中国科学技术大学

2004 – 2005 学年第 2 学期考试试卷

考试科目：计 算 方 法　　　　　　　　　　　　得分：______________

学生所在系：______________　姓名：______________　学号：______________

注意事项：

1. 答卷前，考生务必将所在系、姓名、学号等填写清楚。
2. 请考生在答卷纸左侧留出装订区域。
3. 本试卷为闭卷考试。共 12 道试题，满分 100 分，考试时间 120 分钟。
4. 计算中保留4位小数。

答 题 时 不 要 超 过 此 线

得分	评卷人

一、填空题

1. (4分)设$f(x)=3x^6+6x^4-5x^2+1$，则$f[-1,0,1]=$____ ，$f[-3,-2,-1,0,1,2,3]=$。

2. (4分) 设$A=\begin{pmatrix}1 & 3 & 1\\ 6 & -2 & 2\\ 3 & 2 & 7\end{pmatrix}$, 则$\|A\|_1=$________，$\|A\|_\infty=$________。

3. (3分) 设$f(x)\in C^3[a,b]$，则求$f'(\frac{a+b}{2})$的数值微分公式$\dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}$的误差为

   ____

4. (4分) 求解方程$f(x)=0$的Newton迭代公式为____________________________，

   弦截法公式为____________________________

5. (3分) 设有数据

x_i	-1	1	2
$f(x_i)$	0	3	2

   则其$a+bx^2$形式的拟合多项式为____________________

6. 6 用基函数构造法写出满足$p(a)=f(a),p(b)=f(b),p'(a)=f'(a)$的插值多项式

   $p(x)=$________

7. 6 用Gauss消元法解$n(n>6)$阶5对角线性方程组的乘除运算量为____________________

得分	评卷人

二、解答题

8. (10分) 给定方程$x + ln(x) = 2$

(1) 分析该方程在区间$[1, 2]$上的根的情况；

(2) 用Newton迭代法，取初值$x_0 = 1.5$，求出该方程的根。(精确到小数点后4位)

9. (15分) 用规范的幂法求矩阵$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -1 & 19 \end{pmatrix}$的按模最大的特征值，取初值$x_0 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$，计算到小数点后4位。

10. (15分) 给定求积公式

$$\int_{-1}^{1} f(x)dx \approx Af(-\frac{1}{2}) + Bf(0) + Cf(\frac{1}{2})$$

试求A, B, C使其具有尽可能高的代数精度，并指出所达到的代数精度。

11. (15分)对矩阵

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 4 & t \\ 0 & t & 3 \end{pmatrix}$$

(1) 求出t的范围，使其Jacobi迭代格式收敛

(2) 求出t的范围，使其Gauss-Siedel迭代格式收敛

12. (15分) 考虑常微分方程初值问题

$$\begin{cases} y' = e^x \cos y \ , \ 0 \leqslant x \leqslant 1 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

用如下4阶Runge-Kutta格式求$y(0.1)$的近似，取步长$h = 0.05$

$$\begin{cases} y_{n+1} = y_n + \frac{h}{6}(K_1 + 2K_2 + 2K_3 + K_4) \\ K_1 = f(x_n, y_n) \\ k_2 = f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hK_1) \\ k_2 = f(x_n + \frac{1}{2}h, y_n + \frac{1}{2}hK_2) \\ k_2 = f(x_n + h, y_n + hK_3) \end{cases}$$