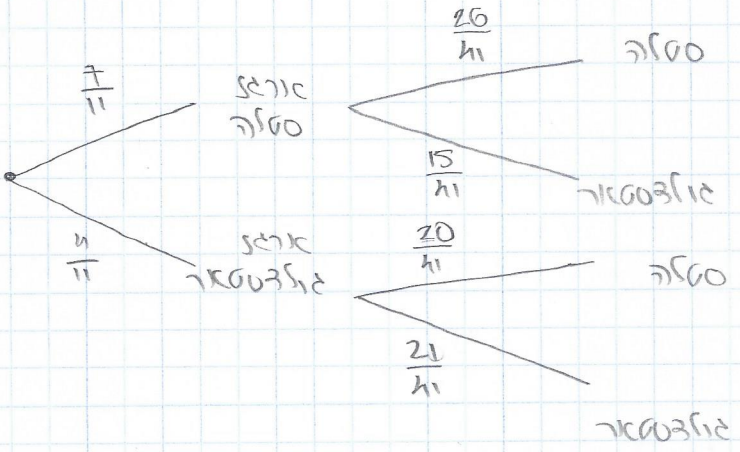
לעיבוד חישובית - תרגיל 3:

① 15 זוגבטאור $\frac{15}{35}$ - 4 ארצים, 5 מקטורים (24 סה"כ)

20 סגלה $\frac{20}{35}$ - 7 ארצים, 5 מקטורים (28 סה"כ)



A = ארצים סגלה נמחר

$\bar{A}$ = ארצים זוגבטאור נמחר

B = מקטורים זוגבטאור נמחר

$$P(B) = P(B|A)\cdot P(A) + P(B|\bar{A})\cdot P(\bar{A})$$

$$= \frac{15}{44}\cdot\frac{7}{11} + \frac{21}{44}\cdot\frac{4}{11}$$

$$= \frac{105}{484} + \frac{84}{484} = 0.419$$

$$P(A|B) = \frac{P(B|A)\cdot P(A)}{P(B)} = \frac{\frac{15}{44}\cdot\frac{7}{11}}{0.419} = 0.555$$

② A - 0.8 | 0

B - 0.7 | 0.2

C - 0.6 | 0.3

D - 0.5 | 0.5

X = זיהוי - detected

$$P(X) = P(X|A)P(A) + P(X|B)P(B) + P(X|C)P(C) + P(X|D)P(D)$$

$$= 0.8\cdot 0 + 0.7\cdot 0.2 + 0.6\cdot 0.3 + 0.5\cdot 0.5 = 0.57$$

א. $$P(C|X) = \frac{P(X|C)P(C)}{P(X)} = \frac{0.6\cdot 0.3}{0.57} = 0.3157$$

ב. $$P(B|X) = \frac{P(X|B)P(B)}{P(X)} = \frac{0.7\cdot 0.2}{0.57} = 0.2456$$

③ נתבונן בשני סוחרים כאשר אחד מהם 2 נאמנים מבחינה רציונלית. שם כאשר אחד הוזן ואחד לא הוזן. לאחר שנתחיל באשר מטבע נזרוק 2 פעמים לפי. נניח שאחד מטבע נזרוק לפי הבאשר הוזן הוא קיבל מהשערוך $\frac{1}{10}$. בעוד, נניח שאחד הוזן יקבל אחיד באשר נתחיל את הקיבל הסיכוי לכל אחד מהשניים יהיה אפס, אבל אחד הוא לבל יקבל את ה.

$$C = \begin{cases} 0 & \text{נתחיל באשר לבל הוזן} \\ 1 & \text{אחרת} \end{cases} \qquad P(C=0) = 0.5$$

$$X = \begin{cases} 0 & \text{קיבל הקיבל} \\ & \text{ה-1} \\ 1 & \text{אחרת} \end{cases} \qquad P(X=0) = P(X=0 \mid C=0) + P(X=0 \mid C=1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

$$Y = \begin{cases} 0 & \text{קיבל הקיבל} \\ & \text{ה-2} \\ 1 & \text{אחרת} \end{cases} \qquad P(Y=0) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{10} = \frac{3}{10}$$

* אם נשים לב אשר נתחיל באשר אנו הקיבל מ" מ בלי.
* אם נניח לפי, אנו הוא חושש לפי הסיכוי הראשון שיקבל ערך לפי הנ"מ.
* נחשב הסתברויות:

$P(X=0, Y=0, C=0) = P(X=0, Y=0 \mid C=0)P(C=0) = \frac{9}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{2} = 0.405$

$P(X=0, Y=0, C=1) = P(X=0, Y=0 \mid C=1)P(C=1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 0.125$

$P(X=0, Y=1, C=0) = P(X=0, Y=1 \mid C=0)P(C=0) = \frac{9}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{2} = 0.045$

$P(X=0, Y=1, C=1) = P(X=0, Y=1 \mid C=1)P(C=1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 0.125$

$P(X=1, Y=0, C=0) = P(X=1, Y=0 \mid C=0)P(C=0) = \frac{1}{10}\cdot\frac{9}{10}\cdot\frac{1}{2} = 0.045$

$P(X=1, Y=0, C=1) = P(X=1, Y=0 \mid C=1)P(C=1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 0.125$

$P(X=1, Y=1, C=0) = P(X=1, Y=1 \mid C=0)P(C=0) = \frac{1}{10}\cdot\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{2} = 0.005$

$P(X=1, Y=1, C=1) = P(X=1, Y=1 \mid C=1)P(C=1) = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2} = 0.125$

3/4

④ אורחת V מקרף - 0.7 מוצלחת

לפניך - X = מספר האורחות המוצלחות מקרף משפחת

$X \sim B(5, 0.7)$

א. $P(X=3) = \binom{5}{3} \cdot 0.7^3 \cdot 0.3^2 = \underline{0.3087}$

ב. $P(X \geq 2) = 1 - P(X<2) = 1 - [P(X=0) + P(X=1)]$

$= 1 - \left[\binom{5}{0} \cdot 0.7^0 \cdot 0.3^5 + \binom{5}{1} \cdot 0.7^1 \cdot 0.3^4\right]$

$= 1 - [0.00243 + 0.02835] =$

$= 1 - 0.03078 = \underline{0.96922}$

ג. $\bar{X} = \dfrac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100}$

ד. ידוע כי $\bar{X} \sim N(\mu, \sigma)$ ולכן

$\mu = E(\bar{X}) = E\left(\dfrac{\sum_{i=1}^{100} X_i}{100}\right) =$

$= \dfrac{1}{100} \cdot E\left(\sum_{i=1}^{100} X_i\right) = \dfrac{1}{100} \sum_{i=1}^{100} E(X_i)$

$= \dfrac{1}{100} \cdot \sum_{i=1}^{100} 5 \cdot 0.7 = \dfrac{1}{100} \cdot 100 \cdot 5 \cdot 0.7$

$= \underline{3.5}$

ג. $U = \{(x,y) \mid 0 \le x,y \le 1\}$

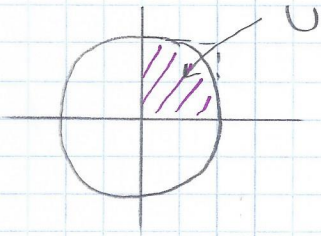
$C = \{(x,y) \mid x^2 + y^2 < 1\}$

D = טס בציור U - C

X = $|C \cap D|$ = מטבע הנופל U - D שזה כל U - C.

U = שטח הריבוע שקודקודיו

$(0,0), (0,1)$
$(1,0), (1,1)$ שטחו = 1

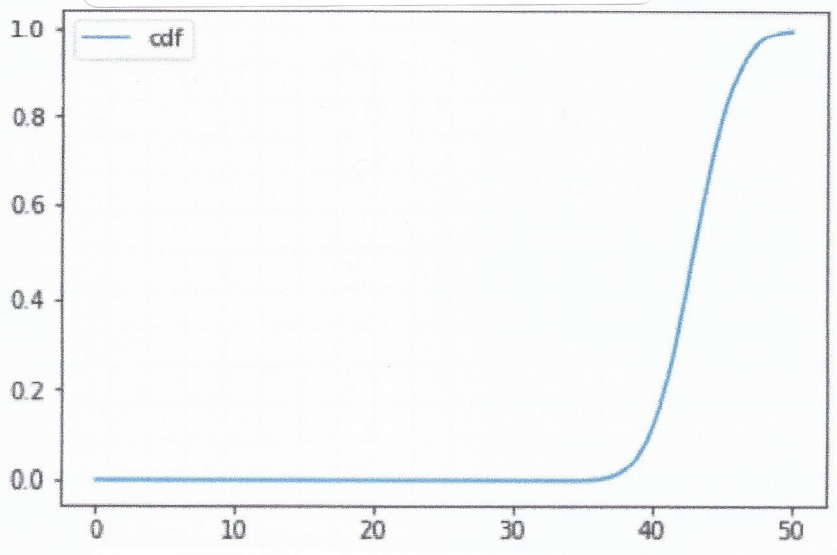


C = שטח $\frac{1}{4}$ היחידה שכן מתקיים $x^2+y^2=1$, שטחו = π

ולכן $U \cap C$ הוא רבע מאותו היחידה ומתקיים:

$|U \cap C| = \frac{\pi}{4} = 0.7853$

ולכן ההסתברות למציאת נקודה שנמצאת ב $|U \cap C|$ הוא ההסתברות להיות מטבע, סומר 0.7853.

ולכן - $X \sim B(50, 0.7853)$ שם יש סט נקודות ("סה"כ") וההסתברות להצלחה על כל ("סה") היא 0.7853.

ז.