

TURUNAN TINGKAT TINGGI

Turunan kedua dari fungsi $f(x)$ didapatkan dengan menurunkan sekali lagi bentuk turunan pertama. Demikian seterusnya untuk turunan ke- n didapatkan dari penurunan bentuk turunan ke- $(n-1)$.

Turunan pertama $f'(x) = \frac{df(x)}{dx}$

Turunan kedua $f''(x) = \frac{d^2 f(x)}{dx^2}$

Turunan ketiga $f'''(x) = \frac{d^3 f(x)}{dx^3}$

Turunan ke- n $f^{(n)}(x) = \frac{d^n f(x)}{dx^n}$

Contoh :

Tentukan turunan kedua dan ketiga dari fungsi $f(x) = \sqrt{1+x^2}$

Jawab :

Turunan pertama, $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$

Turunan kedua digunakan rumus turunan dari fungsi hasilbagi,

$$f''(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}}$$

Turunan ketiga, $f'''(x) = \frac{-3x}{(1+x^2)^{5/2}}$

Gerak Partikel

Lintasan gerak partikel P dinyatakan dengan fungsi parameter $s(t)$. Kecepatan, $v(t)$ dan percepatan, $a(t)$ gerak P diberikan oleh

Kecepatan, $v(t) = s'(t)$

Percepatan, $a(t) = s''(t)$

Contoh :

Lintasan gerak partikel P ditentukan oleh persamaan : $s(t) = t^3 - 2t^2 + t - 10$

Tentukan :

- Kapan partikel P berhenti ?
- Besar percepatan P pada saat $t = 2$

Jawab :

- Kecepatan, $v(t) = s'(t) = 3t^2 - 4t + 1$. Partikel P berhenti berarti kecepatan sama dengan nol, sehingga $t = 1/3$ dan $t = 1$.
- Percepatan, $a(t) = s''(t) = 6t - 4$. Untuk $t = 2$, maka $a(2) = 8$

Soal Latihan

Tentukan turunan kedua dari

1. $y = \sin(2x - 1)$

2. $y = (2x - 3)^4$

3. $y = \frac{x}{x+1}$

4. $y = \cos^2(px)$

5. Tentukan nilai c dari $f''(c) = 0$ bila $f(x) = x^3 + 3x^2 - 45x - 6$

6. Tentukan nilai a , b dan c dari fungsi $g(x) = ax^2 + bx + c$ bila $g(1) = 5$, $g'(1) = 3$ dan $g''(1) = -4$
7. Tentukan besar kecepatan sebuah obyek yang bergerak pada saat percepatannya nol bila lintasan obyek dinyatakan dengan persamaan :
- a. $s = \frac{1}{4}t^4 - 5t^3 + 12t^2$.
- b. $s = \frac{1}{10}(t^4 - 14t^3 + 60t^2)$
8. Dua buah partikel bergerak sepanjang garis koordinat. Pada saat waktu t jarak berarah dari titik pusat diberikan dengan s_1 dan s_2 . Bilamana kedua partikel mempunyai kecepatan sama bila :
- a. $s_1 = 4t - 3t^2$ dan $s_2 = t^2 - 2t$
- b. $s_1 = 3t^3 - 3t^2 + 18t + 5$ dan $s_2 = -t^3 + 9t^2 - 12t$