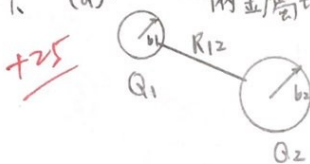


國立成功大學		學年度第	學期考試試卷	107年12月5日
National Cheng Kung University Examination Sheet for Academic Year:				Semester: Year Month Day
姓名 Name		科目名稱 Subject Name	電磁學	教師簽章 Signature of Instructor
學號 Student No.		評閱成績 Score	100	
院系 College	工學院 College	工料系 Department	三年班 Year Class	

1. (a) P.99~P.101 兩金屬球用導線相連形成等電位，而 $Q_1 + Q_2 = Q$



$$\frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 b_1} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 b_2} \Rightarrow \frac{Q_1}{Q_2} = \frac{b_1}{b_2}$$

$$\text{電場強度 } E_{1n} = \frac{Q_1}{4\pi\epsilon_0 b_1^2}, E_{2n} = \frac{Q_2}{4\pi\epsilon_0 b_2^2}$$

$$\frac{E_{1n}}{E_{2n}} = \left(\frac{b_2}{b_1}\right)^2 \left(\frac{Q_1}{Q_2}\right) = \frac{b_2}{b_1}$$

⇒ 由此可知，電場強度與半徑成反比
∴ 曲率半徑愈小者，其電場強度愈大

避雷針原理：(環境)帶電的積雨雲，潮溼的空氣，較高建物，建物頂端電器形成等位面
積極的方法：避雷針曲率半徑小，電場強度大，當其電場強度大到足以克服潮溼空氣的 dielectric strength 時，會使空氣產生絕緣破壞而開始導電，如此便可以將積雨雲中的電荷傳導下來。
otherwise 落雷會隨時擊落。

△絕緣破壞：在絕緣材料施加電場 E ，會使材料內部產生極化，正負電荷分離的現象，當外加電場大到可以使正負電荷完全分離形成自由電荷，此時便形成絕緣破壞，絕緣材料具導電性。

(b) modified postulate $\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0} + \frac{\rho_{pv}}{\epsilon_0}$
P.95, P.100

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho_v}{\epsilon_0} - \frac{\nabla \cdot \vec{P}}{\epsilon_0}$$

$$\nabla \cdot (\epsilon_0 \vec{E} + \vec{P}) = \rho_v$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} \Rightarrow \nabla \cdot \vec{D} = \rho_v$$

在 linear, isotropic medium 中 $\vec{P} = \epsilon_0 \chi_e \vec{E}$

linear: $|\vec{P}| \propto |\vec{E}|$

isotropic: χ_e is independent of \vec{E}

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon_0 \vec{E} + \epsilon_0 \chi_e \vec{E} = \epsilon_0 (1 + \chi_e) \vec{E} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E} = \epsilon \vec{E}$$

ϵ 是用來描述電場與電位移之間的關係 $\epsilon = \epsilon_0 (1 + \chi_e)$

ϵ 愈大，極化現象愈明顯 $\Rightarrow \vec{D}$ 愈大

dielectric strength 則是用來描述形成絕緣破壞所須外加的最大電場強度

→ 與極化率有關 極化率愈大，單位電場所誘發的電偶極的數目愈大。

⇒ 所須克服的電偶極愈多

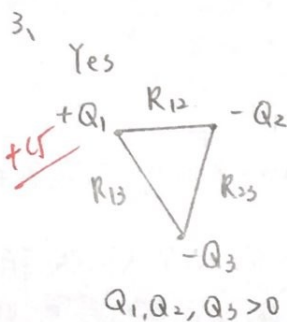
(續寫轉背頁) ⇒ 欲形成絕緣破壞所須外加的電場愈大。

同

$\oint_C \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$
 $\int_{ab} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{bc} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{cd} \vec{E} \cdot d\vec{l} + \int_{da} \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0$
 $E_1 t \Delta W - E_2 t \Delta W = 0 \Rightarrow E_1 t = E_2 t$
 $\frac{D_1 t}{\epsilon_1} = \frac{D_2 t}{\epsilon_2}$

$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q \Rightarrow -\hat{a}_{n1} \cdot \vec{D}_1 \Delta s - \hat{a}_{n2} \cdot \vec{D}_2 \Delta s = Q$
 $\hat{a}_{n2} \cdot \vec{D}_1 \Delta s - \hat{a}_{n2} \cdot \vec{D}_2 \Delta s = Q$
 $\hat{a}_{n2} \cdot (\vec{D}_1 - \vec{D}_2) = \frac{Q}{\Delta s} = \rho_s$
 $\vec{D} = \epsilon \vec{E}$
 $\hat{a}_{n2} \cdot (\epsilon_1 \vec{E}_1 - \epsilon_2 \vec{E}_2) = \rho_s$

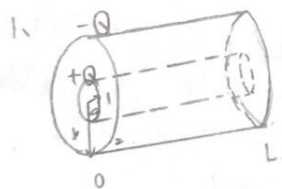
if $\rho_s = 0$ $D_{1n} = D_{2n} \Rightarrow \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n} \Rightarrow \epsilon_1 E_{1n} = \epsilon_2 E_{2n}$



Δ 不能用 $W_e = \frac{1}{2} \int_V \epsilon |\vec{E}|^2 dV$: 前面做的假設 ($\vec{D} = \epsilon \vec{E}$)
 但是很明顯的這些電荷分布並不是均勻的
 $W_e = \frac{Q_1(-Q_2)}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} + \frac{Q_1(-Q_3)}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{(-Q_2)(-Q_3)}{4\pi\epsilon_0 R_{23}}$
 $= -\frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 R_{12}} - \frac{Q_1 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{13}} + \frac{Q_2 Q_3}{4\pi\epsilon_0 R_{23}}$
 $\vec{F}_g = -\nabla W_e$

由此例可看出，電位能 W_e 也有可能是負值
 若 W_e 為正的，表示電荷聚集須要外加向內的力
 避免電荷因斥力排開，相反若 W_e 為負的，表示須外加向外的力，避免
 電荷因吸引力而相吸。

Part B.



$\oint_S \vec{D} \cdot d\vec{s} = Q$
 $\vec{E} = E_r \hat{a}_r$, $d\vec{s} = r d\phi dz \hat{a}_r$
 $Q = \oint_S \epsilon \vec{E} \cdot d\vec{s} = \epsilon \int_0^{2\pi} \int_0^L E_r r d\phi dz = 2\pi L \epsilon E_r r$

$E_r = \frac{Q}{2\pi\epsilon L r}$, $\vec{E} = \frac{Q}{2\pi\epsilon L r} \hat{a}_r$, $d\vec{l} = dr \hat{a}_r$

$V_{12} = -\int \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\int_b^a \frac{Q}{2\pi\epsilon L r} dr = \frac{Q}{2\pi\epsilon L} \ln\left(\frac{b}{a}\right)$

$C = \frac{Q}{V_{12}} = \frac{2\pi\epsilon L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$