金融危機預測- HW8

魏上傑

2023-04-28

目錄

1 Introduction

第一代貨幣危機模型最重要的精神，在於貨幣制度的崩潰，是導因於政策的不一致性。具體而言，因為政府支出持續地超過政府稅收，使得政府的財政赤字不斷持續。由於無法透過增加稅收或是發行債券來融通財政赤字，所以政府是透過貨幣化 (也就是俗稱的啟動印鈔機) 來融通財政赤字。在民眾對於貨幣需求沒有改變的情況之下，民眾僅只是將獲得的鈔票，直接跟中央銀行兌換美元資產，這使得中央銀行的外匯存底持續不斷地下跌。這樣的情況若是持續下去，中央銀行的外匯存底將會耗盡，固定匯率也將無法被維持。實際上，央行的外匯存底不會逐漸地流失為零。民眾在預期央行存底有限的情況下，會提早發動投機攻擊，將央行的外匯存底一次耗盡，迫使央行提早放棄固定匯率制度。

第一代貨幣危機模型，也假設民眾與政府是完全預知的。這樣做的目的，是為了方便求解，對於模型的經濟意義沒有影響。日後的文獻，也陸續放寬模型的限制。

由於假設危機的發生是因為基本面 (政府財政赤字) 的因素造成，第一代貨幣危機模型也通常被稱為基本面的模型。第一代貨幣危機模型常被批評的，就是它假設的政府行為相當機械性。即便意識

到繼續貨幣融通赤字會導致匯率崩潰，政府當局依然沒有動機去改變它的行為。換句話說，模型沒有涵蓋政府的目標 (損失) 函數，也沒有說明政府如何選擇它的最適行為。

2 Model Setup

這是一個小型開放經濟體模型。假設購買力平價學說成立。行為者完全預知 (Perfect Foresight)。這裡的完全預知，只是讓模型的求解更加明瞭。模型中假本國民眾可以持有四種資產：本國貨幣、本國債券、外國貨幣、與外國債券。國內政府 (中央銀行) 持有外匯存底，以便用來固定名目匯率。由於外國貨幣在本國沒有用途，又不給付利息，所以本國居民不會持有外國貨幣。本國債券與外國債券完全替代。這個假設，一般也指稱資本自由移動。

該模型是由 5 條方程式組成：

$$\frac{M(t)}{P(t)} = a_0 - a_1 i(t), \quad a_1 > 0 \tag{1}$$

$$M(t) = R(t) + D(t) \tag{2}$$

$$D'(t) = \mu, \quad \mu > 0 \tag{3}$$

$$P(t) = P^*(t)S(t) \tag{4}$$

$$i(t) = i^*(t) + \frac{S'(t)}{S(t)} \tag{5}$$

- M 表示貨幣存量
- P 表示國內物價水準
- i 表示國內利率
- R 表示中央銀行的外匯存底
- D 表示國內信用
- S 表示當期名目匯率
- asterik 表示國外

上述的 5 條方程式，分別是：

- 貨幣市場均衡條件
- 貨幣供給的定義
- 國內信用供給成長率
- 購買力平價學說 (Purchasing Power Parity)
- 利率平價學說 (Uncovered Interest Parity)

上述方程式，是所謂 Monetary Model 的擴充。Monetary Model 僅只包含貨幣市場均衡條件與購買力平價學說。為了求解模型，我們將上述的方程式整併在一起變成：

Let $\beta \equiv a_0 P^* - a_1 P^* i^*$, $\alpha \equiv a_1 P^*$

Then $M(t) = \beta S(t) - \alpha S'(t)$

假設匯率一開始是固定在 $\bar{S}$ 的水準 ($\frac{dS(t)}{dt} = S'(t) = 0$)，外匯準備的數量將會變成：

$$M(t) = \beta S(t) - \alpha \frac{dS(t)}{dt} = \beta \bar{S} = R(t) + D(t) \tag{6}$$

$$\implies R(t) = \beta \bar{S} - D(t) \tag{7}$$

$$\implies R(0) = \beta \bar{S} - D(0) \tag{8}$$

上式清楚地顯示，在固定匯率之下，貨幣供給總額 M 是不變的。唯一會變動的，是貨幣供給的組成 R 與 D。當國內信用 D 不斷增加時，外匯存底就會不斷流失，而其流失的速度就等於國內信用增加的速度。要得到這個結論，只要將上述的方程式進行微分：

$$R'(t) = -D'(t) = -\mu \tag{9}$$

只要流失速度大於零，外匯存底就會有殆盡的一天，固定匯率因此無法被長久維持。我們進一步假設中央銀行會支持固定匯率，直到耗盡外匯存底。之後，固定匯率就會變成浮動匯率。

3 (A) 說明影子匯率 (Shadow Floating Exchange Rate)

The floating exchange rate conditional on a collapse at an arbitrary time z is referred to as the shadow floating exchange rate.

4 (B) 求解影子匯率等於 $S(t) = \frac{\alpha\mu}{\beta^2} + \frac{D(0)+\mu t}{\beta}$

Let $\beta \equiv a_0 P^* - a_1 P^* i^*$ and $\alpha \equiv a_1 P^*$

Then $M(t) = \beta S(t) - \alpha S'(t)$

假設 z 為任一時點。固定匯率若在時點 z 崩潰，表示政府在此時也剛好耗盡期外匯存底 (i.e., $R(z^+) = 0$)。事實上，投機客將會在最後一刻進行一搏，一口氣耗盡中央銀行所有的外匯存底。在投機攻擊剛剛結束的瞬間，貨幣市場的均衡條件會是如下：

$$M(z^+) = \beta S(z^+) - \alpha S'(z^+) \tag{10}$$

$$M(z^+) = R(z^+) + D(z^+) = D(z^+) \tag{11}$$

如何求解上述方程式，也就是獲得影子匯率的解答呢？我們使用所謂的未定係數法 (Method of Undetermined Coefficient)。首先，我們猜測解答的形式如下：

$$S(t) = \lambda_0 + \lambda_1 M(t) \tag{12}$$

此外我們知道在外匯存底耗盡 ($R(t) = 0$) 之後:

$$M'(t) = D'(t) = \mu \tag{13}$$

我們將上述的式子，帶入貨幣市場均衡條件 ($M(t) = \beta S(t) - \alpha S'(t)$)，將可以得到:

$$\begin{aligned} M(t) &= \beta(\lambda_0 + \lambda_1 M(t)) - \alpha\lambda_1 M'(t) &(14)\\ &= \beta\lambda_0 + \beta\lambda_1 M(t) - \alpha\lambda_1\mu &(15) \end{aligned}$$

接著，如果我們的猜測是正確的，方程式左右兩邊的係數應該相等:

$$\begin{aligned} &\Longrightarrow \ \beta\lambda_0 - \alpha\lambda_1\mu = 0, \quad \beta\lambda_1 = 1 &(16)\\ &\Longrightarrow \ \lambda_1 = \frac{1}{\beta}, \quad \lambda_0 = \frac{\alpha\mu}{\beta^2} &(17) \end{aligned}$$

我們將求得的係數值帶回猜測解答，就可以求得浮動匯率:

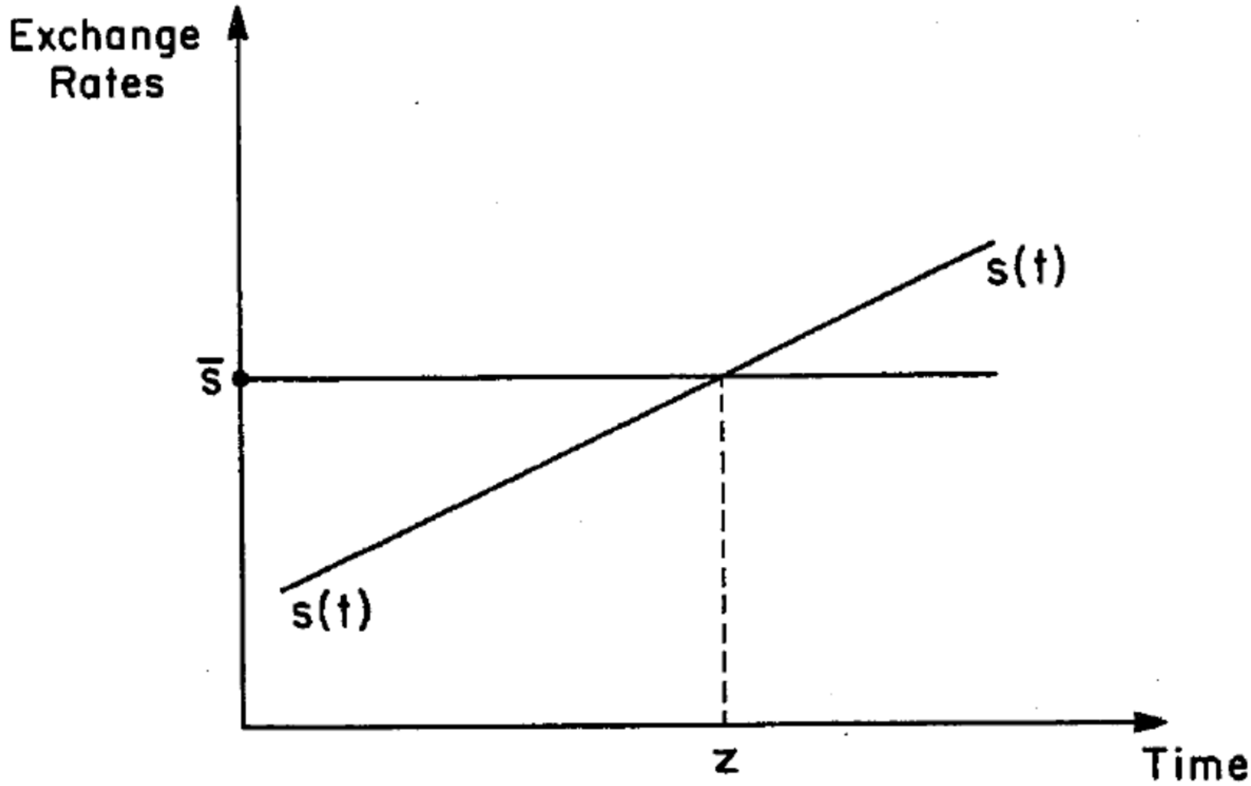
$$\begin{aligned} \Longrightarrow \ S(t) &= \lambda_0 + \lambda_1 M(t) &(18)\\ &= \frac{\alpha\mu}{\beta^2} + \frac{1}{\beta}M(t), \quad t \geq z &(19) \end{aligned}$$

進一步把貨幣供給 M 帶入解答，影子匯率可以表達成為:

$$\begin{aligned} D(t) &= D(0) + \mu t &(20)\\ M(t) &= D(t) &(21)\\ S(t) &= \frac{\alpha\mu}{\beta^2} + \frac{M(t)}{\beta} &(22)\\ \Longrightarrow \ S(t) &= \frac{\alpha\mu}{\beta^2} + \frac{D(0) + \mu t}{\beta} &(23) \end{aligned}$$

5 (C) 求解投機攻擊的時點為 $z = \frac{\beta\bar{S}(0)-D(0)}{\mu} - \frac{\alpha}{\beta} = \frac{R(0)}{\mu} - \frac{\alpha}{\beta}$

模型假設行為者是完全預知，所以匯率在 z 時點時是連續的，不能跳動。同時，在投機攻擊時點 z 時，必須滿足 $S(z^+) = \bar{S}$。換句話說，投機攻擊將會發生在影子匯率與固定匯率交叉的時點。這個條件，可以幫助我們決定投機攻擊發生的時間，以及投機攻擊時損失的外匯存底。



投機攻擊的時點 z 的解答為:

$$S(t) = \frac{\alpha\mu}{\beta^2} + \frac{D(0) + \mu t}{\beta} = \bar{S} \tag{24}$$

$$R(0) = \beta\bar{S}(0) - D(0) \tag{25}$$

$$\Longrightarrow \beta\bar{S}(0) = \frac{\alpha\mu}{\beta} + D(0) + \mu z \tag{26}$$

$$\Longrightarrow z = \frac{\beta\bar{S}(0) - D(0)}{\mu} - \frac{\alpha}{\beta} \tag{27}$$

$$= \frac{R(0)}{\mu} - \frac{\alpha}{\beta} \tag{28}$$

幾點提醒:

- 外匯存底的增加 ($R(0) \uparrow$)，可以延後攻擊發生的時點
- 國內信用成長速度越快 ($\mu \uparrow$)，投機攻擊時點越早
- 若是沒有融通政府赤字的必要 $\mu \to 0$，投機時點將會變成無窮遠。換句話說，投機攻擊不會發生。

6 (D) 求解投機攻擊時點導致的外匯損失為 $\frac{\alpha\mu}{\beta}$

在匯率崩潰之前，外匯存底的變動為:

$$R(t) = \beta\bar{S} - D(t) \tag{29}$$

$$\implies \bar{S} = \frac{R(z^-) + D(z^-)}{\beta} \tag{30}$$

$$\implies R(z^-) = \beta\bar{S} - D(z^-) \tag{31}$$

此外，

$$z = \frac{\beta\bar{S} - D(0)}{\mu} - \frac{\alpha}{\beta} \tag{32}$$

$$= \frac{R(0)}{\mu} - \frac{\alpha}{\beta} \tag{33}$$

$$D(z^-) = D(0) + \mu z \tag{34}$$

$$R(0) = \beta\bar{S} - D(0) \tag{35}$$

$$\implies R(z^-) = \frac{\alpha\mu}{\beta} \tag{36}$$

$$\because R(z^-) = \beta\bar{S} - D(z^-) \tag{37}$$

$$= \beta\bar{S} - [D(0) + \mu z] \tag{38}$$

$$= \beta\bar{S} - [D(0) + R(0) - \frac{\alpha\mu}{\beta}] \tag{39}$$

$$= [\beta\bar{S} - D(0) - R(0)] + \frac{\alpha\mu}{\beta} \tag{40}$$

$$= \frac{\alpha\mu}{\beta} \tag{41}$$

- $D(t)$ 屬於連續變數，所以 $D(z^+) = D(z) = D(z^-)$。
- $R(t)$ 屬於非連續變數，所以 $R(z^-) = \frac{\alpha\mu}{\beta}, R(z^+) = 0$。

圖 5：貨幣供給與外匯存底在危機前後走勢

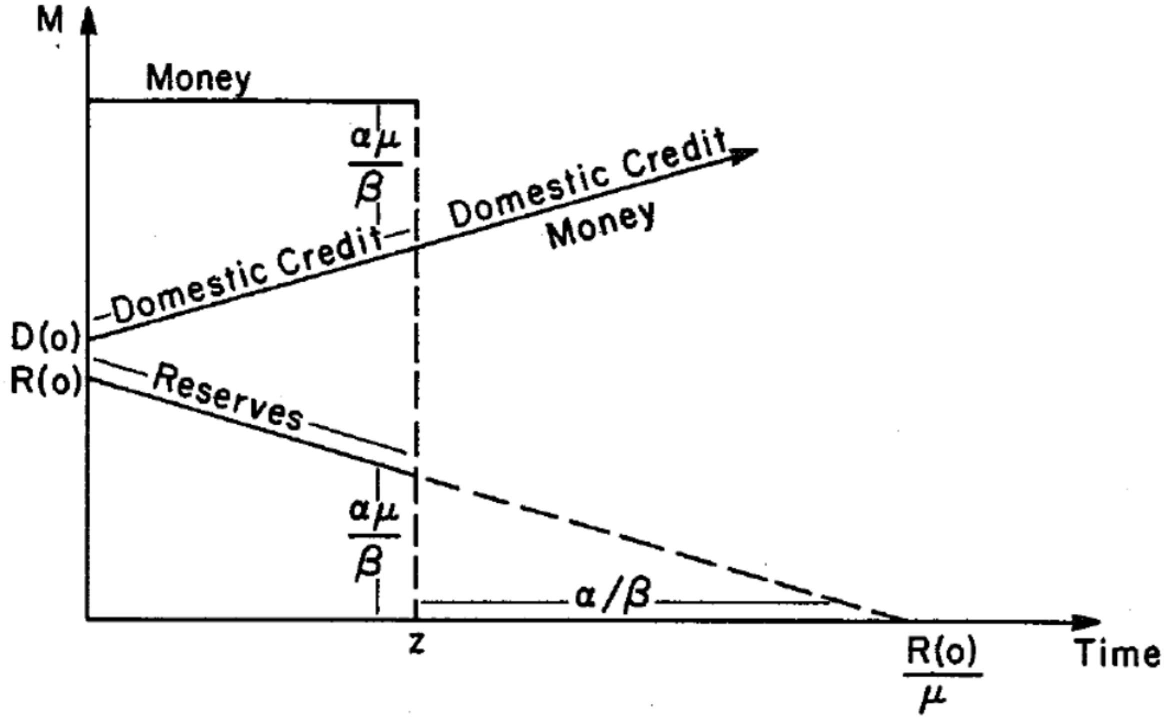


圖 5 描繪外匯存底、國內信用、貨幣供給等變數在危機前後的走勢。