

## 第十五届蓝桥杯大赛软件赛决赛

Python 大学 A 组

### 【考生须知】

考试开始后，选手首先下载题目，并使用考场现场公布的解压密码解压试题。

考试时间为 4 小时。考试期间选手可浏览自己已经提交的答案，被浏览的答案允许拷贝。时间截止后，将无法继续提交或浏览答案。

对同一题目，选手可多次提交答案，以最后一次提交的答案为准。

选手必须通过浏览器方式提交自己的答案。选手在其它位置的作答或其它方式提交的答案无效。

试题包含“结果填空”和“程序设计”两种题型。

**结果填空题：**要求选手根据题目描述直接填写结果。求解方式不限。不求源代码。把结果填空的答案直接通过网页提交即可，不要书写多余的内容。

**程序设计题：**要求选手设计的程序对于给定的输入能给出正确的输出结果。考生的程序只有能运行出正确结果才有机会得分。

注意：在评卷时使用的输入数据与试卷中给出的示例数据可能是不同的。选手的程序必须是通用的，不能只对试卷中给定的数据有效。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

对于编程题目，不能使用诸如绘图、硬件操作或与操作系统相关的 API。

注意：所有依赖的模块（如 math）必须明确地在源文件中 import。只能使用 python 自带的模块，使用 pip 等安装的扩展模块无法使用。

所有源码必须在同一文件中。调试通过后，拷贝提交。

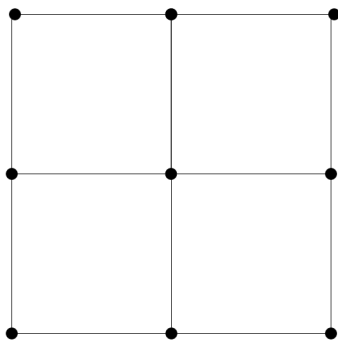
## 试题 A：汉字田

本题总分：5 分

### 【问题描述】

在中国传统文化中，汉字“田”具有非常重要的地位。其最初的象形意义展现了一块被四等分的农田，四个等分代表农田的不同区域，中间交叉点则代表了田间的道路或水渠。在古代，农田的划分与耕作是社会经济的根基，所以“田”字不仅代表农田，还象征着土地、财产和生产力。到了现代，虽“田”字的直接象形意义已经不再明显，但它仍是生活中不可或缺的一部分，在语言文字以及数学逻辑思维训练中都发挥着作用。比如在几何问题中，“田字格”常常被用来帮助理解空间问题。

现在，若将汉字“田”抽象为一个由 9 个点组成的图形，这些点分布在田字格的四个角、四条外边的中点以及田字格的中心。那么请问，一共有多少条直线恰好只经过这 9 个点中的任意两个点？



### 【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 B: 床底取牌

本题总分：5 分

### 【问题描述】

最近，小蓝对拼单词的游戏特别着迷。他有一盒专门用于拼单词的字母卡片，其中每张卡片上分别印有 l、a、n、q、i、o 中的一个字母，并且每种字母对应的卡牌都有 5 张。

小蓝给自己设定了一个目标，即拼出单词 lanqiao。对此，他需要 2 张 a 以及 l、n、q、i、o 各 1 张。

然而，很不幸的是，小蓝在玩耍时不小心把卡片盒打翻了，所有的卡片一下子都掉进了床底下。因为床底下光线非常暗，小蓝根本无法看清卡片上的字母。

那么请问，要想凑齐 l、a、n、q、i、a、o 这 6 张卡牌，小蓝最少需要从床底下取出几张卡牌呢？

### 【答案提交】

这是一道结果填空题，你只需要算出结果后提交即可。本题的结果为一个整数，在提交答案时只填写这个整数，填写多余的内容将无法得分。

## 试题 C: 设置密码

时间限制: 15.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

### 【问题描述】

小蓝设计了一个管理系统，管理系统需要支持设置用户的密码，并给出密码的强度。合法密码要求如下：

只能包含大小写字母、数字和特殊字符 `~!@#$%^&*()_`，以上字符的 ASCII 码依次为：126, 33, 64, 35, 36, 37, 94, 38, 42, 40, 41, 95。

密码的强度按下列方式判断：

强密码：密码长度  $\geq 12$ ，同时包含大写字母、小写字母、数字、特殊字符，或包含包括特殊字符在内的其中三种，且特殊字符的种类数  $\geq 3$ ；

中密码：密码长度  $\geq 8$ ，不属于强密码，至少有大写字母、小写字母、数字、特殊字符中的两种；

弱密码：密码长度  $\geq 6$ ，不属于强密码或中密码。

三者都不是的密码同样视为不合法的密码。

给定若干个字符串（每行一个），判断其是否能作为密码，能作为密码时判断密码的强度。

对每个字符串输出 0,1,2,3 中的一个，分别对应不合法的密码、弱密码、中密码、强密码四种情况。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个整数  $T$ ，表示需要判断的密码的个数。

接下来  $T$  行，每行包含一个字符串  $S_i$ ，表示一个需要判断的密码。保证每个字符串中仅包含 ASCII 码中的可打印字符（ASCII 码在 32 至 126 之间，包含 32 和 126）。

### 【输出格式】

输出  $T$  行，每行包含一个数字  $A_i$  表示第  $i$  个密码的强度。

### 【样例输入】

```
4
@Qaq1
123456
lanqiao2024
a1@R7c1h(GO*q3)
```

### 【样例输出】

```
0
1
2
3
```

### 【评测用例规模与约定】

对于 80% 的评测用例， $T = 1$ ，

对于所有评测用例， $1 \leq T \leq 10^5$ ， $1 \leq |S_i| \leq 32$ ，其中  $|S_i|$  表示  $S_i$  的长度。

## 试题 D: 限流器

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 10 分

### 【问题描述】

小蓝最近为自己的服务开发了一套 OpenAPI，为了防止接口被恶意盗刷，他需要搭建一套分布式限流组件。

简而言之，我们想要限制在时间区间  $[k \cdot N, (k + 1) \cdot N) (k = 0, 1, 2, \dots)$  中，接口最多只允许成功访问  $M$  次，对于超出限制的访问则返回异常状态表示请求失败。

现在给出某个客户端对 API 请求的时间戳，请你统计下其中有多少次的请求是成功的。

### 【输入格式】

输入的第一行包含三个整数  $N, M, L$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

第二行包含  $L$  个整数  $t_1, t_2, \dots, t_L$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔，表示  $L$  次 API 访问的时间戳。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示 API 请求成功的次数。

### 【样例输入】

```
60 5 10
0 60 15 60 0 50 60 1 1 61
```

### 【样例输出】

```
9
```

**【样例说明】**

$[0, 60)$  内访问了 6 次，有 1 次会访问失败，5 次访问成功； $[60, 120)$  内访问了 4 次，均成功；总计成功访问  $5 + 4 = 9$  次。

**【评测用例规模与约定】**

对于所有评测用例， $1 \leq N, M, L \leq 1000$ ， $0 \leq t_i \leq 1000$ 。

## 试题 E: 特别的数组

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

如果一个数组中的所有元素都互不相同, 我们称其为一个特别的数组。

给定一个数组  $(a_1, a_2, \dots, a_n)$ , 你可以选择一对  $L, R$  并将数组中的第  $L$  至  $R$  个元素移除。求对给定的数组进行一次这样的操作后可以得到的特别的数组的长度最大是多少。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个整数  $n$ , 表示数组的长度。

第二行包含  $n$  个整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$ , 相邻整数之间使用一个空格分隔。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示进行一次移除操作后可以得到的特别的数组的最大长度。

### 【样例输入】

```
9
1 2 3 4 2 5 7 6 3
```

### 【样例输出】

```
7
```

### 【样例说明】

移除第 2, 3 个元素可以得到 1 4 2 5 7 6 3。

### 【评测用例规模与约定】

对于 60% 的评测用例,  $n \leq 5000$  ;



对于所有评测用例， $1 \leq n, a_i \leq 10^5$ 。

## 试题 F: 记事本

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 15 分

### 【问题描述】

小蓝经常用记事本记录文字，最近他发现记事本功能太少，因此他写了一款插件用来支持记事本更多的文本编辑功能，这些功能如下表所示：

命令	功能
$[n]h$	光标向左移动 $[n]$ 个字符 (到最左侧则停止)。
$[n]l$	光标向右移动 $[n]$ 个字符 (到最右侧则停止)。
<code>insert "[text]"</code>	在当前光标位置插入文本 $[text]$ ，同时光标移动到 $[text]$ 右侧。
$d[n]h$	删除光标左侧 $[n]$ 个字符 (不足 $[n]$ 则全删除)。
$d[n]l$	删除光标右侧 $[n]$ 个字符 (不足 $[n]$ 则全删除)。

小蓝建立了一个新的文本文件，初始是空白的，在经过若干次上述操作之后，请将文本内容输出。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个整数  $T$ ，表示操作次数。  
接下来  $T$  行，每行包含一个命令，格式如上表所示。

### 【输出格式】

输出一行包含一个字符串表示最终文本内容。

### 【样例输入】

```
9
d1h
insert "hello"
insert " world"
7h
d2h
```

```
insert "11"  
3l  
d1l  
insert "0"
```

### 【样例输出】

```
hello w0rld
```

### 【评测用例规模与约定】

对于所有评测用例， $1 \leq T \leq 100$ ， $1 \leq |text| \leq 100$ ， $1 \leq n \leq 100$ ， $text$  仅包含大小写字母、数字、空格。

## 试题 G: 羊圈

时间限制: 15.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

小蓝养了  $m$  头羊，它们站成一排，第  $i$  头羊有  $p_i$  的概率跑掉。小蓝为了不让他的羊跑掉，购买了  $n$  个羊圈，第  $i$  个羊圈最多可以框住连续的  $l_i$  只羊，让它们无法逃跑。小蓝想知道，在合理安排羊圈位置的情况下，能跑掉的羊的数量的期望的最小值是多少？

请注意：羊圈不一定都使用，也不一定按顺序使用。

### 【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数  $n, m$ ，用一个空格分隔。

第二行包含  $n$  个正整数  $l_1, l_2, \dots, l_n$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

第三行包含  $m$  个浮点数  $p_1, p_2, \dots, p_m$ ，每个浮点数小数点后不超过 2 位小数，相邻浮点数之间使用一个空格分隔。

### 【输出格式】

输出一行包含一个浮点数表示答案，四舍五入保留正好两位小数。

### 【样例输入】

```
3 10
1 2 3
0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0
```

### 【样例输出】

```
1.00
```

### 【样例说明】

第一个羊圈框住第 5 头羊，第二个羊圈框住第 9 至第 10 头羊，第三个羊圈框住第 6 至第 8 头羊，剩下的羊逃跑的数量的期望为  $0.1 + 0.2 + 0.3 + 0.4 = 1.0$

### 【评测用例规模与约定】

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 8$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 15$ ， $1 \leq m \leq 200$ ， $1 \leq l_i \leq m$ ， $0 \leq p_i \leq 1$ 。

## 试题 H: 排练

时间限制: 20.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 20 分

### 【问题描述】

小蓝的班上有  $n$  名同学正在为校庆活动排练节目，他们在舞台上站成一排。若把他们看做在数轴上，从左到右第  $i$  名同学的位置即为  $a_i$ 。为了美观，小蓝想在队伍中插入一些新同学，使得在新队伍中，对于任意三名相邻的同学的位置  $a_{i-1}, a_i, a_{i+1}$  满足  $a_{i+1} - a_i \leq 2(a_i - a_{i-1})$ 。小蓝想知道最少增加多少名同学可以满足条件。

### 【输入格式】

输入的第一行包含一个正整数  $n$ 。

第二行包含  $n$  个正整数  $a_1, a_2, \dots, a_n$ ，相邻整数之间使用一个空格分隔。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案。

### 【样例输入】

```
4
1 3 16 17
```

### 【样例输出】

```
2
```

### 【样例说明】

其中一种方案：在 6, 10 处插入两名同学，新队伍为 1, 3, 6, 10, 16, 17，满足条件。

**【评测用例规模与约定】**

对于 20% 的评测用例， $1 \leq n \leq 10^3$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq n \leq 10^5$ ， $1 \leq a_i \leq 10^8$ ， $a_{i+1} > a_i$ 。

## 试题 I: 数字与留言

时间限制: 10.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

在一个阳光明媚的上午,小蓝走进了数学教室。他的目光很快被黑板上两个孤零零的数字  $x, y$  吸引。数学老师总爱出些奇妙的谜题,今天显然也不例外。老师留言称,这两个数字暗含着一层不同寻常的心意,要想揭开这份心意的神秘面纱,就必须在  $1 \sim x$  之间找到三个不同的正整数,使得这三个数的和除以 2024 的余数值为  $y$ ,且这三个数的各个数位都不得包含数字 2 和 4。

现在,请你帮助小蓝,求出有多少种不同的满足条件的三个数的组合。由于这个答案可能很大,你只需要输出答案对  $10^9 + 7$  取余后的结果即可。

注意,如果通过改变三个正整数的顺序可以得到相同的组合,则这样的组合也被视为同一种。例如,对于  $x = 10, y = 9$ ,无论是  $1 + 3 + 5$  还是  $5 + 3 + 1$ ,都只算作一种。

### 【输入格式】

输入一行包含两个整数  $x, y$ , 用一个空格分隔。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数,表示答案对  $10^9 + 7$  取余后的结果。

### 【样例输入】

10 9

### 【样例输出】

1

### 【样例说明】

满足条件的组合仅有一组:  $(1, 3, 5)$ 。



### 【评测用例规模与约定】

对于 10% 的评测用例， $1 \leq x \leq 700$ ， $0 \leq y \leq 2023$ 。

对于 30% 的评测用例， $1 \leq x \leq 10^5$ ， $0 \leq y \leq 2023$ 。

对于所有评测用例， $1 \leq x \leq 10^{12}$ ， $0 \leq y \leq 2023$ 。

## 试题 J: 药剂

时间限制: 15.0s 内存限制: 512.0MB 本题总分: 25 分

### 【问题描述】

小蓝今天的实验内容是合并  $N$  瓶试剂。每瓶试剂初始都有一个魔法值  $a_i$ ，所有魔法值都是正整数。

每次小蓝会随机从手头的试剂中选出两瓶，将其合并。合并时，两瓶试剂会发生化学反应，产生强大的力量，也有可能效果没有那么好。但无论如何，小蓝会得到一瓶全新的，可以和其他试剂合并的试剂。我们认为，小蓝在合并两瓶试剂时，如果两瓶试剂的魔法值分别是  $x$  和  $y$ ，有  $\frac{1}{2}$  的概率，小蓝得到的新试剂魔法值为  $x + y$ ，对于另  $\frac{1}{2}$  概率，小蓝得到的新试剂的魔法值为  $xy$ 。

像这样，小蓝重复合并操作  $n - 1$  次，最后只会剩下一瓶试剂。小蓝希望知道，最后这瓶试剂的魔法值期望是多少。为了方便，假定这个值是  $ans$ ，你只需要告诉小蓝， $ans$  乘上  $2^{n-1} \prod_{i=2}^n C_i^2$  的结果，不难证明这个值一定是一个整数。但这个乘积显然太大了，小蓝只希望你告诉她这个乘积对整数  $mo$  取模之后的结果。

### 【输入格式】

输入的第一行包含两个正整数  $N, mo$ ，用一个空格分隔。

第二行包含  $N$  个正整数，相邻整数之间使用一个空格分隔，其中第  $i$  个正整数表示第  $i$  瓶试剂的魔法值  $a_i$ 。

### 【输出格式】

输出一行包含一个整数表示答案，即最后一瓶试剂魔法值的期望乘上  $2^{n-1} \prod_{i=2}^n C_i^2$  的结果。

### 【样例输入】

```
3 1000000007
1 2 3
```

### 【样例输出】

75

### 【样例说明】

可能的合并情形较多，这里给出样例中两种可能的情况：

第一次小蓝随机选中魔法值为 1 和 3 的试剂进行合并，得到魔法值为  $1 + 3 = 4$  的一瓶新的试剂。

然后小蓝对仅剩的两瓶试剂进行合并，得到  $4 \times 2 = 8$  的一瓶试剂。

因此这种情况最终试剂的魔法值为 8。

又或者：

第一次小蓝随机选中魔法值为 1 和 2 的试剂进行合并，得到魔法值为  $1 \times 2 = 2$  的一瓶新的试剂。

然后小蓝对仅剩的两瓶试剂进行合并，得到  $2 + 3 = 5$  的一瓶试剂。

因此这种情况最终试剂的魔法值为 5。

### 【评测用例规模与约定】

对于 30% 的评测用例， $1 \leq N \leq 5$ ， $mo = 10^9 + 7$ ；

对于 50% 的评测用例， $1 \leq N \leq 50$ ， $mo = 10^9 + 7$ ；

对于 70% 的评测用例， $1 \leq N \leq 300$ ， $mo = 10^9 + 7$ ；

对于 80% 的评测用例， $mo = 10^9 + 7$ ；

对于所有评测用例， $1 \leq N \leq 3000$ ， $1 \leq a_i \leq 10^9$ ， $1 \leq mo \leq 10^9 + 7$ 。