Optimal Theory and Method

最优化理论与方法

程春杰

杭州电子科技大学 自动化学院

科技馆512

Email: cjzhai@hdu.edu.cn

目录

- 线性规划中的对偶理论（难点、重点）
- 对偶单纯形法（重点）
- 灵敏度分析

目录

- 线性规划中的对偶理论（难点、重点）
- 对偶单纯形法（重点）
- 灵敏度分析

■ 对偶单纯形法

- ➢对偶单纯形法比前面单纯形法的好在哪
- ➢什么是对偶可行的基本解
- ➢对偶单纯形法的基本思想
- ➢对偶单纯形法的计算步骤
- ➢如何求一个初始对偶可行的基本解

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法比单纯形法好在哪？

考虑线性规划问题

$$
\begin{aligned}
\min \quad & cx \\
\text{s.t.} \quad & Ax = b, \\
& x \geq 0.
\end{aligned}
$$

前面用单纯形法求解问题，往往需要引进人工变量，通过解一阶段问题求初始基本可行解。

对偶单纯形法：利用对偶性质给出一种不需引进人工变量的求解方法 。

■ 对偶单纯形法

➢对偶可行的基本解

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geqslant 0. \end{aligned}$$

定义 4.2.1

设 $x^{(0)}$ 是(4.2.1)式的一个基本解，它对应的基矩阵为 B，记作 $w = c_B B^{-1}$，若 w 是(4.2.1)式的对偶问题的可行解，即对所有 j，成立 $wp_j - c_j \leqslant 0$，则称 $x^{(0)}$ 为原问题的对偶可行的基本解。

（1）对偶可行的基本解不一定是原问题的可行解。

（2）当对偶可行的基本解是原问题的可行解时，由于判别数均小于或等于零，因此它就是原问题的最优解

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的基本思想

对偶单纯形法的基本思想：从原问题的一个对偶可行的基本解出发，求改进的对偶可行的基本解，当得到的对偶可行的基本解是原问题的可行解时，就达到最优解

对偶单纯形法：

原问题的对偶可行基本解，已经满足判别数全部小于或等于0，但是该解不全大于或等于0，要改进这个对偶可行基本解，使它可行。

单纯形法：

原问题的基本解已经可行，但不满足判别数全部小于或等于0，我们要改进这个基本解，使它满足判别数全部小于或等于0。

$$\min \quad cx$$
$$\text{s.t.} \quad Ax = b,$$
$$x \geq 0.$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的基本思想

求改进的对偶可行的基本解的过程，也是选择离基变量和进基变量，进行主元消去的过程。

与前面介绍的单纯形法的差别在于：在单纯形法的迭代过程中，始终保持右端列（目标函数值除外）非负，即保持原问题的可行性；而在对偶单纯形法中，要保持所有判别数（对于极小化问题），即保持对偶可行性。

对偶单纯形法在每次迭代中不要求右端列各分量均非负，正因如此，也就不需要引进人工变量．。

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的基本思想

设在某次迭代得到表:

	x_1	$\cdots$	x_j	$\cdots$	x_k	$\cdots$	x_n	
x_{B_1}	y_{11}	$\cdots$	y_{1j}	$\cdots$	y_{1k}	$\cdots$	y_{1n}	$\bar{b}_1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_{B_r}	y_{r1}	$\cdots$	y_{rj}	$\cdots$	y_{rk}	$\cdots$	y_{rn}	$\bar{b}_r$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_{B_m}	y_{m1}	$\cdots$	y_{mj}	$\cdots$	y_{mk}	$\cdots$	y_{mn}	$\bar{b}_m$
	z_1-c_1	$\cdots$	z_j-c_j	$\cdots$	z_k-c_k	$\cdots$	z_n-c_n	$c_B\bar{b}$

表中判别数$z_j—c_j\leq 0, j=1, \ldots, n$

①如果右端列 $\bar{b} = (\bar{b}_1, \cdots, \bar{b}_r, \cdots, \bar{b}_m)^T \geq 0$,

则现行基本解是最优基本可行解.

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geqslant 0. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的基本思想

② 如果 $\bar{b} \not\geqslant 0$，则现行的基本解 $x_B = \bar{b}, x_N = 0$ 是对偶可行的基本解，但不是原问题的可行解.

需确定离基变量和进基变量，求改进的对偶可行的基本解.

$\boxed{\text{先选择离基变量}}$

选择取负值的基变量作为离基变量. 如果 $\bar{b}_r < 0$，则取 x_{B_r} 为离基变量

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的基本思想

再确定进基变量

为保持对偶可行性,需用 r 行的负元去除相应的判别数,从中选择最小比值,

$$\frac{z_k - c_k}{y_{rk}} = \min_j \left\{ \frac{z_j - c_j}{y_{rj}} \middle| y_{rj} < 0 \right\} \geq 0$$

则 x_k 作为进基变量.

以 y_{rk} 为主元进行主元消去,实现基的转换,得到新的对偶可行的基本解

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geqslant 0. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的基本思想

为什么上述转换能够改进对偶可行的基本解.

主要有以下三点：

(1)由于主元消去前 y_{rk} 与 $\bar{b}_r$ 同为负数，因此主元消去后右端列第 r 个分量变成正数. 这有利于基本解向着满足可行性的方向转化 .

(2)主元消去后仍然保持对偶可行性，即所有判别数均小于或等于零（对极小化问题）.

主元消去运算之后 ,判别数

$$(z_j - c_j)' = (z_j - c_j) - \frac{z_k - c_k}{y_{rk}} y_{rj},$$

$$\frac{z_k - c_k}{y_{rk}} \geqslant 0$$

■ 对偶单纯形法

➤对偶单纯形法的基本思想

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

如果 $y_{rj} \geq 0$，$(z_j - c_j)' \leq z_j - c_j \leq 0$.

如果 $y_{rj} < 0$，$\dfrac{z_k - c_k}{y_{rk}} \leq \dfrac{z_j - c_j}{y_{rj}}$

$$z_j - c_j \leq \frac{z_k - c_k}{y_{rk}} y_{rj}$$

$$\frac{z_k - c_k}{y_{rk}} \geq 0$$

$$(z_j - c_j)' = (z_j - c_j) - \frac{z_k - c_k}{y_{rk}} y_{rj} \leq 0$$

因此，主元消去后，所有判别数均小于或等于零（对极小化问题）.

$$\begin{aligned} \min \quad & \boldsymbol{cx} \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{Ax} = \boldsymbol{b}, \\ & \boldsymbol{x} \geqslant \boldsymbol{0}. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的基本思想

(3)主元消去运算后，对偶问题的目标函数值增大（至少不减小）．

主元消去前后，目标函数值之间的关系是

$$(\boldsymbol{c}_B\bar{\boldsymbol{b}})' = \boldsymbol{c}_B\bar{\boldsymbol{b}} - \frac{z_k - c_k}{y_{rk}}\bar{b}_r,$$

即对偶问题的目标函数值在迭代过程中单调增（非减）

对偶问题的可行解越来越接近最优解

原问题的对偶可行的基本解，将向着满足可行性的方向转化，从而接近原问题的最优解

■ 对偶单纯形法

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

➢对偶单纯形法的基本思想

设在某次迭代得到表:

	x_1	$\cdots$	x_j	$\cdots$	x_k	$\cdots$	x_n	
x_{B_1}	y_{11}	$\cdots$	y_{1j}	$\cdots$	y_{1k}	$\cdots$	y_{1n}	$\bar{b}_1$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_{B_r}	y_{r1}	$\cdots$	y_{rj}	$\cdots$	y_{rk}	$\cdots$	y_{rn}	$\bar{b}_r$
$\vdots$	$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$		$\vdots$	$\vdots$
x_{B_m}	y_{m1}	$\cdots$	y_{mj}	$\cdots$	y_{mk}	$\cdots$	y_{mn}	$\bar{b}_m$
	$z_1 - c_1$	$\cdots$	$z_j - c_j$	$\cdots$	$z_k - c_k$	$\cdots$	$z_n - c_n$	$c_B \bar{b}$

表中判别数$z_j—c_j \leq 0$, $j=1$，…， n

当 $\bar{b}_r < 0$ 时，r 行无负元，因此不能确定下标 k

原问题中的变量取任何非负值时都不能满足第 r 个方程，因此无可行解

$$\begin{aligned} \min \quad & \boldsymbol{c}\boldsymbol{x} \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} = \boldsymbol{b}, \\ & \boldsymbol{x} \geqslant \boldsymbol{0}. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的计算步骤

对偶单纯形法的计算步骤如下：

(1) 给定一个初始对偶可行的基本解，设相应的基为 $\boldsymbol{B}$.

(2) 若 $\bar{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{B}^{-1}\boldsymbol{b} \geqslant \boldsymbol{0}$，则停止计算，现行对偶可行的基本解就是最优解. 否则，令 $\bar{b}_r = \min_i \{\bar{b}_i\} < 0$.

(3) 若对所有 j，$y_{rj} \geqslant 0$，则停止计算，原问题无可行解.

否则，令 $\dfrac{z_k - c_k}{y_{rk}} = \min_j \left\{ \dfrac{z_j - c_j}{y_{rj}} \,\middle|\, y_{rj} < 0 \right\}$.

(4) 以 y_{rk} 为主元进行主元消去，返回步骤(2).

$$\begin{aligned} \min\quad & \boldsymbol{c}\boldsymbol{x} \\ \text{s.t.}\quad & \boldsymbol{A}\boldsymbol{x}=\boldsymbol{b}, \\ & \boldsymbol{x}\geqslant \boldsymbol{0}. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的计算步骤

用对偶单纯形法解下列问题：

$$\begin{aligned} \min\quad & 12x_1+8x_2+16x_3+12x_4, \\ \text{s.t.}\quad & 2x_1+x_2+4x_3\geqslant 2, \\ & 2x_1+2x_2+4x_4\geqslant 3, \\ & x_j\geqslant 0,\quad j=1,\cdots,4. \end{aligned}$$

解 松弛变量 x_5，x_6 化成标准形式

$$\begin{aligned} \min\quad & 12x_1+8x_2+16x_3+12x_4, \\ \text{s.t.}\quad & 2x_1+x_2+4x_3-x_5=2, \\ & 2x_1+2x_2+4x_4-x_6=3, \\ & x_j\geqslant 0,\quad j=1,\cdots,6. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geqslant 0. \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的计算步骤

$$\begin{aligned} \min \quad & 12x_1 + 8x_2 + 16x_3 + 12x_4, \\ \text{s.t.} \quad & 2x_1 + x_2 + 4x_3 - x_5 = 2, \\ & 2x_1 + 2x_2 + 4x_4 - x_6 = 3, \\ & x_j \geqslant 0, \quad j = 1, \cdots, 6. \end{aligned}$$

为得到一个对偶可行的基本解，把每个约束方程两端乘以（－1）

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_5	-2	-1	-4	0	1	0	-2
x_6	-2	-2	0	$\boxed{-4}$	0	1	-3
	-12	-8	-16	-12	0	0	0

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的计算步骤

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & Ax = b, \\ & x \geq 0. \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_5	-2	-1	-4	0	1	0	-2
x_6	-2	-2	0	$\boxed{-4}$	0	1	-3
	-12	-8	-16	-12	0	0	0

$$\bar{b}_2 = \min\{-2, -3\} = -3$$ 第2行为主行

$$\frac{z_4 - c_4}{y_{24}} = \min\left\{\frac{-12}{-2}, \frac{-8}{-2}, \frac{-12}{-4}\right\} = \frac{-12}{-4}$$

第4列为主列

以$y_{24}=-4$为主元进行主元消去运算

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的计算步骤

$$\begin{aligned} \min\quad & cx \\ \text{s.t.}\quad & Ax = b, \\ & x \geqslant 0. \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_5	-2	$\boxed{-1}$	-4	0	1	0	-2
x_4	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	1	0	$-\frac{1}{4}$	$\frac{3}{4}$
	-6	-2	-16	0	0	-3	9

$$\frac{z_2-c_2}{y_{12}} = \min\left\{\frac{-6}{-2},\ \frac{-2}{-1},\ \frac{-16}{-4}\right\} = \frac{-2}{-1}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_2	2	1	4	0	-1	0	2
x_4	$\boxed{-\frac{1}{2}}$	0	-2	1	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{4}$
	-2	0	-8	0	-2	-3	13

■ 对偶单纯形法

➢对偶单纯形法的计算步骤

$$
\begin{aligned}
\min \quad & cx \\
\text{s.t.} \quad & Ax = b, \\
& x \geqslant 0.
\end{aligned}
$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_2	0	1	-4	4	1	-1	1
x_1	1	0	4	-2	-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$
	0	0	0	-4	-4	-2	14

最优解：

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = \left(\frac{1}{2}, 1, 0, 0\right)$$

$f_{min}=14$

还可得到对偶问题的最优解：

$(\omega_1, \omega_2)=(4, 2)$

$$\begin{aligned} \min \quad & \boldsymbol{c}\boldsymbol{x} \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{x}_B + \sum_{j \in R} \boldsymbol{y}_j x_j = \bar{\boldsymbol{b}}, \\ & \boldsymbol{x} \geqslant \mathbf{0}, \end{aligned}$$

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

再增加一个变量 x_{n+1} 和一个约束条件

$$\sum_{j \in R} x_j + x_{n+1} = M,$$

M 是充分大的正数.得到线性规划的一个扩充问题

$$\begin{aligned} \min \quad & \boldsymbol{c}\boldsymbol{x} \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{x}_B + \sum_{j \in R} \boldsymbol{y}_j x_j = \bar{\boldsymbol{b}}, \\ & \sum_{j \in R} x_j + x_{n+1} = M, \\ & x_j \geqslant 0, \quad j = 1, \cdots, n+1. \end{aligned}$$

以系数矩阵的前 m列和第 n + 1 列组成的 m + 1 阶单位矩阵为基

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & x_B + \sum_{j \in R} y_j x_j = \bar{b}, \\ & \sum_{j \in R} x_j + x_{n+1} = M, \\ & x_j \geq 0, \quad j = 1, \cdots, n+1. \end{aligned}$$

可以得到扩充问题的基本解

$$x_{\tilde{B}} = \begin{bmatrix} x_B \\ x_{n+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{b} \\ M \end{bmatrix},$$

$$x_j = 0, \qquad j \in R.$$

这个基本解不一定是对偶可行的

令 $z_k - c_k = \max\{z_j - c_j\}$，

以 $\tilde{y}_k$ 的第 $m+1$ 个分量 $\tilde{y}_{m+1,k}$ 为主元，进行主元消去运算，

把第 k 列化为单位向量，这时得到一个对偶可行的基本解

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & x_B + \sum_{j\in R} y_j x_j = \bar{b}, \\ & \sum_{j\in R} x_j + x_{n+1} = M, \\ & x_j \geqslant 0, \quad j=1,\cdots,n+1. \end{aligned}$$

主元消去运算前后判别数之间的关系是

$$(z_j - c_j)' = (z_j - c_j) - \frac{z_k - c_k}{\tilde{y}_{m+1,k}} \tilde{y}_{m+1,j},$$

$$\boxed{\text{当 } j \in R \cup \{n+1\} \text{ 时}, \tilde{y}_{m+1,j} = 1,}$$

$$(z_j - c_j)' = (z_j - c_j) - (z_k - c_k) \leqslant 0.$$

$$\boxed{\text{当 } j \notin R \cup \{n+1\} \text{ 时}, z_j - c_j = 0, \tilde{y}_{m+1,j} = 0}$$

$$(z_j - c_j)' = 0,$$

主元消去后，在新基下的判别数均非正，因此所得到的基本解是对偶可行的

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

$$\begin{aligned} \min \quad & \boldsymbol{cx} \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{x}_B + \sum_{j\in R} \boldsymbol{y}_j x_j = \bar{\boldsymbol{b}}, \\ & \sum_{j\in R} x_j + x_{n+1} = M, \\ & x_j \geqslant 0, \quad j = 1, \cdots, n+1. \end{aligned}$$

用对偶单纯形方法求解扩充的线性规划仅有下列两种可能的情形：

(1) 扩充问题没有可行解.这时,原来的问题也没有可行解.

如若不然,设原来问题的一个可行解

$$\boldsymbol{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)})$$

那么 $\tilde{\boldsymbol{x}}^{(0)} = \left(x_1^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}, M - \sum_{j\in R} x_j^{(0)}\right)$

是扩充问题(4.2.10)的可行解.这是矛盾的.

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

$$\begin{aligned} \min \quad & \boldsymbol{cx} \\ \text{s.t.} \quad & \boldsymbol{x}_B + \sum_{j\in R} \boldsymbol{y}_j x_j = \bar{\boldsymbol{b}}, \\ & \sum_{j\in R} x_j + x_{n+1} = M, \\ & x_j \geqslant 0, \quad j = 1, \cdots, n+1. \end{aligned}$$

用对偶单纯形方法求解扩充的线性规划仅有下列两种可能的情形：

(2) 得到扩充问题的最优解

$$\tilde{\boldsymbol{x}}^{(0)} = (x_1^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)}, x_{n+1}^{(0)}),$$

这时，$\boldsymbol{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)})$是原来问题的可行解.

如果扩充问题的目标函数最优值与 M 无关，

则 $\boldsymbol{x}^{(0)} = (x_1^{(0)}, \cdots, x_n^{(0)})$也是原来问题的最优解.

若有可行解 $\boldsymbol{x}^{(1)} = (x_1^{(1)}, \cdots, x_n^{(1)})$，使 $f(\boldsymbol{x}^{(1)}) < f(\boldsymbol{x}^{(0)})$，

那么 $\tilde{\boldsymbol{x}}^{(1)} = \left(x_1^{(1)}, \cdots, x_n^{(1)}, M - \sum_{j\in R} x_j^{(1)}\right)$

$f(\tilde{\boldsymbol{x}}^{(1)}) < f(\tilde{\boldsymbol{x}}^{(0)})$，与假设矛盾.

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

$$\begin{aligned}
\min \quad & \boldsymbol{cx} \\
\text{s.t.} \quad & \boldsymbol{x}_B + \sum_{j\in R} \boldsymbol{y}_j x_j = \bar{\boldsymbol{b}}, \\
& \sum_{j\in R} x_j + x_{n+1} = M, \\
& x_j \geq 0, \quad j = 1, \cdots, n+1.
\end{aligned}$$

用对偶单纯形方法解下列问题：

$$\begin{aligned}
\min \quad & -2x_1 + x_2 \\
\text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 \geq 4, \\
& x_1 + 2x_2 + 2x_3 \leq 6, \\
& x_1, x_2, x_3 \geq 0.
\end{aligned}$$

解 引进松弛变量 x_4，x_5，化成标准形式：

$$\begin{aligned}
\min \quad & -2x_1 + x_2 \\
\text{s.t.} \quad & x_1 + x_2 + x_3 - x_4 = 4, \quad \text{乘以}(-1) \\
& x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 = 6, \\
& x_j \geq 0, \quad j = 1, \cdots, 5.
\end{aligned}$$

增加约束条件 $x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = M$.

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

$$\begin{aligned} \min \quad & cx \\ \text{s.t.} \quad & x_B + \sum_{j\in R} y_j x_j = \bar{b}, \\ & \sum_{j\in R} x_j + x_{n+1} = M, \\ & x_j \geqslant 0, \quad j=1,\cdots,n+1. \end{aligned}$$

解 扩充问题

$$\begin{aligned} \min \quad & -2x_1 + x_2 \\ \text{s.t.} \quad & -x_1 - x_2 - x_3 + x_4 = -4, \\ & x_1 + 2x_2 + 2x_3 + x_5 = 6, \\ & x_1 + x_2 + x_3 + x_6 = M, \\ & x_j \geqslant 0, \quad j = 1,\cdots,6. \end{aligned}$$

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_4	-1	-1	-1	1	0	0	-4
x_5	1	2	2	0	1	0	6
x_6	$\boxed{1}$	1	1	0	0	1	M
	2	-1	0	0	0	0	0

由于 $z_1 - c_1 = \max\{z_j - c_j\}$，因此以 $\tilde{y}_{31} = 1$ 为主元

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

解

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_4	0	0	0	1	0	1	$M-4$
x_5	0	1	1	0	1	$\boxed{-1}$	$6-M$
x_1	1	1	1	0	0	1	M
	0	-3	-2	0	0	-2	$-2M$

已经得到扩充问题的一个对偶可行的基本解。下面用对偶单纯形法求解此问题

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_4	0	0	0	1	0	1	$M-4$
x_5	0	1	1	0	1	$\boxed{-1}$	$6-M$
x_1	1	1	1	0	0	1	M
	0	-3	-2	0	0	-2	$-2M$

■ 对偶单纯形法

➢初始对偶可行的基本解

解 **经迭代，得最优单纯形表**

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	
x_4	0	1	1	1	1	0	2
x_6	0	−1	−1	0	−1	1	$M-6$
x_1	1	2	2	0	1	0	6
	0	−5	−4	0	−2	0	−12

$\bar{b}\geq 0$：对偶可行的基本解也是可行解

f与M无关：为最优解

原问题的最优解$(x_1,x_2,x_3)=(6，0，0)$

目标函数最优值−12

■ 作业

P163、P164：

1(2)、4、7(2)