报告:欧式看涨期权定价模拟

报告人:王尚忻 3216008691 16 金工 1 班

所用数据：欧式看涨期权$S_0 = 10$,$K = 11$,$r = 0.03$,$\sigma = 0.2$,$T = 1$,$\tau = 100 \cdot \Delta t$

一、用 Matlab 计算理论上的 C 值，注意比较自己的代码输出和 blsprice 函数指令是否一致?

```
%(1)计算理论上的C值；比较自己的代码输出与blsprice函数命令结果是否一致?
S_0 = 10;%stock price
r = 0.03;%rate
my_sigma = 0.2;
time = 1;
K = 11; %strike

d1 = (log(S_0/K) + (r + 0.5 * my_sigma^2)*time)/(my_sigma * sqrt(time));
d2 = (log(S_0/K) + (r - 0.5 * my_sigma^2)*time)/(my_sigma * sqrt(time));

C = S_0 * normcdf(d1) - K * exp(-r * time) * normcdf(d2)

%blsprice函数计算结果
Price = blsprice(S_0,K,r,time,my_sigma)
```

输出结果：C=0.5293，Price=0.5293

名称	值
tt	1
time	1
tau	1
Ss	80
S_0	10
S0	10
s0	[10;10;10;10;10;
S	*10000x101 double*
s	*1x251 double*
r	0 0300
Price	0 5293
Npaths	10000
N	100
my_sigma	0 2000
my_epsilon	1x1 double 0x1 double
K	11
k	11
j	100
i	100
e	1 4911
dt	0 0100
d2	-0 4266
d1	-0 2266
C1	0 3835
C	0 5293
c	1 5365
ans	10 7594
a	*1x10000 double*

二、用 Monte Carlo 方法求 C 值

```
%(2)用Monte Carlo方法求C值
S0 = 10;%stock price
r = 0.03;%rate
my_sigma = 0.2;
K = 11; %strike
tau=1;
N=100;
dt=tau/N;
Npaths = 10^4;%%路径数量
S = S0 * ones(Npaths,1);

for i = 1:N
    my_epsilon = random('Normal',0,1,Npaths,1);%同时生成Npaths个随机数
    S(:,i+1)=S(:,i)+r*dt+my_sigma*my_epsilon
end
C1 = exp(-r*tau) * mean(max(0, S(:,end) - K))

figure(1);
plot(1:N, S(:,1:end-1));
xlabel('交易日');
ylabel('股票价格');
tt = 1;
```

输出结果：C1=0.3835

名称	值
tt	1
time	1
tau	1
Ss	80
S_0	10
S0	10
s0	[10;10;10;10;10;
S	*10000x101 double*
s	*1x251 double*
r	0 0300
Price	0 5293
Npaths	10000
N	100
my_sigma	0 2000
my_epsilon	1x1 double 0x1 double
K	11
k	11
j	100
i	100
e	1 4911
dt	0 0100
d2	-0 4266
d1	-0 2266
C1	0 3835
C	0 5293
c	1 5365
ans	10 7594
a	*1x10000 double*

三、求误差，分析提升精度的方法

1.误差:

在 Monte Carlo 方法中，我们对标的资产价格 S，进行 n=10^4 次重复抽样，产生独立同分布的随机变量序列 S1、S2、……、Sn。最后得出一个$\overline{S_n}$，

由 Kolmogorov 强大数定律，$P(\lim_{n\to\infty}\overline{S_n}=S)=1$，因此，当 n 充分大时，可用$\overline{S_n}$作为所求 S 的估计值。

由中心极限定理可得到估计的误差。设随机变量 S 的方差$D[S]=\sigma^2<0$,对于标准正态分布的上$\frac{\delta}{2}$分位数$Z_{\frac{\delta}{2}}$，有

$$P(|\overline{S_n}-S|<Z_{\frac{\delta}{2}}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}})\approx\frac{1}{2\pi}\int_{-Z_{\frac{\delta}{2}}}^{Z_{\frac{\delta}{2}}}exp(-\frac{t^2}{2})dt=1-\delta$$

这表明，置信水平$1-\delta$对应的渐近置信区间是$\overline{S_n}\pm Z_{\frac{\delta}{2}}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$。

由此可确定 Monte Carlo 方法的概率化误差边界，其误差为$Z_{\frac{\delta}{2}}\times\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\approx 0.002Z_{\frac{\delta}{2}}$

2.提升精度方法

Monte Carlo 方法的误差是由σ和$\sqrt{n}$决定的。在对同一个 S 进行抽样的前提下，若想将精度提高一位数字，要么固定σ，将 n 增大 100 倍;要么固定 n，将$\sqrt{n}$减小 10 倍。比较其误差，设获得 S 的一个抽样所需的机时为t_i，那么在时间 T 内生成的抽样数$n=\frac{T}{t_i}$，若使$\frac{\sigma_1}{\sqrt{n_1}}<\frac{\sigma_2}{\sqrt{n_2}}$，则需使$\sigma_1 t_1<\sigma_2 t_2$。因而，若要提高 Monte Carlo 方法的效率，不能单纯考虑增加模拟的次数 n 或是减小方差σ^2，应当在减小方差的同时兼顾抽取一个样本所耗费的机时,使方差σ^2与机时 t 的乘积尽量的小。