

目录

目录	i
第1章 绪论	1
1.1 课题研究的目的与意义	1
1.2 研究背景和研究现状	2
1.2.1 MEMS惯性传感器	2
1.2.2 卫星导航	4
1.3 组合导航定位系统发展及现状	5
1.4 论文的内容及编排	8
第2章 小型化车载导航组合系统方案设计	11
2.1 引言	11
2.2 车载组合导航系统坐标定义及转换	11
2.2.1 导航坐标系定义	11
2.2.2 坐标系变换原理	13
2.3 导航定位原理	16
2.3.1 四元数与姿态更新	16
2.3.2 速度更新	20
2.3.3 位置更新	21
2.4 小型化车载组合定位原理	22
2.5 车载组合定位系统总体方案设计	23
2.6 本章小结	24
第3章 小型化组合定位系统硬件设计	25
3.1 引言	25
3.2 主要器件选型	26
3.2.1 ARM芯片	26
3.2.2 MEMS器件	27
3.2.3 卫星接收模块	27
3.2.4 电源管理模块	28
3.3 硬件电路设计	29
3.3.1 系统原理图设计	29
3.3.2 系统PCB板设计	33
3.3.3 硬件调试	34

3.4	本章小结	34
第4章	小型化组合定位系统算法软件设计	37
4.1	引言	37
4.2	滤波器的设计	37
4.3	分布式协同模型预测控制	39
4.3.1	相容性约束的设计	39
4.3.2	避碰约束的设计	39
4.3.3	终端成分的设计	39
4.4	主要结果	39
4.5	仿真结果和分析	39
4.6	本章小结	39

第1章 绪论

1.1 课题研究的目的与意义

车辆是人们日常生活中的重要的出行工具，随着生活水平的提高和汽车的普及，大多数百姓都拥有了私家车，导致城市交通的拥堵状况日益加重，从另一方面给人们的出行带来极大的不便。车辆定位导航技术随着智能交通系统的发展，基于惯性器件和GNSS多模卫星导航的车载组合系统为汽车提供全道路连续导航，大大缓解城市的交通拥堵现象，给人们的生活带来便利。

现代智能交通系统中，车辆定位导航技术处于极为重要的地位，他是实现交通系统网络化与车辆智能化的关键技术之一。智能交通系统在国外很早就受到支持并进行研究，早在20世纪60年代，欧美等发达国家就开始研究车辆定位技术及导航系统设计。20世纪90年代，随着计算机技术和通信技术的快速发展，车载导航定位系统开始进入真正的实用阶段。尤其当美国全球定位系统GPS（Global Position System）投入民用阶段之后，采用GPS与电子地图的车载导航，精度得到大幅度的提高。但是GPS也存在诸多不足，尤其受到一些城市特定环境的影响，如多路径效应、电磁干扰、高楼树木产生的信号遮挡和衰减等，这些因素都会造成GPS信号可见性变差，定位信息中断。但是随着多传感器技术及信息融合技术的快速发展，为组合导航系统提供了物质前提和理论基础，组合导航系统目前已经成为导航系统发展的主要方向之一，受到越来越多的重视，尤其是对定位精度和可靠性有一定需求的车辆导航系统中。中国作为一个人口大国，汽车市场拥有非常大的潜力，而目前高校实验室和一些科技公司主要还是针对某些路段或特殊车辆进行无人驾驶与智能驾驶的测试，智能导航并没有完全应用到人们生活中去。

近年来，随着硅工艺水平的提高，使得捷联惯导系统朝着体积更小，低功耗，低成本方向发展。基于微硅机械系统（Micro-Electro-Mechanical System，MEMS）的惯性测量单元（IMU，Inertia Measurement unit）已经成为低成本导航制导产品的代表，一方面MEMS惯导具有小型化、低成本、测量范围大、寿命长等传统惯导难以比拟的优势，另一方面也因为工作稳定性差，受温度影响大等缺点无法像光纤陀螺激光陀螺等传统惯导可以独立工作。因此，MEMS惯导与卫星导航组合的系统受到研究人员的关注。

国外MEMS惯导相结合的组合产品主要集中在与GPS的组合,除军事应用外,MEMS INS/GPS组合系统也被用于汽车、智能穿戴设备、无人机、机器人等等设备上,其应用已经遍布在我们的生活当中。

车载组合导航系统作为组合导航最重要的应用之一,是导航领域关注的重点和热点。车载组合导航系统主要由惯性导航系统、卫星定位系统及辅助传感器组成,通过导航计算机采集数据并进行处理,提供车辆的速度、位置姿态等信息。以往受制于惯性器件的成本,只在军用作战车辆,特种车辆等装备上配备激光或光纤惯导,直到小型化、低成本MEMS惯导/GNSS组合系统的出现成功将车载组合导航系统的应用扩展至民用车辆领域,甚至成为一些国外车辆厂商车辆出厂的标准配置。最近十年来随着MEMS惯性器件使用的增加,车载组合导航技术的广泛使用带来无比广阔的市场效应,国内也将MEMS组合导航研究作为一个研究热点,但由于研究起步晚及制造工艺水平低于发达国家,目前还存在比较大的差距。车辆是低成本INS/GPS组合导航系统很大的应用大市场,研究低成本的小型化的组合系统具有深远意义。为提高在导航产品的竞争力和吸引力,提高系统精度的同时降低成本是最为有效的一种手段。

本文以低成本小型化MEMS惯导/GNSS组合导航系统设计为目标,根据车载实际环境提出有针对性的解决方案,设计基于ARM控制器的微小型车载组合定位系统。首先根据技术要求,进行系统的总体设计,对各个模块工作原理及功能进行分析说明,并给出制作的原理图和PCB图,接着对组合导航系统进行软件编程,最后对设计的组合系统进行试验分析。

1.2 研究背景和研究现状

1.2.1 MEMS惯性传感器

微机电系统(Micro Electro - mechanical System, MEMS)是在半导体制造技术基础上发展起来的,具有微型化、智能化、高集成度和适合大批量生产等特点,最初大量用于汽车安全气囊,而后以MEMS传感器的形式被大量用于汽车的各个领域。MEMS-IMU是基于MEMS技术的惯性测量单元,它集成了硅微陀螺仪和微加速度计,是一种新型的捷联惯导系统,继承了传统SINS(strapdown Inertial navigation system)的特性:完全自主式、保密性强、不存在信号电磁干扰等优点,又具有重量轻、低成

本、低功耗、便于安装调试等优势。经过四十多年的研究和发展，各种高中低精度的MEMS惯导相继问世并得到广泛的应用，是当今惯性技术发展的重要方向。

低精度的MEMS 惯导作为小型电子产品主要用在MP3/MP4、个人导航仪、便携式医疗设备、PAD、智能手机、电子玩具、计步器、远程控制器等便携式设备。中等精度的MEMS 惯导作为工业级产品，主要用于汽车动态偏航稳定控制系统、卫星辅助导航系统、智能家居、汽车SRS 系统、智能机器人等。高精度的MEMS 惯导作为军用级产品，主要用于通讯卫星、大型无人机、导弹导引头、光学瞄准系统、飞行器/导弹控制、舰船仪器、军用机器人等。

自上世纪七十年代MEMS技术开始发展以来，凭借深厚的工业基础和科研能力，欧美各国在MEMS惯性导航系统技术始终处于领先地位。博世（BOSCH）是德国工业企业之一，从事汽车与智能交通技术、工业技术、传感器生产等产业，博世以其创新尖端的产品及系统解决方案闻名于世，也是全球顶级MEMS供应商，每天的MEMS产量超过400万颗。Draper实验室在MEMS惯性技术领域进行了大量的研究工作，并且取得了丰硕的成果，在过去的几年中推动着MEMS惯性技术以及组合导航的发展和应用。其他的如波音、霍尼韦尔、Rockwell公司等工业巨头为代表的一大批公司大力开展对MEMS惯导/GNSS的开发与研究，并在航空器，地面无人车辆等设备中成功应用。而以美国斯坦福大学、宾夕法尼亚大学，麻省理工、香港科技大学等知名大学都将MEMS惯导/GNSS组合导航研究列为近年的重点研究方向，并做了大量的实践，成功将组合导航产品应用到诸如无人机、无人车以及户外机器人上，推动整个领域的进步。欧洲的英国、法国、德国、以及日本也在相继进行相关技术的原理的研究工作，并不断研发出新的产品与技术。

我国于上世纪九十年代初开始对MEMS 惯导的研究，主要研究集中于清华大学、航天科技集团十三所、中国航天科工集团3院第33研究所、哈尔滨工业大学、中国科学院上海冶金所等高校与科研院所。由于MEMS 惯导的研发所需时间较长且对制造工艺有较高要求，我国对MEMS 惯导的研究时间较短且缺乏核心技术，所研发的产品在工艺水平、可靠性、器件精度等方面与欧美还有一定的差距。

1.2.2 卫星导航

GNSS (Global Navigation Satellite System) 泛指所有的卫星导航系统, 主要包括美国的GPS、俄罗斯的Glonass、欧洲的Galileo、我国的自主开发并加速布网的北斗卫星导航系统以及相关的增强系统。卫星系统主要由空间卫星星座部分、地面控制站、用户接受设备三部分组成, 能为全球陆海空的军民载体, 全天候、连续提供高精度三维位置、速度和时间信息, 对导航定位、武器制导、交通管制、大地测量等均具有重要意义, 卫星导航在军事和民用方面都得到了广泛的应用。

在卫星导航系统中, GPS最为成熟, 且渗透到人类生活的方方面面。完整的GPS星座由24颗在轨卫星(其中21颗工作卫星、3颗备用卫星)组成, 位于距地表20200千米上空, 运行周期为12小时。卫星均匀分布在6个轨道面上, 倾角为55°。理想状态下, 全球任意一点、任何时间都可观测到4颗以上的卫星。目前GPS在轨工作卫星数量31颗, 空间信号用户定位误差1.6m, 授时精度20ns。2016年2月5日, 美国联合发射联盟公司的“宇宙神”5-401型运载火箭在卡纳维拉尔角空军站发射了美国空军的GPS-2F12导航卫星。至此第二代GPS卫星的十二颗卫星已全部发射, 第三代GPS-3卫星的发射进入倒计时。

北斗卫星系统是我国自主研制的卫星导航系统, 我国北斗卫星导航系统采取的是“三步走”发展战略, 北斗一号是有源定位(RDSS), 北斗二号是有源定位+无源定位, 可覆盖全球1/3区域, 而北斗三号将实现真正的全球覆盖, 卫星性能也大幅提升, 单星设计寿命达到12年。按计划到2020年, 建成由5颗静止轨道和30颗非静止轨道卫星组网而成的全球卫星导航系统, 形成全球覆盖能力, 建成世界一流的全球卫星导航系统。中国北斗卫星导航系统利用地球同步卫星对目标实施快速定位, 同时兼有报文通信和授时定时功能, 北斗卫星导航系统的建设是表征我国航天事业完成由面向专业领域到大众用户、由单星研制到组批生产的历史性转变。北斗卫星导航系统的建设将对维护我国国家安全、推动社会的进步与发展提供重要保障。总体说来, 美国的GPS研究走在中国北斗的前面, 我国的北斗系统是后起之秀。就目前而言, GPS能为全球用户提供定位、导航、授时服务, 定位精度达到1米以下。我国的北斗导航系统目前只有23颗卫星在运行, 还不能全球覆盖, 只能暂时为亚洲地区提供定位、导航、授时、通信服务。但随着北斗系统的不断完善以及技术水平的日益提高, 未来北斗与其他卫星导航系统产品的兼容性将逐渐增加, 多模联合定位, 已成为国际趋势, GNSS的互操作能够带来导航、定位和

授时性能的显著提高。宽带天线技术、高性能射频前段技术和微电子技术的发展以及高速多核并行处理器的出现使多模GNSS信号接收机的小型化和广泛使用成为可能。

卫星导航系统具有全天候、高精度的显著优势，但任何单一卫星导航系统无法提供三维姿态信息，且播发无线电信号易受遮挡、多路径和干扰等影响而无法满足连续、可靠定位的实际需要，与惯性导航系统的组合可以较好克服上述问题。

表 1.1 GNSS与惯导特性比较

系统特性	GNSS	惯导
优势	1、误差随时间独立	1、不受干扰
	2、不需要外部先验信息	2、数据率高
	3、具备高精度绝对时间对准	3、导航信息完备（有姿态信息）
不足	1、易受干扰	1、误差随时间积累
	2、数据率低	2、需要外部先验信息
	3、导航信息不完备（无姿态信息）	3、无绝对时间基准

1.3 组合导航定位系统发展及现状

从1921年的滚动式地图到如今无人驾驶汽车导航，车载导航系统的发展经历了接近一个世纪的锤炼，在此期间出现各类有代表性的产品。

本田公司在1977年使用气体轴承陀螺仪来辅助汽车导航，该导航设备能够追踪方向性转变并进行导航，同时能够在一个单色CRT显示器上展示汽车行驶状态，使用一个零起点和透明地图叠盖在给定的路线上追踪汽车的位置。1981年，这套系统作为辅助设备推送给经销商，但却从未进入成批生产。在该系统上，集成实时导航方式，为车辆组合导航定位系统的发展奠定了良好的基础。

随后在八十年代，自主式路径导航定位系统得到发展，利用集成的高精度电子地图进行地图匹配，并通过航位推算技术进行组合定位，实现车载组合定位。典型的有美国“Navigation”导航定位系统，德国BOSCH公司的“EVA”，以及荷兰的Autoguide等，这些系统，由于航位推算容易产生误差累计，定位精度低，实用性受到很大限制。

随后多种车辆组合导航定位系统在此基础上得到发展，先后研究出捷联惯导/GPS、光纤捷联惯导/GPS、激光捷联惯导/GPS，但这些设备结构庞大复杂，造价昂贵，不利于在民用市场普及。

高性能的SINS因为价格昂贵使得其应用受到极大的限制，但随着MEMS技术的发展，基于MEMS SINS/GNSS的小型化组合导航技术发展相当迅速，美国等欧美国家在MEMS惯性器件以及微型导航系统技术方面处于世界领先地位。美国国防部DARPA以及其他政府部门在MEMS的军事和商业应用方面进行战略性投入，每年投入大量资金并且逐年增加，引领MEMS技术向构建低成本、战术级导航系统发展，其技术越来越完善，组合产品的性能也越来越好。如：美国Crossbow公司



图 1.1 Nav440组合导航模块

的MEMS IMU/GPS组合导航模块Nav440，其质量0.58kg，功率只有4W，定位精度为3m，姿态测量精度均方根（Root mean square,RMS）为0.4度；德国的iMAR公司的iVRU-CB-M和iVRU-SNC的质量只有550g，功率只有6W，定位精度为5m，姿态测量精度RMS为0.5度。

Wepilot1000集成GPS、IMU、磁罗盘、气压高度计和空速计等多种传感器。最大测量角速率为 ± 100 度/秒，最大测量加速度为 $\pm 2g$ ，位置精度可达3m，而且Wepilot1000具有非常丰富的外围接口，可直接与无线链路、图像载荷等设备相连接。其功耗为54W，质量1020g，尺寸仅为120mm*154mm*125mm。

另外还有Geneva Aerospace公司的FlightTEK导航模块，美国Athena Technologies Inc 公司生产的GS511战术级导航驾驶仪和Crossbow Technology,Inc.公司生产的用于小型化设备的MNAV100CA导航模块等等，都达到了国际上先进的水平，并且已投入生产使用。

我国在“十一五”、“十二五”、“十三五”期间得到总装备部、国家科技部、国家自然科学基金委和教育部的重点支持。全国已有50多家高等院校、科研院所和企业开展了惯导与GNSS组合导航方面的研究工作，并在MEMS惯性传感器及基于MEMS惯导组合导航算法研究等诸多方面取得一定成果。

清华大学设计出利用BEI公司微型谐振陀螺仪和IC sensors硅微加速度计的MEMS IMU，系统车载试验表明组合系统当GPS段时间失锁组合系统能保持较高的定位精度；哈尔滨工业大学研发了MEMS IMU/GPS/TAM组合导航系统原理样机；南京航空航天大学导航研究中心设计并实现了采用ADXRS150的MEMS陀螺以及ADXL320的MEMS加速度计IMU，同时采用Ublox GPS接收机与其组成MEMS组合导航系统，并成功应用于运动载体。除了高校与科研院所外，国内多家科技公司也陆续推出具有自主产权



图 1.2 XW-GI5610导航系统

的MEMS组合导航产品，并在智能驾驶车辆中投入使用。如：北京星网宇达科技股份有限公司推出的XW-GI5610组合导航产品，卫星定位方面采用GPS/GLONASS/北斗方案，具有全天候、全球覆盖、高精度、应用广泛等优点，与此同时XW-GI5610内置惯性测量单元，借助新一代多传感器数据融合技术，弥补卫星信号易受建筑物、山林等高大物体遮挡或多路径影响带来的卫星短时间信号丢失的问题，大大提高系统可靠性，同时还可提供卫星导航所不能提供的航向姿态等信息。北京华力创通科技有限公司出产的HWANAV-BGI-7210是专为汽车导航服务而开发的，基于汽车级MEMS惯性传感器和BDS/GPS卫星接收机芯片为主的组合方案，同时，融合磁传感器、车速信息，可实现高效经济的车载组合导航解决方案。

在军用领域，自动驾驶技术具有广泛的应用价值，包括运送军事物资、执行高危任务等，从而提升作战效率、减少大量兵员，但第一代、第二代军用无人车技术受制于高成本难以普及，如今小型化低成本的解决方案有助于突破这一瓶颈。而在民用领域，国内消费水平提升带动了物流运输特别是电商物流的快速发展，拉动了对公路用车的需

求，与此同时，随着中国人口红利的消失，中小企业及私营运输市场普遍面临劳动力短缺和人力成本上升压力。经济型、可商用的自动驾驶技术将显著降低运输市场的人力成本，并减免因疲劳驾驶造成的交通事故发生率。

另外一方面，得益于集成电路的发展，ARM处理器芯片价格越来越低，性能日益提高，广泛用于信号处理、通信、自动控制中，使用ARM代替传统PC机作为导航系统的核心处理器设计小型化组合导航系统将会有更大的市场竞争力。

随着我国自主研发的“北斗”双星定位导航系统的组网成功，未来国内车载组合定位系统将有着更加广阔的应用前景。

1.4 论文的内容及编排

本课题以低成本惯性组合导航系统为研究对象，设计一款用于自动驾驶辅助系统的小型化导航模块，实现小型化、低成本的设计目的。根据课题任务，采用浮点型ARM控制器作为数据微处理器，低成本MEMS IMU等惯性器件和Ublox 多模卫星接收机组成MEMS组合导航模块，采集传感器数据对车辆姿态，速度和位置信息进行解算，再根据卫星定位信息对两者进行卡尔曼滤波信息融合，通过车载实验验证模块的实用性。最后，设计组合导航系统的实时导航监控界面。本文主要内容安排如下：

第一章 绪论

简要介绍课题研究背景，分析MEMS的发展趋势，GNSS卫星导航技术，以及车载组合导航产品的国内外发展现状，阐述了小型化MEMS惯导/GNSS组合导航系统产品研究的重要意义。

第二章 小型化车载导航组合系统方案设计

按照车载组合导航系统小型化低成本的要求，分析坐标变换方法及捷联惯性导航系统姿态确定方法，介绍GNSS与SINS定位原理，最后给出GNSS/SINS车载组合系统总体设计方案。

第三章 车载组合系统硬件设计

搭建车载组合定位系统的硬件平台，介绍ARM技术概况以及ARM应用的构成、特点和一般开发流程，详细介绍硬件设计、器件选型及原理图与PCB的绘制，进行信号完整性分析，完成硬件调试。

第四章 车载组合系统软件算法设计

。软件设计包括底层驱动程序及初始化设计、低成本捷联惯性组合导航系统的算法设计、定义数据输出协议编写导航上位机软件，实时监控导航状态。

第五章 车载实验结果与分析

分别进行静态试验和动态车载实验，采集实验数据并分析误差，验证该方案在工程实践上的可行性。

第五章 总结和展望

对课题的所做内容进行总结与分析，并对后续工作的展望。

第2章 小型化车载导航组合系统方案设计

2.1 引言

车载组合定位系统是采用车载传感器进行组合定位的实时系统，随着MEMS 惯性器件工程化及精度的提升，其小型化、低成本、低功耗抗稳定性好的应用特点在航姿测量系统得到广泛的应用。本文致力于设计小型化车载组合定位系统，通过合理的布局及系统开发，将MEMS惯性器件、GNSS接收机、数据处理器，数据存储等设备高度集成在一块板卡上，并设计相应导航软件，实现车辆的快速定位。

本章首先介绍导航系统研究中几种常见的坐标系及相互之间的转换，分析车载定位系统的定位原理并给出基于四元数和旋转矢量法的MEMS惯导姿态、位置和速度更新方程，最后给出车载组合定位系统的总体方案设计。

2.2 车载组合导航系统坐标定义及转换

宇宙中的物体小到分子原子大到行星恒星都在不停地运动，但运动是相对的，单个没有参考的物体是无运动可言的。一个物体在空间的位置只能相对另一个物体确定，后一个物体就是描述前一个物体运动的参考系，可以在该物体上建立直角坐标系。在导航定位过程中，运动体的姿态、速度、位置等信息的确定都必须建立在相应的参考坐标系中。对于不同的研究对象和任务要求，需要选择不同的坐标系。

2.2.1 导航坐标系定义

在陆地车辆组合导航系统中，常见的坐标系有：惯性坐标系、地球坐标系、地理坐标系、机体坐标系、导航坐标系。

(1) 惯性坐标系(i系)

惯性坐标系(以下简称惯性系)是遵循牛顿定律的坐标系，即相对于惯性空间做匀速直线运动或绝对静止的坐标系，惯性坐标系为惯性器件测量的参考基准。完全理想的惯性坐标系本身并不存在，在实际应用中通过使用近似的地心惯性坐标系来代替惯性坐标系进行运算。

(2) 地球坐标系(e系)

与地球固连，以地球质心为坐标原点，轴与地球自转轴方向一致。

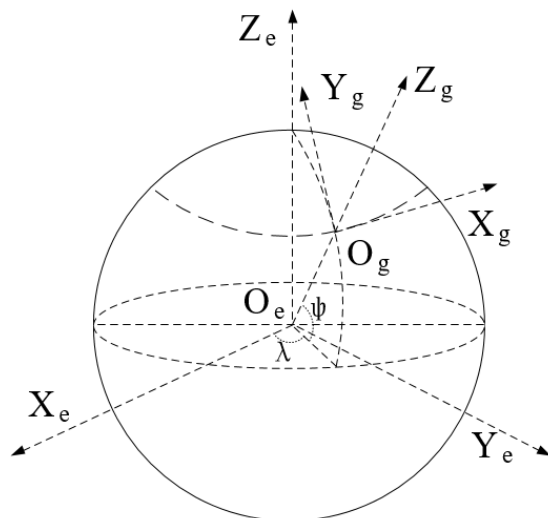


图 2.1 地球坐标系与地理坐标系示意图

(3) 地理坐标系(g系)

如图所示，地理坐标系 $OEN\xi$ 的原点 O 取在载体的重心， E 轴在当地水平面内的指东， N 轴在当地水平面指北， ξ 轴则沿当地地垂线指向天空的方向， $EN\xi$ 三轴构成右手直角坐标系。地理系是随着载体运动的，可以按“东北天”“北西天”或者“北东地”顺序构成，本文中的地理坐标系选择“东北天”坐标系描述。

(4) 载体坐标系(b系)

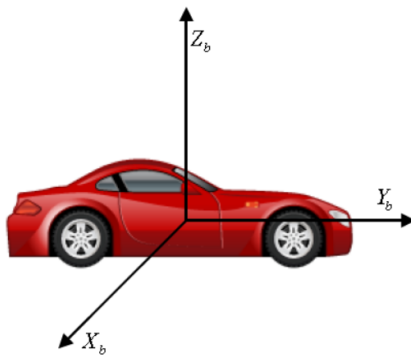


图 2.2 机体坐标系示意图

如图2.2所示，载体坐标系的原点 O_b 位于载体重心位置，与运载体固联， x_b 轴沿载体

的横轴方向, y_b 沿载体的纵轴方向, z_b 垂直机体水平面向上, $x_b y_b z_b$ 轴构成右手直角坐标系, 载体坐标系相对于地理坐标系的方位称为载体的姿态和航向。

(5) 导航坐标系(n系)

导航坐标系是惯性导航系统求解导航参数时所采用的坐标系用 $Ox_n y_n z_n$ 。针对捷联惯导来说, 传感器所采的数据是沿载体坐标系轴向的, 必须将该采集的信息分解到便于描述和求解导航参数的坐标系内, 然后进行导航解算, 这个坐标系即导航坐标系。本文选择的导航坐标系为地理坐标系即东北天坐标系。

当物体在地球上运动时, 物体相对地球的位置是不断改变的, 与此同时, 地球上某点的地理坐标系相对于地球系的角位置也是不同。运载体相对地球运动引起地理坐标系相对地球坐标系的转动。地理坐标系相对惯性坐标系的转动角速度有两部分组成: 一个是地球坐标系相对于惯性坐标系的转动角速度; 另一部分是地理坐标系相对于地球坐标系的转动角速度。两部分具体的计算过程在后续章节详细介绍。确定物体的地理位置, 就是确定地理坐标系相对于地球坐标系的方位关系, 即经度 λ 纬度 φ 和到地球地心的距离 R ; 而物体的姿态则是确定载体坐标系相对于地理坐标系的方位关系。

2.2.2 坐标系变换原理

由上面定义的几种坐标系可知, 在分析惯性导航系统运动时, 将用到多种坐标系, 而这些坐标系并不是相互孤立的。虽然空间中一个向量在不同的坐标系里的坐标是不同的, 但是通过坐标变换, 可以将一个坐标系下的向量坐标转换到另一个坐标系下。这种变换包括平移和旋转, 在惯性导航中坐标系的变换我们更关注坐标之间的角度关系, 即旋转坐标变换, 具体的转换方法见文献。以下介绍两种坐标之间的转换。

(1) 地球坐标系与地理坐标系之间的转换

根据图(2.1)可知, 地球坐标系和地理坐标系的原点不重合, 当用经度 λ 和纬度 φ 来表示旋转角度时, 其转动过程可以描述为地球坐标系绕 Z_e 轴转动($90^\circ + \lambda$), 再绕变

换后的 x 轴转动 $(90^\circ - \varphi)$,最后绕变换后的 z 轴旋转 90° 而得到地理坐标系。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} E \\ N \\ \xi \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(90^\circ - \varphi) & 0 & -\sin(90^\circ - \varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin(90^\circ - \varphi) & 0 & \cos(90^\circ - \varphi) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \lambda & \sin \lambda & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (1.1)$$

用 \mathbf{C}_e^n 表示变换矩阵, 有

$$\mathbf{C}_e^n = \begin{bmatrix} -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ -\sin \varphi \cos \lambda & -\sin \varphi \sin \lambda & \cos \varphi \\ \cos \varphi \cos \lambda & \cos \varphi \sin \lambda & \sin \varphi \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} \mathbf{C}_{11} & \mathbf{C}_{12} & \mathbf{C}_{13} \\ \mathbf{C}_{21} & \mathbf{C}_{22} & \mathbf{C}_{23} \\ \mathbf{C}_{31} & \mathbf{C}_{32} & \mathbf{C}_{33} \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

式中, \mathbf{C}_e^n 为地球坐标系到地理坐标系的变换矩阵; \mathbf{C}_{ij} 为变换矩阵的元素($i = 1, 2, 3; j = 1, 2, 3$)。

(2) 地理坐标系和载体坐标系之间的转换

载体的姿态和航向实际上就是载体坐标系和地理坐标系之间的方位关系。载体的姿态可用如下欧拉角表示:

俯仰角(θ):载体绕横轴 x_b 转动时, 载体的纵轴与水平面之间会形成一个夹角, 该角即为俯仰角, 一般用 θ 表示, 向上角度为正, 向下为负, 俯仰角取值范围为 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 。

翻滚角(γ):载体绕纵轴 y_b 转动时, 载体的横轴与水平面之间会形成一个夹角, 该角即为翻滚角, 一般用 γ 表示, 以右端向下为正, 翻滚角取值范围为 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 。

航向角(ψ):载体绕方位轴转动时, 载体纵轴 y_b 在地理坐标系下的水平投影与地理子午线 N 的夹角称为航向角, 一般用 ψ 表示, 以正北方向为起点并以北偏东方向逐渐增加, 航向角取值范围为 $[0^\circ, 360^\circ]$ 。

载体坐标系和导航坐标系之间可以绕 $Z - X - Y$ 的顺序转动三次完成转换, 载体姿态矩阵 \mathbf{C}_b^n 实现转换, 变换公式如下:

$$\begin{bmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \end{bmatrix} = \mathbf{C}_b^n \begin{bmatrix} x_b \\ y_b \\ z_b \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

第一次转动：坐标系统 Z 轴负向转动角 ψ ：

$$\mathbf{C}_b^{n1} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

第二次转动：坐标系统 X 轴负向转动角 θ ：

$$\mathbf{C}_{n1}^{n2} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

第三次转动：坐标系统 Y 轴负向转动角 γ ：

$$\mathbf{C}_{n2}^n = \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{C}_b^n &= \mathbf{C}_{n2}^n \mathbf{C}_{n1}^{n2} \mathbf{C}_b^{n1} = \begin{bmatrix} \cos \psi & -\sin \psi & 0 \\ \sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \gamma & 0 & -\sin \gamma \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \gamma & 0 & \cos \gamma \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi \sin \theta & \sin \psi \cos \theta & \sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \psi \sin \theta \\ -\cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi \sin \theta & \cos \psi \cos \theta & -\sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \psi \sin \theta \\ -\sin \gamma \cos \theta & \sin \theta & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \end{aligned}$$

定义 \mathbf{C}_b^n 为如下形式：

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_{11} & \mathbf{T}_{12} & \mathbf{T}_{13} \\ \mathbf{T}_{21} & \mathbf{T}_{22} & \mathbf{T}_{23} \\ \mathbf{T}_{31} & \mathbf{T}_{32} & \mathbf{T}_{33} \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

\mathbf{C}_b^n 就是导航系统中通常所称的捷联矩阵，载体的姿态角可以计算如下：

$$\begin{cases} \psi_{\pm} = \arctan\left(\frac{\mathbf{T}_{13}}{\mathbf{T}_{22}}\right) \\ \theta_{\pm} = \arcsin(\mathbf{T}_{32}) \\ \gamma_{\pm} = \arctan\left(\frac{-\mathbf{T}_{31}}{\mathbf{T}_{33}}\right) \end{cases} \quad (2.7)$$

对于地面车辆导航系统，式中，俯仰角 θ 、翻滚角 γ 定义在区间 $[-90^\circ, 90^\circ]$ 中，在计算反正弦和反正切函数中没有多值问题；航向角 ψ 定义在 $[0^\circ, 360^\circ]$ 区间，需要分情况考虑根据主值区间和方向矩阵的数值来确定角度大小，其真值表如表所示。

表 2.1 航向角 ψ 的真值表

T_{22}	T_{12}	ψ
$\rightarrow 0$	+	90°
$\rightarrow 0$	-	270°
+	+	ψ_{\pm}
+	-	$180^\circ + \psi_{\pm}$
-	+	$\psi_{\pm} + 180^\circ$
-	-	$\psi_{\pm} - 180^\circ$

2.3 导航定位原理

在捷联惯性导航系统(SINS)中惯性测量器件(陀螺仪和加速度计)直接与运载体固联，通过导航计算机采集惯性器件的输出信息并进行数值积分求解运载体的姿态、速度和位置等导航信息，这三个过程分别是姿态更新、速度更新和位置更新。MEMS惯导一般采用角速率输出采样方式，简单的将输出信号乘以采样间隔 T_s 即可变换为近似的角增量，利用单位时间角增量数据可以实现载体姿态的更新，姿态指的是载体坐标系相对于导航坐标系的角位置。MEMS惯导信息的解算核心是姿态更新，对整个系统的解算精度影响最为突出，具有重要的研究和应用价值。

2.3.1 四元数与姿态更新

根据所选的变量参数不同，常用的姿态更新算法有方向余弦法、欧拉角法和四元数法(Quaternions)。这几种姿态解算方法分别适合不同的姿态变化情况。

欧拉角算法通过求解欧拉角微分方程直接求解姿态角。欧拉角解算简单明了，概念直观，容易理解，但求解过程中需要频繁解算三角函数，运算比较困难，而且当俯仰角

接近90°时会引起万向节死锁问题，所以该方法适合水平姿态变化不大，实时性要求不高的情况下。

方向余弦和欧拉角并没有本质上的区别，因为是用欧拉角表示的方向余弦阵，避免了退化的问题，可以计算全姿态，但是姿态矩阵微分方程包含九个未知量，因此算法设计计算量大，实时性差，不利于工程上的应用。

四元数表示方法虽然有些抽象，但它的优点有很多，利用起来非常方便，算法实现上简单易操作，是很实用的工程方法。本课题是基于四元数法完成姿态矩阵的解算。四元数是由威廉卢云哈密尔顿在1843年爱尔兰提出的数学概念，其基础思想为：一个坐标系到另一个坐标系的变换可以通过绕一个定义在参考系中的矢量 μ 的单次转动来实现，四元数提供该转动的数学描述，一个单位四元数可以为表示一个旋转。四元数法实质上是旋转矢量法中的单子样算法，对有限旋转引起的的补偿程度不够，只适用于低动态运载体的姿态解算，而对于高动态运载体的姿态解算中漂移非常严重，对于低动态的车载组合导航系统来说，四元数方法十分适用。

1、四元数定义

四元数是由四个元构成的数：

$$Q(q_0, q_1, q_2, q_3) = q_0 + q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k} = \mathbf{q}_0 + \mathbf{q}_v \quad (2.8)$$

其中， q_0 、 q_1 、 q_2 、 q_3 是实数， q_0 也称为实部， $q_v = q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}$ 称为虚部， \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} 是互相正交的单位向量，可以将四元数看作是四维空间中的一个向量或者一个超复数。四元数的虚单位 \mathbf{i} 、 \mathbf{j} 、 \mathbf{k} 之间满足如下乘法运算规则

$$\begin{cases} \mathbf{i} \otimes \mathbf{i} = \mathbf{j} \otimes \mathbf{j} = \mathbf{k} \otimes \mathbf{k} = -1 \\ \mathbf{i} \otimes \mathbf{j} = \mathbf{k}, \mathbf{j} \otimes \mathbf{k} = \mathbf{i}, \mathbf{k} \otimes \mathbf{i} = \mathbf{j}, \mathbf{j} \otimes \mathbf{i} = -\mathbf{k}, \mathbf{k} \otimes \mathbf{j} = -\mathbf{i}, \mathbf{i} \otimes \mathbf{k} = -\mathbf{j} \end{cases} \quad (2.9)$$

其中，运算符“ \otimes ”表示四元数乘法运算，虚部单位矢量的叉乘运算特点，可以将四元数的虚数部分 $\mathbf{q}_v = q_1\mathbf{i} + q_2\mathbf{j} + q_3\mathbf{k}$ 看成是在三维空间中的映像，反之，一个三维矢量可以看做一个零标量四元数。

2、四元数与姿态矩阵的转换

类比于复数的三角表示法，四元数写成三角函数为

$$\mathbf{Q} = \|\mathbf{Q}\|(\cos \frac{\phi}{2} + \boldsymbol{\mu} \sin \frac{\phi}{2}) \quad (2.10)$$

特别地, 当 $\|Q\| = 1$ 时, 即对于单位四元数, 有, $q_0 = \cos \frac{\phi}{2}, \mathbf{q}_v = \boldsymbol{\mu} \sin \frac{\phi}{2}$ 且 $q_0^2 + \mathbf{q}_v^T \mathbf{q}_v = 1$; $\boldsymbol{\mu}$ 为单位长度的三维矢量, 即 $\boldsymbol{\mu}^T \boldsymbol{\mu} = 1$; ϕ 为某一角度值。在刚体转动理论中, 载体系相对于导航系的位置, 可以等效成载体系绕某定轴旋转一定角度 θ , 用向量 $\boldsymbol{\mu}$ 表示该定轴, 则两坐标之间的位置关系可以用角度 θ 和单位向量 $\boldsymbol{\mu}$ 来表示如下图。

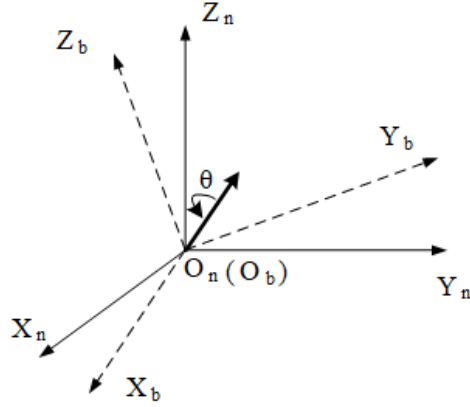


图 2.3 坐标系旋转变化

因此, 推导出由四元数表示的载体系至导航系的转换矩阵:

$$\mathbf{C}_b^n = \begin{bmatrix} 1 - 2(q_2^2 + q_3^2) & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 2(q_1q_2 + q_0q_3) & 1 - 2(q_1^2 + q_3^2) & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & 1 - 2(q_1^2 + q_2^2) \end{bmatrix} \quad (2.11)$$

3、姿态更新四元数算法

根据四元数理论, 坐标系转换过程可以表示为:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^b &= \mathbf{Q}_b^n \otimes \mathbf{v}^n \otimes (\mathbf{Q}_b^n)^* \\ &= \begin{bmatrix} q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_0^2 + q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 & 2(q_1q_2 - q_0q_3) & 2(q_1q_3 + q_0q_2) \\ 0 & 2(q_1q_2 + q_0q_3) & q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 & 2(q_2q_3 - q_0q_1) \\ 0 & 2(q_1q_3 - q_0q_2) & 2(q_2q_3 + q_0q_1) & q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

式中, \mathbf{Q}_b^n 表示导航系 n 到载体系 b 的变换四元数; $(\mathbf{Q}_b^n)^*$ 是 \mathbf{Q}_b^n 的共轭表示, \mathbf{v}^n 和 \mathbf{v}^b 为同一向量在导航系 n 和载体系 b 下的表示, 该向量分别为

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^n &= \begin{bmatrix} 0 & v_x^n & v_y^n & v_z^n \end{bmatrix}^T \\ \mathbf{v}^b &= \begin{bmatrix} 0 & v_x^b & v_y^b & v_z^b \end{bmatrix}^T \end{aligned}$$

根据方向余弦理论：

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^b &= \begin{bmatrix} * & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_t^b \end{bmatrix} \mathbf{v}^t \\ &= \begin{bmatrix} * & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi \sin \theta & -\cos \gamma \cos \psi + \sin \gamma \sin \psi \sin \theta & -\sin \gamma \cos \theta \\ 0 & \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & \sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \psi \sin \theta & -\sin \gamma \cos \psi - \cos \gamma \sin \psi \sin \theta & \cos \gamma \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{v}_x^n \\ \mathbf{v}_y^n \\ \mathbf{v}_z^n \end{bmatrix} \end{aligned}$$

这样可以得到变换过程中姿态角的四元数计算方法：

$$\begin{cases} \psi_{\pm} = -\arctan\left(\frac{2(q_1 q_2 + q_0 q_3)}{q_0^2 - q_1^2 + q_2^2 - q_3^2}\right) \\ \theta_{\pm} = \arcsin(2(q_2 q_3 - q_0 q_1)) \\ \gamma_{\pm} = \arctan\left(\frac{2(q_1 q_3 + q_0 q_2)}{q_0^2 - q_1^2 - q_2^2 + q_3^2}\right) \end{cases} \quad (2.12)$$

四元数微分方程

已知Q为导航系至载体系的四元数表达式，对两端求导得四元数的微分方程：

$$\begin{aligned} d\frac{\mathbf{Q}}{dt} &= -\sin \frac{\dot{\theta}}{2} \sin \frac{\theta}{2} + \boldsymbol{\mu}^R \frac{\dot{\theta}}{2} \cos \frac{\theta}{2} + \sin \frac{\theta}{2} \frac{d\boldsymbol{\mu}^R}{dt} \\ &= -\sin \frac{\dot{\theta}}{2} \sin \frac{\theta}{2} + \boldsymbol{\mu}^R \frac{\dot{\theta}}{2} \cos \frac{\theta}{2} \\ &= \frac{\dot{\theta}}{2} \boldsymbol{\mu}^R \otimes \mathbf{Q} \end{aligned}$$

由刚体动力学知识可知

$$\begin{aligned} \omega_{nb}^n &= \dot{\theta} \boldsymbol{\mu}^R \\ \omega_{nb}^n &= \mathbf{Q} \otimes \omega_{nb}^b \otimes \mathbf{Q}^* \end{aligned}$$

式？中 ω_{nb}^b 是MEMS陀螺测量载体系相对于导航系下的角速度，结合上述两式式？可以计算记为

$$d\frac{\mathbf{Q}}{dt} = \frac{1}{2} \mathbf{Q} \otimes \omega_{nb}^b \quad (2.13)$$

记

$$\omega_{nb}^b = \begin{bmatrix} \omega_x & \omega_y & \omega_z \end{bmatrix}^T \quad (2.14)$$

矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} \dot{q}_0 \\ \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \\ \dot{q}_3 \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_x & -\omega_y & -\omega_z \\ \omega_x & 0 & \omega_z & -\omega_y \\ \omega_y & -\omega_z & 0 & \omega_x \\ \omega_z & \omega_y & -\omega_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q_0 \\ q_1 \\ q_2 \\ q_3 \end{bmatrix} \quad (2.15)$$

其中, ω_{nb}^b 可以由下式得

$$\omega_{nb}^b = \omega_{ib}^b - C_n^b (\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \quad (2.16)$$

上式中, C_n^b 是姿态阵, ω_{nb}^b 不能直接测量获得, MEMS陀螺的输出是载体系相对于惯性系的角速度 ω_{ib}^b , 其中包含了 ω_{ie}^n 是地球自转速率, ω_{en}^n 是位置速率, 大小为:

$$\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n = \begin{bmatrix} -\frac{V_N}{R_M} \\ \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N} \\ \omega_{ie} \sin L + \frac{V_E}{R_N} \tan L \end{bmatrix} \quad (2.17)$$

其中, L 是导航系所在地理纬度, V_E 、 V_N 为当时时刻载体的东向和北向速度, ω_{ie} 是地球自转角速度。

2.3.2 速度更新

本文选择“东-北-天”导航坐标系(n 系), 则有惯导比力方程

$$\dot{\mathbf{V}}_{en}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{sf}^b - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \mathbf{V}_{en}^n + \mathbf{g}^n \quad (2.18)$$

其中 \mathbf{f}_{sf}^b 为加速度计测量的比力, $2\omega_{ie}^n \times \mathbf{v}_{en}^n$ 为由载体运动和地球自转引起的哥氏加速度, $\omega_{en}^n \times \mathbf{v}_{en}^n$ 为由载体运动引起的对地向心加速度, \mathbf{g}^n 为重力加速度, $-(2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \mathbf{v}_{en}^n + \mathbf{g}^n$ 。式表明, 在加速度计输出中去掉有害加速度后, 就可获得载体在导航系下的真实加速度 $\dot{\mathbf{V}}_{en}^n$, 设速度的更新周期为 T , 在每个更新周期内对角增量和速度增量作 N 次采样, 对上式作积分运算, 得到 t_m 时刻载体在导航系内的速度:

$$\mathbf{V}_m^n = \mathbf{V}_{m-1}^n + \mathbf{C}_{b(m-1)}^{n(m-1)} \int_{t_{m-1}}^{t_m} \mathbf{C}_{b(t)}^{b(m-1)} \mathbf{f}_{ib}^b dt + \int_{t_{m-1}}^{t_m} [\mathbf{g}^n - (2\omega_{ie}^n + \omega_{en}^n) \times \mathbf{V}_{en}^n] dt \quad (2.19)$$

式中, $\mathbf{V}_m \mathbf{V}_{m-1}$ 分别是 t_m 和 t_{m-1} 时刻载体的速度; $\mathbf{C}_{b(m-1)}^{n(m-1)}$ 是 t_{m-1} 时刻的姿态矩阵。若 $\delta \mathbf{V}_{g/corm}^n$ 表示在时间 $[t_{m-1}, t_m]$ 内有害加速度引起的速度补偿量, $\delta \mathbf{V}_{sfm}$ 是由比力引起的速度补偿量, 则式? 可以改写成

$$\mathbf{V}_m^n = \mathbf{V}_{m-1}^n + \mathbf{C}_{b(m-1)}^{n(m-1)} \delta \mathbf{V}_{sfm} + \delta \mathbf{V}_{g/corm}^n \quad (2.20)$$

$$\delta \mathbf{V}_{sfm}^n = \delta \mathbf{V}_m^n + \frac{1}{2} \delta \theta_m \times \delta \mathbf{V}_m^n + \frac{1}{2} \int_{t_{m-1}}^{t_m} [\Delta \theta(t) \times \mathbf{f}_{ib}^b + \Delta \mathbf{V}(t) \times \boldsymbol{\omega}(t)] dt \quad (2.21)$$

式? 在MEMS惯导速度更新中的第二项和第三项分别进行了旋转效应和划桨效应的补偿, 旋转效应指的是运动物体在某个方向进行线运动的同时发生空间旋转变化的引起, 划桨效应指运动物体在纵轴方向做线振动时又在横轴方向发生同向频的角振动。 $\delta \theta_m$ 、 $\Delta \mathbf{V}_m$ 为更新周期内的陀螺角增量和加速度计速度增量。因为载体角速度和加速度变化复杂, 无法通过确定的数学公式加以描述, 工程中常采用曲线拟合的方法来近似求解。根据比力方程, 可以得到离散系统时速度在导航系的增量为:

$$\delta \mathbf{V}^n = \mathbf{C}_b^n \mathbf{f}_{ib}^b \cdot T - (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) \times \mathbf{V}^n \cdot T + \mathbf{g}^n \cdot T \quad (2.22)$$

由于低成本MEMS传感器属于低精度, 陀螺精度(零偏稳定性及重复性)为 0.1° 量级, 加速度精度为 $5mg$, 传感器标定在下节介绍具体方法, 此处忽略划桨效应, 可对其作大幅简化。

2.3.3 位置更新

如图, 假设地球表面运动的物体在地理坐标系下的坐标记为 $O_g(\lambda, L, h)$ 。如果 O_o 点是 O_g 与地心连线在地球表面的交点, 以该点建立直角坐标系, 纬圈切线指东为 $O_o x_o$ 轴, 经圈切线指北 $O_o y_o$ 轴、椭球面法线方向指天 $O_o z_o$ 轴, O_g 点的地理坐标表示, 记为 $O_g(\lambda, L, h)$ 。

在图?, 如果 O_o 点对地球坐标系 $O x_e y_e z_e$ 的速度在 $O x_o y_o z_o$ 系的投影记为 $\mathbf{v}_e^o = [v_{x_o} \ v_{y_o} \ v_{z_o}]^T$ 。注意, 由于 $O_o X_o$ 轴与纬圈相切, 故经度会随着 v_{x_o} 而变化, 根据地理几何有:

$$\dot{\lambda} = \frac{v_{x_o}}{R_N \cos L} \quad (2.23)$$

对于地理高度为 h 的 O_g 点, 假设其速度为 $\mathbf{v}_{eg}^g = [v_x \ v_y \ v_z]^T$, 根据图? 中几何关系, 有

$$\frac{v_{x0}}{R_N} = \frac{v_x}{R_N + h} \quad (2.24)$$

$$\frac{v_{y0}}{R_M} = \frac{v_y}{R_M + h} \quad (2.25)$$

上述两式分别带入

$$\dot{\lambda} = \frac{v_x}{(R_N + h) \cos L} \quad (2.26)$$

$$\dot{L} = \frac{v_y}{(R_M + h)} \quad (2.27)$$

$$\dot{h} = v_z \quad (2.28)$$

记：

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} \lambda \\ L \\ h \end{bmatrix}, \mathbf{M}_{pv} = \begin{bmatrix} 0 & 1/[(R_N + h) \cos L] & 0 \\ 1/(R_M + h) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

则矩阵形式，

$$\dot{\mathbf{p}} = \mathbf{M}_{pv} \mathbf{v}^n \quad (2.30)$$

与捷联惯导姿态和速度更新算法相比，位置更新算法引起的误差一般比较小，采用梯形积分法将上式离散化，得

$$\mathbf{p}_t = \mathbf{p}_{t-1} + \mathbf{M}_{pv} \times (\mathbf{v}_{t-1}^n + \mathbf{v}_t^n) \times \frac{T}{2} \quad (2.31)$$

2.4 小型化车载组合定位原理

结合GPS定位的长期稳定性与SINS系统定位的短期精确性，整合两套设备的导航信息可以提高整个系统的定位性能，目前常见的组合方法有：GPS/SINS松组合、紧组合和超紧组合等模式。

(1)GPS/SINS松组合

松组合是采用滤波计算的较为基础的组合方式，从GNSS接收机和惯导系统各自输出的速度、位置之差作为系统量测，通过组合滤波器对惯导系统的速度、位置误差和姿态误差进行估计，然后作为反馈信息完成对MEMS惯导传感器的校正，从而实现对SINS系统的累积误差的消除，提高组合系统的导航精度。

松组合的特点是：系统结构简单，易于实现，计算量小等，GNSS可以限制惯导误差的增长，当GNSS失去信号时惯导可短时间内自主导航，惯性传感器误差实时估计并修正。适合车载导航、民用航空等领域。其结构示意图如下？

2.5 车载组合定位系统总体方案设计

车载组合定位系统是一个复杂的系统，包括传感器的数据采集与处理，实时数据解算和融合，上位机导航信息显示等。本课题根据本章前几节的导航解算理论知识，根据实际工作环境完成芯片选型与硬件设计，并编写导航软件实现导航定位功能，最终可以成功地为地面车辆提供姿态位置和速度信息，完成了一款自动驾驶辅助系统的小型化导航模块的工程实现。此模块以ARM 处理器为核心，主要由MEMS惯性传感器，GNSS卫星接收机等设备组成。构建的SOPC(system-on-a-programmable-chip)嵌入式系统具有体积小，功耗低，数据计算功能强等优点，为小型化、低功耗，低成本导航系统硬件设计提供了解决方案，其总体方案如图3.2所示，

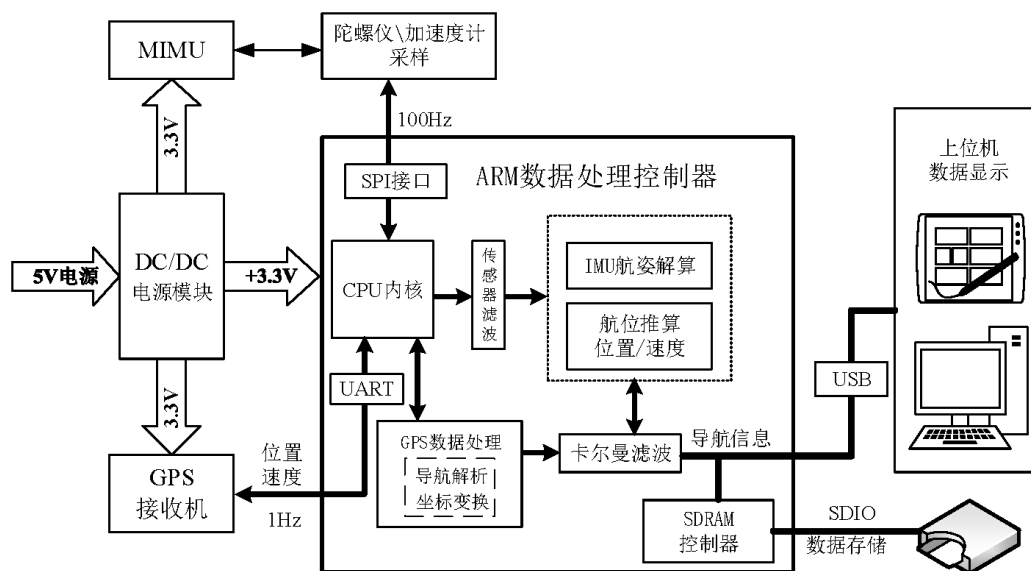


图 2.4 系统总体方案图

从图中可以看出，首先将MEMS惯性器件通过SPI通信接口以100Hz的频率采样，降频至10Hz送入ARM芯片数据缓存区，降频采用简单的均值滤波并做误差补偿，供后续系统做惯导解算使用；另一路GNSS模块通过串口连接到ARM芯片，并以1Hz 速率将数

据送入数据缓存区；ARM芯片在解析惯导数据和GNSS数据后，对结果进行时间对准后进行卡尔曼滤波融合对导航数据进行最优估计，最后通过串行总线把导航解算数据传送到PC端进行显示，同时也可将结果实时记录在SD中，方便对实时工作环境的测试。

根据上述系统总体方案的介绍，GNSS/INS组合导航系统中，不仅要完成导航信息解算等软件问题、首先要完成硬件平台的开发。结合本系统的功能及特点可以将设计的主要任务主要分成以下几点：

1、硬件平台设计及模块调试

导航模块硬件设计是整个任务要求的第一步，再设计最初，要根据平台的设计功能和算法需求特点进行主要器件的选型，然后依据电气连接规则绘制电路原理图和PCB图并加工制作电路板，硬件设计的过程在将在第三章详细介绍。

2、软件设计在硬件平台搭建完成之后，要实现导航定位的功能还需要软件系统的支持。根据系统总体设计思想，软件设计分为相关芯片驱动部分、惯导数据解算、以及组合滤波误差处理几部分。具体过程为：首先对ARM硬件系统进行初始化，定时器、串口、SPI接口等外设初始化，然后通过定时器对IMU和GNSS数据进行采集，对惯导数据进行导航解算，解算结果与GPS观测量通过卡尔曼滤波得到最优的导航信息，软件的设计将在本文第四章进行介绍。

3、导航数据输出显示一个完整的系统设计最终需要一个人机交互的功能，导航解算后的数据要给用户显示出来，最终的设计将导航结果通过串口连接至电脑端，并能实时监测物体的运行状态和轨迹，同时显示当前搜索到的卫星，并将导航数据保存下来以便调试使用。

较之传统定位系统，本系统具有导航定位独立，运行设计可靠，利于在中低端设备上实现等优点。

2.6 本章小结

本章主要介绍了捷联惯导的基本原理，推导了MEMS惯导的位置、姿态、速度更新算法，以及MEMS惯导的误差模型，给出了航位推算的方法，结合卫星导航与SINS导航组合原理，最后整合各传感器的特点，给出了小型化组合导航系统的总体方案，提出了系统设计的任务要求及需要实现的功能，为后文提供理论基础。

第3章 小型化组合定位系统硬件设计

3.1 引言

根据前一章系统总体方案的设计，本章的重点工作是完成系统的硬件平台。车载组合定位系统硬件设计分为：器件选型、嵌入式ARM系统设计、外围设备设计、数据传感器设计，硬件测试。硬件设计需要考虑以下几个问题：抗干扰问题，GPS信号在复杂的场合，容易受到各种干扰，必须保证信号的稳定性并考虑省电节能问题。硬件设计过程如下图所示：

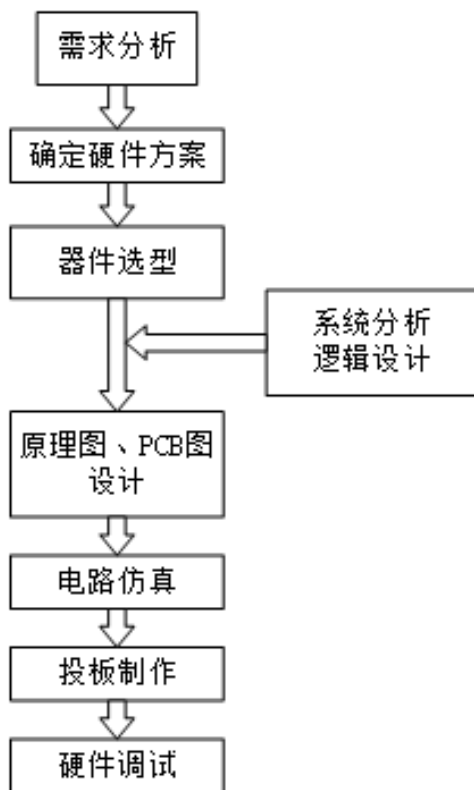


图 3.1 硬件设计流程图

本设计硬件是在Altium Designer 10 上进行设计的。这是一款由Altium 公司开发的基于Windows环境下的电路板设计软件，在电子行业运用十分普遍，是电子工程师设计

印刷电路板的首选工具，它具有简单易学，操作便捷，资源丰富，人机交互良好等优点。

3.2 主要器件选型

本课题是利用MIMU构建捷联惯性导航系统，然后接收卫星信号对导航结果进行补偿和融合，得到可信度高的姿态、速度和位置等信息。最终可以应用在地面车辆上，需要良好的稳定性和抗干扰能力。所以，再设计时，不仅需要对其进行规划分析，还要根据工作环境和运行条件进行芯片的选型。以下将介绍几个主要器件的选型。

3.2.1 ARM芯片

明确硬件总体需求情况选择的CPU的处理能力、存储容量及速度、IO端口的分配、接口要求、电平要求等等。综合这些因素考虑本系统采用的处理芯片为ST公司的STM32F405VGT6型号的ARM芯片，其属于STM32F4系列，是基于Cortex-M4内核的，是一款升级版的处理器，具有多方面的优势：1) 相比于Cortex M3芯片,STM32F4最大的优势就是内置单精度FPU和DSP指令，可提升控制算法的执行速度，提高代码执行效率，本设计中涉及导航数据的解算而且导航解算对实时性要求比较高，该优势可以很好地展现出来。

2) 芯片主频达到168Mhz，片上flash可达1MB,SRAM有192KB，有着丰富的内存资源，满足本设计程序和数据的处理和存储要求。

3) 在实现高性能和低功耗方面更灵活。本设计的目的是实现小型化低功耗的导航模块,而STM32F40x的功耗为：在主频168MHz情况下，在闪存中执行coreMark基准测试程序，功耗仅为230uA/MHz。在运行模式下，STM32F4具有更高的功耗效率，特别适合需要一定运算量的应用场合。

4)功能强大、价格低廉，性价比高。

STM32F405RGT6是F4系列的一款设备，我们选用LQNF100封装，内置有1M闪存。其通讯接口丰富，主要接口如下：

- 4个10.5Mbit/s的USART，加上两个UART；
- 3个42Mbit/s的SPI；

- 3个 I^2C ;
- 2个CAN;
- 1个SDIO), 满足本设计的通讯接口的需求;
- 1个全速USB OTG和一个高速USB OTG;

3.2.2 MEMS器件

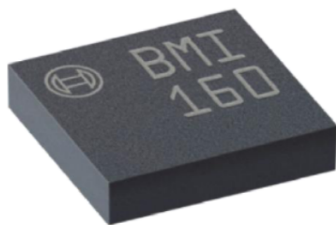


图 3.2 MEMS惯性芯片

本设计采用的MEMS器件是德国博世公司研发的六轴惯性传感器芯片BMI160, 该模块集成了三轴陀螺仪、三轴加速度计和温度传感器。外形尺寸仅为 $2.5mm \times 3.0 \times 0.83mm$, 实物图如3.1所示。

惯性器件能通过信号调节功能优化动态性能, 且工厂校准为每一个传感器提供了灵敏度、偏置、带宽、零偏等参数, 并为内部每个传感器提供补偿, 可以提供高精度的传感器输出。

BMI160的性能指标如表? 所示

3.2.3 卫星接收模块

卫星接收模块采用的是U-blox公司的NEO-M8N系列芯片。NEO-M8N是一款高性能、高灵敏度的卫星信号接收模块, 虽然其外形尺寸只有 $16 \times 12.2 \times 2.4mm$, 却可以提供丰富的卫星数据信息, 模块的高灵敏度、低功耗及轻巧的体积, 非常适用于车载、手机、无人机及其他移动定位系统的应用。其实物如图? 所示: U-blox8拥有22个跟踪通道, 66个捕获通道, 热启动下捕获卫星信号的速度不足一秒, 模块速度极快, 其捕获和跟踪灵敏度甚至达到 $-160dBm$ 。同时, 这款芯片采用创新设计和技术, 能有效抑制干扰



图 3.3 卫星接收模块

源和多路径效应，在恶劣环境下也能提供有效的导航信息。NEO-M8N的性能指标如表？所示：

NEO-M8N有多种接口方式：UART、SPI以及USB接口三种模式；数据输出格式有：NMEA、UBX和RTCM。本文将NEO-M8N与STM32芯片相连，采用最为方便利于开发的USART接口连接方式。据格式采用工程中常用的NMEA-0183协议，该协议是美国国家海洋电子协会(national marine electronics association)为海用电子设备指定的一套标准格式，目前绝大部分卫星接收机都采用NMEA-0183协议输出位置、速度、星历等导航信息。

3.2.4 电源管理模块

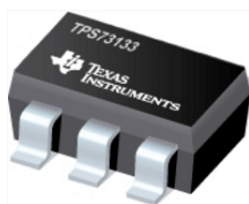
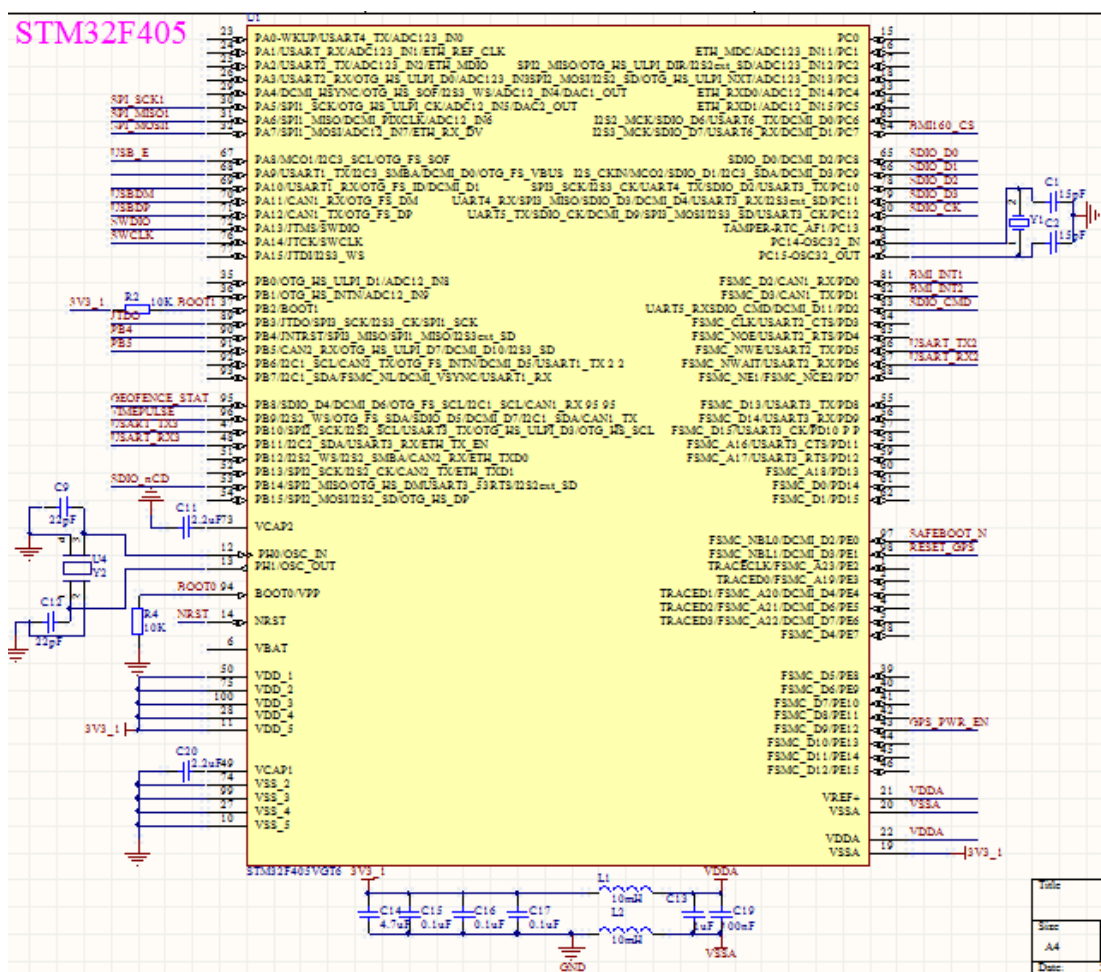


图 3.4 电源芯片

电源是一个系统中及其重要的一部分，电源的设计直接影响到系统能否正常工作。根据设计要求，模块通过USB供电或者引出电源管脚外部5V供电，为了使整个系统稳定的工作，选择稳压芯片输出稳定的电压。系统中需要的电压有5V 和3.3V。因此本系统对电源做了两级处理，前级电源输出5V的电压，接着连接3.3V的稳压芯片，保证了系统供电的稳定性。本系统选择德州仪器的TPS73133 具有反向电流保护的超低功耗电压稳压器件，系列线性稳压器是设计用于功耗敏感类应用的超低静态电流器件。一个精密带隙和误差放大器在温度范围内的精度为2。只有1 μ A 的静态电流使这些器件成为要求极小闲置状态功率耗散的电池供电常开系统的理想解决方案。为了增加安全性，这些器件

3.3 硬件电路设计

在设计原理图时，要清楚了解器件的使用和系统的开发，考虑系统的接地、环路、电源滤波等防止电磁干扰的措施。ARM最小系统原理图如下所示：



系统采用STM32F405RGT6处理器作为控制器，其中包括晶振时钟电路、复位电路、boot启动模式设置接口等从图中还可以看出，主控单元采用3.3V供电方式，数字地和模拟地采用电感隔离，避免信号的干扰。基准电压参考地、STM32 是低电平复位的，电

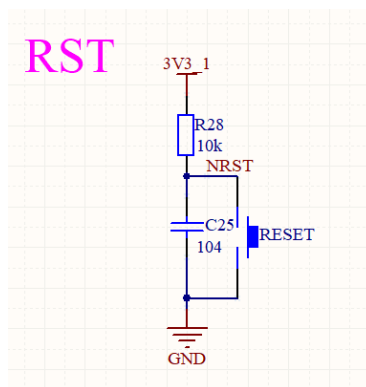


图 3.6 复位电路

阻R28和电容C25构成上电复位电路。当系统上电时，电源接通给电容充电，电容两端电压上升至3.3V，系统正常工作，当复位按键按下，开关导通电容两端形成回路开始放电，RST 电位被拉低，低电平复位。ARM的BOOT0和BOOT1管脚用于设置STM32的启动方式，其对应启动模式如表？所示：

表 3.1 启动模式设置接口

BOOT0	BOOT1	启动模式	说明
0	X	用户闪存存储器	用户闪存存储器，即从Flash启动
1	0	系统存储器	系统存储器启动，用于串口下载
1	1	SRAM启动	SRAM启动，可在SRAM中调试代码

程序下载配置电路：STM32的程序下载有多种方法：USB、串口、JTAG、SWD。上面介绍了程序的启动模式，我们配置了BOOT0和BOOT1都接地，程序即从flash启动。由于板子尺寸较小，这里没有采用JTAG方式，因为其占用的IO管脚比较多，选择的SWD模式占用的IO很少，只需要两根信号线和电源线，而且下载速度也非常快，SWD不仅可以下载代码，还可以实时跟踪调试，寻找程序中的bug, 让开发事半功倍。

电源处理部分：这主要完成对系统的供电

电源稳定地输出是系统正常工作的前提，因此要选择输出电压稳定性高、纹波噪声小的稳压芯片，为使传感器能够稳定工作，设计过程中采用隔离的供电方式，电源设计采用了两个稳压芯片，一个单独供GPS传感器供电，通过程序控制芯片使能端管脚的电平，另外一路稳压为主控芯片和其他外设供电。电源电路如图？所示：

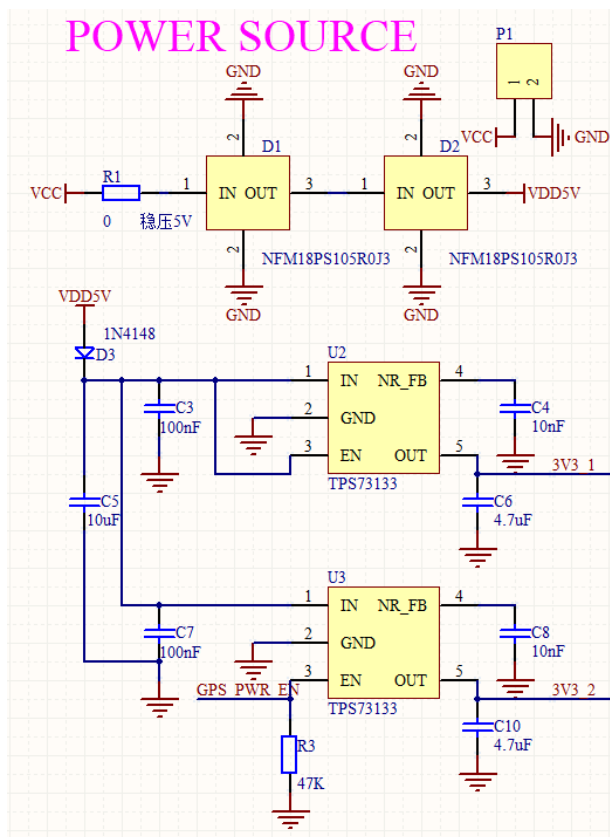


图 3.7 电源管理设计

MEMS传感器模块设计相应的原理图如下：图中采用退耦电容C18、C21消除电源

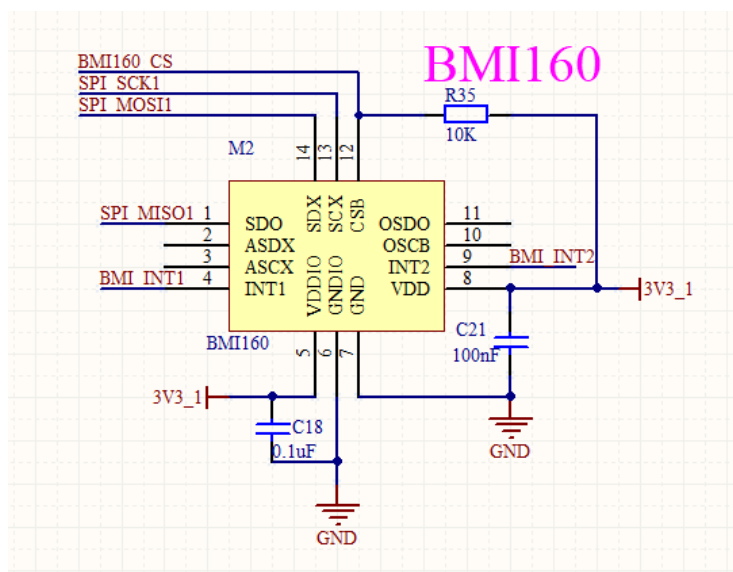


图 3.8 BMI160硬件电路设计

纹波对供电电路的影响。从电路图可以看出BMI160通过SPI高速串行接口来和ARM处

处理器进行数据通讯。BMI160 是一个自动测量系统，当系统上电后，器件自检通过后，就可以输出六轴传感器数据，默认采样频率为6.4KHz。程序设置100Hz取数，使控制器执行终端可实现100Hz带宽。一般带宽大时，动态响应虽提高，噪声（即稳态误差）也随之增加。动态在大于200Hz时，大约有3dB的信号损失，噪声也会增加，表现出来的是惯性传感器零偏稳定性变差。BMI160作为从设备，与主设备进行通讯采用SPI接口，SPI采用全双工模式，这样当设备发送目标地址给BMI160时，主设备能够读取其寄存器的内容，这一过程在同一个时钟信号SCLK中完成。数据采用选择普通模式，如图？所示。当用户通过查阅芯片手册，从寄存器地址可以读出目标测量数据。寄存器对应表？如下：

内部寄存器都是十六位宽度，分高低八位两个字节，但只要一个字节地址即可访问全部的两个字节。例如X轴加速度计输出寄存器XACCL_OUT，地址为0x0A,寄存器内容为X轴加速度计的输出数据，并以14位二进制补码的形式存储。当需要读取X轴加速度计的输出数据时，只需要通过编程在给芯片写入0x0A的数据，SPI即可在输出端返回16位寄存器的数据，再通过二进制补码的格式将其转换成十进制，乘以相应的刻度即可得到X轴加速度计的数据。

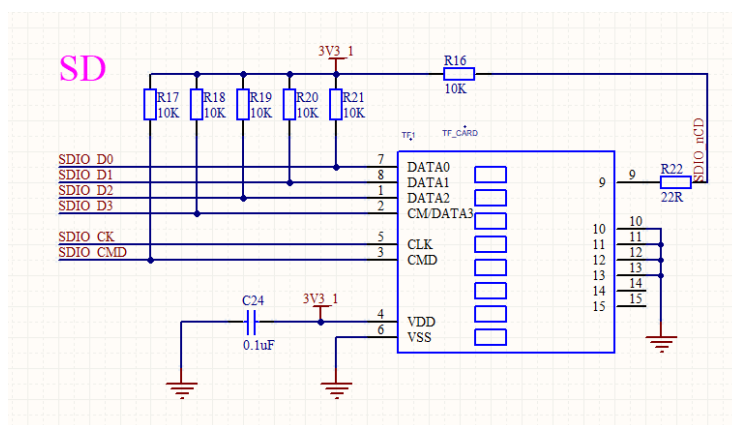


图 3.9 NEO-M8N电路图

SD卡主要完成实验过程中的数据保存功能，可以方便地进行调试和数据分析。

在设计卫星接受模块电路时，设计中为减小信号间的串扰采用了隔离供电的方式，模块引出电源引脚连接3V3₂，可以由处理器编程控制稳压电源芯片的输出使能来达到控制卫星芯片工作的目的。设计IPX天线接口可用于扩展GPS有源天线，非常适合地面车辆的使用。设备TIMEPULSE端口连接到状态指示灯，此端口的输出特性可以通过程序

图 3.10 NEO-M8N电路图

表 3.2 启动模式设置接口

硬件板载一个MiniUSB头，用于USB从机(SLAVE)通信，可以让设备同电脑端USB通信进行数据的传输，同时，还可以为系统供电，但电流不超过500mA。

图 3.11 USB 电路图

使用Altium Designer完成原理图设计后，还要绘制PCB图来制作印刷电路板，PCB板是电路元件的载体，提供了元器件之间的电气连接。在设计PCB时，必须遵守电

路设计的一般规则，不仅要解决好信号的传输问题，还要消除电磁耦合的影响。在设计电路板时，主要遵循了以下几个规则：

1、器件布局

元器件布局尽量紧凑，各模块之间以主处理器为中心，其他器件以扇形状态置于元器件周围，总的连线尽可能短，关键信号线最短。使用同一电源的器件尽可能的放在一块，便于电源管理。

2、布线

地线布线遵循了环路最小原则，即信号线与其回路构成的环面积要尽可能小，环面积越小，对外的辐射越少，接收外界的干扰也越小；信号线之间会因较长的平行布线引起相互干扰，主要是由于平行线间的分布电容和分布电感的作用，扩大线间距、尽可能少走平行线，不走环形线以此来克服串扰。增加线宽度，重要信号间，平行地线的方法隔离。

3、接地

接地技术的目的是最小化接地阻抗，以减少从电路返回到电源之间的接地回路的电势。去耦电容放置在距离IC供电线和接地层之间尽可能近的地方。

显然，由于电路板面积，总体安装位置等的限制，按上述原则设计会受到一定的限制。因此，在设计时，需要对布局和布线分别考虑，达到最佳的状态。

3.3.3 硬件调试

电路板设计加工完成后，首先进行硬件电路测试，，调试没有问题后进行系统软件测试。下面说明一下硬件调试过程：上电之前，先肉眼观察有无明显焊接错误，用万用表检查电源否有短路现象、地及一些关键信号线之间的连接情况。上电后，触摸一下芯片是否有发热严重的现象，如果个别芯片发烫，一般是有问题，需要立即断电检查排除故障后重新上电。接下来检查是否可以长时间稳定工作。

3.4 本章小结

本章主要说明了组合导航系统的硬件实现情况，首先根据总体方案设计的技术要求，对各芯片模块功能和原理进行说明并完成选型，主要采用意法半导体公司的STM32系

列ARM微控制器作为主控制器，设计相应芯片的硬件接口及通信方式，最后给出系统原理图和PCB 图的设计，设计出完整的系统硬件平台，为后续软件算法设计提供物理基础。

第4章 小型化组合定位系统算法软件设计

4.1 引言

组合导航技术的发展，一方面得电子硅工艺技术的提高，另一方面现代控制理论，特别是最优估计理论的数据处理方法，为组合导航系统提供了有力的理论基础。有了前几章的设计基础，本章主要讲述MEMS惯导和GPS传感器松组合系统的软件工程实现，主要从卡尔曼滤波算法，嵌入式软件，上位机显示等方面内容进行说明。

4.2 滤波器的设计

本节讨论MEMS惯导/GNSS组合的基本滤波器设计，采用第二章中图? 所示的松组合结构，松组合是一种简单、直观的组合方式，此模式中MEMS惯导和GNSS接收机保持独立工作，选用导航误差作为系统状态量，以位置、速度信息作为外部观测量，通过卡尔曼滤波对数据进行融合并将得到的误差量反馈给MEMS惯导进行修正求出导航最优解，该算法具有实现简单，可靠性较高，计算量低等优点。

本设计中组合系统以15维导航误差作为系统的待估计状态 δX (δX 表示误差作为状态)，误差包括三维位置、三维速度、三维姿态、还有三个陀螺零偏及三个加速度计零偏，表示为：

$$\delta X = [\delta P_\varphi \ \delta P_\lambda \ \delta P_h \ \delta V_e \ \delta V_n \ \delta V_u \ \delta A_p \ \delta A_r \ \delta A_y \ gb_x \ gb_y \ gb_z \ ab_x \ ab_y \ ab_z]^T \quad (4.1)$$

其中：

$[\delta P_\varphi \ \delta P_\lambda \ \delta P_h]^T$ 为导航坐标系上的东北天三维位置误差； $[\delta V_e \ \delta V_n \ \delta V_u]^T$ 为分别为东北天方向三维速度误差； $[\delta A_p \ \delta A_r \ \delta A_y]^T$ 为俯仰角、翻滚角、偏航角三维姿态误差； $[gb_x \ gb_y \ gb_z]^T$ 为MEMS陀螺仪沿载体系 x, y, z 轴的随机误差,为一阶高斯马尔可夫模型； $[ab_x \ ab_y \ ab_z]^T$ 为MEMS加速度计沿载体系 x, y, z 轴的随机误差,为一阶高斯马尔可夫模型；

(1)MEMS惯导姿态误差方程由于姿态四元数满足式(2?),可将姿态速率 ω_{nb}^b 视为零标量四元数。根据文献[?]推导,可以得到以地理坐标系为导航坐标系下的MEMS惯导姿态误差方程矢量形式,

$$\dot{\varphi} = \varphi \times \omega_{in}^n + \delta\omega_{in}^n - \varepsilon^n \quad (4.2)$$

上式矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} \dot{\varphi}_e \\ \dot{\varphi}_n \\ \dot{\varphi}_u \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\varphi_u & \varphi_n \\ \varphi_u & 0 & -\varphi_e \\ -\varphi_n & \varphi_e & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{V_N}{R_M+h} \\ \omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N+h} \\ \omega_{ie} \sin L + \frac{V_E}{R_N+h} \tan L \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{\delta V_N}{R_M+h} + \delta h \frac{V_N}{(R_M+h)^2} \\ -\delta L \omega_{ie} \sin L + \frac{\delta V_E}{R_N+h} - \delta h \frac{\delta V_E}{(R_N+h)^2} \\ \delta L \omega_{ie} \cos L + \frac{\delta V_E}{R_N+h} \tan L + \delta L \frac{\delta V_E}{R_N+h} \sec^2 L - \delta h \frac{\delta V_E}{(R_N+h)^2} \tan L \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \dot{\varepsilon}_e \\ \dot{\varepsilon}_n \\ \dot{\varepsilon}_u \end{bmatrix}$$

展开后得:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_e &= \varphi_n(\omega_{ie} \sin L + \frac{V_E}{R_N+h} \tan L) - \varphi_u(\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N+h}) - \frac{\delta V_N}{R_M+h} + \delta h \frac{V_N}{(R_M+h)^2} - \varepsilon_e \\ \dot{\varphi}_n &= -\varphi_e(\omega_{ie} \sin L + \frac{V_E}{R_N+h} \tan L) - \varphi_u \frac{V_n}{R_M+h} - \delta L \omega_{ie} \sin L + \frac{\delta V_e}{R_N+h} - \delta h \frac{V_e}{(R_N+h)^2} - \varepsilon_n \\ \dot{\varphi}_u &= \varphi_e(\omega_{ie} \cos L + \frac{V_E}{R_N+h}) + \varphi_n \frac{V_n}{R_M+h} + \delta L(\omega_{ie} \cos L + \frac{\delta V_e}{R_N+h} \sec^2 L) + \frac{V_e}{R_N+h} \tan L \\ &\quad - \delta h \frac{V_e}{(R_N+h)^2} \tan L \varepsilon_n \end{aligned}$$

式中:

$$\varepsilon_e = \mathbf{T}_{11}\varepsilon_x + \mathbf{T}_{12}\varepsilon_y + \mathbf{T}_{13}\varepsilon_z$$

$$\varepsilon_n = \mathbf{T}_{21}\varepsilon_x + \mathbf{T}_{22}\varepsilon_y + \mathbf{T}_{23}\varepsilon_z$$

$$\varepsilon_u = \mathbf{T}_{31}\varepsilon_x + \mathbf{T}_{32}\varepsilon_y + \mathbf{T}_{33}\varepsilon_z$$

式中, \mathbf{T}_{11} 等参数为MEMS惯导姿态矩阵 \mathbf{C}_n^b 的系数。(2)MEMS惯导速度误差方程

根据式(?)的MEMS惯导比力方程，若考虑系统中存在的各种误差。则MEMS惯导的速度计算应该表示为：

$$\delta \dot{\mathbf{V}}^n = -\varphi^n \times \mathbf{f}^b + \delta V^n \times (2\boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \boldsymbol{\omega}_{en}^n) + \mathbf{V}^n \times (2\delta \boldsymbol{\omega}_{ie}^n + \delta \boldsymbol{\omega}_{en}^n) + ab^n \quad (4.3)$$

(1)MEMS惯导位置误差方程

4.3 分布式协同模型预测控制

4.3.1 相容性约束的设计

4.3.2 避碰约束的设计

4.3.3 终端成分的设计

4.4 主要结果

4.5 仿真结果和分析

4.6 本章小结