

实验七 PID 控制器的整定

实验目的

- 1) 学习使用 Matlab Simulink 软件进行系统建模、控制和仿真方法。
- 2) 学会设计控制器，掌握 PID 控制算法编程及其控制参数的调整方法。
- 3) 了解倒立摆的工作原理，学习如何对实际的物理系统进行建模和分析。

实验内容

序号	实验名称	要求
1	Matlab Simulink 环境下系统的性能分析	基础
2	倒立摆建模、仿真及性能分析	
3	倒立摆 PID 控制实验	重点

第一部分 倒立摆系统简介

倒立摆是机器人技术、控制理论、计算机控制等多个领域、多种技术的有机结合，其被控系统本身是一个绝对不稳定、高阶次、多变量、强耦合的非线性系统，可以作为一个典型的控制对象对其进行研究。最初研究开始于二十世纪 50 年代，麻省理工学院的控制论专家根据火箭发射助推器原理设计出一级倒立摆实验设备。近年来，新的控制方法不断出现，人们试图通过倒立摆这样一个典型的控制对象，检验新的控制方法是否有较强的处理多变量、非线性和绝对不稳定系统的能力，从而从中找出最优秀的控制方法。

倒立摆系统作为控制理论研究中的一种比较理想的实验手段，为自动控制理论的教学、实验和科研构建一个良好的实验平台，以用来检验某种控制理论或方法的典型方案，促进了控制系统新理论、新思想的发展。由于控制理论的广泛应用，由此系统研究产生的方法和技术将在半导体及精密仪器加工、机器人控制技术、人工智能、导弹拦截控制系统、航空对接控制技术、火箭发射中的垂直度控制、卫星飞行中的姿态控制和一般工业应用等方面具有广阔的利用开发前景。平面倒立摆可以比较真实的模拟火箭的飞行控制和步行机器人的稳定控制等方面的研究。

1.1 倒立摆的特性

倒立摆系统是在运动模块上装有倒立摆装置，由于在相同的运动模块上可以装载不同的倒立摆装置，倒立摆的种类由此而丰富很多。倒立摆已经由原来的直线一级倒立摆扩展出很多种类，典型的有直线倒立摆、环形倒立摆、平面倒立摆和复合倒立摆等，按倒立摆的级数来分：有一级倒立摆、两级倒立摆、三级倒立摆和四级倒立摆，一级倒立摆常用于控制理论的基础实验，多级倒立摆常用于控制算法的研究，倒立摆的级数越高，其控制难度更大。目前，可以实现的倒立摆控制最高为四级倒立摆。

虽然倒立摆的形式和结构各异，但所有的倒立摆都具有以下的特性：

1) 非线性

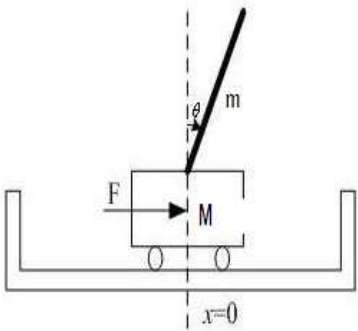
倒立摆是一个典型的非线性复杂系统，实际中可以通过线性化得到系统的近似模型，线性化处理后再进行控制，也可以利用非线性控制理论对其进行控制。

倒立摆系统是自不稳定的系统，实验建模存在一定的困难。但是忽略掉一些次要的因素后，倒立摆系统就是一个典型的运动的刚体系统，可以在惯性坐

标系内应用经典力学理论建立系统的动力学方程。

2.1 一阶倒立摆控制的物理模型

忽略空气流动阻力及各种摩擦，可将倒立摆系统抽象成小车和匀质杆组成的系统，如下图所示：



不失一般地假设：

M	小车质量
m	为摆杆质量
x	小车位置
θ	摆杆与垂直向上方向的夹角
F	加在小车上的力
l	摆杆转动轴心到杆质心的长度
J	摆杆的转动惯量
b	摩擦系数，通常取 0.1

根据牛顿运动定律以及刚体运动规律，可知：

(1) 摆杆绕其重心的转动方程为

$$J\ddot{\theta} = F_y l \sin \theta - F_x l \cos \theta \dots\dots\dots (1)$$

(2) 摆杆重心的运动方程为

$$F_x = m \frac{d^2}{dt^2} (x + l \sin \theta) \dots\dots\dots (2)$$

$$F_y = mg - m \frac{d^2}{dt^2} (l \cos \theta) \dots\dots\dots (3)$$

(3) 小车水平方向上的运动为

$$F - F_x = M \frac{d^2 x}{dt^2} \dots\dots\dots (4)$$

联立上述 4 个方程，可以得出

一阶倒立摆数学模型：

$$\begin{cases} \ddot{x} = \frac{(J + ml^2)F + ml(J + ml^2)\sin\theta\dot{\theta}^2 - m^2l^2g\sin\theta\cos\theta}{(J + ml^2)(M + m) - m^2l^2\cos^2\theta} \\ \ddot{\theta} = \frac{ml\cos\theta.F + m^2l^2\sin\theta\cos\theta.\dot{\theta}^2 - (M + m)m\lg\sin\theta}{m^2l^2\cos^2\theta - (M + m)(J + ml^2)} \end{cases}$$

式中 J 为摆杆的转动惯量： $J = \frac{ml^2}{3}$

若只考虑 θ 在其工作点附近 $\theta_0=0$ 附近 ($-10^\circ \leq \theta \leq 10^\circ$) 的细微变化，则可以近似认为：

$$\begin{cases} \dot{\theta}^2 \approx 0 \\ \sin\theta \approx \theta \\ \cos\theta \approx 1 \end{cases} \quad \longrightarrow \quad \begin{cases} \ddot{x} = \frac{(J + ml^2)F - m^2l^2g\theta}{J(M + m) + Mml^2} \\ \ddot{\theta} = \frac{(M + m)m\lg\theta - mlF}{J(M + m) + Mml^2} \end{cases}$$

若取小车质量 $M=2\text{kg}$, 摆杆质量 $m=1\text{kg}$, 摆杆长度 $2l=1\text{m}$, 重力加速度取 $g=10\text{m/s}^2$, 则可以得 一阶倒立摆简化模型：

$$\begin{cases} \ddot{x} = 0.44F - 3.33\theta \\ \ddot{\theta} = -0.4F + 12\theta \end{cases} \quad \xrightarrow{\text{拉氏变换}} \quad \begin{cases} \frac{\theta(s)}{F(s)} = \frac{-0.4}{s^2 - 12} \\ \frac{x(s)}{\theta(s)} = \frac{-1.1s^2 + 10}{s^2} \end{cases}$$

即： $G_1(s) = \frac{-1.1s^2 + 10}{s^2}$; $G_2(s) = \frac{-0.4}{s^2 - 12}$

一阶倒立摆系统的数学模型可表示为：

$$G(s) = G_1(s) * G_2(s) = \frac{-1.1s^2 + 10}{s^2} \frac{-0.4}{s^2 - 12}$$

倒立摆控制系统的工作原理：观测 **小车的位置 x** 和 **摆杆相对垂直方向的角度 θ** ，作为系统的两个输出量反馈至控制计算机。根据一定的控制策略，计算出控制量，转化为相应的驱动信号，控制小车的运动，通过拖动小车来控制摆杆保持平衡。

思考：一阶倒立摆系统是由两个二阶系统组成的，首先稳定性分析，然后设计双环 PID 控制器。

第三部分 Matlab Simulink 环境下系统的性能分析

本实验的目的是让实验者 Matlab simulink 工具箱的使用，掌握利用计算机对系统进行分析和控制的基本原理和方法，以便顺利的完成倒立摆的仿真实验。

3.1 系统模型如所示：

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 0.8s + 1}$$

(1) 求单位阶跃响应曲线，判断系统稳定性。

(2) 求最佳的 PID 控制器。

分析：

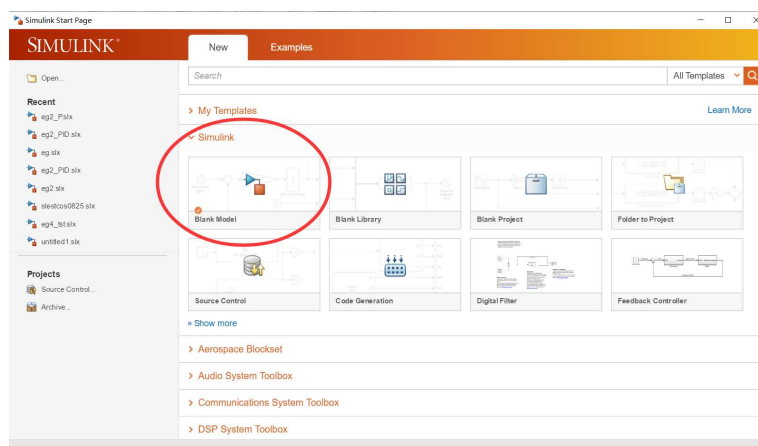
(1) 求单位阶跃响应曲线，判断系统稳定性。

实验步骤：

1) 打开 MATLAB 以及 Simulink 环境；



2) 建立一个新空白模板；



3) 为模型添加所需模块，并连接示波器(scope)模块；

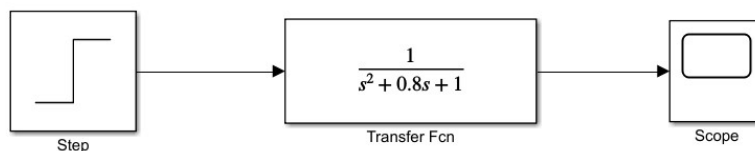
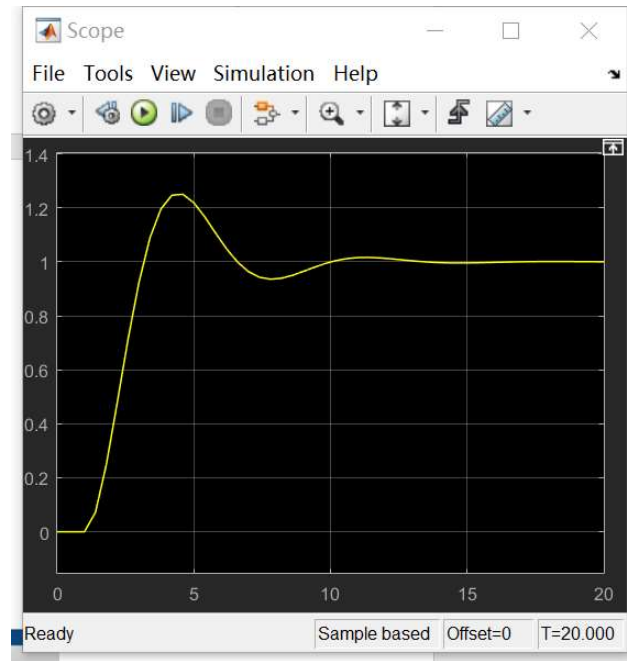


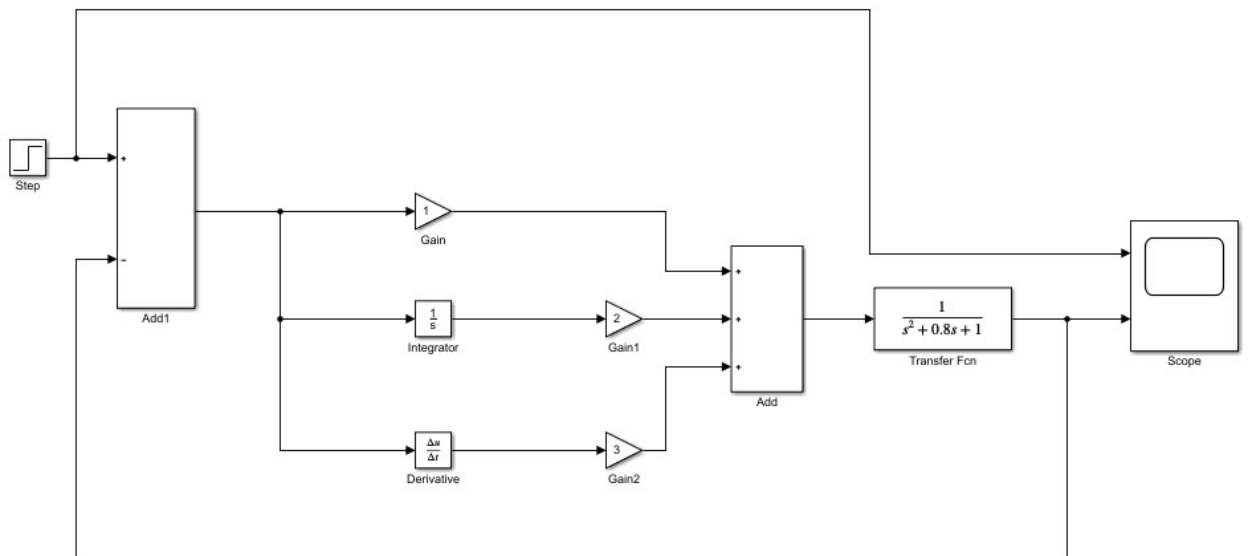
图 3.1 系统 Simulink 结构图

4) 设置仿真时间，通过示波器观察系统的单位阶跃响应曲线，你的结论是？

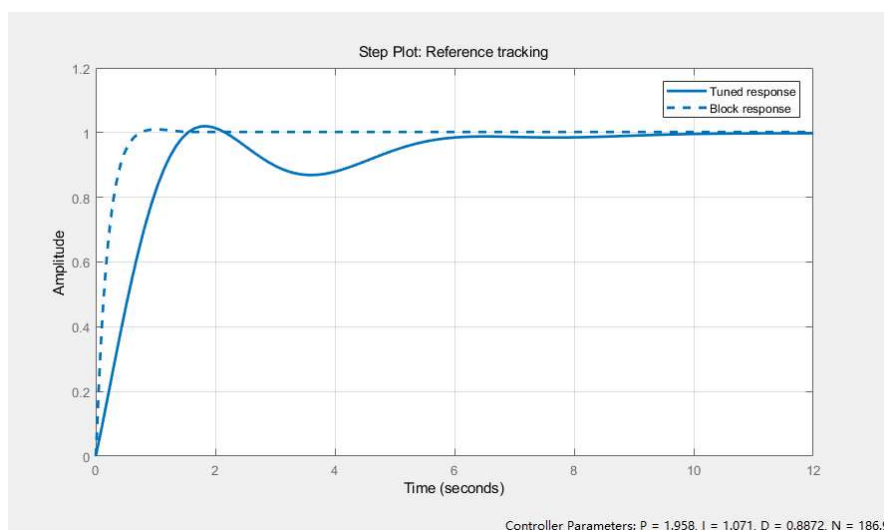


(2) 求最佳的 PID 控制器。

(接上文) 5) 分别加入比例控制器、积分控制器、微分控制器，通过示波器观察系统的单位阶跃响应，4) 调整 PID 控制的参数，分别进行观察并记录实验数据：



(1) 令 $k_i = 0$ 、 $k_d = 0$ ，逐步增大比例参数 k_p ，观察系统的响应与设定值的误差，观察不同比例参数 k_p 下系统静差 ess 、超调量 σ_p 和调节时间 t ，分析比例参数 k_p 对系统的影响和作用，记录实验图像和数据。通过对实验数据的分析，在静差和超调量在合理范围内确定最优比例系数 k_p 的值，并记录。



(2) 在确定比例参数 kp 实验的基础上，加上积分系数 ki ，逐步增大，观察系统的响应与设定值的误差。重复并**记录**，观察不同积分参数 ki 下的系统静差、超调量、调节时间，验证积分参数 ki 对控制系统的影响，确定最优积分系数 ki 的值。

(3) 在已确定控制器参数 kp 、 ki 的基础上，增加微分控制参数 kd ，重复实验，观察、记录并分析 kd 对控制器的影响及作用。

(4) 重复上述实验，记录你调试出的最优控制器参数，并绘制系统的阶跃响应瞬态指标图：

最优控制器参数 kp =_____ ki =_____ kd =_____ 性能指标

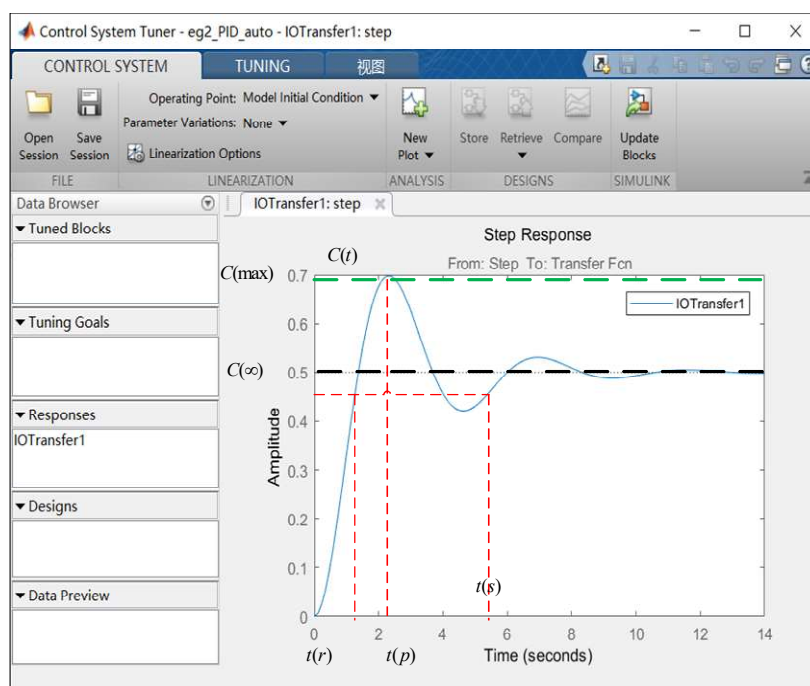
稳态误差 ess	超调量 σ_p	调节时间 t_s

说明：当已知时域响应 $c(t)$ 时，按 $c(t)$ 的形状大致可判断其动力学性能的优劣。一般来说，对系统输出响应的要求可以用两个基本要求和三个衡量标准来概况。

两个基本要求：对设定值输入的跟随和对扰动输入的抑制。

三个衡量指标：跟随和抑制过程的稳定性、快速性和准确性。

下面以阶跃响应瞬态指标图为例说明，如图所示，设定值为单位阶跃信号。



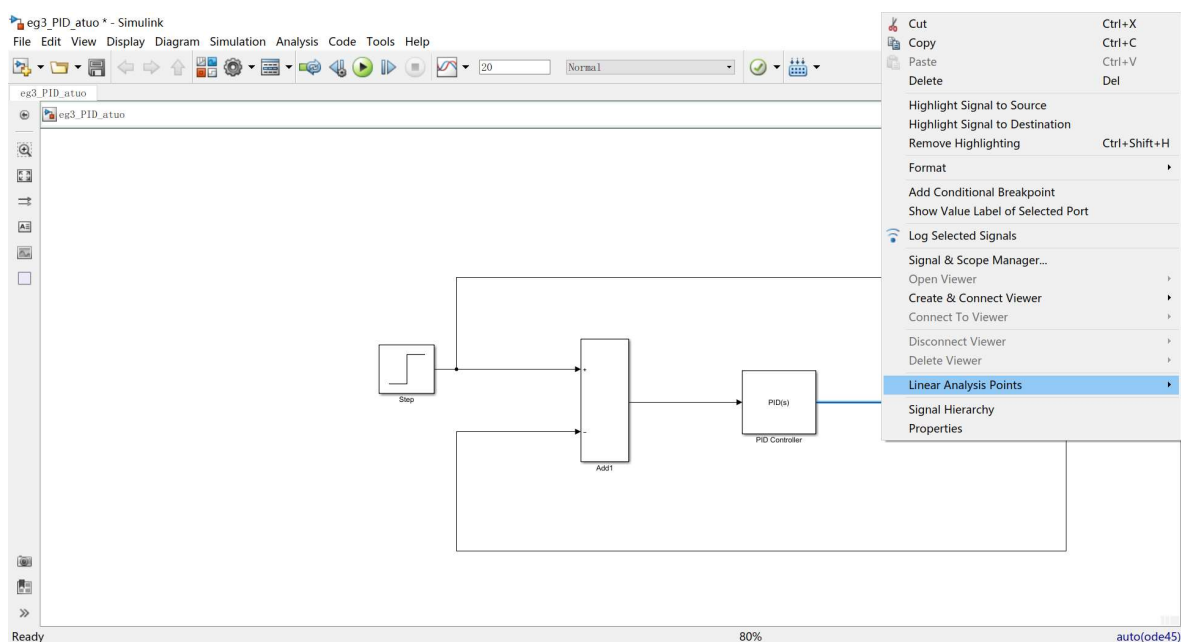
阶跃响应瞬态指标图

- 1-上升时间 t_r ，表示 $c(t)$ 第一次达到稳态值 $c(\infty)$ 的时间。对于单调无超调过程该定义不适用，一般定义为 $c(t)$ 从 $0.1 * c(\infty)$ 上升到 $0.9c(\infty)$ 所需的时间。
- 2-峰值时间 t_p ，表示 $c(t)$ 达到最大值 c_{max} 的时间。
- 3-超调量 σ_p ， $\sigma_p = \frac{c_{max}-c(\infty)}{c(\infty)} * 100\%$
- 4-调节时间 t_s ， $\left| \frac{c(t)-c(\infty)}{c(\infty)} \right|_{t \geq t_s} \leq \Delta$ ，式中， Δ 为允许误差，一般取 $\Delta=0.05$ 或 $\Delta=0.02$

(5) 请描述你的实验过程和步骤，并分析结果，分析 P 、 PI 、 PID 控制器对稳态误差、超调量和调节时间的影响，完成实验报告。

* (6) 使用 simulink 自动整定 PID 控制参数。

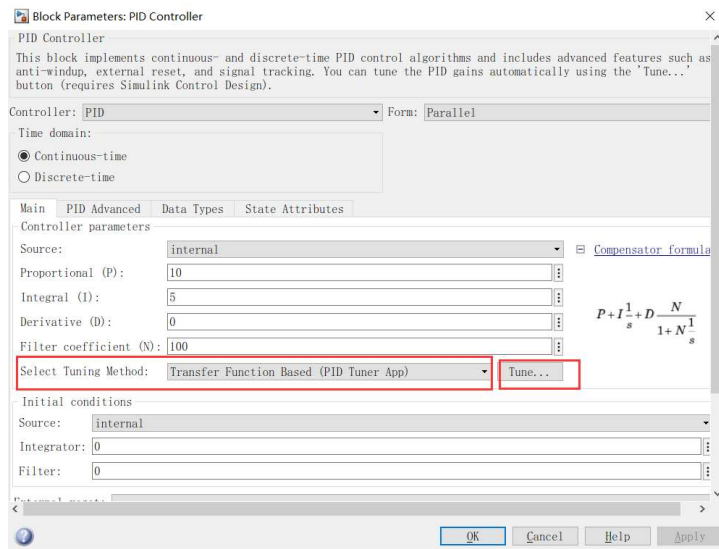
0-接入官方提供的 PID 模块，设置系统的线性分析模型。



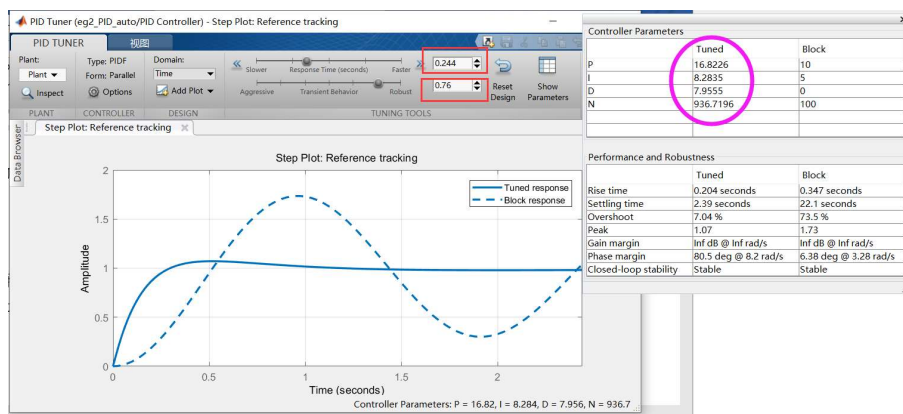
系统输入端，选：Open-loop Input

系统输出端，选：Open-loop Output

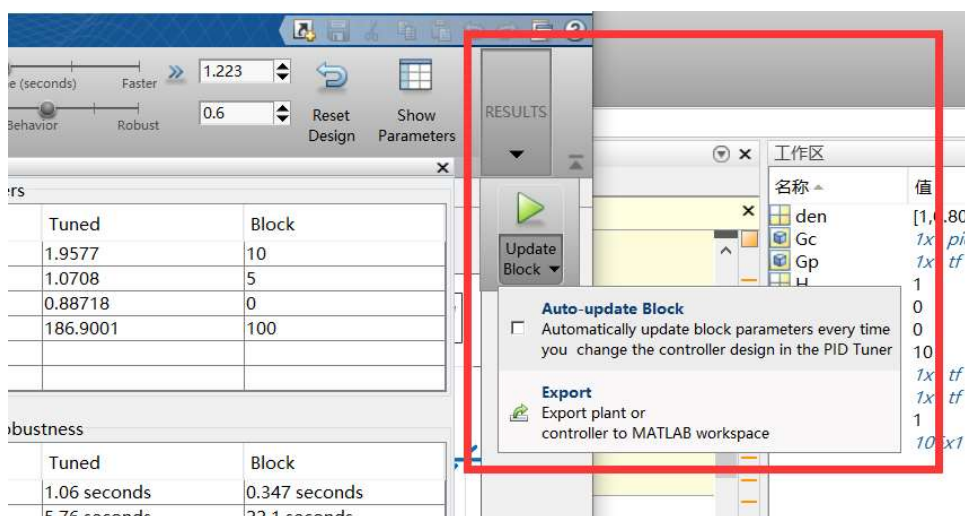
1-双击 PID 控制器，在“Block Parameters PID Controller”选项卡上，在“Select Tuning Method”中选择“Transfer Function Based (PID Tuner APP)”,选毕点击 Tune...进入下一步。



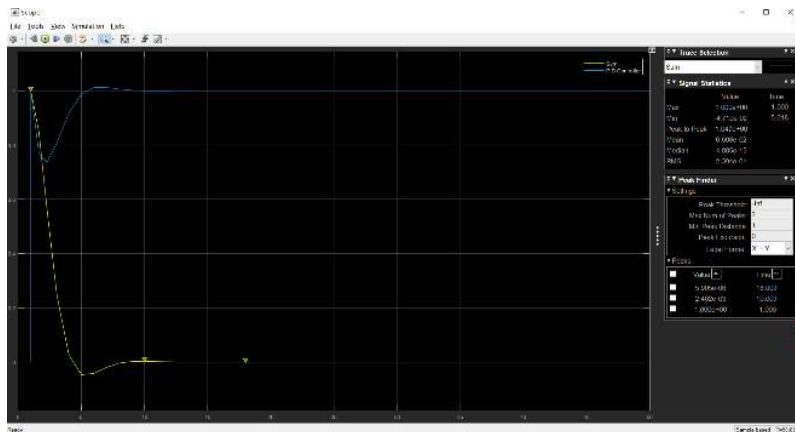
2-在 PID TUNER 选项卡上，通过调节响应时间 Response Time 和传输特性 Transient Behaviortor 调整阶跃响应曲线，直至满意的形态。点击 Show Parameters 选项卡，再次验证性能指标的各项参数值是否满意。



3-点击 RESULTS->Update Block 将调好的 PID 参数同步到 Simulink 模型上。



4- 返回 simulink 再次运行，进行验证。



3.3 倒立摆的 PID 控制实验

经典控制理论的研究对象主要是单输入单输出的系统，控制器设计时一般需要有关被控对象的较精确模型。PID 控制器因其结构简单，容易调节，且不需要对系统建立精确的模型，在控制上应用较广。

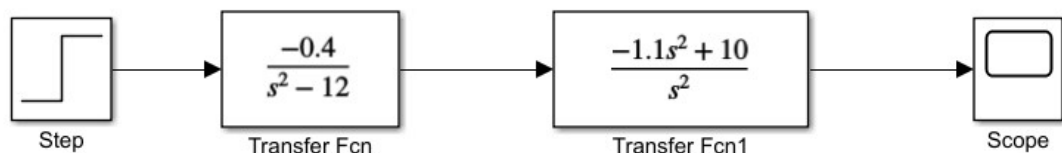
PID 控制器的传递函数为：

$$KD(s) = K_D s + K_p + \frac{K_I}{s} = \frac{K_D s^2 + K_p s + K_I}{s} = \frac{numPID}{denPID}$$

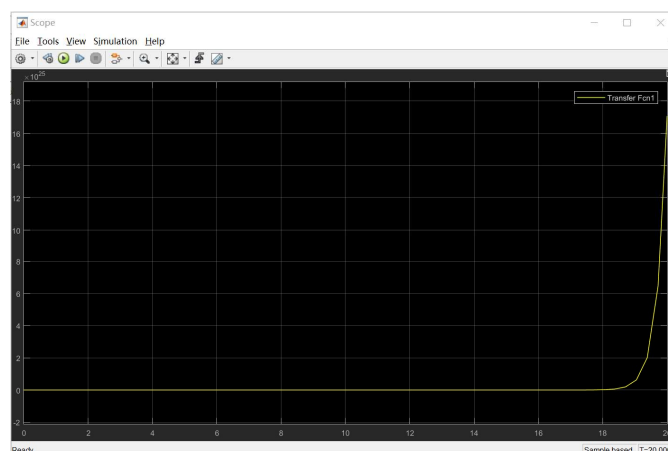
需仔细调节 PID 控制器的参数，以得到满意的控制效果。

3.3 PID 控制参数设定及仿真

(1) 对一阶倒立摆系统进行稳定性分析。



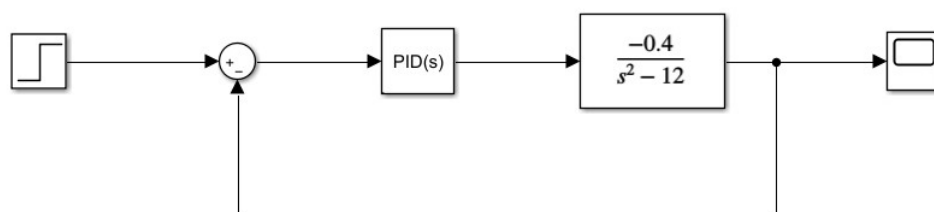
通过示波器观察系统的单位阶跃响应：



可见，系统开环传递函数可视为一个高阶（4 阶）且带有不稳定零点的“非最小相位系统”，为了便于设计，需要首先对系统进行一些简化处理（否则，

不便利用经典控制理论与方法对它进行设计)。

(2) 已知内环系统未校正时的传递函数，在 Simulink 中建立如图所示的 $G_1(s)$ 模型，双击PID模块，调整合适的参数，使系统镇定：

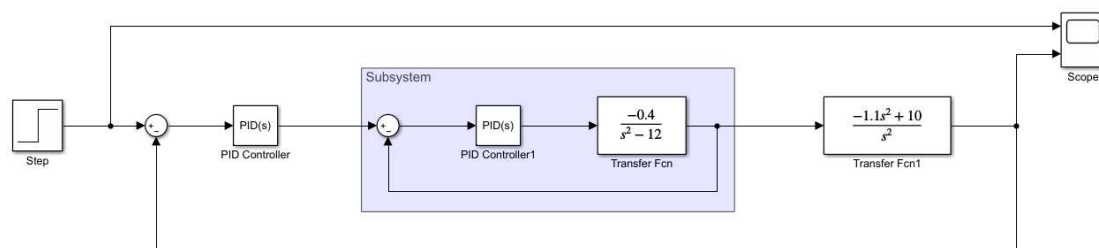


倒立摆PID 控制MATLAB 仿真模型

(3) 双击“Scope”，观察小车的位置输出曲线。观察当内环系统达到了稳定，超调量是多少？调节时间是多少？

由于PID 控制器为单输入单输出系统，所以只能控制摆杆的角度，并不能控制小车的位置，所以小车会往一个方向运动。

(4) **内环稳定后**，构造等效的外环系统框，即再构造了一个“二阶”系统如图所示，同理，设计PID控制器使之稳定。



请参考以上步骤完成你的实验报告。