

数学的三个发展时期——变量数学时期

卢介景

二、变量数学时期

变量数学时期从17世纪中叶到19世纪20年代，这一时期数学研究的主要内容是数量的变化及几何变换。这一时期的主要成果是解析几何、微积分、高等代数等学科，它们构成了现代大学数学课程(非数学专业)的主要内容。

十六、十七世纪，欧洲封建社会开始解体，代之而起的是资本主义社会。由于资本主义工场手工业的繁荣和向机器生产的过渡，以及航海、军事等的发展，促使技术科学和数学急速向前发展。原来的初等数学已经不能满足实践的需要，在数学研究中自然而然地就引入了变量与函数的概念，从此数学进入了变量数学时期。它以笛卡儿的解析几何的建立为起点(1637年)，接着是微积分的兴起。

在数学史上，引人注目的17世纪是一个开创性的世纪。这个世纪中发生了对于数学具有重大意义的三件大事。

首先是伽里略实验数学方法的出现，它表明了数学与自然科学的一种崭新的结合。其特点是在所研究的现象中，找出一些可以度量的因素，并把数学方法应用到这些量的变化规律中去。具体可归结为：(1)从所要研究的现象中，选择出若干个可以用数量表示出来的特点；(2)提出一个假设，它包含所观察各量之间的数学关系式；(3)从这个假设推导出某些能够实际验证的结果；(4)进行实验观测—改变条件—再现测，并把观察结果尽可能地用数值表示出来；(5)以实验结果来肯定或否定所提的假设；(6)以肯定的假设为起点，提出新假设，再度使新假设接受检验。

伽里略的实验数学为科学研究开创了一种全新的局面。在它的影响下，17世纪以后的许多物理学家同时又是数学家，而许多数学家也在物理学的发展中做出了重要的贡献。

第二件大事是笛卡儿的重要著作《方法谈》及其附录《几何学》于1637年发表。它引入了运动着的一点的坐标的概念，引入了变量和函数的概念。由于有了坐标，平面曲线与二元方程之间建立起了联系，由此产生了一门用代数方法研究几何学的新学科——解析几何学。这是数学的一个转折点，也是变量数学发展的第一个决定性步骤。

在近代史上，笛卡儿以资产阶级早期哲学家闻名于世，被誉为第一流的物理学家、近代生物学的奠基人和近代数学的开创者。他1596年3月21日生于法国图朗，成年后的经历大致可分两个阶段。第一阶段从1616年大学毕业至1628年去荷兰之前，为学习和探索时期。第二阶段从1628年到1649年，为新思想的发挥和总结时期，大部分时间是在荷兰度过的，这期间他完成了自己的所有著作。1650年2月11日，他病逝于瑞典。

第三件大事是微积分学的建立，最重要的工作是由牛顿和莱布尼兹各自独立完成的。他们认识到微分和积分实际上是一对逆运算，从而给出了微积分学基本定理，即牛顿—莱布尼兹公式。到1700年，现在大学里学习的大部分微积分内容已经建立起来，其中还包括较高等的内容，例如变分法。第一本微积分课本出版于1696年，是洛比达写的。

但是在其后的相当一段时间里，微积分的基础还是不清楚的，并且很少被人注意，因为早期的研究者都被此学科的显著的可应用性所吸引了。

除了这三件大事外，还有笛沙格在1639年发表的一书中，进行了射影几何的早期工作；帕斯卡于1649年制成了计算器；惠更斯于1657年提出了概率论这一学科中的第一篇论文。

17世纪的数学，发生了许多深刻的、明显的变革。在数学的活动范围方面，数学教育扩大了，从事数学工作的人迅速增加，数学著作在较广的范围内得到传播，而且建立了各种学会。在数学的传统方面，从形的研究转向了数的研究，代数占据了主导地位。在数学发展的趋势方面，开始了科学数学化的过程。最早出现的是力学的数学化，它以1687年牛顿写的《自然哲学的数学原理》为代表，从三大定律出发，用数学的逻辑推理将力学定律逐个地、必然地引申出来。

1705年纽可门制成了第一台可供实用的蒸汽机；1768年瓦特制成了近代蒸汽机。由此引起了英国的工业革命，以后遍及全欧，生产力迅速提高，从而促进了科学的繁荣。法国掀起的启蒙运动，人们的思想得到进一步解放，为数学的发展创造了良好条件。

18世纪数学的各个学科，如三角学、解析几何学、微积分学、数论、方程论、概率论、微分方程和分析力学得到快速发展。同时还开创了若干新的领域，如保险统计科学、高等函数(指微分方程所定义的函数)、偏微分方程、微分几何等。

这一时期主要的数学家有伯努利家族的几位成员、隶莫弗尔、泰勒、麦克劳林、欧拉、克雷罗、达朗贝尔、兰伯特、拉格朗日和蒙日等。他们中大多数的数学成就，就来自微积分在力学和天文学领域的应用。但是，达朗贝尔关于分析的基础不可取的认识，兰伯特在平行公设方面的工作、拉格朗日在位微积分严谨化上做的努力以及卡诺的哲学思想向人们发出预告：几何学和代数学的解放即将来临，现在是深入考虑数学的基础的时候了。此外，开始出现专业化的数学家，像蒙日在几何学中那样。

18世纪的数学表现出几个特点：(1)以微积分为基础，发展出宽广的数学领域，成为后来数学发展中的一个主流；(2)数学方法完成了从几何方法向解析方法的转变；(3)数学发展的动力除了来自物质生产之外，还来自物理学；(4)已经明确地把数学分为纯粹数学和应用数学。

19世纪20年代出现了一个伟大的数学成就，它就是把微积分的理论基础牢固地建立在极限的概念上。柯西于1821年在《分析教程》一书中，发展了可接受的极限理论，然后极其严格地定义了函数的连续性、导数和积分，强调了研究级数收敛性的必要，给出了正项级数的根式判别法和积分判别法。柯西的著作震动了当时的数学界，他的严谨推理激发了其他数学家努力摆脱形式运算和单凭直观的分析。今天的初等微积分课本中写得比较认真的内容，实质上是柯西的这些定义。

19世纪前期出版的重要数学著作还有高斯的《算术研究》(1801年，数论)；蒙日的《分析在几何学上的应用》(1809年，微分几何)；拉普拉斯的《分析概率论》(1812年)，书中引入了著名的拉普拉斯变换；彭赛莱的《论图形的射影性质》(1822年)；斯坦纳的《几何形的相互依赖性的系统发展》(1832年)等。以高斯为代表的数论的新开拓，以彭赛莱、斯坦纳为代表的射影几何的复兴，都是引人瞩目的。