X,100+Y,R
132 PLOT 160-X,100-Y,R
133 PLOT 160+X,100-Y,R
140 NEXT:NEXT
```

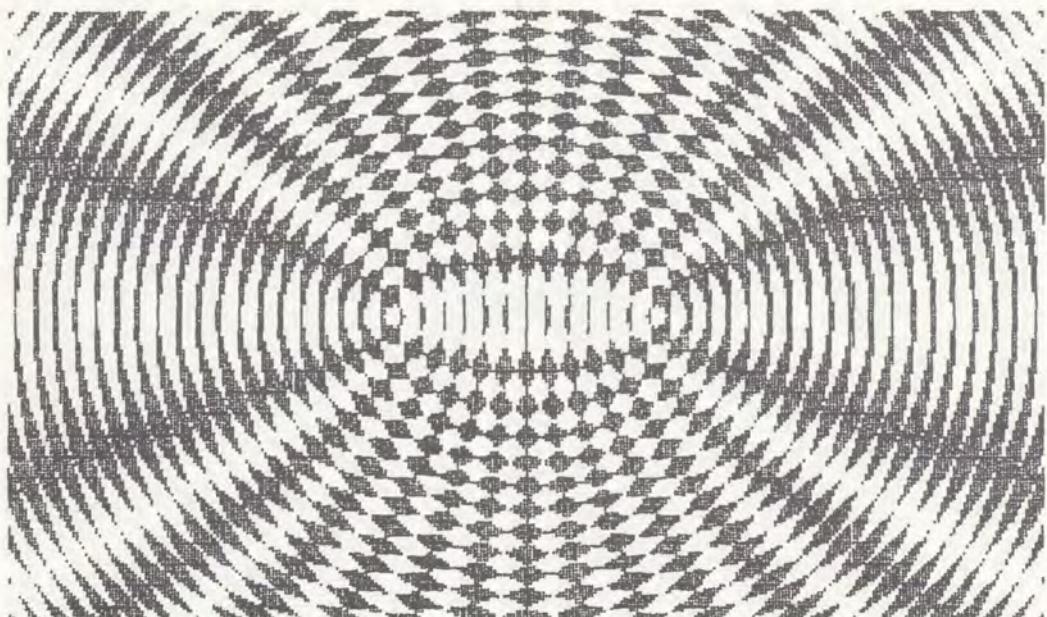
Der geometrische Ort für Punkte mit konstanten Entfernungsdifferenzen zu zwei Brennpunkten ist die Hyperbel. Hier wird die Helligkeit von einer Winkefunktion dieser Entfernungsdifferenz abhängig gemacht. Zur Darstellung von Zwischentönen zwischen Schwarz und Weiß wird für jeden einzelnen Rasterpunkt „gewürfelt“: Damit entsteht

für jede Gruppe aus mehreren Rasterpunkten die passende mittlere Helligkeit.



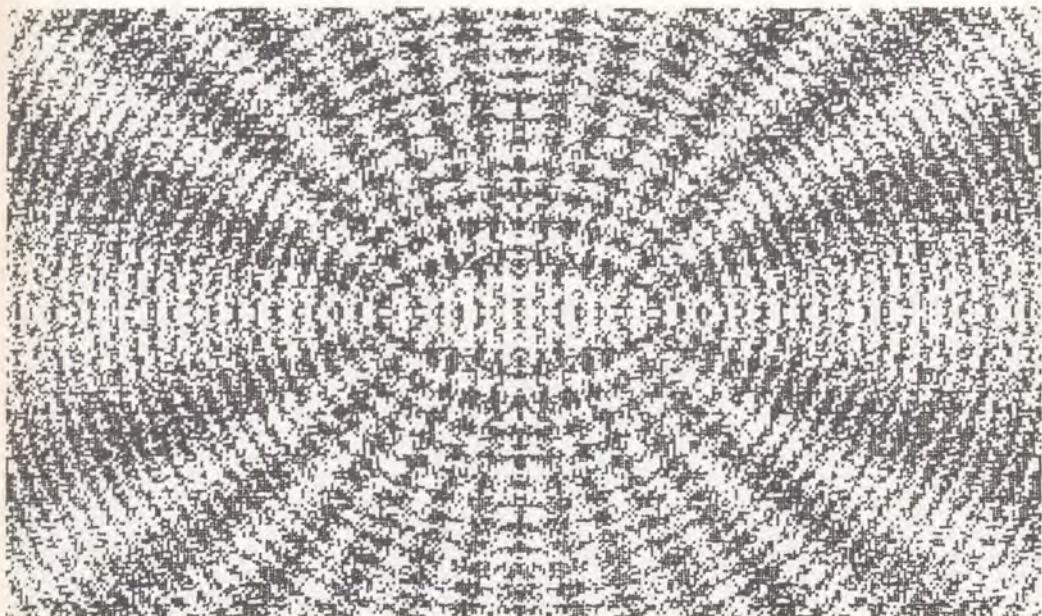
<sup>53</sup> 100 HIRES 1,0  
110 FOR X=0 TO 319:FOR Y=0 TO 199  
120 R1=SQR((X-120)^2+(100-Y)^2)  
121 R2=SQR((X-200)^2+(100-Y)^2)  
130 R=1/2+COS(R1/2-R2/2)/2+RND(1)  
140 PLOT X,Y,R:NEXT:NEXT

Bildet man statt der Entfernungsdifferenz die Entfernungssumme, bekommt man eine Ellipse. Im Bild auf dieser Seite erkennt man als Grenzlinien Kreise um die beiden Brennpunkte. Die hellen und die dunklen Rauten zwischen ihnen formieren sich zu konfokalen Ellipsen und Hyperbeln (konfokal = mit gemeinsamen Brennpunkten).



```
54 100 HIRES 1,0
110 FOR X=0 TO 159:FOR Y=0 TO 99
120 R1=SQR((X-40)^2+Y^2)
121 R2=SQR((X+40)^2+Y^2)
130 R=1+COS(R1/2)*COS(R2/2)/2
140 PLOT 160+X,100+Y,R
141 PLOT 160-X,100+Y,R
142 PLOT 160-X,100-Y,R
143 PLOT 160+X,100-Y,R:NEXT:NEXT
150 COPY:COPY:COPY:OPEN1,4:CMD1:LIST:LIST:LIST
```

Die gleichen konfokalen Ellipsen und Hyperbeln wie auf der vorigen Seite bekommt man auch, wenn man mit dem Zufallsgenerator weiche Übergänge zwischen Hell und Dunkel schafft. Die Kreise sind nun allerdings nicht mehr zu erkennen.

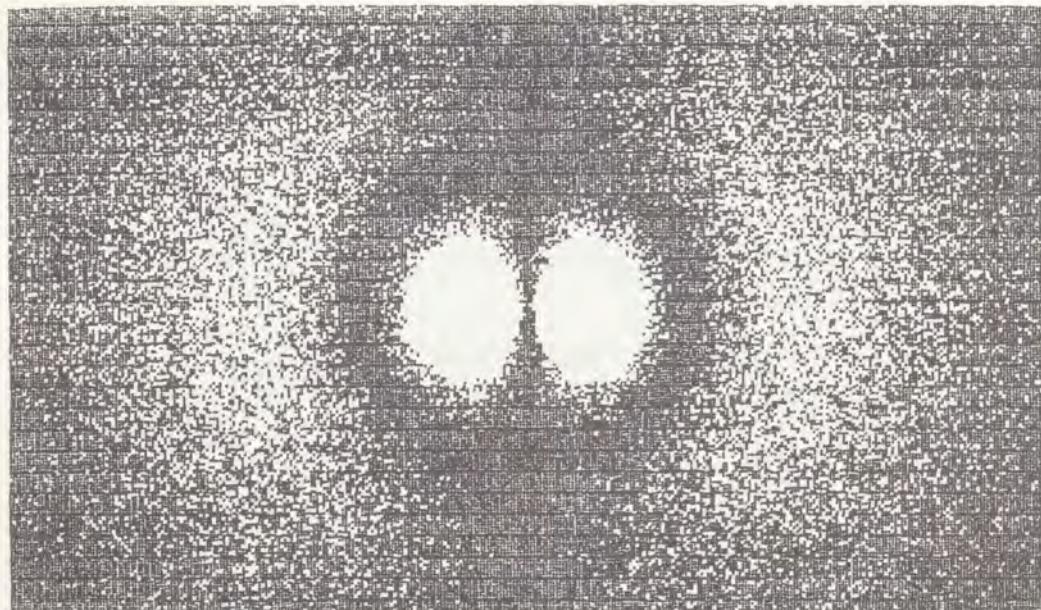


```
55 100 HIRES 1,0
110 FOR X=0 TO 160:FOR Y=0 TO 100
120 R1=SQR((X-120)^2+(100-Y)^2)
121 R2=SQR((X-200)^2+(100-Y)^2)
130 R=1/2+COS(R1/2)*COS(R2/2)/2+RND(1)
140 PLOT X,Y,R
141 PLOT 319-X,Y,R
142 PLOT 319-X,199-Y,R
143 PLOT X,199-Y,R :NEXT:NEXT
```

## Orbital 3P

Wenn man Atome genau anschauen könnte, müßten sie (manchmal) so aussehen. Das Bild zeigt einen bestimmten Anregungszustand (3P) eines Wasserstoffatoms: Je heller eine Stelle ist, um so wahrscheinlicher hält sich das (einige) Elektron gerade dort auf. Dabei müßten die beiden hellen Stellen nahe

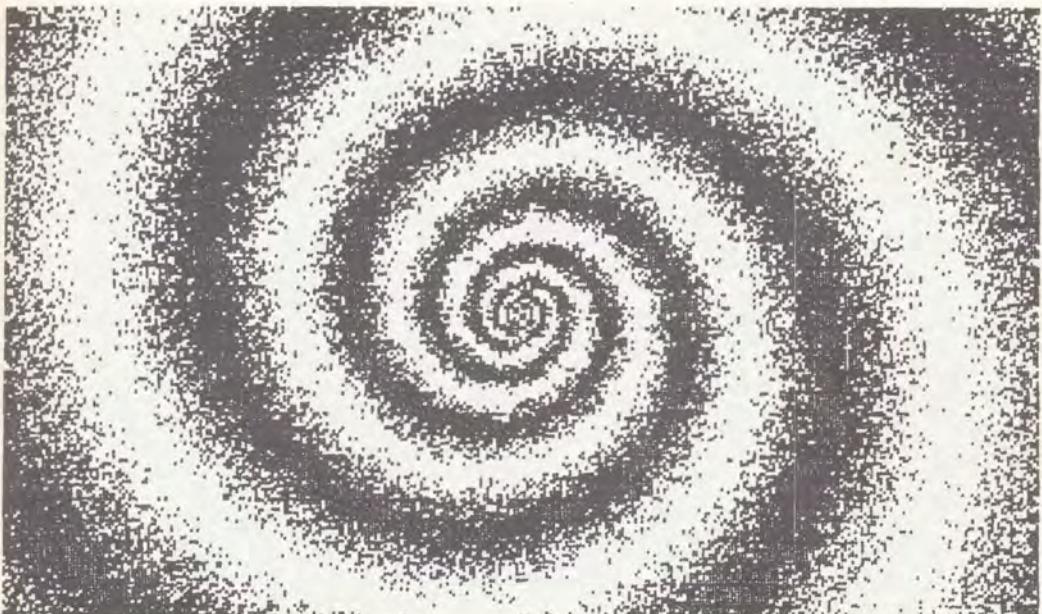
der Mitte auf dem Bild eigentlich noch viel heller sein als das weiße Papier.



```
56 90 REM ORBITAL 3P
91 :
100 HIRES 6,1
110 FOR Y=0 TO 99:FOR X=0 TO 159
120 R=SQR(X*X+Y*Y)/25:W=pi/2:IF X>0 THEN W=ATN(Y/X)
130 H=EXP(-R)*(2*R-R*R)*COS(W)
140 F=0:IF 30*H*HCRND(1) THEN F=1
150 PLOT 160+X,100+Y,F
155 F=0:IF 30*H*HCRND(1) THEN F=1
156 PLOT 160+X,100-Y,F
157 F=0:IF 30*H*HCRND(1) THEN F=1
158 PLOT 160-X,100+Y,F
159 F=0:IF 30*H*HCRND(1) THEN F=1
160 PLOT 160-X,100-Y,F
170 NEXT:NEXT:COPY:COPY
180 GOTO 180
```

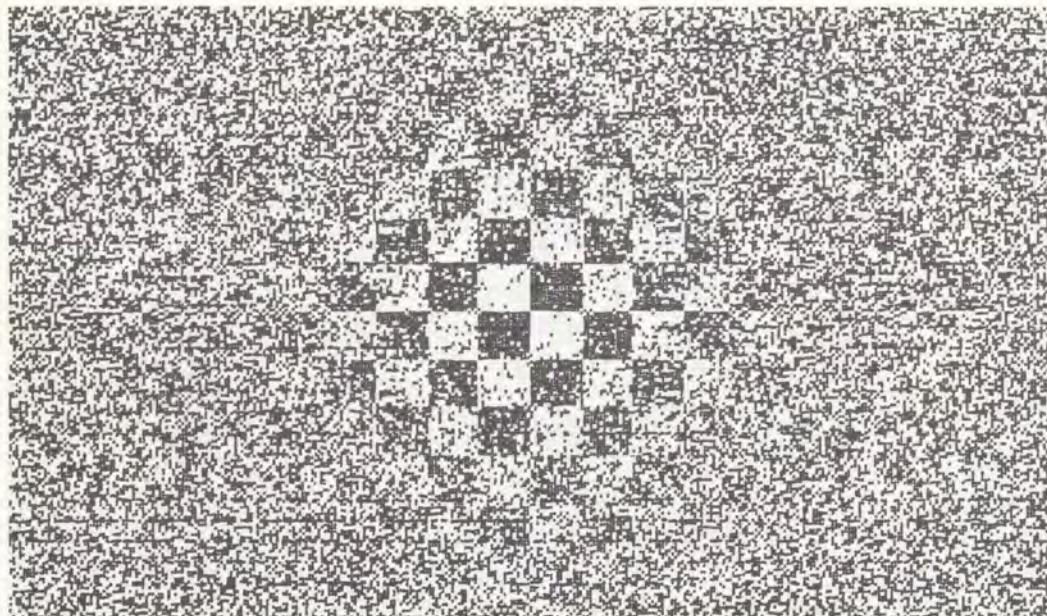
## Spiralnebel

Dieses Bild ahmt auf eine mathematisch sehr vereinfachte Weise den Habitus einer Spiralgalaxie nach. Bemerkenswert ist vielleicht der Vergleich mit dem vorigen Bild: Zwischen den Längenmaßstäben beider Bilder liegt der Faktor  $10^{31}$ . Dennoch wirken beide gar nicht unähnlich.



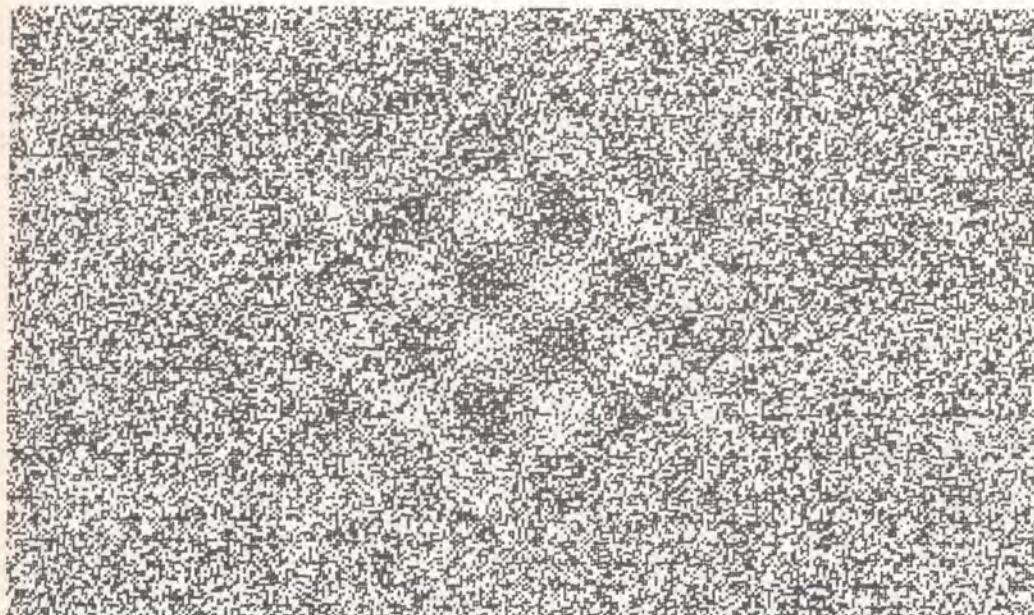
```
57 90 REM SPIRALNEBEL
 91 :
100 HIRES 1,0
110 FOR X=1 TO 160:FOR Y=-100 TO 99
120 W=ATN(Y/X):R=SQR(X*X+Y*Y)
130 H=.5+.5*(SIN(2*W+LOG(R)*10))
140 IF HCRND(1) THEN 160
150 PLOT 160-X,100+Y,1:PLOT 159+X,99-Y,1
160 NEXT:NEXT:COPY:COPY
170 GOTO 170
```

In der Mitte dieses Bildes taucht aus dem Zufallsnebel ein Schachbrett auf, erzeugt aus den Vorzeichen von Winkel-funktionen.



<sup>58</sup> 100 HIRES 1,0  
110 FOR X=.5 TO 159.5:FOR Y=.5 TO 99.5  
120 R=SQR(X\*X+Y\*Y):H=.5:IF R<90 THEN H=.5+.5\*(90-R)/90  
130 IF SGN(SIN(X/5)\*SIN(Y/5))>0 THEN H=1-H  
140 IF H>RND(1) THEN 160  
150 PLOT 159.5+X,99.5-Y,1:PLOT 159.5-X,99.5+Y,1:GOTO 170  
160 PLOT 159.5+X,99.5+Y,1:PLOT 159.5-X,99.5-Y,1:GOTO 170  
170 NEXT:NEXT:COPY:COPY  
180 GOTO180

Hier zeichnet der Zufallsgenerator auch  
noch das aus dem Nebel auftauchende  
Schachbrett weich.

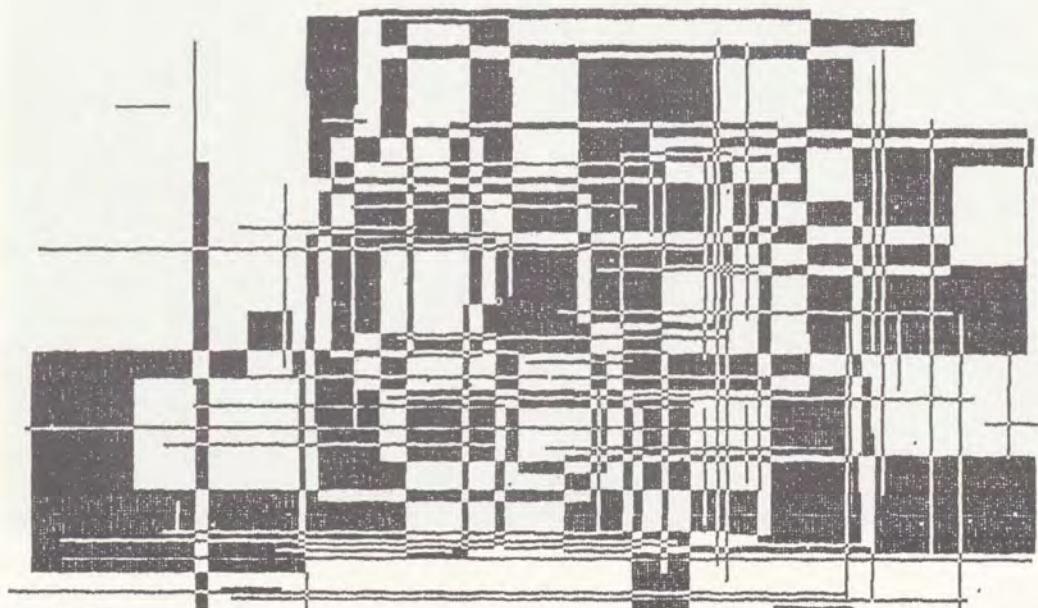


<sup>59</sup> 100 HIRES 1,0  
110 FOR X=.5 TO 159.5:FOR Y=.5 TO 99.5  
120 R=SQR(X\*X+Y\*Y):H=.5:IF R<90 THEN H=.5+.5\*(90-R)/90  
130 H=.5+(H-.5)\*SIN(X/7)\*SIN(Y/7)  
140 IF H>RND(1) THEN 160  
150 PLOT 159.5+X,99.5-Y,1:PLOT 159.5-X,99.5+Y,1:GOTO 170  
160 PLOT 159.5+X,99.5+Y,1:PLOT 159.5-X,99.5-Y,1:GOTO 170  
170 NEXT:NEXT  
180 GOTO180

# Zufall

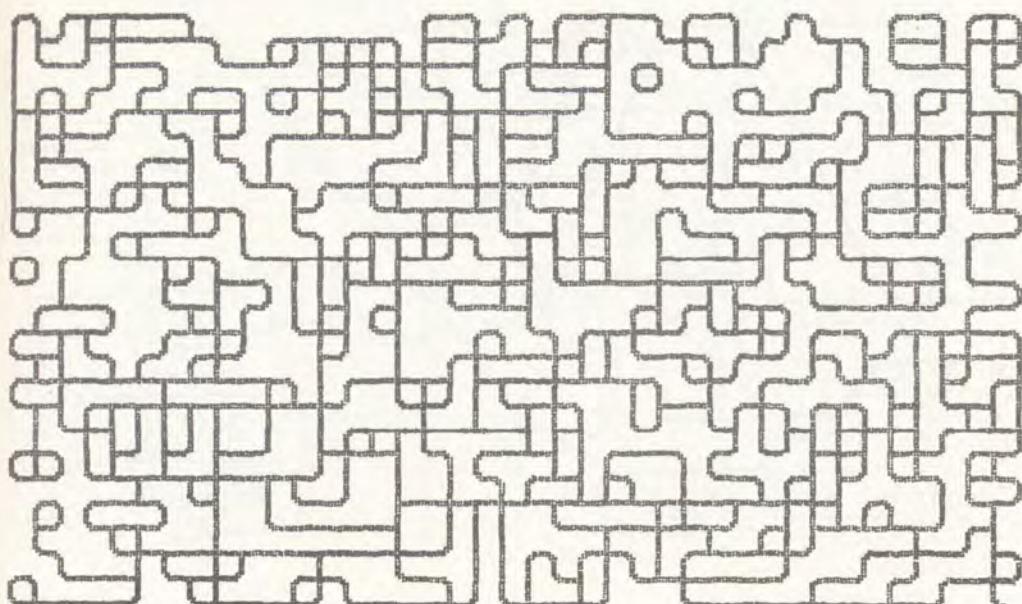
Bisher hatten wir den Zufallsgenerator RND nur benutzt, um Grauwerte zwischen Schwarz und Weiß in der Feinstruktur der Bilder zu erzielen. Jetzt kommen Zufallsbilder im engeren Sinne. Diese sehen auch von weitem jedesmal anders aus, wenn man sie neu berechnen läßt.

Die dünnen Linien im ersten Beispiel entstehen, wenn zufällig die Koordinaten für BLOCK in der falschen Reihenfolge stehen.



```
60 100 HIRES 1,0
110 FOR I=0 TO 100
120 BLOCK 320*RND(1),200*RND(1),320*RND(1),
      200*RND(1),2:NEXT
200 GOTO 200
```

Tapetenmuster oder Straßennetz einer modernen Siedlung? Auf jeden Fall ergeben die schwarzen Striche keine Sackgassen, außer eventuell am rechten unteren Ende. Wenn Sie lieber eckige Schnecken haben wollen, entfernen Sie das „REM“ in Zeile 101.



<sup>61</sup> 100 HIRES 15,0:DIM MX(40,25),A\$(15)  
101 REM DATA " ","\*",\*,r,"\*", "-",\_,"+",T,"\*",  
"L","|","F","J","L","H","+"  
102 DATA " ","\*",\*,/,"\*", "-",\_,"T","\*",\*,S,|,  
"F","/","L","H","+"  
103 FOR I=0 TO 15:READ A\$(I):NEXT  
110 FOR X=0 TO 39:FOR Y=0 TO 24  
120 B=INT(16\*RND(1)):IF A\$(B)="\*" THEN 120  
130 IF (B AND 12)<>MX(X,Y) THEN 120  
131 IF Y=24 THEN IF (B AND 2)=2 THEN 120  
132 IF X=39 THEN IF (B AND 1)=1 THEN 120  
140 TEXT X\*8,Y\*8,A\$(B),1,1,8  
150 IF (B AND 1)=1 THEN MX(X+1,Y)=(4 OR MX(X+1,Y))  
160 IF (B AND 2)=2 THEN MX(X,Y+1)=(8 OR MX(X,Y+1))  
190 NEXT:NEXT  
200 GOTO 200