

Ch4

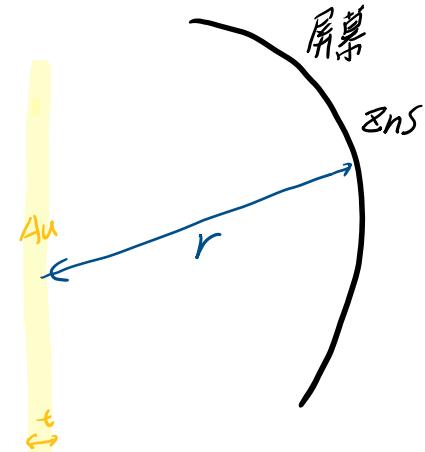
原子結構

# 4-1 the nuclear atom

# 拉塞福散射公式

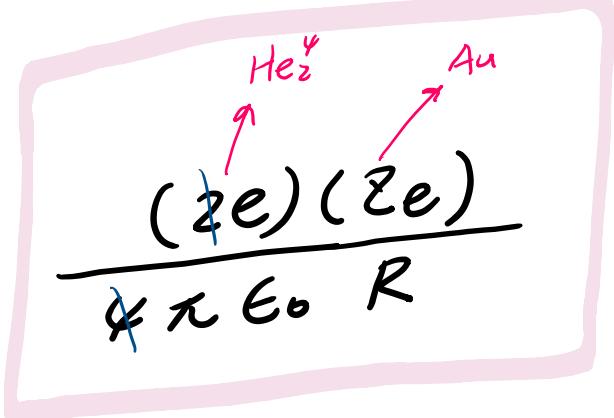
$$N(\theta) = \frac{N_i n t e^2 e^4}{(8\pi\epsilon_0)^2 r^2 (KE)^2 (\sin^4 \frac{\theta}{2})}$$

所有到屏幕的  $\alpha$   
金箔单位体积原子数



# 原子核尺寸-最小距離

$\Rightarrow \alpha$  的  $KE_{initial}$  全部轉  $PE$

$$KE_{initial} = PE = \frac{(2e)(2e)}{4\pi\epsilon_0 R}$$


The diagram shows two point charges,  $He^4$  and  $Au$ , represented by red arrows pointing towards each other. They are labeled with their respective symbols above the arrows. The distance between them is labeled  $R$ .

$$\cancel{*} R = \frac{2ze^2}{4\pi\epsilon_0 (KE)}$$

constant

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9 \times 10^9 = c^2$$

## 4-2 電子軌域



for H 原子

# 電子速度

$$F_c = F_e$$

↓  
向心力      ↓ 庫侖力

$$m \frac{v^2}{r} = \frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

∴

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 mr}}$$

# 氫原子總能量

$$E = KE + PE$$

$$= \frac{1}{2}mv^2 \left( -\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r} \right)$$

代入

$$\text{電子速度 } v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 m r}}$$

$$E = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r}$$

# 古典力學矛盾

牛頓力學  $m \frac{v^2}{r}$   
+  
庫侖定律  $\frac{e^2}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

vs 電磁學理論：加速  $e^-$  以電磁波輻射  
能量

# $\alpha$ 粒子的德布羅伊物質波

$$\lambda = \frac{h}{P} = \frac{h}{mV}$$

$\hookrightarrow 2 \times 10^7 \text{ m/s}$

$$= \frac{6.63 \times 10^{-34} \text{ J}}{(6.6 \times 10^{-27} \text{ kg}) (2 \times 10^7 \text{ m/s})}$$

$$= 5 \times 10^{-15} \text{ m}$$

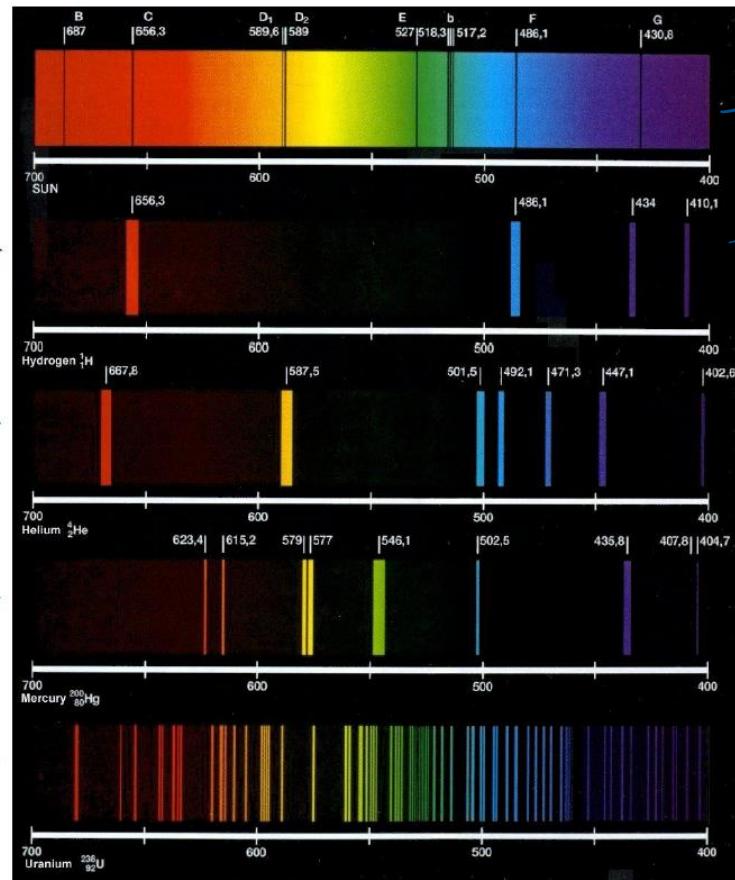
↑ 差 6 倍  $\therefore \alpha$  可視為古典粒子

V.S  $\alpha$  撞金箔的最近距離  
 $3 \times 10^{-14} \text{ m}$

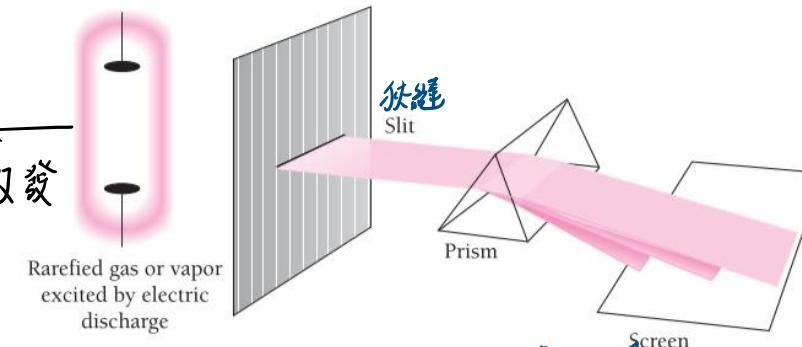
## 4-3 Atomic spectra

原子理論 { 原子穩定性  
                  綠光譜

# 光譜



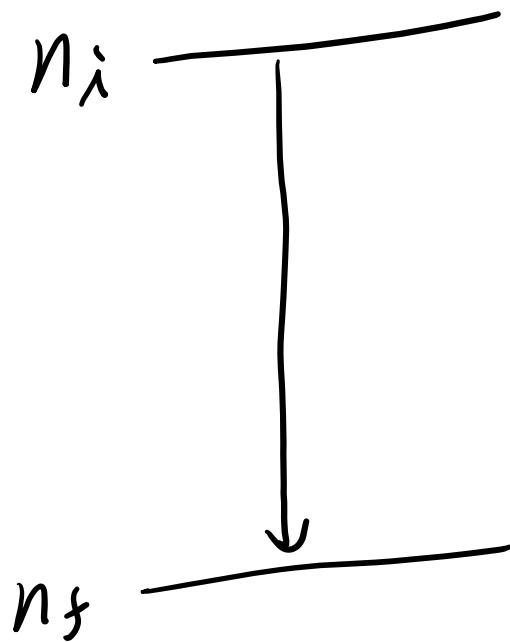
稀薄氣體  
加電壓被激發



吸收光譜，白光穿過氣體吸收某些波段

輻射光譜

# 光譜系



$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$\downarrow$

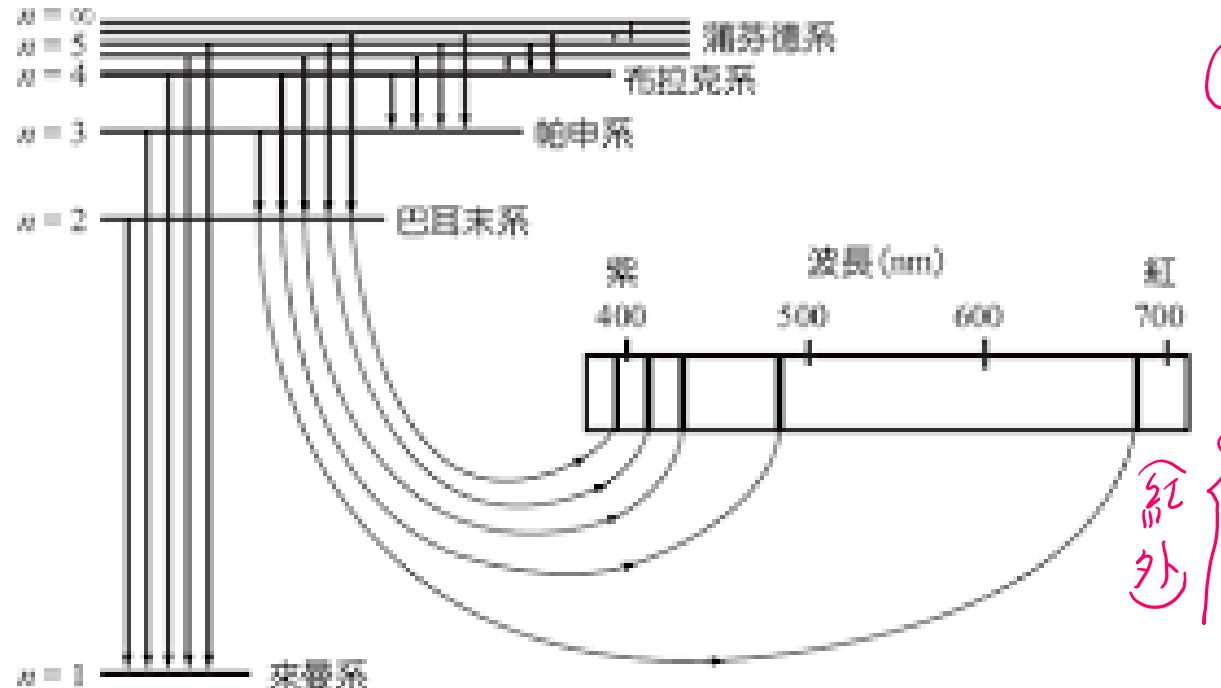
$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

# 雷得堡常數

$$R = 1.097 \times 10^7 \text{ m}^{-1}$$

$$= 0.01097 \text{ nm}^{-1}$$

# 光譜系



▲圖 3-14 氢原子的能階及電子躍遷時產生的光譜及代表波長

$$\frac{1}{\lambda} = R \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

(紫外) 萊曼：跳回  $n=1$

(紅見) 巴耳末：跳回  $n=2$

帕申：跳回  $n=3$

布拉格：跳回  $n=4$

## 4-4 波耳原子

- 原子中的  $e^-$  波動

# 電子的de Broglie 波長

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv} = \frac{h}{e} \sqrt{\frac{4\pi\epsilon_0 r}{m}} = 33 \times 10^{-11} m$$

$$v = \frac{e}{\sqrt{4\pi\epsilon_0 Mr}}$$

constant

$$\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ C/N.m}^2$$

波長 = 電子軌道周長

$$2\pi r = 33 \times 10^{-11} m$$

一個電子只能在波長為電子的德布羅伊物質波長整數倍的軌道上繞行原子核

# 穩定軌道條件

$$n\lambda = 2\pi r_n$$

代入  $\lambda = \frac{nh}{e} \sqrt{\frac{4\pi G_0 r_n}{m}}$

$$\Rightarrow r_n = \frac{n^2 h^2 G_0}{\pi m e^2}$$

# 波耳原子的半徑軌道

$$r_n = \frac{n^2 h^2 e_0}{\pi m e^2} \quad n = 1, 2, 3$$

波耳半徑(最內層)

$$a_0 = r_1 = 5.292 \times 10^{-11} m$$

# 其他軌道半徑

$$r_n = n^2 a_0$$

## 4-5 能階和光譜

當電子由一個能階躍遷到另一個較低能量的能階時會釋放光子

# 能階

$$E_n = -\frac{e^2}{8\pi\epsilon_0 r_n} \xrightarrow{\text{忽略}} r_n = \frac{n^2 h^2 \epsilon_0}{\pi m e^2}$$

$$E_n = -\frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) = \frac{E_1}{n^2} \quad E_1 = -13.6 \text{ eV}$$

# 游離能(ionization energy)

將電子的能量從基態增加到  $E=0$   
自由狀態

# 能量變化公式

$$\Delta E = E_f - E_i = \frac{-13.6 \text{ eV}}{n^2} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

# 雷德堡原子

$$(1) \quad r_n = n^2 a_0 \Rightarrow n = \sqrt{\frac{r_n}{a_0}}$$

$$(2) \text{ 能量} \quad E_n = \frac{E_1}{n^2}$$

# 氫原子光譜

高能階 ↑ 低能階

$$E_i - E_f = h\nu$$

$$c = \nu\lambda$$

$$\nu = \frac{E_i - E_f}{h} = -\frac{E_1}{h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right) \text{ 同樣 } c \therefore \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{c} = \frac{\nu}{E_1}$$

$$\frac{1}{\lambda} = \frac{-E_1}{ch} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_i^2} \right)$$

$\approx R^{-13.6}$

光譜系中最長波長

## 4-6 Correspondence principle

量子數越大時,量子物理越接近古典物理

# 運轉頻率

$$f = \frac{V}{2\pi h} \quad V = \frac{e}{j4\pi\epsilon_0 mr}$$

$$\Rightarrow f = \frac{me^4}{8\epsilon_0^2 h^3} \left(\frac{2}{n^3}\right) = \frac{-E_1}{h} \left(\frac{2}{n^2}\right)$$

# 光子頻率

$$V = \frac{-E_1}{h} \left( \frac{1}{n_f} - \frac{1}{n_i} \right)$$

# 電子運轉圈數

$$N = f \Delta t$$

## 量子數大的光子頻率

$$\begin{cases} n_\lambda = n \\ n_f = n - p \quad (p=1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} & \stackrel{n=n}{\cancel{n=n-p}} = \quad V = \frac{-E_1}{h} \left( \frac{1}{n_f^2} - \frac{1}{n_\lambda^2} \right) \\ & = \frac{-E_1}{h} \left( \frac{1}{(n-p)^2} - \frac{1}{n^2} \right) = \frac{-E_1}{h} \left( \frac{n^2 - n^2 + 2np - p^2}{(n-p)^2 n^2} \right) \\ & \qquad \qquad \qquad \text{p} \ll n \end{aligned}$$

$n=1$  —

$$V = \frac{-E_1}{h} \left( \frac{2np}{n^4} \right) = \frac{-E_1(2p)}{h(n^3)}$$

# 穩定軌道條件-角動量

$$mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

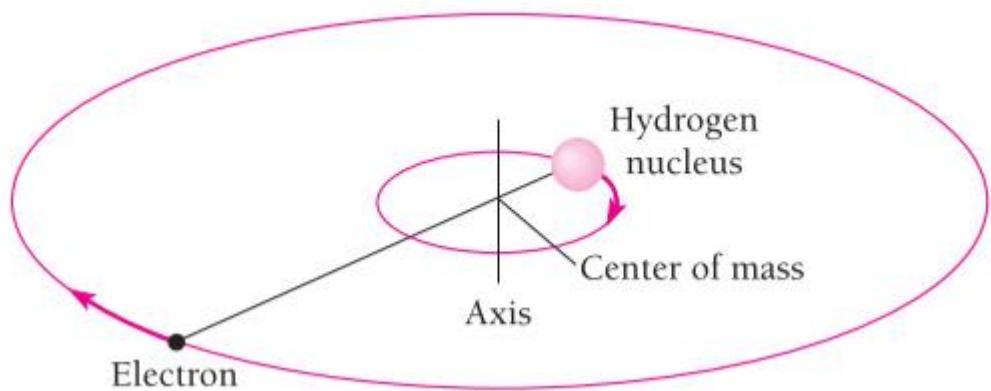
$$\therefore n\lambda = 2\pi r$$
$$\lambda = \frac{h}{mv} \quad \nearrow \text{代入}$$

$$n \frac{h}{mv} = 2\pi r$$
$$\Rightarrow mvr = \frac{nh}{2\pi}$$

## 4-7 原子核運動

原子核質量影響光譜線波長

# 減縮質量



電子縮質量

$$m' = \frac{mM}{m+M}$$

$$m' < m$$

# 氫原子修正後的能階

$$E_n' = -\frac{m'e^*}{8\epsilon_0^2 h^2} \left(\frac{1}{n^2}\right) = \left(\frac{m'}{m}\right) \left(\frac{E_1}{n^2}\right)$$

正電子原子 = 正電子 + 電子互繞  
 (positronium atom)

相同  $m$

(position)

$$m' = \frac{m^2}{2m} = \frac{m}{2}$$

$$E_{n'} = \left(\frac{m'}{m}\right) \left(\frac{E_1}{n^2}\right) = \left(\frac{\frac{m}{2}}{m}\right) \left(\frac{E_1}{n^2}\right) = \left(\frac{E_1}{2n^2}\right)$$

能量變一半  
 波長變兩倍

→ 207Me  
介子(muon)

負介子 + 原子核 = 介子原子

( $\mu^-$ )

↓  
1836me

$$m' = \frac{(207)(1836)}{207 + 1836} = 186\text{ me}$$

$$r_n = \frac{n^2 h^2 G_0}{\pi m e^2}$$

$$r_1 = \frac{h^2 G_0}{\pi m e^2} \quad r'_1 = \left( \frac{m}{m'} \right) r_1 = \left( \frac{m}{186\text{me}} \right) r_1$$

## 4.8 原子激發

原子如何吸收和釋放能量

# 基態到激發態

- {
- 方法①：用其它粒子碰撞，原子吸收部分動能  
激發  $\rightarrow$  (回基態  $10^{-8}s$ )
  - 方法②：原子吸收到底好可以激發的光子能量  
 $\downarrow$   
吸收光譜 proof



+

Photon of  
wavelength  $\lambda$

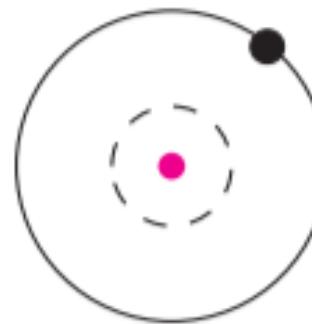
Spectrum



Origin of **emission spectra**

Photon of  
wavelength  $\lambda$

+



Origin of **absorption spectra**

Spectrum



## 4-9 雷射

如何產生完全一致的光波

# 雷射特性

1. 單色光
2. 同調性 = 同相位

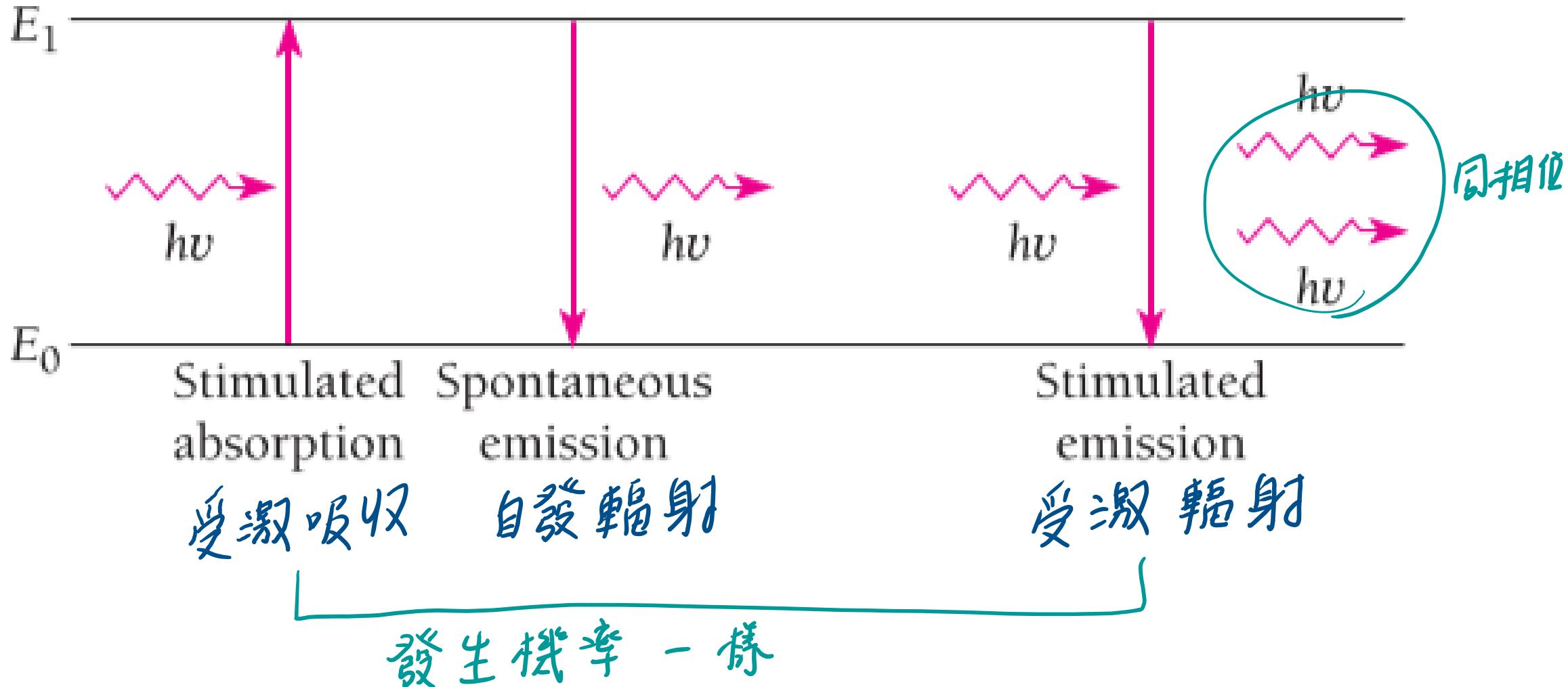
3. 不會散開

4. 能量密度大(能量強)

雷射laser:受激輻射光放大效應  
light amplification by stimulated emission  
of radiation

Life time 長的亞穩態 metastable

$10^{-3}s$



# Three level laser

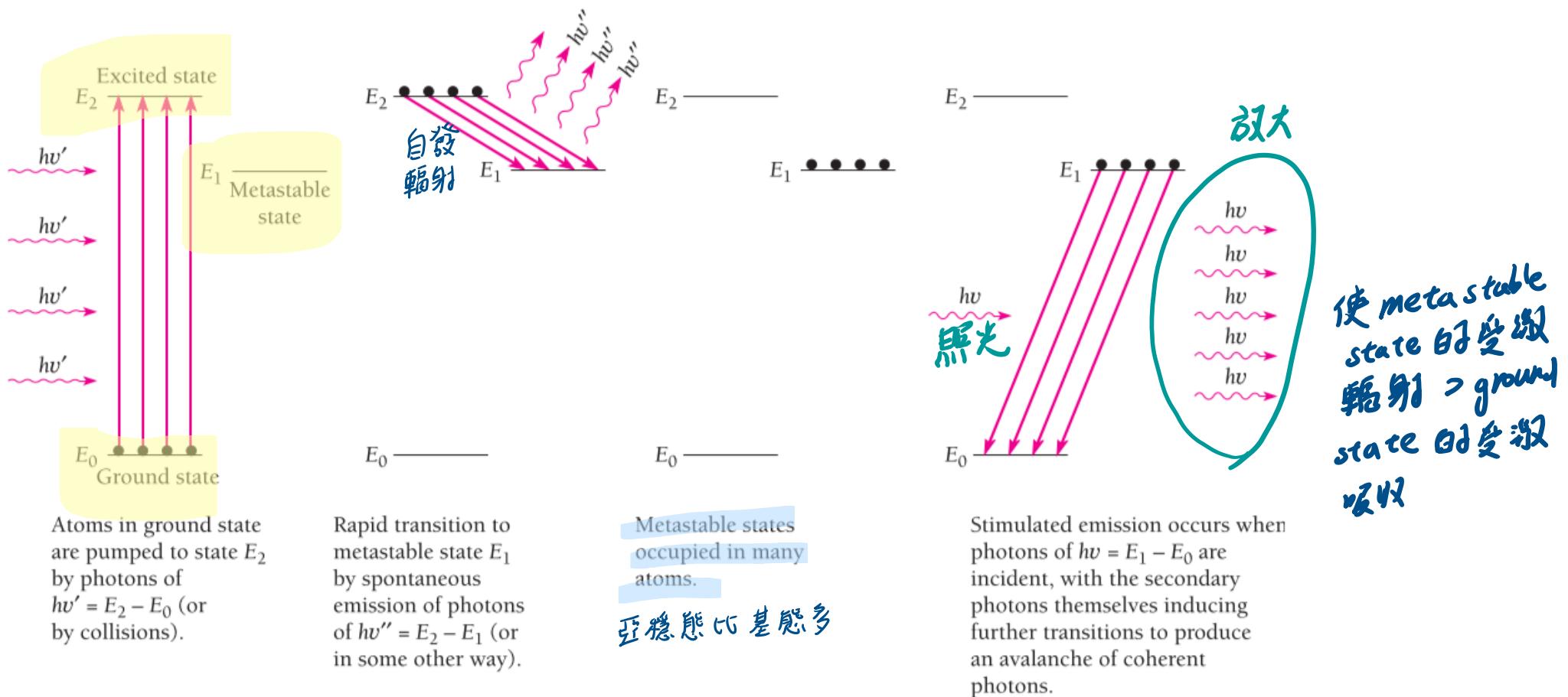


Figure 4.26 The principle of the laser.

居量反轉(population inversion):一群大多處於基態以上的原子,可是在一般情況下在基態原子應該比較多

利用光激發(optical pumping)可以達到居量反轉

利用一外加光源其頻率能使基態的原子成為激發態,然後再自發輻射到亞穩態

四能階雷射：半數以上的原子要待在亞穩態，到亞穩態之後，會再一個不穩定的中間態，中間態的原子會很快回落基態，因此只有很少原子會待在中間態，所以不需要很強的外加光源

